

# 3次元構造物—地盤系の非線形地震応答解析

石原哲哉\*・三浦房紀\*\*

本研究は、有限要素法を用いた3次元構造物-地盤系の非線形地震応答解析について検討するものである。材料非線形の解法として荷重伝達法を用いる場合の降伏要素の応力の補正方法として、材料を弾性と仮定して求まる応力に比例定数を乗じて、降伏後の要素の主応力が降伏規準面上に留まるように比例定数を決定する方法を提案する。また、境界処理方法として、構造物からある程度離れた地盤では自由地盤として独立に求めた応答と等しく既知であるとして解析する方法を提案する。

**Key Words** : 3-dimensional system, soil-structure interaction, non-linear seismic response analysis, load transfer method

## 1. はじめに

構造物-地盤系の相互作用は、多くの場合、2次元平面ひずみモデルで解析される。これは、堤防、ダム、トンネル等では、耐震設計上軸方向変位を重要視していないこと等によるものと考えられる。また、橋脚や一般の建築構造物などの様に杭基礎で支持された構造物と地盤との相互作用も同様に2次元平面ひずみ状態を仮定して応答解析が行われることが多い。しかし、この場合には、奥行き方向に無限に続く構造系を仮定したことになり、構造物の奥行きや杭間隔を合理的に評価することが困難である<sup>1)</sup>。

3次元の構造物—地盤系の相互作用に関する研究も行われているが、専ら線形解析で<sup>2)</sup>、非線形性を考慮した研究は少ない<sup>3),4)</sup>。地盤は、材料非線形性が強く、地震時に非線形挙動を示すことは周知のとおりであり、非線形性を考慮した解析が望まれる。

こうした観点から、本研究は、有限要素法を用いた3次元構造物—地盤系の非線形地震応答解析について、その第一歩として、材料非線形の扱いおよび境界処理の方法について検討するものである。

地盤を構成する材料に関しては、これまでに数多くの非線形モデルが提案されている。それらの代表的なモデルにHardin-Drnevichモデル、Ramberg-Osgoodモデルなどがある。ただし、これらは応力-ひずみ関係がせん断応力とせん断ひずみとの関係として記述されているために、一般的な3次元の組み合わせ応力下ではそのまま適用することが困難である。

3次元動的FEM解析で材料非線形性を扱ったものには、Toki and Fu<sup>3)</sup>と玉野<sup>4)</sup>の研究がある。しかし、前

者は降伏規準としてMohr-Coulombの破壊規準を用いているが3次元応力空間内における降伏規準面を扱わずに2次元問題と同様に簡略した形で扱っている。後者は、降伏規準として、取扱が容易なことから3次元応力空間内で円すい形の破壊規準面を有するVon Misesの規準を用いている。この様に、降伏規準として地盤材料によく合うとされているMohr-Coulombの破壊規準を3次元応力空間できちんと扱った研究例は少ない。

ここでは低ひずみレベルでは地盤材料が弾性的な挙動を示すことと取扱が容易であることなどから、地盤の材料非線形性としては、弾性-完全塑性体を仮定し、降伏規準としては、Mohr-Coulombの破壊規準を採用する。材料非線形の解法には、荷重伝達法を用いる。

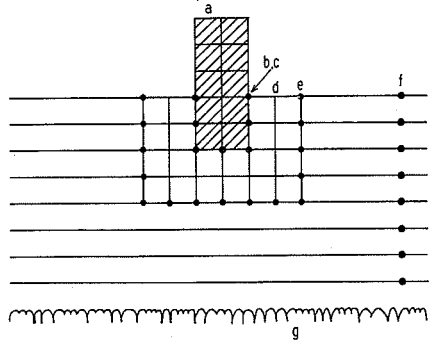
ところで、3次元構造物-地盤系の非線形地震応答解析は、計算規模がきわめて大きくなる為、スーパーコンピュータ等を使用することになると予想される。スーパーコンピュータの高速性を活かす為には、内部記憶領域で計算を実行する必要がある。内部記憶領域は、外部記憶領域に比べると小さな記憶領域となるので、解析モデルの大きさに制約を受けることになる。計算容量を小さくするためには境界の処理が極めて重要なポイントとなり、いくつかの境界処理方法が提案されている。その中で非線形解析が可能で最も計算容量が小さくて済むのは、現在のところ粘性境界を用いる方法である。著者の一人は、仮想仕事の原理に基づいて粘性境界を導入する3次元解析手法を提案し、通常用いられる粘性境界よりもエネルギー吸収能が格段に向上すること、線形領域で3次元の解析領域と自由地盤との運動が完全に一致することを示した<sup>5)</sup>。しかし、粘性境界を用いる解析では、粘性マトリクスを作成しなければならず、計算プログラムにも依るが、剛性マトリクスと同じサイズのマトリクスを用いると非常に大きな内部記憶領域が必要となる。この様な観点から本研究では、新たな境界処理方法とし

\*工修 日本国土開発(株) 技術研究所  
(〒243-03 神奈川県愛甲郡愛川町中津 4036-1)

\*\*工博 山口大学工学部教授

て、構造物からある程度離れた地盤では相互作用の影響が無視でき、そこでの応答は自由地盤として独立に求めた応答と等しく既知であるとして解析する方法を提案する。

本研究では、まず、不規則性を持たない地盤モデルの解析を行って、材料非線形性を考慮した場合にも、3次元の解析領域と自由地盤との運動が一致することを示し、非線形解析方法の妥当性を検証する。次に、今回提案した境界処理方法と粘性境界を用いる方法について、側方境界および底面境界が解析結果に及ぼす影響について検討し、両者の解析結果に大差がないことを示す。



図—1 構造物—地盤系の解析模式図

2. 解析理論

(1) 動的相互作用系の定式化

地盤—構造物系の運動方程式の一般式は、次式のように表される。

$$\begin{bmatrix} [M_{aa}] & [M_{ab}] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ [M_{ba}] & [M_{bb}] + [M_{cc}] & [M_{cd}] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [M_{dc}] & [M_{dd}] & [M_{de}] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [M_{ed}] & [M_{ee}] & [M_{ef}] & 0 \\ 0 & 0 & [M_{fe}] & [M_{fd}] & [M_{ff}] & [M_{fg}] \\ 0 & 0 & 0 & 0 & [M_{gf}] & [M_{gg}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta_a\} + \{\delta_g\} \\ \{\delta_b\} + \{\delta_g\} \\ \{\delta_d\} + \{\delta_g\} \\ \{\delta_e\} + \{\delta_g\} \\ \{\delta_f\} + \{\delta_g\} \\ \{\delta_g\} \end{Bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} [C_{aa}] & [C_{ab}] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ [C_{ba}] & [C_{bb}] + [C_{cc}] & [C_{cd}] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [C_{dc}] & [C_{dd}] & [C_{de}] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [C_{ed}] & [C_{ee}] & [C_{ef}] & 0 \\ 0 & 0 & [C_{fe}] & [C_{fd}] & [C_{ff}] & [C_{fg}] \\ 0 & 0 & 0 & 0 & [C_{gf}] & [C_{gg}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta_a\} \\ \{\delta_b\} \\ \{\delta_d\} \\ \{\delta_e\} \\ \{\delta_f\} \\ \{\delta_g\} \end{Bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} [K_{aa}] & [K_{ab}] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ [K_{ba}] & [K_{bb}] + [K_{cc}] & [K_{cd}] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [K_{dc}] & [K_{dd}] & [K_{de}] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [K_{ed}] & [K_{ee}] & [K_{ef}] & 0 \\ 0 & 0 & [K_{fe}] & [K_{fd}] & [K_{ff}] & [K_{fg}] \\ 0 & 0 & 0 & 0 & [K_{gf}] & [K_{gg}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta_a\} \\ \{\delta_b\} \\ \{\delta_d\} \\ \{\delta_e\} \\ \{\delta_f\} \\ \{\delta_g\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_a\} \\ \{P_b\} \\ \{P_d\} \\ \{P_e\} \\ \{P_f\} \\ \{P_g\} \end{Bmatrix}$$

