

投稿論文 (和文ノート)

TECHNICAL

NOTE

非線形目標計画法によるニールセン橋の最適構造設計

林 正*・平山 博**

本文では、先の論文で示した非線形目標計画法の長所を活かした、ニールセン橋の立体構造解析による最適設計法について述べる。すなわち、片側目標計画法を用いて、鋼重最小とともに、全吊材に圧縮力が生じないという制約条件を目的関数とする多目的問題として扱い、最適な部材の断面寸法並びに吊材のプレストレスを求める方法を提案する。さらに、数値計算例より本解法の妥当性を示す。

Key Words : optimum structural design, nonlinear goal programming, Nielsen bridge

1. まえがき

アーチ橋では種々の構造形式が用いられているが、そのなかでニールセン系のアーチ橋は、近年多く採用されている形式である。ニールセン系のアーチ橋の設計でよく問題になるのは、死荷重や活荷重によって吊材の張力に弛緩が生じることである。この応力弛緩を防止する対策として、端部の吊材を鉛直に配置する方法や、ゆるむと想定される吊材にプレストレスを導入する方法等が用いられている。

このニールセン系のアーチ橋を対象とした最適設計の研究は、ほとんど行われていないようである。山田ら¹⁾は、ニールセンも含めた種々の形式のアーチ橋に対して最小重量設計を行い、各形式の最適なアーチリブと補剛桁の桁高、アーチライズとスパンとの比を求め、さらに Suboptimization により部材の板厚を決定しており、非常に興味深い研究を行っている。しかし、ニールセン橋の吊材の応力弛緩については、一切言及していない。

著者らは、先の論文²⁾において、鋼重と変位を目的関数とした多目的問題に、非線形目標計画法を適用して最適構造設計を行い、片側目標計画法は安定性と収束性に優れていることを示した。特に、変位制約を厳しくした場合には、その制約を不等号制約条件式として扱う通常の単一目的問題では、SLP の反復過程で実行可能解が得られず収束回数が増加する場合があった。これに対して、片側目標計画法を用いて変位制約を目的関数として扱う多目的問題では、このような現象は起きず、容易に最適解を求めることができることを示した。

本文では、論文²⁾で示した片側目標計画法の特徴を活

かして、吊材の応力弛緩が生じないという条件を満足するニールセン系アーチ橋の最適構造設計を行う方法について述べる。すなわち、非線形目標計画法を用いて、鋼重最小とともに、全吊材に圧縮力が生じないという制約条件を目的関数とする多目的最適化問題として扱う。さらに、設計変数としては、論文²⁾、³⁾で用いた部材の断面寸法だけでなく、吊材に導入するプレストレスも考慮するものとし、全域的最適解が得られるように、全設計変数を同時に最適化する方法を用いる。

2. 最適構造設計法

(1) 設計条件

以下の設計条件の下で、立体構造解析によるニールセン系アーチ橋の最適構造設計を行う。

- ① 主荷重と従荷重による組合せ荷重状態において、吊材に圧縮力が生じない。
- ② 構造全体の鋼重(使用材料のコスト比係数を乗じた換算体積³⁾)を最小にする。
- ③ 道路橋示方書⁴⁾の主な規定を満足する。
- ④ 設計変数の上・下限値制約を満足する。

なお、設計荷重には道路橋示方書の規定を準用し、主荷重として死荷重、活荷重(L 荷重のみ)、衝撃、プレストレスを、従荷重として風荷重、温度変化の影響、地震の影響(慣性力)を用いる。ただし、設計条件①に対しては、地震の影響を考慮しないものとする。

また、設計変数としては、主構部材と横構部材の幅板・板厚、吊材の断面積およびプレストレスを用いる。なお、プレストレスの設計変数は、吊材の緊張量(長さ)とし、その長さを短くする場合を正とする。

(2) 目標計画法による定式化

設計条件①をすべての吊材に対して満足させることは、一般的に厳しい制約と考えられるので、この条件を不等号制約条件式として定式化すると、文献²⁾で述べた変位

*正会員 工博 長岡技術科学大学教授 建設系
(〒940-21 長岡市上富岡町 1603-1)

