

# 研究展望

REVIEW

## 研究展望

# $H^\infty$ 制御理論に基づく柔軟構造物のロバスト制振制御

ROBUST ACTIVE VIBRATION CONTROL OF FLEXIBLE STRUCTURES BASED ON THE  $H^\infty$  CONTROL THEORY

川谷亮治

Ryoji KAWATANI

長岡技術科学大学 工学部 助教授

(〒940-21 長岡市上富岡町 1603-1)

**Key Words** : *robust control,  $H^\infty$  control, active vibration control, flexible structures, model uncertainty*

### 1. はじめに

線形制御理論はこれまでに多くの分野の制御対象に適用され、良好な成果を納めてきた。この設計法は、制御対象に対して作成した状態空間モデルに基づく手法であり、モデルが対象の特性を十分に表現していることを前提としている。しかし、実際にはモデルは制御対象の近似にすぎない。そのため、制御対象とモデルとの特性の違いをモデルにおける不確かさとしてとらえ、この不確かさを合理的に扱うことのできる設計法が確立できれば、より現実的な設計が可能となる。不確かさの存在にも頑健な制御、すなわちロバスト制御の目指すところがある。近年、 $H^\infty$  制御理論が大きな注目を集め、研究が盛んに行われている<sup>1)~4)</sup>が、その理由の一つが、ロバスト性を合理的に考慮した設計が行えるという点にある。

$H^\infty$  制御理論の重要性が提唱されて<sup>5)</sup> 10 年余り経過したが、1988 年に  $H^\infty$  標準問題に対して 2 本のリカッチ方程式の解に基づくアルゴリズム<sup>6)</sup> が明らかにされて以来、多くの対象に対して適用が試みられ、その有効性が検証されている<sup>3), 7)</sup>。本論文で対象とする柔軟構造物もその制御対象の一つである<sup>8), 9)</sup>。

柔軟構造物は様々なところに存在する。超高層ビル、超大橋に代表される構造物もその大型化にともない高い柔軟性を持つ構造物であるし、近い将来建設されるであろう宇宙構造物も非常に大規模な柔軟構造物である。また、産業界においても、高速軽量化をめざす産業用ロボットはその柔軟性を無視して考えるわけにはいかない。

これらの柔軟構造物において問題となるのが、何らかの原因によって構造物内に発生した振動の制振である。

一般に制振の方式は、

(1) パッシブ方式

バネ・ダンパ等のパッシブ要素からなる付加振動系を取り付けることにより制振を行う方式。

(2) セミアクティブ方式

制御対象の剛性や減衰性を積極的に制御することによって制振を行う方式。

(3) アクティブ方式

外部からエネルギーを積極的に投与して制振を行う方式。

(4) ハイブリッド方式

パッシブ方式とアクティブ方式を適当に組み合わせた方式。

に大別することができる。

この中で、アクティブ方式は、外部から積極的にエネルギーを投与して制御を行うために、パッシブやセミアクティブ方式と比べてよりよい性能を得ることが可能である。しかし、制御のために多くのエネルギーを必要とするという欠点と安定性の問題がある。特に、柔軟構造物のアクティブ制振においては、モデルを構成する際に無視した高次の振動モードの影響でスピルオーバーと呼ばれる不安定現象が生じる場合がある<sup>10)</sup>。これは、制御対象とモデルとの間の不確かさによって生じる現象であるため、前述したロバスト制御を適用することによって回避することが可能である。

本論文では、柔軟構造物のアクティブ制振問題に  $H^\infty$  制御理論を適用し、ロバストなフィードバック制御系の設計について議論する。

本論文の構成は次の通りである。2 章では、本論文で取り扱う制御対象の概略を説明し、モード分解法を使用して状態空間モデルの導出を行う。また、得られたモデルの妥当性を実験により検証する。3 章では、柔軟構造物の制振問題に対してロバスト制御の必要性を改めて論じる。続く 4 章では、本論文で対象としている問題と