.....(4)

ただし、[M], [C], [K], {δ}, {P}は順に、質量、減衰、剛性、変位、外力のマトリクスまたはベクトルである。また、添え字は、対象系の構成部分を明示するもので、aは構造物の節点、bは基礎の節点、cは基礎と周辺地盤の境界節点、dは周辺地盤の節点、eは構造物からある程度離れた周辺地盤の節点、fは自由地盤の節点、gは基盤面上の節点を表す(図—1参照)。

式(1)を直接解くと膨大な計算量となる。今、解析の対象としている問題は、地盤と構造物の動的相互作用であり、その影響範囲は、構造物周辺のある限られた範

囲に限定することができると予想される。

構造物から十分に離れば、相互作用の影響は無視できる。そこでは自由地盤の応答として、次式から独立に応答を求めることができる。

$$\begin{bmatrix} [M_{ff}] & [M_{fg}] \\ [M_{gf}] & [M_{gg}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta_f\} + \{\delta_g\} \\ \{\delta_g\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{ff}] & [C_{fg}] \\ [C_{gf}] & [C_{gg}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta_f\} \\ \{\delta_g\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{ff}] & [K_{fg}] \\ [K_{gf}] & [K_{gg}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta_f\} \\ \{\delta_g\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_g \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2)$$

節点eが構造物から離れるに従い、相互作用の影響は小さくなり、そこでの応答は自由地盤の応答に近づくと考えられる。その場合には、

$$\{\delta_e\} \approx \{\delta_f\}, \{\delta_b\} \approx \{\delta_f\}, \{\delta_d\} \approx \{\delta_f\} \dots\dots\dots(3)$$

と近似することが可能である。境界eでの応答が既知であれば、式(1)から

$$\begin{bmatrix} [M_{aa}] & [M_{ab}] & 0 \\ [M_{ba}] & [M_{bb}] + [M_{cc}] & [M_{cd}] \\ 0 & [M_{dc}] & [M_{dd}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta_a\} + \{\delta_g\} \\ \{\delta_b\} + \{\delta_g\} \\ \{\delta_d\} + \{\delta_g\} \end{Bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} [C_{aa}] & [C_{ab}] & 0 \\ [C_{ba}] & [C_{bb}] + [C_{cc}] & [C_{cd}] \\ 0 & [C_{dc}] & [C_{dd}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta_a\} \\ \{\delta_b\} \\ \{\delta_d\} \end{Bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} [K_{aa}] & [K_{ab}] & 0 \\ [K_{ba}] & [K_{bb}] + [K_{cc}] & [K_{cd}] \\ 0 & [K_{dc}] & [K_{dd}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta_a\} \\ \{\delta_b\} \\ \{\delta_d\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_a\} \\ \{P_b\} \\ \{P_{de}\} \end{Bmatrix}$$

.....(4)

ここに、

$$\{P_{de}\} = \{P_d\} - [M_{de}](\{\delta_b\} + \{\delta_g\}) - [C_{de}](\dot{\delta}_d) - [K_{de}](\delta_d)$$

として、解析領域を縮小して解くことができる。

(2) 地盤の非線形性の導入

地盤の材料非線形性としては、弾性—完全塑性体を仮定し、降伏規準としては、Mohr-Coulombの破壊規準を採用する。

a) 運動方程式の解法

式(4)の運動方程式は, Newmarkの $\beta$ 法を用いて時間領域で離散化し, 加速度 $\{\ddot{\delta}_{t+dt}\}$ について整理すると,  
 $[G]\{\delta_{t+dt}\} = \{Q_{t+dt}\}$ .....(5)  
 ここに,

$$[G] = [M] + \frac{1}{2} dt [C] + \beta \cdot dt^2 [K] \dots\dots\dots (6)$$

$$\begin{aligned} [Q_{t+dt}] = & \{P_{t+dt}\} - [C]\{\dot{\delta}_t + \frac{1}{2} dt \ddot{\delta}_t\} \\ & - [K]\{\delta_t + dt \dot{\delta}_t + (\frac{1}{2} - \beta) dt^2 \ddot{\delta}_t\} \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

となる。時刻 $t+dt$ における加速度 $\{\ddot{\delta}_{t+dt}\}$ が求まれば, 時刻 $t+dt$ における速度, 変位は, 次式から求まる。

$$\dot{\delta}_{t+dt} = \dot{\delta}_t + \frac{1}{2} dt \ddot{\delta}_t \dots\dots\dots (8)$$

$$\delta_{t+dt} = \delta_t + dt \dot{\delta}_t + \frac{1}{2} dt^2 \ddot{\delta}_t + \beta \cdot dt^3 \{\ddot{\delta}_{t+dt} - \ddot{\delta}_t\} \dots\dots (9)$$

b) 非線形方程式の解法

材料の非線形性を考慮すると, 剛性マトリクス $[K]$ が変位 $\{\delta\}$ の関数となり, 式(5)は, 直接解くことができない。ここでは, これを荷重伝達法<sup>9)</sup>を用いて解く。荷重伝達法は修正 Newton-Raphson 法とも呼ばれ, 反復計算の過程で剛性マトリクスの修正を行わないため, 増分法などと比較して計算時間が短いという利点がある。解析の手順は, 以下のようになる。

① 第1近似: 材料を弾性として, 運動方程式を解いて式(9)から変位の第一近似 $\{\delta_1\}$ を求める。

この変位 $\{\delta_1\}$ に対応する応力を $\{\sigma_E\}$ とすると,

$$\{\sigma_E\} = [D][B]\{\delta_1\} \dots\dots\dots (10)$$

となる。各要素毎の応力 $\{\sigma\}$ は, 初期応力 $\{\sigma_0\}$ を考慮して,

$$\{\sigma\} = \{\sigma_E\} + \{\sigma_0\} \dots\dots\dots (11)$$

となる。要素の応力 $\{\sigma\}$ から主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ を算出する。ただし,  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ とする。