**学生会員 工修 長岡技術科学大学大学院工学研究科博士後期課程

制約が厳しい場合と同様に、数値計算が困難になる可能性がある。そこで、条件①は片側目標計画法を用いて目的関数として定式化する。また、目標計画法では目的関数の優先順位が問題となるので²⁾、条件①を優先順位が1位、条件②を2位の目的関数とする。

設計条件①～④を片側目標計画法を用いて定式化するために、優先順位を定める絶対順位係数 P_1, P_2 および、正の補助変数 d_{1m}^+, d_{1m}^-, d_2 を導入すると、最適構造設計問題は次のようになる。

$$\text{minimize } Z = P_1 \sum_{m=1}^M d_{1m}^- + P_2 d_2 \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{subject to } T_m(X) - d_{1m}^+ + d_{1m}^- = 0 \quad (m = 1 \sim M) \quad (2)$$

$$V(X) - d_2 = 0 \dots \dots \dots (3)$$

$$g_j(X) \leq 0 \quad (j = 1 \sim J) \dots \dots (4)$$

$$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \quad (i = 1 \sim I) \dots \dots (5)$$

ここで、 X は設計変数ベクトルであり、 T_m は吊材に生じる張力で、 M は吊材の総数である。 V は換算体積であり、プレストレスを含まないが、定式化の便宜上、全設計変数の関数とする。 g_j は文献3) で用いた道路橋示方書の規定に関する制約条件で、 X_i^U, X_i^L は設計変数 X_i の上・下限値である。また、 d_{1m}^+, d_{1m}^- は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} d_{1m}^+ &= \frac{1}{2} \{ |T_m(X)| + T_m(X) \} \\ d_{1m}^- &= \frac{1}{2} \{ |T_m(X)| - T_m(X) \} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

(3) 最適化計算手法

式(1)～(5)の非線形最適化問題を解くためにSLPを用いる。SLPによる定式化は文献2)と同様であるので省略する。ただし、プレストレスの設計変数の変化量 ΔX_i に対するムーブリミットは、設計点 X_i^* が零になることも考慮して、次式を用いる。

$$-\xi_i X_{i0} \leq \Delta X_i \leq \xi_i X_{i0} \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 ξ_i はムーブリミット係数であり、 X_{i0} は正の基準量で次の値を用いる。

$$X_{i0} = \begin{cases} X_i^* & (X_i^* \geq X^{(0)}) \\ X^{(0)} & (X_i^* < X^{(0)}) \end{cases} \dots \dots \dots (8)$$

ここで、基準量の下限値 $X^{(0)}$ は1mmとする。

最適化計算に用いた手法や、最適解の収束判定式および許容誤差は、文献3)と同じである。

また、緊張量の初期値は、各吊材の部材長 ℓ に対する比が同じになる長さを用いて、導入されるプレストレス力が全吊材とも等しくなるように与える。

3. 最適構造設計例

(1) 下路式アーチ橋

図-1に示すバスケットハンドル型でニールセンローゼ形式のアーチ橋について最適構造設計を行う。各部材の断面形状は、下横構をH形、床桁をI形、吊材をケーブルとし、その他の部材はすべて2軸対称の箱形断面と

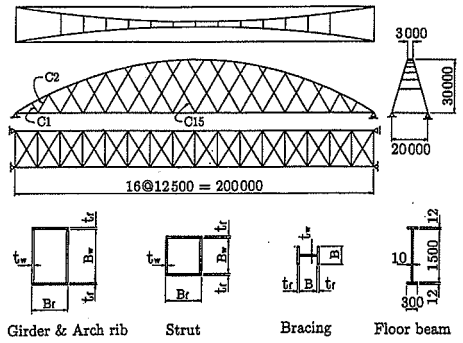


図-1 下路式アーチ橋

表-1 目的関数の最適値と収束回数の比較

Case No.		M			S		
Objective function		$T \geq 0$			$V \rightarrow \min$		
		2			V → min		
Case No.	Prestress	N	V_{opt} (m ³) (%)	T_{min} (t)	N	V_{opt} (m ³) (%)	T_{min} (t)
1	0	13	129.27 (—)	0.0	11	128.46 (-0.6)	-3.4
2	1	11	128.58 (-0.5)	2.4	11	128.58 (-0.5)	2.4
3	15	15	128.22 (-0.8)	0.0	11	128.06 (-0.9)	-4.9
4	15	14	125.29 (-3.1)	6.3	12	125.39 (-3.0)	6.6