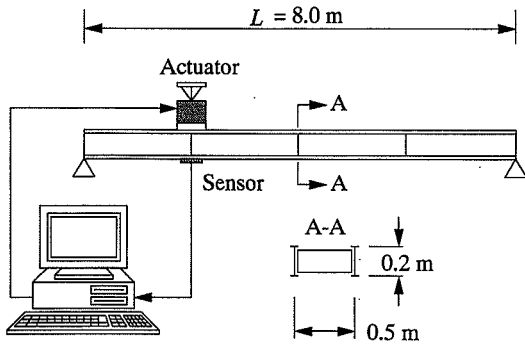


Fig.1 Schematic diagram of a controlled system

Table 1 Experimental equipments

Electromagnetic actuator	B&K Type 4808
Acceleration sensor	Rion PV-87
Control equipment	DSP TMS320C30 (33 MHz)

H<sup>∞</sup> 制御問題との関連を明確にするとともに、その設計法について議論する。5章では、設計の有効性をシミュレーションならびに制御実験により確認する。また、制御器の低次元化についても触れる。

## 2. 制御対象とモデリング

### (1) 制御対象

本論文で取り扱う制御対象は、Fig.1 に示す両端単純支持梁（以下、単純梁）である。これは柔軟構造物の最も基本的なモデルと考えることができる。この単純梁に対して制御目的を、「何らかの要因による外乱（実際の柔軟構造物においては、外乱は地震、風等により発生するが、本論文ではハンマ打撃によるインパルス状の外乱を考える）により発生した弾性振動をアクティブに制振する」こととする。フィードバック制御により制振を行うためには、単純梁の状態を知る必要があるが、これは単純梁の適当な位置に設置した加速度センサによって行う。このセンサからの情報を A/D 変換器を通してデジタル計算機内に取り込み、4章で述べる計算アルゴリズム（制御器）に従って制振に必要な力の指令値を計算し、その結果を D/A 変換器を通して単純梁の適当な位置に設置したアクチュエータ（アクティブマスダンパ）に送る。このようにして制振用フィードバック制御系を構成する（Table 1 参照）。

### (2) 状態空間モデルの導出

制御器の設計を行うためには、最初に制御対象の特性を正しく表現するモデルを作成する必要がある。ただし、ここで言うモデルとは、解析用のモデルではなくあくまでも制御系設計用のものである。モデルを高次にすることによって、より正確に対象の特性を表現することが

できるかもしれないが、必要以上にモデルを高次にすることは制御系設計上決して好ましいことではない。

Fig.1 からわかるとおり今回制御対象とした単純梁は、2本の I 形鋼を複数の横桁で連結した複合構造物であるが、下記の仮定に基づいてモデルの導出を行う。

(仮定 1) 単純梁の材質は均一であり、一様断面を持ち弾性曲げ変形のみを行う。

(仮定 2) 制振用アクチュエータは集中質量である。

単純梁の弾性振動に対するモデルを導出する方法として有限要素法やモード分解法があるが、ここでは、後者を採用する。モード分解法によれば、単純梁に発生した振動は無限個の振動モードの重ね合わせとして表現することができる<sup>11)</sup>。しかし、工学的に考えた場合、単純梁に発生した振動は、適当な次数までを考慮した有限次元のモデルで十分近似できると考えてよい。そこで、モード分解法により得られた（無限次元の）モデルに対して、適当な次数で打ち切ったものを単純梁に対する状態空間モデルとする。

モデルの導出については付録 A で述べるが、その結果として次式に示す状態空間モデルが得られる（*n* 次モードまでを考慮）。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & & 0 \\ & A_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & A_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} f$$

(△ A<sub>i</sub>x<sub>0</sub> + B<sub>i</sub>f) ..... (1.a)

$$y = [C_1 C_2 \cdots C_n] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \sum_i D_i f$$

(△ C<sub>i</sub>x<sub>0</sub> + D<sub>i</sub>f) ..... (1.b)