②降伏の判定: Mohr-Coulombの破壊規準に基づいて降伏の判定を行う。

弾性領域

$$(\sigma_1 - \sigma_3) \leq (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi + 2C \cdot \cos \phi \dots\dots\dots (12)$$

降伏領域

$$(\sigma_1 - \sigma_3) > (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi + 2C \cdot \cos \phi \dots\dots\dots (13)$$

ただし,  $C, \phi$ は, 土の粘着力および内部摩擦角である。

③ 応力の補正: 応力が降伏領域にある場合は, 応力を降伏規準面上に留まるように補正する必要がある。その際, 最も簡単で, これまで用いられている方法<sup>9)</sup>は, 降伏規準面上に垂直に応力を補正する方法である(図-3参照)。しかし, この方法によると後述する様に誤差が蓄積されて, 解が発散することがあることが判った。そこで, ここでは, 主応力の大きさに比例して補正する手法を提案する。すなわち, 補正後の応力が降伏規準面上に留まると仮定し, 補正後の応力状態を次のように定め

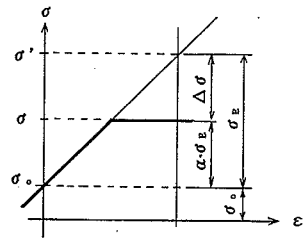


図-2 降伏後の応力補正方法

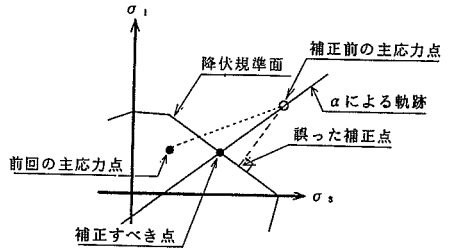


図-3 補正係数 $\alpha$ の設定方法

る(図-2参照)。

$$\{\sigma\} = \alpha \cdot \{\sigma_E\} + \{\sigma_0\} \dots\dots\dots (14)$$

ここに,  $\alpha$ は補正係数である( $\alpha$ の設定方法はc)で詳述する)。

④ 調整外力: 主応力を降伏規準面上に留めるための要素の調整応力 $\{\Delta\sigma\}$ は,

$$\{\Delta\sigma\} = (1-\alpha)\{\sigma_E\} \dots\dots\dots (15)$$

となる。調整応力 $\{\Delta\sigma\}$ から, 要素の調整節点力 $\{\Delta q\}$ は,

$$\{\Delta q\} = \int_v [B]\{\Delta\sigma\} dV \dots\dots\dots (16)$$

となる。各要素の調整節点力 $\{\Delta q\}$ から, 全体の調整外力 $\{\Delta Q\}$ は,

$$\{\Delta Q\} = \Sigma\{\Delta q\} \dots\dots\dots (17)$$

となる。

⑤ 反復計算: 荷重 $\{Q\}$ , 要素の初期応力 $\{\sigma_0\}$ を

$$\{Q\} = \{Q\} + \{\Delta Q\} \dots\dots\dots (18)$$

$$\{\sigma_0\} = \{\sigma_0\} + (1-\alpha)\{\sigma_E\} \dots\dots\dots (19)$$

と修正して, 反復計算を行う。調整外力 $\{\Delta Q\}$ が小さくなった時点で反復計算を打ち切る。

c) 補正係数 $\alpha$ の設定方法

ここでは, 降伏後の応力状態を式(14)のように仮定している。従って, 補正後の主応力は, 3次元の主応力空間において,  $\alpha$ を媒介変数として,

$$\sigma_1 = a_1 \cdot \alpha + b_1 \dots\dots\dots (20)$$

$$\sigma_2 = a_2 \cdot \alpha + b_2 \dots\dots\dots (21)$$

$$\sigma_3 = a_3 \cdot \alpha + b_3 \dots\dots\dots (22)$$

で表される直線の軌跡を描く。この直線を決定するためには, 2点の主応力が必要である。第一点を先に求めた主応力点 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ とすると, これは $\alpha$ が1の場

合に相当する。第二点を仮に  $\alpha$  を 0.8 として、

$$\{\sigma''\} = 0.8 \cdot \{\sigma_E\} + \{\sigma_0\} \dots\dots\dots (23)$$

で表される応力状態の主応力点 ( $\sigma_1'', \sigma_2'', \sigma_3''$ ) とすると (ただし、 $\sigma_1'' \geq \sigma_2'' \geq \sigma_3''$ )、未定定数は、

$$a_1 = 5 \cdot (\sigma_1' - \sigma_1''), \quad b_1 = -4 \cdot \sigma_1' + 5 \cdot \sigma_1'' \dots\dots\dots (24)$$

$$a_2 = 5 \cdot (\sigma_2' - \sigma_2''), \quad b_2 = -4 \cdot \sigma_2' + 5 \cdot \sigma_2'' \dots\dots\dots (25)$$

$$a_3 = 5 \cdot (\sigma_3' - \sigma_3''), \quad b_3 = -4 \cdot \sigma_3' + 5 \cdot \sigma_3'' \dots\dots\dots (26)$$

となる。補正後の主応力が、降伏規準面上に留まると仮定すると、

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi + 2C \cdot \cos \phi \dots\dots\dots (27)$$

を満足しなければならない。式 (27) に式 (20)、式 (22) を代入して、 $\alpha$  について解けば、

$$\alpha = \{ (b_1 + b_3) \sin \phi + 2C \cdot \cos \phi - (b_1 - b_3) \} / \{ (a_1 - a_3) - (a_1 + a_3) \sin \phi \} \dots\dots\dots (28)$$

となる (図-3 参照)。

### 3. 解析方法の妥当性の検討

ここでは、今回提案した解析方法の妥当性について検討する。まず、不規則性を持たない地盤モデルを用いて、材料非線形性の扱いの妥当性及び側方の境界処理によって3次元の解析領域の運動が自由地盤の運動と一致するか否かの検討を行う。次に、今回提案した境界処理方法と粘性境界による方法とについて、側方境界および底面境界の設定位置が解析結果に及ぼす影響を比較検討する。

#### (1) 材料非線形性および境界処理方法の検討

ここでは、材料非線形性の取扱方法について検討し、今回提案した境界処理方法および粘性境界を用いる方法によって3次元の解析領域の運動が自由地盤のそれと一致することを示す。

##### a) 解析条件

層要素による解析モデル(ケース1)を図-4に、立体要素による解析モデル(ケース2, 3, 4)を図-5に示す。層要素による解析モデルは、層厚 2 m × 10 層、立体要素による解析モデルは、幅 4 m × 5 列、奥行き 4 m × 5 列、深さ 2 mm × 10 層である。材料定数は、単位体積重量 1.6 t/m<sup>3</sup>、ポアソン比 0.4、せん断波速度 100 m/s、粘着力 1.5 t/m<sup>2</sup>、摩擦角 15° としている。

地震波入力を想定した外部加振の場合は、以後の解析も含めて全て、次式の様な入力波とした(図-6 参照、以後このような波形をランプ波と呼ぶ)。

$$a = a_{\max} \cdot t \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

$$a = a_{\max} \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \quad (1 < t) \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 $a_{\max}$  は最大加速度振幅、 $f$  は振動数である。