する。材質は、補剛桁にSM50Yを、アーチリブにSM58を、吊材にPWSを、その他の部材にはSS41を用いる。

設計変数には、図-1に記号で示した部材の板幅・板厚と、吊材の断面積を用いるものとし、床桁の断面寸法のみ固定とする。ただし、補剛桁、アーチリブともに、フランジ幅とウェブ幅は全長にわたって共通の設計変数とし、吊材の断面積はすべて共通とする。これより、設計変数は48個になる。さらに、プレストレスを導入する場合は、橋軸方向および橋軸直角方向に対称な位置にある吊材の緊張量を、共通の設計変数に選ぶ。

設計荷重には、死荷重、偏載を考慮した活荷重等の27ケースの主荷重と6ケースの従荷重を用い、これらの荷重を組合せる。

表-1に示すように、設計条件①を優先順位が1位の目的関数、条件②を2位の目的関数とする多目的問題(Case-M)について、4通りのプレストレスの条件を用いて計算する。さらに、比較のために、条件①を課さずに条件②のみを目的関数とする単一目的問題(Case-S)についても、4ケースの計算を行う。

表-1のPrestressの欄の I_p はプレストレスに関する設計変数の個数、 X_p^U は緊張量の上限值、 ℓ は吊材長である。Case-1はプレストレスを導入しない場合であり、Case-2は圧縮力が生じる可能性のある支点側から2番目の吊材C2のみにプレストレスを導入した場合である。また、Case-3, 4はすべての吊材にプレストレスを導入

表-2 導入プレストレスの最適値の比較

Cable No.	in (mm)					
	Case No.					
	2		3		4	
M	S	M	S	M	S	
C1	—	—	0.0	0.6*	4.7	4.9
C2	2.7	2.7	1.2*	0.0	10.0	10.3
C3	—	—	0.0	0.0	3.5	4.1
C4	—	—	2.1*	2.1*	21.0*	21.0*
C5	—	—	0.0	0.0	2.1	3.3
C6	—	—	2.7*	2.7*	27.4*	27.4*
C7	—	—	2.2*	2.2*	16.1	16.5
C8	—	—	3.2*	3.2*	31.8*	31.8*
C9	—	—	0.0	0.0	13.6	14.6
C10	—	—	1.4	0.6	32.2	31.5
C11	—	—	0.0	0.1	21.9	18.8
C12	—	—	0.0	0.3	17.4	22.2
C13	—	—	0.0	0.2	14.2	15.7
C14	—	—	2.7	3.5	22.7	22.3
C15	—	—	1.6	3.2	17.4	18.2

表-3 主要部材の断面寸法の最適値の比較

Member	Variable	in (mm, cm ²)	
		Case-M2	Case-M4
Arch rib	$B_f \times t_f \text{ max}$	1717. × 25.3	1667. × 24.5
	$B_f \times t_f \text{ min}$	× 16.6	× 16.4
	$B_w \times t_w \text{ max}$	2000. × 24.3	× 23.9
	$B_w \times t_w \text{ min}$	2000. × 14.8	× 15.0
Girder	$B_f \times t_f \text{ max}$	1357. × 17.6	1285. × 16.9
	$B_f \times t_f \text{ min}$	× 14.4	× 13.6
	$B_w \times t_w \text{ max}$	1500. × 16.3	× 16.3
	$B_w \times t_w \text{ min}$	1500. × 16.3	× 16.3
Hanger	A_c	18.0	18.4

した場合、換算体積がどの程度減少するのかを調べるために行った計算であり、Case-3, 4で緊張量の上限值が異なる。なお、緊張量の初期値は上限値と同じとする。

これら8ケースについて計算した結果を表-1に示す。Nは収束回数で、 V_{opt} は最適体積であり、括弧内の数値はCase-M1に対する増減量の比(%)を表わす。また、 T_{min} は全荷重状態の中で最小となる張力の値であり、全ケースとも吊材C2で発生している。

表-1より、Case-Sでも張力が負とならず結果的に設計条件①が満足されているCase-2, 4では、Case-MとSの最適体積は許容誤差(0.1%)の範囲内で一致している。一方、これ以外のCase-1, 3に着目すると、Case-Mでは優先順位1位の張力に関する目的関数が有効に働くため、第2目的である換算体積はCase-Sの値より若干ながら増加している。