上式中、添え字は各振動モードに対応しており、*f* はアクチュエータが発生する力、*y* はセンサを設置した地点における上下方向の加速度である。

モード分解法によりモデルを作成すると、式 (1) 中の状態量 *x<sub>i</sub>* は各振動モードの時間重みに対応することになる。したがって、状態量の大きさを低減することがそのままその状態量に対応した振動モードの低減につながる。このことは、たとえば、線形制御理論における代表的設計法の一つである最適レギュレータ法<sup>24)</sup>で制御系の設計を行う場合、設計パラメータ（状態量に対する重み）の選定が比較的容易になる<sup>12)</sup>し、フィードバックゲインの物理的な意味がより明確になるという利点を持つ。

ところで、直観的にも明らかなように、アクチュエータのある振動モードの節に設置すると、そのモードを制振することはできない。このことは、式 (1.a) 中でそ

のモードに対応した  $B_i$  が 0 ベクトルとなるためにそのモードが不可制御となることに対応している。センサに関しても同様であり、ある振動モードの節においたセンサからはそのモードの情報を手にいれることができなくなる。これはちょうど不可観測性に対応しており、 $C_i$  が 0 ベクトルとなる。

次に、アクチュエータの動特性を表すモデルを求める。今回使用したアクチュエータは、慣性力を利用して力を発生するタイプのものであるために、任意の地点に設置できるという利点がある反面、ストロークの関係で低周波数帯域で（指令値に対して）発生する力が低減するという特性を持つ。また、振動制御においては、アクチュエータの位相特性に対しても十分に注意を払わなければならない。なぜならば、制振を行うためには適切な力を適切な位相で加えることが必要であり、位相のずれによって、制振ではなく逆に加振する場合一つ起こり得るからである。ここでは、アクチュエータの（指令入力  $u$  に対する発生する力  $f$  に関する）周波数特性を実験的に求め、次式に示す 2 次の状態空間モデルで近似を行った。

$$\dot{x}_0 = \begin{bmatrix} -100 & -8900 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x_0 + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$(\triangle A_0 x_0 + B_0 u) \dots \dots \dots (2 \cdot a)$$

$$f = [100 \quad 8900] x_0 - 1u \quad (\triangle C_0 x_0 + D_0 u) \dots \dots (2 \cdot b)$$

式 (1) ならびに式 (2) を組み合わせることにより、Fig.1 に示す実験装置に対する状態空間モデルを得ることができる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{x}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_b & B_b C_0 \\ 0 & A_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_b \\ x_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_b D_0 \\ B_0 \end{bmatrix} u \dots \dots \dots (3 \cdot a)$$

$$\ddot{y} = [C_b \quad D_b C_0] \begin{bmatrix} x_b \\ x_0 \end{bmatrix} + D_b D_0 u \dots \dots \dots (3 \cdot b)$$

以後、記述を容易にするために、式 (3) 中の加速度出力  $\ddot{y}$  を単に  $y$  と表す。また、状態空間モデルにおける状態量の数 (式 (3) の場合、ベクトル  $x_b$  と  $x_0$  の要素の数の和) をモデルの次数と呼ぶ。これは、状態空間モデルを伝達関数表現したときの分母多項式の次数と一致する。

次に、式 (3) のモデルの妥当性を検証するために、アクチュエータならびにセンサとともにスパン 1/4 地点 (ねじり振動を生じさせないように、横桁の中央) に設置し、アクチュエータへの指令値から加速度センサ設置点における加速度に対する周波数応答特性を求めた。なお、シミュレーションを行う場合、等価断面 2 次モーメント等の物理パラメータの設定が必要となるが、これは実験で得られた周波数特性から同定した (Table 2 参照)。Fig. 2 にその結果 (200 [Hz] までの周波数応答) を示す。図中、実線がシミュレーション結果、破線が実

Table 2 Physical parameters of simple beam

Distributed mass	m	55.0	[kg/m]
Span	L	8.0	[m]
Young's modulus	E	$2.1 \times 10^{11}$	[N/m <sup>2</sup> ]
Second moment of area	I	$3.68 \times 10^{-5}$	[m <sup>4</sup> ]
Damping ratio	$\zeta_i (i=1, \dots)$	0.01	
Actuator's mass	M	40	[kg]