また、解析領域内の節点に外力を作用させて逸散波を発生させる内部加振の場合は、次式のようなベル型波形とした(図-7 参照)。

$$P = P_{\max} \cdot \{1 - \cos(2\pi f \cdot t)\} / 2 \dots\dots\dots (30)$$

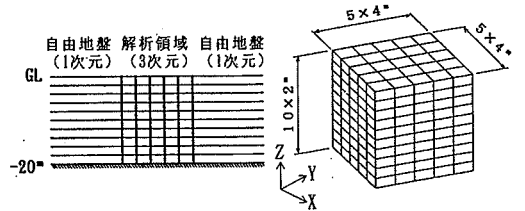


図-4 自由地盤の要素分割 図-5 解析領域の要素分割

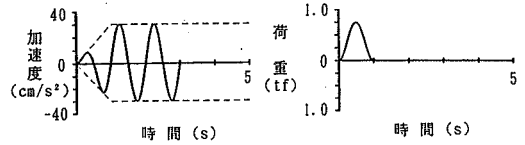


図-6 入力加速度波形 図-7 外力波形

ここに、 $P_{\max}$  は最大荷重振幅である。

ケース1~4は、外部加振で入力加速度は、最大振幅 100 cm/s<sup>2</sup>、振動数 2 Hz とした。減衰定数は、後に述べるように非線形解析の解の安定性を考慮して、1次の固有周期に対して  $h_1$  が 0.05 の剛性比例型とした。

加振方向は X 方向、 $\beta$  は 1/4、計算時間間隔は 0.001 sec で、これらは以後の解析においても特にことわりがない限り全て同様である。

ケース1は、層要素による1次元の解析である。ケース2は、立体要素を用いて、側方境界を Z 方向固定支持、X、Y 方向自由支持とした解析である。ケース3は、今回提案した境界処理方法で、境界での応答は自由地盤の応答に等しく既知であるとする解析である。以後これを既知境界と呼ぶ。ケース4は、粘性境界を設定し、さらに、境界では自由地盤の水平せん断力に釣り合う鉛直方向のせん断力を節点外力として作用させている。以後これを粘性・剛性境界と呼ぶ。ケース3, 4の境界に用いる自由地盤の応答はケース1の結果を使用している。ケース1~4ともに底面境界は固定支持としている。自由地盤(1次元解析)と3次元解析の比較のための解析条件を表-1に示す。

##### b) 解析結果

層要素を用いた1次元解析の応答波形を図-8に示す。GL-18 m、-12 mの加速度波形には、高振動数成分が生じている。高振動数成分の発生は、要素が降伏する時刻と一致している。この原因について検討するため、式(5)を変位に関する方程式に改めて解析を行ったが、結果は全く同様となった。さらに、加速度の算定方法を次式の様に、時刻  $t+dt$  における釣合から求めるように改めたが、結果はほぼ同様になった。

$$\{\delta_{t+dt}\} = [M]^{-1} \{ -[C] \{\delta_{t+dt}\} - [K] \{\delta_{t+dt}\} + \{P_{t+dt}\} \} \dots\dots\dots (31)$$

以上のことから、この高振動数成分は、荷重伝達法を用いているため、要素の降伏による補正外力が急激に増加し

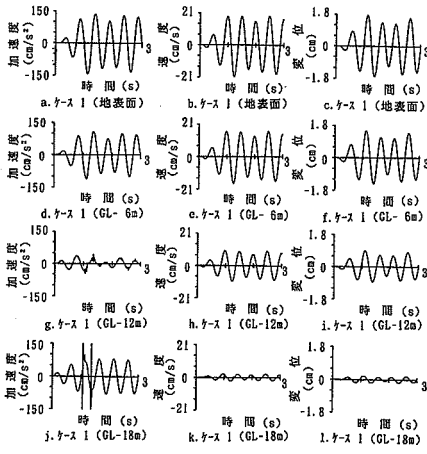


図-8 層要素による解析結果

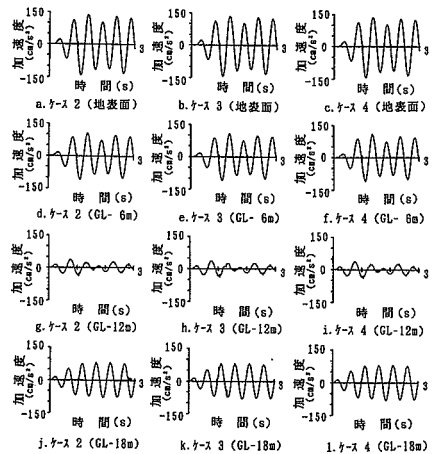


図-9 立体要素による解析結果

表-1 解析条件

ケース	側方境界	底面境界	内部減衰	備考
1	—	固定	0.05	層要素による解析 側方は2方向を固定 既知境界 粘性・剛性境界
2	X, Y自由	固定	0.05	
3	既知	固定	0.05	
4	粘・剛性	固定	0.05	

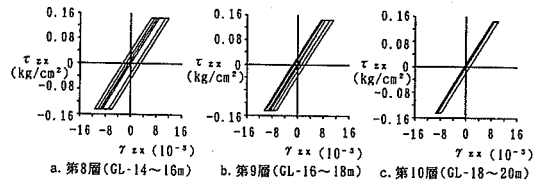


図-10 応力-ひずみ関係

た場合に、外力が衝撃的に加わった場合と同様な現象を生じるためと考えられる。この高振動数成分は、内部減衰を5%程度考慮しておけばやがて減衰し、全体の応答結果に大きな影響を与えることはない。速度波形および変位波形にはこのような高振動数成分は生じていない。

図-9は、ケース2, 3, 4の加速度応答波形である。

ケース2でもケース1と同様な高振動数成分が認められるがごく僅かである。これは、立体要素は層要素に比べて自由度が非常に大きいので補正外力による衝撃が分散され、減衰により吸収される為と考えられる。

ケース3は、ケース2と比較すると高振動数成分がやや多いが、これは側方境界にケース1の応答結果を用いているためである。側方境界にケース2の応答結果を用いれば、ケース2と全く同様の応答になると考えられる。

ケース4は、ケース2と同様で高振動数成分はごく僅かである。これは剛性境界および粘性境界にケース1の応答結果を用いているが、速度と変位のみで高振動数成分の大きい加速度は入力されないためである。

速度波形、変位波形とも4ケースの結果は5/1000以下の誤差範囲で良く一致していることを確認した。

応力-ひずみ関係は、変位から算定されるため、前述の高振動数成分の影響は全くみられず、4ケースとも良く一致した。図-10にケース3の応力-ひずみ(τ<sub>xx</sub>-γ<sub>xx</sub>)関係を示す。図は、材料特性として仮定したとおりの弾性-完全塑性の履歴ループを描いている。また、他の応力・ひずみ成分はゼロとみなせる程度に小さな値となることを確認した。このことは、式(13)の降伏後の応力