ここで、Case-1, 4における換算体積Vと吊材C2の最小張力 T_{min} の収束状態を図-2に示す。図-2(a)より、換算体積はどのケースも滑らかに収束している。また、図-2(b)より、最小張力はCase-MとSで異なる動きを示しており、特にCase-1においてこの傾向が強くなり、設計条件①の目的関数が有効に働いていることがわかる。

次に、プレストレスの最適値を表-2に示す。なお、表中の数値右肩の*印は、その緊張量が上限値に達してい

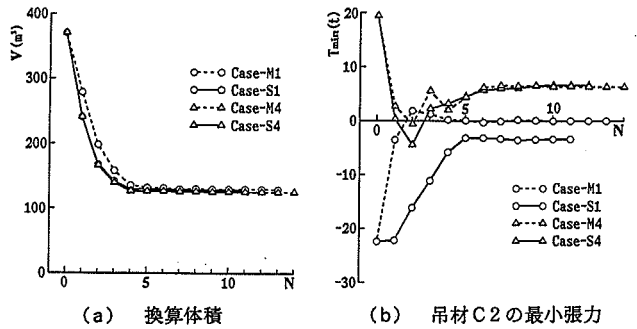


図-2 目的関数の収束状態

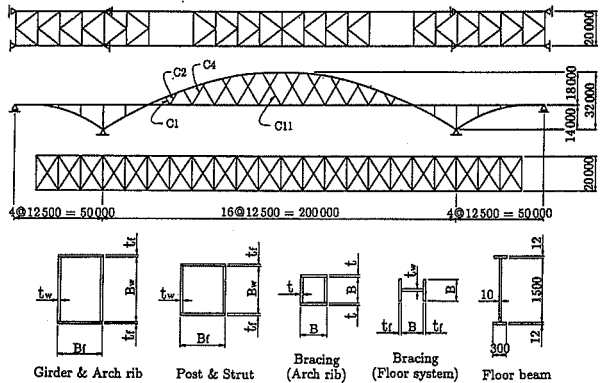


図-3 3径間連続アーチ橋

ることを意味する。表より、Case-Sにおいて最小張力が負となるCase-3を除けば、Case-MとSの値は比較的よく一致していると思われる。

また、プレストレスの導入箇所の異なるCase-M2とM4におけるアーチリブおよび補剛桁の板幅・板厚(ただし、板厚については最大値と最小値のみ)と、吊材の断面積の最適値を表-3に示す。なお、両ケースともアーチリブおよび補剛桁の板厚は、端部で最大、中央部で最小となっている。また、ウェブ高は下限値に収束している。

(2) 3径間連続アーチ橋

図-3に示すような、中央径間の下路式部分をニールセンローゼ形式とする3径間連続アーチ橋について最適構造設計を行う。なお、立体骨組モデルの総節点数は147で、総部材数は335である。

設計変数の選び方は(1)の計算例とほぼ同じであり、プレストレスを除く板幅・板厚および断面積に関する設計変数の個数は77個である。

また、考慮した荷重の種類は(1)の計算例と同じであり、49ケースの主荷重と7ケースの従荷重を組合せる。

表-4に示すように、多目的問題(Case-M)と比較のための単一目的問題(Case-S)について、各々4ケースずつ計算する。各ケースのプレストレスに関する条件は、Case-3を除き、(1)と同じである。なお、Case-3は、

表-4 目的関数の最適値と収束回数と比較

Case No.		M				S			
Objective function	1	$T \geq 0$				$V \rightarrow \min$			
	2	$V \rightarrow \min$							
Case No.	Prestress	N	V_{opt} (m ³) (%)	T_{min} (t)		N	V_{opt} (m ³) (%)	T_{min} (t)	
	I_p	X_p		C2	C4			C2	C4
1	0	—	202.57 (—)	0.0	3.4	12	196.17 (-3.2)	-13.6	-2.4
2	1	$\ell/1000$	197.03 (-2.7)	0.0	0.0	12	196.19 (-3.1)	-5.9	-1.8
3	2	$\ell/1000$	195.46 (-3.5)	10.1	23.5	12	195.46 (-3.5)	10.1	23.5
4	11	$\ell/1000$	194.65 (-3.9)	7.7	15.1	14	194.63 (-3.9)	6.5	15.4