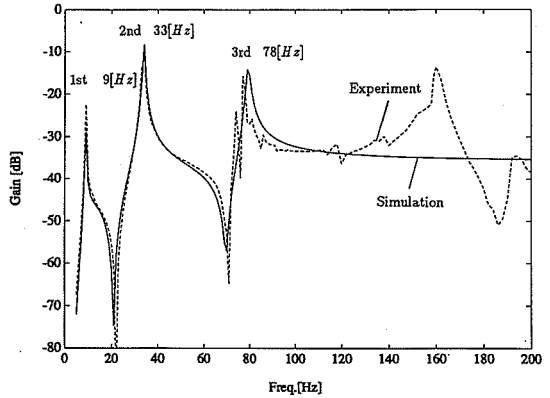


Fig.2 Frequency response

験結果である。これより、1 次モード (約 9 [Hz])、2 次モード (約 33 [Hz]) はほぼ一致していると判断できるが、3 次モード (約 78 [Hz]) においてシミュレーションでは見られない (複数のピークが存在する) 特性を実験結果が示していることがわかる。これは、単純梁を構成する横桁の振動により発生したものと考えられ、モデリングの際に考慮していない特性である。また、アクチュエータ、センサともに 1/4 地点に設置しているため、4 次モードは現れないはずであるが、160 [Hz] 近傍に共振特性が生じている。

以上から、式 (3) で表されるモデルは、1, 2 次モードについては十分妥当であると考えてよいが、3 次以上の振動モードに対しては、不確かさが存在していることがわかる。一般に、低周波数帯域 (単純梁の場合には、低次モード帯域) に対するモデリングは正確に行える場合が多いが、周波数帯域が高くなればなるほど (より高次の振動モードに対して) モデルの持つ不確かさが増加する傾向を持つと考えてよい。

### 3. ロバスト制御

制御対象の特性を表現するために作成した (式 (3) のような) 状態空間モデルが制御対象の特性を十分良好に近似するものであれば、通常の線形制御理論 (代表的なものとして、極配置法や最適レギュレータ法) に従って設計した制御器を用いて制御系を構成してもほぼ期待通りの成果を得ることができると考えてよい。しかし、

そこに不確かさが存在したらどうだろうか。この場合、不確かさの影響を受けて、期待通りの成果がでないばかりか、制御系が不安定になることもありうる。

たとえば、本論文における制御対象について考えてみる。この場合のモデリングは、前章でも述べたように、振動モードの無限個の重ね合わせで表現されるモデルを有限個の振動モードで打ち切って行うことが多い。それでも、十分に高次の振動モードまで正しくモデリングできるならば、制御器の設計はそれほど困難な作業ではない。ところが、高次モードにおける不確かさの存在、制御器の次数、制御目的（一般に低次モードの振動の制振）などから、設計に使用するモデル（設計モデル）を数次程度の振動モードのみを考慮して作成することになる。今、設計モデルを2次モードまで考慮して作成したとしよう。この場合、制御器は、観測には2次モードまでの影響しか入っていないとして設計されており、それらを制振しようとアクチュエータに指令を与える。しかも、アクチュエータは2次モードまでしか影響を与えないものとして設計されている。もし、実際に3次モード以上の影響がほとんど生じない制御対象（たとえば、剛性の高い単純梁）であれば問題はないだろうが、3次以上の振動モードの影響が観測量に入り込むような場合、設計では考慮されていない3次以上の振動モードに対してアクチュエータが操作力を与えるために、3次以上の高次モードを制振ではなく逆に励振してしまい、不安定現象が生じる場合がある。これをスピルオーバー現象と呼ぶ。このように、柔軟構造物の制振制御系の設計においては、スピルオーバー現象の回避が重要な要件であり、設計モデルを導出する際に無視した高次モードの影響（不確かさ）を積極的に考慮することのできる設計が必須のものとなる。ロバスト制御の必要性がここにある。このロバスト制御系の設計に関して現時点で合理的な回答を与えてくれる一つの方法が次章で述べる H<sup>∞</sup> 制御問題に帰着させる方法である。