の補正に関する仮定の妥当性を示している。

ところで、2次元応力状態では、Mohrの応力円において中心を一定として降伏規準線に接するように降伏後の応力状態を定めている例<sup>2)</sup>がみられる(図-11参照)。この方法を3次元の応力状態に用いると、3次元の主応力空間において、変位の第一近似{δ<sub>i</sub>}から求まる要素の主応力点(σ<sub>1</sub>, σ<sub>2</sub>, σ<sub>3</sub>)から降伏規準面に垂線を下ろし、その垂線の足を降伏後の主応力とすることになる(図-12参照)。この方法で実際に計算を行ったところ、せん断応力しか発生しない様な外力を与えていても他の応力成分が誤差として生じ、解析時間間隔を小さくしても、繰返しに伴って誤差が蓄積され、やがて解が発散してしまうことが確認された。この理由を2次元応力状態で説明すると、Mohrの応力円が降伏規準線に接するように定める際に、応力円の中心は一定と仮定しているが、この仮定が一般の応力状態では成り立たないためである。

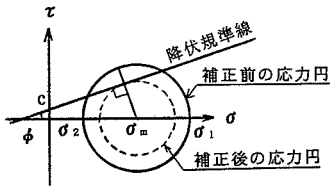
以上より、不規則性を持たない地盤モデルでは、今回提案した境界処理方法および他の方法のいずれも、3次元の解析領域の運動と自由地盤の運動とは、弾塑性領域の振動においても一致することが確かめられた。

## (2) 側方境界の検討

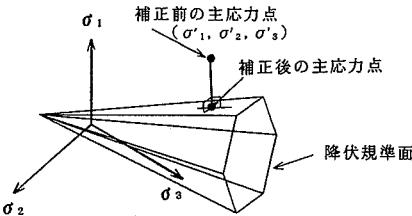
ここでは、粘性境界と今回提案した境界処理方法とを比較検討する。

### a) 解析条件

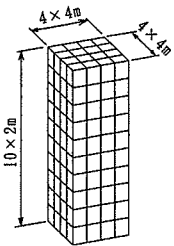
材料定数は、単位体積重量1.6 t/m<sup>3</sup>、ポアソン比0.4、せん断波速度100 m/s、の弾性体とした。



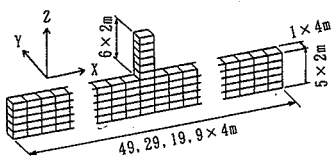
図—11 2次元応力状態の降伏後の応力補正方法



図—12 3次元主応力空間の誤った応力補正方法



図—13 解析モデル  
(ケース5, 6, 7)



図—14 解析モデル  
(ケース8~15)

有限要素のモデル分割を図—13 (ケース5, 6, 7), 図—14 (ケース8~15) に示す。

ケース5~7は、4×4×10要素の均一な地盤モデルを用いて、内部加振により境界からの反射による逸散波の発生程度と粘性境界の効果とを検討するものである(表—2参照)。加振は、地表面のモデル中心位置とした。加振外力は、最大荷重100 ton·f、振動数1 Hzのベル型波としている。

ケース5, 6は、周辺固定支持とし、内部減衰はそれぞれ0%, 1%している。内部加振問題では、自由地盤の応答はゼロなので既知境界は周辺固定支持と同等となる。ケース7は、周辺に粘性境界を設定している。

ケース8~15は、地盤と構造物のモデルを用いて、内部加振による構造物の自由振動により発生する逸散波を対象に、既知境界と粘性・剛性境界との比較検討を行うものである。また、外部加振によっても、同様の比較検討を行う。特に、境界の設定位置による影響をみるため解析モデルの奥行きは、全て4 m×1列とし、幅は、4 m×49列、4 m×29列、4 m×19列、4 m×9列の4種類とした(表—3参照)。

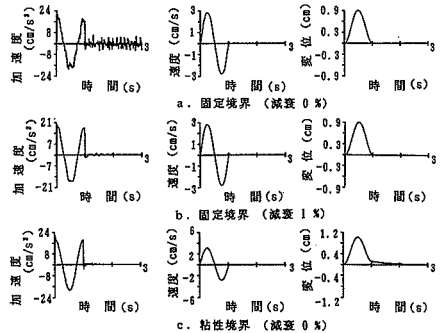
構造物のモデルは、材料定数は地盤と同一にし、Z方向は固定支持としてせん断変形だけを許容するようにし

表—2 解析条件 (境界での反射, 内部加振)

ケース	側方境界	底面境界	内部減衰	備考
5	固定	固定	0	4×4×10要素17#
6	固定	固定	0.01	"
7	粘性	固定	0	"

表—3 解析条件 (構造物の自由振動, 外部加振)

ケース	側方境界	底面境界	内部減衰	備考
8	既知	固定	0.02	49×1×5要素17#
9	粘・剛性	固定	0.02	"
10	既知	固定	0.02	29×1×5要素17#
11	粘・剛性	固定	0.02	"
12	既知	固定	0.02	19×1×5要素17#
13	粘・剛性	固定	0.02	"
14	既知	固定	0.02	9×1×5要素17#
15	粘・剛性	固定	0.02	"



図—15 異なる境界処理条件による応答の比較

ている。地盤および構造物のモデルは、Y方向を全て固定支持としている(平面ひずみ状態)。粘性境界および既知境界は、Y-Z平面にのみ設定している。内部加振の加振点は、構造物頂部の2箇所とした。加振外力は、ケース5~7と同一である。外部加振の加振波形は、ランプ波で最大加速度100 cm/s<sup>2</sup>、振動数2.08 Hz(構造物の固有振動数)としている。

b) 解析結果

ケース5~7の加振点の応答を図—15に示す。加振力の継続時間は1秒である。従って、これ以後の振動は境界からの反射波と考えられる。ケース5では、1秒以後にも他と比較して大きな加速度振幅が現れており、境界からの反射波の影響は大きい(図—15.a)。しかし、内部減衰を1%程度考慮すれば、その影響は殆どなくなる(ケース6, 図—15.b)。粘性境界を考慮すると、加速度の反射波はよく吸収されている(ケース7, 図—15.c)。しかし、変位波形には、1秒後に残留変位が生じている。

ケース8~15の内部加振の解析結果から得られた地表面の最大加速度の分布を図—16に示す。構造物から十分に離れた位置に境界を設定すれば、境界処理の影響は殆どなく、同一の応答となる(図—16, ケース8, 9, 10, 11)。境界の位置がある程度構造物に近づくと、構造物から十分に離れた位置に境界を設定した場合の応答と比較して、境界付近の応答に差異が生じてくる。しか

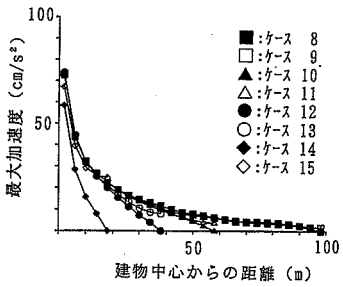


図-16 境界の設定位置による応答の変化 (内部加振)