表-5 導入プレストレスの最適値の比較

Cable No.	in (mm)					
	Case No.					
	2		3		4	
	M	S	M	S	M	S
C1	—	—	—	—	0.4	0.2
C2	2.9	1.6	6.5	6.5	6.1	5.8
C3	—	—	—	—	1.4	1.2
C4	—	—	13.9*	13.9*	13.9*	13.9*
C5	—	—	—	—	2.3	1.6
C6	—	—	—	—	17.8*	17.8*
C7	—	—	—	—	2.5	2.0
C8	—	—	—	—	20.0*	19.5
C9	—	—	—	—	12.6	13.3
C10	—	—	—	—	17.9	19.0
C11	—	—	—	—	8.8	11.0

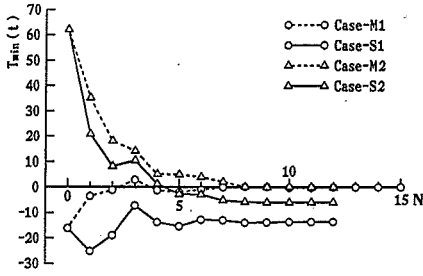


図-4 吊材 C2 の最小張力の収束状態

アーチリブと補剛桁の交差部側から 2 番目と 4 番目の吊材 C2, C4 にプレストレスを導入した場合である。

これら 8 ケースについて計算したときの収束回数 N および最適体積 V_{opt} と、吊材 C2 と C4 の最小張力 T_{min} を表-4 に、Case-2~4 におけるプレストレスの最適値を表-5 に示す。また、Case-1, 2 における吊材 C2 の最小張力 T_{min} の収束状態を図-4 に示す。

(3) 考察

本計算例(1), (2)の結果より次のことがわかる。

- 1) Case-M, S ともに、緊張する吊材の数を増すにつれて、また緊張量の上限値を大きくするにつれて、総鋼重(換算体積)は減少する傾向にある。しかし、上限値を大きくすると実用上過大と思われる緊張量が導入される。
- 2) Case-M は、設計条件①を満たすために、Case-S より換算体積は若干ながら増大する。
- 3) Case-M2 の方法を用いれば、最小の緊張量でもって条件①を満足させることができる。

4. あとがき

ニールセン系アーチ橋を対象に、立体構造解析による最適設計法を提案した。本文では、非線形目標計画法を用いて、鋼重最小とともに、吊材に圧縮力が生じないという制約条件を目的関数とする多目的問題として扱った。さらに、数値計算より、最適な部材の断面寸法並びに吊材のプレストレスを、少ない反復回数で求めることができることを示した。

本計算例では吊材の張力の目標下限値として零を用いたが、この下限値に適当な値を設定することにより、吊材の応力調整を行うことができる。また、プレストレスを導入する吊材の箇所や緊張量の上限値を変えることによって、設計者の意図に応じた最適設計が可能となる。

終りに、図表の作成に大学院生の名取義朗君の協力を得た。ここに、記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 山田善一・小沢健作・中平進夫：アーチ系橋の最適化手法による設計と形式選定、橋梁と基礎、建設図書、Vol.17, No.4, 1983.
- 2) 林 正・平山 博・大森龍一郎：非線形目標計画法の最適構造設計への応用、土木学会論文集、No.437/I-17, 1991.
- 3) 林 正・平山 博：立体骨組構造物の大規模設計問題における実用的最適化計算法、土木学会論文集、No.437/I-17, 1991.
- 4) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説、丸善、1990.

(1992. 5. 1 受付)

OPTIMUM STRUCTURAL DESIGN OF NIELSEN BRIDGES BY NONLINEAR GOAL PROGRAMMING

Masa HAYASHI and Hiroshi HIRAYAMA

In the previous paper, the authors pointed out the advantage of the nonlinear goal programming. In this paper, its utility is applied to the minimum weight designs of Nielsen bridges considering the stress adjustment of the hanger cables. Namely, the constraint conditions for the cable stress as well as the total weight are treated as the objective functions of one-sided goal programming technique, in which the sectional dimensions of the members and the prestress of the cables are used for the design variables. Moreover, the validity of the present technique is shown by the numerical calculations.