#### 4. H<sup>∞</sup> 制御問題

本章では、議論を簡単にするために、制御対象は1入出力系に限定する。なお、次章で述べる制御実験は、アクチュエータならびにセンサを各々1つずつ単純梁に設置して行っており、本章での議論をそのまま適用することができる。

##### (1) 制振性能

Fig.3 に示すブロック線図を考える。図中 G(s) は制御対象の入出力特性を表す伝達関数であり、K(s) は設計しようとする制御器の伝達関数である。また、d は外乱を意味しており、本論文では柔軟構造物に振動を発生させる力外乱と考えればよい。y は適当なセンサにより観測できる量（観測量あるいは外乱入力に対する応答）

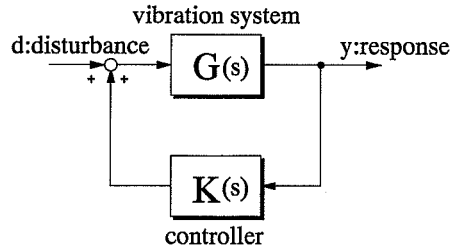


Fig.3 The closed-loop system

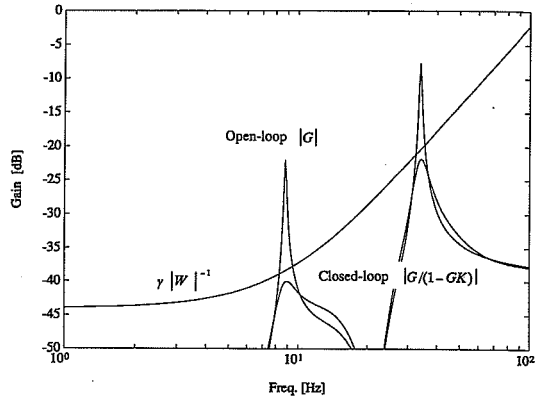


Fig.4 Performance of the active controlled system

であり、本論文では、加速度センサが取り付けられた地点の単純梁の上下方向の加速度となる。以下、フィードバック制御を施さない、すなわち制御対象そのものを開ループ系、フィードバック制御を施した系を開ループ系と呼ぶ。たとえば、Fig.3 は閉ループ系であり、簡単な計算から d から y までの伝達関数は G/(1-GK) であることを示すことができる。

ところで、単純梁の制振問題とは、制御対象 G(s) の持つ各振動モードの共振ゲイン特性を開ループ系にすることにより指定した値まで低減することを目指すものである、と言い替えることができる。

そこで、この低減したい量をゲイン特性として表した伝達関数 W(s) に対して、

$$|G/(1-GK)| \leq \gamma |W|^{-1} \quad (\forall \omega) \quad \dots\dots\dots (4)$$

を満足するような制御器 K(s) の設計問題を考える。上式中、|·| はゲインを意味しており、γ (>0) は設計パラメータである。もし、この設計問題に対して解（制御器）が存在するならば、その制御器を用いた閉ループ系は式（4）の不等式条件を満足しているの、その意味で制振性能は満たされることになる（Fig.4 参照）。また、W(s) のゲインが高いほど、あるいは γ の値が小さいほど共振ゲイン特性を低くする、すなわち高い制振性能を要求していることがわかる。

式（4）を変形すると、

$$|WG/(1-GK)| \leq \gamma \quad (\forall \omega) \quad \dots\dots\dots (5)$$

が得られる。上式より、 $W(s)$  は閉ループ伝達関数に対する一種の重みと考えることができるので、以降周波数重み（あるいは単に重み）と呼ぶことにする。

ここで、 $H^\infty$  ノルムを定義しておこう。

**【定義】**  $H^\infty$  ノルム

漸近安定な  $G(s)$  に対して、 $H^\infty$  ノルム  $\|G\|_\infty$  は、次式で与えられる。

$$\|G\|_\infty \triangleq \sup_{\omega} |G(j\omega)| \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $\sup$  は  $\omega$  に関する上限を意味する。