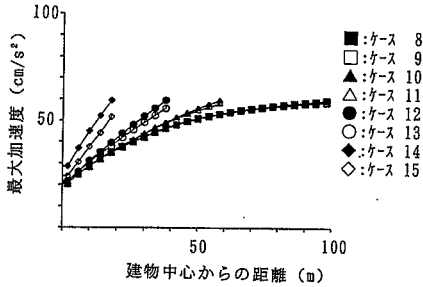


図-17 境界の設定位置による応答の変化 (外部加振)

し、境界から離れた地点の応答には大きな差異はない(図-16, ケース 12, 13)。境界の位置がある限度以上に構造物に近づくと、境界の影響が全体に及び、構造物から十分に離れた位置に境界を設定した場合の応答に比較して大きな差異が生じる(図-16, ケース 14, 15)。これらの傾向は、粘性境界及び固定境界ともほぼ同様であるが、粘性境界の方が境界の影響が小さく、特に、境界の位置が構造物に近い場合に顕著となる。

ケース 8~15 の外部加振の解析結果から得られた地表面の最大加速度の分布を図-17 に示す。境界の影響は、内部加振の場合と同様の傾向であるが、粘性・剛性境界と既知境界との差は、境界の位置が構造物に近いケースでも内部加振の場合ほど大きくはない。

(3) 底面境界の検討

ここでは、底面境界について今回提案した境界処理方法と粘性境界とを比較検討する。

a) 解析条件

自由地盤のモデルを図-18 に示す。3次元の解析モデルの要素分割は、幅 4 m×5 列、奥行き 4 m×5 列、深さ 2 m×10 層としている。材料定数は、単位体積重量 1.6 t/m<sup>3</sup>、ポアソン比 0.4、せん断波速度 100 m/s、粘着力 1.5 t/m<sup>2</sup>、摩擦角 15°としている。

底面境界は、ケース 16 では既知境界とし、ケース 17 では固定境界とし、ケース 18, 19 では粘性境界としている。側方境界は、ケース 16, 17, 18 では既知境界とし、ケース 19 では粘性・剛性境界としている。底面境界の比較のための解析条件を表-4 に示す。

入力は、最大加速度 80 cm/s<sup>2</sup>、振動数 1 Hz のランプ

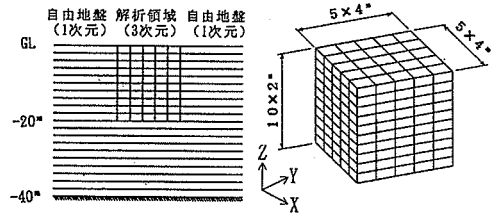


図-18 自由地盤の3次元解析領域の要素分割

表-4 解析条件 (底面境界の比較)

ケース	側方境界	底面境界	内部減衰	備考
16	既知	既知	0.03	均一入力、GL-40m入力
17	既知	固定	0.03	〃
18	既知	粘性	0.03	〃
19	粘・剛性	粘性	0.03	〃

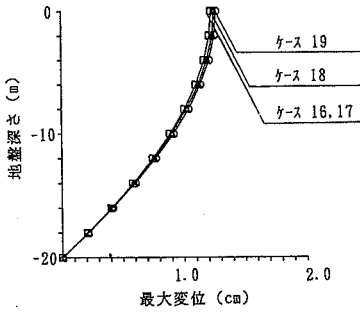
波を用いて、ケース 16, 17 では、自由地盤の底面 (GL-40 m) から入力し、3次元解析領域の側方境界および底面境界 (GL-20 m) での応答値を計算した。ただし、変位および速度は、解析領域の底面境界を基準点とする相対応答値に換算して用いた。ケース 18, 19 の入力は、GL-20 m で 2 つのモデルに分割して、次のように応答計算した結果を用いた。まず、GL-20 m から GL-40 m までの層要素モデルを用いて、GL-20 m を自由表面とし、GL-40 m を基盤として応答計算を行った。次に、GL-0 m から GL-20 m までの層要素モデルを用いて、GL-0 m を自由表面、GL-20 m を基盤とし、粘性境界を設定して、先に求めた GL-20 m を自由表面とした場合の応答加速度を入力して応答計算を行った。

b) 解析結果

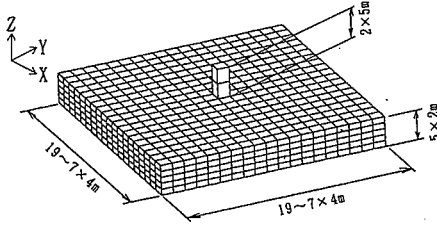
ケース 16, 17 とケース 18, 19 とでは、入力の方法が異なるので、GL-20 m を基準にした相対変位で比較する。相対変位の最大値を図-19 に示す。ケース 16, 17 の結果は、最大値およびその発生時刻ともに良く一致した。また、層要素モデルで計算した自由地盤の応答とも良く一致した。既知境界としたケースと固定境界としたケースとで応答結果に差が現れなかった理由は、次のように説明できる。式 (4) の右辺の既知応答量に関する項において、底面境界に関しては相対変位、相対速度をゼロとしているので値を持つのは加速度の項のみである。しかし、加速度項の質量マトリクスは非対角成分であり非常に粗なマトリクスとなっている。従って、底面境界に関する部分は、数値的に小さく、底面を固定支持とした場合と大きな差がないと考えられる。

ケース 18, 19 の結果は、最大値およびその発生時刻に多少の差があるがほぼ一致した。また、ケース 18 およびケース 19 とケース 16 とを比較すると最大値の発生時刻に差があるが、最大値はほぼ一致した。

以上のことから、不規則性を持たない地盤モデルでは、



図—19 底面境界処理の比較



図—20 3次元連成モデル

側方境界および底面境界での応答は自由地盤の応答に等しく既知であるとして解析することによって、3次元の解析領域の運動と自由地盤の運動とは、弾塑性領域の振動においても一致することが確かめられた。また、この場合には、底面境界を固定としても、ほぼ同一の結果が得られた。

底面境界に粘性境界を設定した場合には、入力の方法を正しく設定すれば、3次元の解析領域の相対応答と層要素を用いて連続体として計算した自由地盤の相対応答とは、弾塑性領域の振動においてもほぼ同等の結果が得られた。

(4) 3次元連成モデルによる解析領域の大きさの検討

側方境界の比較ではY方向を固定とした平面ひずみモデルを用いて弾性解析で検討したが、ここでは地盤と構造物の3次元連成モデルを用いて弾塑性解析で、境界の設定位置が解析結果に及ぼす影響について検討する。

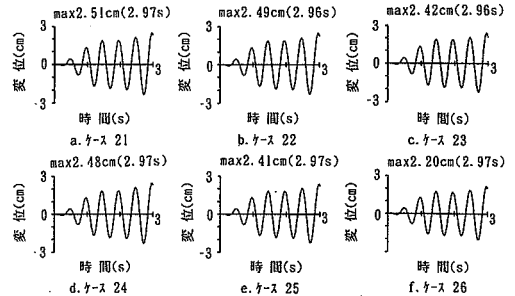
a) 解析条件

地盤と構造物の連成モデルを図—20に示す。地盤の材料定数は、単位体積重量  $1.6 \text{ t/m}^3$ 、ポアソン比 0.4、せん断波速度  $100 \text{ m/s}$  とし、弾塑性解析の場合には、粘着力  $4 \text{ t/m}^2$ 、摩擦角  $15^\circ$  とした。構造物は、 $4 \text{ m} \times 4 \text{ m} \times 5 \text{ m}$  の要素2個でモデル化している。構造物の材料定数は、単位体積重量  $1.6 \text{ t/m}^3$ 、ポアソン比 0.4、せん断波速度  $300 \text{ m/s}$  の弾性体とした。3次元連成モデルの解析条件を表—5に示す。

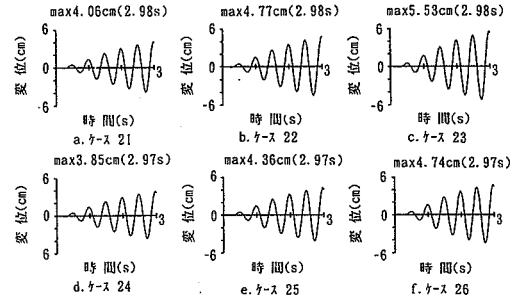
入力は、最大値  $100 \text{ cm/s}^2$ 、周期 2秒のランプ波としている。自由地盤の応答は、 $5 \times 5 \times 5$  要素のモデルで周

表—5 3次元連成モデルの解析条件

ケース	側方境界	底面境界	内部減衰	備考
20	既知	固定	0.05	$19 \times 19 \times 5$ 要素モデル
21	"	"	"	$15 \times 15 \times 5$ 要素モデル
22	"	"	"	$11 \times 11 \times 5$ 要素モデル
23	"	"	"	$7 \times 7 \times 5$ 要素モデル
24	粘・剛性	固定	0.05	$15 \times 15 \times 5$ 要素モデル
25	"	"	"	$11 \times 11 \times 5$ 要素モデル
26	"	"	"	$7 \times 7 \times 5$ 要素モデル



図—21 3次元連成モデル弾性解析



図—22 3次元連成モデル弾塑性解析

辺をZ方向固定として解析した結果を用いた(層要素による解析では、塑性率が大きいために前述の高振動数成分により解が発散してしまった)。

b) 解析結果

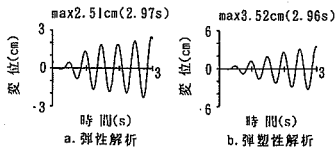
弾性解析結果から得られた構造物と地盤との境界節点の応答変位を図—21に示す。境界設定位置の違いおよび境界処理方法の違いによらず、変位波形の全体形状および最大値に余り大きな差は見られない。詳細に比較すると、境界条件によらず境界設定位置が構造物に近づくほど、最大値が小さくなる傾向がある。既知境界と粘性・剛性境界とを比較すると後者の方が最大値がやや小さくなっている。

弾塑性解析結果から得られた構造物と地盤との境界節点の応答変位を図—22に示す。境界条件によらず境界設定位置が構造物に近づくほど、最大値が大きくなる傾向があり、弾性解析と逆の傾向となっている。また、弾性解析では、ケース 21 とケース 23 との差が最大値の比較で約 4%、ケース 24 とケース 26 との差が同じく約 11% であったが、弾塑性解析では、その差が、それぞ

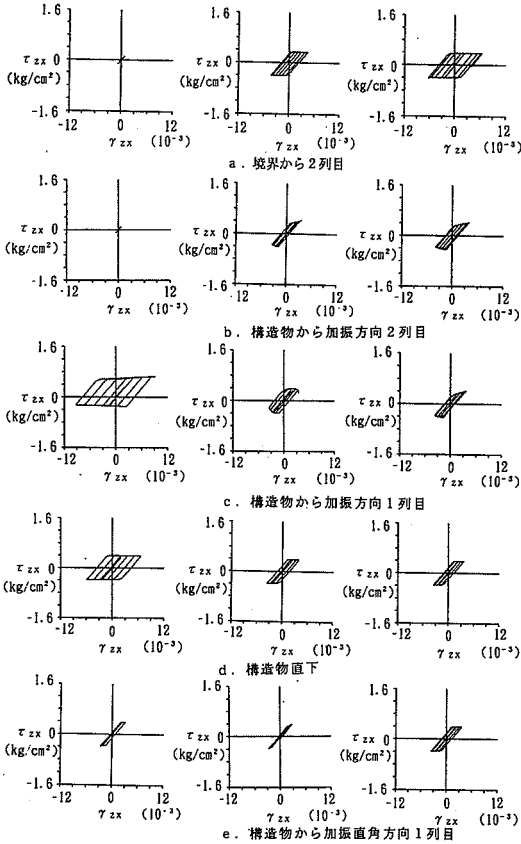


表—6 既知境界と粘性・剛性境界の記憶領域の比較

	総自由度	バンド幅	剛性マトリクス	全記憶領域	弾塑性計算時間
ケース 21	2964	282	3.19 MB	10.7 MB	4,538 sec
ケース 24	3864	318	9.37 MB	20.2 MB	7,538 sec



図—23 ケース 20 (地盤 19×19×5 要素モデル)



図—24 応力-ひずみ関係(ケース 20)  
(左:第1層 中:第3層 右:第5層)

れ 36%, 23% と広がっている。境界処理方法の違いによる最大値の差は、ある程度大きなモデル(ケース 21 とケース 24)では約 5% と小さい。

比較的大きなモデル(ケース 20)の構造物と地盤との境界節点の応答変位を図—23 に示す。弾性解析の結果は、ケース 21 の弾性解析の結果と一致した。弾塑性解析の結果は、ケース 21 およびケース 24 の弾塑性解析の結果より最大値の比較で 9~15% 小さくなった。

ケース 20 の応力-ひずみ関係 ( $\tau_{zx}-\gamma_{zx}$ ) を図—24 に示す。応力-ひずみ関係は、ケース 20, 21, 24 ではひずみの最大値に多少の差があるが全体の形状には余り大きな差がみられなかった。境界付近(図—24. a)では、加振方向軸応力  $\sigma_x$  がわずかに生じているが、 $\tau_{zx}-\gamma_{zx}$  曲線は自由地盤のそれとほぼ一致した。構造物直下(図—24. d)

では、応力成分は  $\tau_{zx}$  のみで他の応力成分はほとんどゼロであった。従って、図—24. a, d では、 $\tau_{zx}-\gamma_{zx}$  曲線がきれいな平行四辺形となっている。加振方向の構造物近傍(図—24. b, c)では、鉛直応力が生じており、このために  $\tau_{zx}-\gamma_{zx}$  曲線がきれいな平行四辺形となっていない。加振直角方向の構造物近傍(図—24. e)では、 $\tau_{zx}$  の他に  $\tau_{xy}$  が生じているがその他の応力成分はゼロであった。応力歪関係は、ほぼ予想された通りの結果となった。