つまり、 $H^\infty$  ノルムは伝達関数  $G(s)$  の最大ゲインの値を意味している。言い替えば、 $G(s)$  のゲインは、あらゆる周波数においてその  $H^\infty$  ノルムを越えることはない。

この定義から、式 (5) の不等式条件は、 $H^\infty$  ノルムを用いて次式のように表現できることがわかる。

$$\|WG/(1-GK)\|_\infty \leq \gamma \dots\dots\dots (7)$$

(2) ロバスト安定性<sup>13)</sup>

設計モデルの持つ不確かさに対して、少なくともフィードバック制御系の安定性は保証しようとする設計問題がロバスト安定化問題である。前述した柔軟構造物の制振において問題となるスピルオーバー現象の回避もこの制御問題に含まれる。

ところで、この制御問題を考える場合、不確かさをどのように表現するかを考えなければならない。不確かさの表現方法としては、

(i) 状態空間モデル中のシステム行列のどの部分にどの程度の不確かさ ( $\Delta A, \Delta B, \Delta C$ ) があるのかに注目した構造的な不確かさ<sup>14)</sup>

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)u \dots\dots\dots (8) \\ y &= (C + \Delta C)x \end{aligned}$$

(ii) システムの入出力特性に注目した、すなわち伝達関数上でどの周波数帯域にどの程度の不確かさ  $\Delta$  があるのかに注目した非構造的な不確かさ

$$G_d = G + \Delta, \quad G_a = G(1 + \Delta) \dots\dots\dots (9)$$

があるが、前者 (i) は次数が変動する不確かさに対応することができないので、本論文では、後者 (ii) の不確かさの表現方法を採用する。

また、式 (9) において、左の表現方法を加法的な不確かさ、右を乗法的な不確かさと呼ぶ。設計モデルの持つ不確かさ  $\Delta$  のゲイン特性は、たとえば、それを加法的な不確かさと考えた場合、制御対象に対するゲイン特性(実験により容易に得られる)と設計モデルのそれとの差を取ることで得ることができる。

このロバスト安定化問題を前節と同様に  $H^\infty$  ノルムを利用して表現するために、次に示すスモールゲイン定理を利用する。

**【定理】** スモールゲイン定理

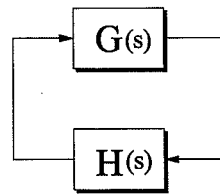


Fig.5 Small gain theorem

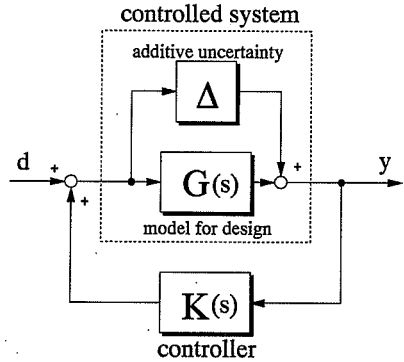


Fig.6 Feedback control system of a controlled system with additive uncertainty

Fig.5 に示す閉ループ系を考える。图中、 $G(s), H(s)$  ともに安定な伝達関数であるとする。このとき、閉ループ系が安定であるための十分条件は、

$$\|GH\|_\infty < 1 \dots\dots\dots (10)$$

が成り立つことである。

Fig.5 の閉ループ系が安定であるための必要十分条件は Nyquist の安定判別条件から、一巡伝達関数  $GH$  のベクトル軌跡が  $\omega$  の増大とともに点  $(1+j0)$  ( $j$ : 虚数単位) を右にみて通ることである<sup>15)</sup>。式 (10) の条件は、 $H^\infty$  ノルムの定義から一巡伝達関数  $GH$  のベクトル軌跡が原点を中心とする単位円を越えないことを意味しており、十分条件であることは明らかである。

加法的な不確かさ  $\Delta$  を持つ設計モデル  $G(s)$  に対して設計された制御器は、Fig.6 に示すように、与えられた制御対象  $(G + \Delta)$  に適用される。これを等価交換することで、Fig.7 を容易に導き出すことができる。したがって、Fig.6 の制御系がロバスト安定であるためには、スモールゲイン定理から、Fig.7 の破線部分が安定であるとともに、次の  $H^\infty$  ノルム条件を満足しなければならないことがわかる。

$$\|\Delta K/(1-GK)\|_\infty < 1 \dots\dots\dots (11)$$

前述したように、不確かさ  $\Delta$  は、通常、制御対象と設計モデルの伝達特性から求める(たとえば、加法的であるならばそれらの差をとる)ことが多いために、伝達関数の形で表現することが困難な場合が多い。もし、表現できたとしてもかなり高次となる。そこで、この不確かさを、次のゲイン条件を満足する既知伝達関数  $R(s)$

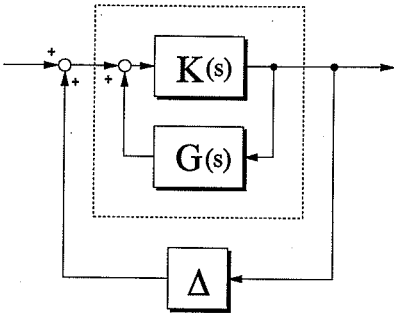


Fig.7 Equivalent transformation of the system in Fig.6

で代用する。

$$|\Delta| \leq |R| \quad (\forall \omega) \dots\dots\dots (12)$$

つまり、不確かさをゲインの意味で覆い尽くすように  $R(s)$  を選択する。このとき、より保守的な条件として、式 (11) の条件を

$$\|RK/(1-GK)\|_{\infty} < 1 \dots\dots\dots (13)$$

と書き換えることができる。この条件を満足する制御器が得られれば、制御対象と設計モデルとの間に (式 (12) のゲイン条件を満足する) 不確かさが存在しても、設計モデルに対して設計した制御器を用いたフィードバック制御系 Fig.6 が不安定にならないことが保証される。

同様の議論が、乗法的な不確かさについても成立し、式 (13) に対応する条件が

$$\|RGK/(1-GK)\|_{\infty} < 1 \dots\dots\dots (14)$$

で与えられる。ここで、 $R(s)$  は、乗法的な不確かさ  $\Delta$  に対して式 (12) を満足するように選定されるものとする。

式 (13), (14) から明らかなように、設計モデルの不確かさが大きい周波数帯域では、対応する閉ループ伝達関数  $K/(1-GK)$ ,  $GK/(1-GK)$  のゲイン特性が小さくしなければならない。逆に、これらの閉ループ伝達関数のゲインの小さい領域では、大きな不確かさを許容することができる。式 (5) と同様に、 $R(s)$  は閉ループ伝達関数に対する周波数重みと考えることができる。

ロバスト安定化問題を解く場合、設計モデルだけではなくその持つ不確かさのゲイン特性に関する情報が必要であることに注意が必要である。

(3) ループ整形法に基づく制御系設計法<sup>16)</sup>

a) 基本アルゴリズム

本論文で取り扱う制振問題では、上述した (1) 制振性能 (式 (7)) ならびに (2) ロバスト安定化 (式 (13) または (14)) を同時に考える必要がある。そこで、これまでの議論を考慮して、次に示す伝達関数行列の  $H^{\infty}$  ノルムを評価関数として、これを設計パラメータ  $\gamma$  ( $> 0$ ) よりも小さくする問題を考えてみる。

$$\left\| \begin{bmatrix} 1 \\ K \end{bmatrix} (1-GK)^{-1} \begin{bmatrix} 1 & G \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < \gamma \dots\dots\dots (15)$$