3 次元の連成モデルの弾塑性解析から、次のようなことが言える。境界の設定位置が構造物に近づくに従って、解析の対象としている構造物およびその周辺地盤の応答に及ぼす境界の影響が大きくなる。その影響の程度は、弾性解析よりも弾塑性解析の方が大きい。また、境界の位置を構造物からある程度離れた点に設定すれば、境界処理方法の違いによる、構造物および構造物周辺地盤の応答結果の差は小さい。

ここでの解析においては、プログラムが容易なことから連立方程式の解法に半バンド・マトリクス法を用いている。質量マトリクスは、分布質量型を用いているため、剛性マトリクスと同じ半バンドのマトリクスとした。また、粘性境界を用いる場合には、粘性マトリクスも同様とした。このため、同じ要素分割の解析モデル(ケース 21, 24)を用いても粘性・剛性境界による方法の方が既知境界による方法に比べて、記憶領域で約 2 倍、弾塑性解析の計算時間で約 1.5 倍となっている(表—6 参照)。なお、ここでの計算には、NEC 製のスーパーコンピュータ SX-JA を用いた。

既知境界と粘性・剛性境界とを比較すると、逸散波の吸収、境界設定位置の影響などの点で、境界処理方法としては粘性・剛性境界の方がやや優れていると思われる。しかし、弾塑性解析では境界の設定位置は、構造物からある程度十分離れた点に設定する必要があり、その場合には、境界の処理方法の違いによる、構造物およびその周辺地盤の応答結果の差は小さい。従って、記憶領域および計算時間の面から、今回提案した既知境界による方法も有効であると考えられる。

#### 4. 結 論

本研究は、有限要素法を用いて 3 次元地盤-構造物系の非線形地震応答解析を行うために、材料非線形性の扱いと境界の扱いについて検討したものである。ここでは、地盤の材料非線形性として弾性-完全塑性体を仮定し、降

伏規準として Mohr-Coulomb の破壊規準を採用した。

本研究では、降伏後の要素の応力の補正方法として、材料を弾性と仮定して求まる応力に比例定数を乗じて、降伏後の要素の主応力が降伏規準面上に留まるように比例定数を決定する方法を提案した。また、境界の処理方法として、構造物からある程度離れた地盤では連成の影響が無視でき、そこでの応答は自由地盤として独立に求めた応答と等しく既知であるとして解析する方法を提案した。提案した方法を用いて、まず、不規則性を持たない地盤モデルの解析を行い、材料非線形性を考慮した場合にも、3次元の解析領域と自由地盤との運動が一致するか否かの検討を行った。次に、今回提案した境界処理方法と粘性境界を用いる方法とについて、側方境界および底面境界が解析結果に及ぼす影響について比較検討した。以下にそのまとめを述べる。

- (1) 降伏後の要素の応力の補正方法として、材料を弾性と仮定して求まる応力に比例定数を乗じて、降伏後の要素の主応力が降伏規準面上に留まるように比例定数を決定する方法を用いれば、解が発散することなく、仮定したとおりの応力-ひずみ関係に従った応答が得られる。
- (2) 今回提案した境界処理方法または粘性境界と共に水平せん断力に釣り合う鉛直節点外力を考慮する方法のいずれも、不規則性を持たない地盤モデルでは、3次元の解析領域の運動と自由地盤の運動とが、弾塑性の振動領域においてもほぼ完全に一致することが確かめられた。
- (3) 底面境界を今回提案した方法で解析した結果は、底面を固定支持として解析した結果とほぼ同一となった。また、底面を粘性境界とした場合には、入力の方法を正しく設定すれば、解析領域の相対応答は、底面を連続として解析した結果の相対応答とほぼ同様となった。
- (4) 平面ひずみ状態の構造物-地盤の連成モデルによる弾性解析によれば、境界の設定位置が構造物からある程度離れると、境界の影響は、境界付近のごくわずかな部分に限定される。この場合には、今回提案した方法と粘性境界を用いる方法との差異は比較的小さなものになる。
- (5) 3次元の構造物-地盤の連成モデルによる弾塑性解析によれば、境界の設定位置が構造物に近づくに従っ

て、解析の対象としている構造物およびその周辺地盤の応答に及ぼす境界の影響が大きくなる。その影響の程度は、弾性解析よりも弾塑性解析の方が大きい。また、境界の位置を構造物からある程度離れた点に設定すれば、境界処理方法の違いによる、構造物および構造物周辺地盤の応答結果の差は小さい。

(6) 今回提案した境界処理方法は、粘性境界を用いる方法に比べると、逸散波の吸収、境界設定位置の影響などの点で、境界処理方法としてはやや劣るが、粘性マトリクスが不要であること、境界の応答を既知としているので解析の自由度が小さくなること、などにより計算機の記憶領域が小さくなり、計算時間が短くなる点で有効である。

以上で、本研究で提案した解析手法の有効性が示されたと考える。今後は、ジョイント要素を用いて杭基礎と地盤との接触面における剥離や滑動を考慮した応答解析を試みる予定である。

#### 参考文献

- 1) 大平彰・田蔵隆：中松新・清水勝美：地盤反力の三次元的効果を考慮した群杭基礎構造物の二次元有限要素法解析モデルの作成方法，土木学会論文集，第356号/I-3，pp.303~312，1985年4月。
- 2) 竹宮宏和・角谷務・佐伯光昭：離散化手法による群杭基礎の動的解析法と動特性評価，土木学会論文集，第416号/I-13，pp.411~418，1990年4月。
- 3) Kenzo Toki and Chang Sheng Fu：Generalized method for nonlinear seismic response analysis of a three dimensional soil-structure interaction system，Earthquake Engineering and Structural Dynamics，VOL. 15，pp.945~961，1987. 2.
- 4) 玉野浩司：地盤の非線形性を考慮に入れた3次元構造物-地盤相互作用系の動的解析，山口大学大学院工学研究科修士論文，1987年2月。
- 5) 三浦房紀・沖中宏志：仮想仕事の原理に基づく粘性境界を用いた3次元構造物-地盤系の動的解析手法，土木学会論文集，第404号/I-11，pp.395~404，1989年4月。
- 6) Mondkar, D.P. and G.H. Powell：static and dynamic analysis of nonlinear structures，pp.48~73，1975.

(1992.9.22 受付)

## NONLINEAR SEISMIC RESPONSE ANALYSIS METHOD FOR 3-D SOIL-STRUCTURE INTERACTION SYSTEMS

Tetsuya ISHIHARA and Fusanori MIURA

This paper presents a nonlinear seismic response analysis method for three dimensional soil-structure interaction systems using FEM. In the method, material nonlinearity is introduced by employing the Mohr-Coulomb failure law in the full three dimensional stress space. To treat the nonlinearity, we developed the method of evaluating the unbalanced tensor at every iteration in the load transfer method. In addition, we proposed a new method to treat the boundaries of FEM model in order to reduce the number of freedom. The detailed examples show the validity of the method to analyze the material nonlinearity and the effectiveness of the proposed boundary treatment.