式 (15) の左辺の 4 つの伝達関数のうちで、(1, 2) 要素が式 (7) の制振性能に関する閉ループ伝達関数であり、(2, 1) ならびに (2, 2) 要素が、式 (13) ならびに式 (14) の設計モデルの持つ不確かさに対するロバスト安定性に関するものである。また、(1, 1) 要素は感度関数と呼ばれる閉ループ伝達関数であり、本設計では積極的に考慮することはないが、加えておく。いずれの伝達関数も、前節の議論から明らかなように、そのゲイン特性が小さいことが良好な性能を意味する。

一般に、ある閉ループ伝達関数の  $H^{\infty}$  ノルムを評価関数にとり、それを指定した設計パラメータ  $\gamma$  ( $> 0$ ) よりも小さくする (もちろん閉ループ系が安定の範囲で) 設計問題のことを  $H^{\infty}$  (準最適) 制御問題と呼ぶ。評価関数に含まれる閉ループ伝達関数は、設計者の要求を最も適切に表現するものを選択すればよい。その選択によって、混合感度問題やロバスト安定化問題などが  $H^{\infty}$  制御問題として解くことができる。本問題も一つの  $H^{\infty}$  制御問題である。

ところで、与えられた評価関数に対して、その達成し得る  $H^{\infty}$  ノルムの最小値  $\gamma_{\min}$  が必ず存在するので、設計パラメータ  $\gamma$  をその値以下に設定すると解が存在しない。一方、評価関数値は小さくしたいという意味で、 $\gamma$  を小さく選定することが望ましいが、一般の  $H^{\infty}$  制御問題において  $\gamma_{\min}$  の値は繰り返し計算なしに求めることができない。そのため、設計には  $\gamma$ -iteration と呼ばれる繰り返し計算が必要となる。ところが、式 (15) を評価関数として選定した場合、 $\gamma_{\min}$  を繰り返し計算することなく得ることができるため、設計パラメータ  $\gamma$  は、不等式  $\gamma > \gamma_{\min}$  を満足するように選べばよく、設計が容易となるという特長を持つ。

式 (15) に対して解 ( $H^{\infty}$  制御器) を求めるアルゴリズムを付録 B に示すが、基本的に 2 本のリカッチ方程式を解くだけでよい。つまり、設計のための計算量に関する負担は、LQG レギュレータと同じである。また、得られる制御器の次数も設計モデルと同じ次数であり、簡単な式変形から、全状態観測器 + 状態フィードバックの構造を持つことを示すことができる<sup>9)</sup>。

b) ループ整形設計法

ところで、4.(1), 4.(2) 節で述べたように、制振性能をどれだけ高めたいのか、またどの程度のロバスト安定性が必要なのかを表現するためにそれぞれに関連した閉ループ伝達関数に対して周波数重み (たとえば、式 (7) における  $W(s)$  や式 (13) における  $R(s)$ ) を考慮する必要がある。一般に、モデルの不確かさの度合いと制振性能の改善に関してトレードオフが存在するので、このトレードオフを積極的に設計に反映させるために周波数重みは非常に重要な意味を持つ。しかしながら、前項の基本アルゴリズムでは、設計パラメータが  $\gamma$  のみ

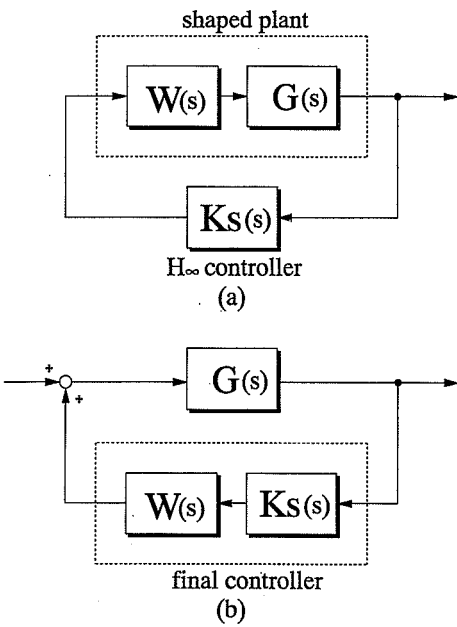


Fig.8 Augmented Problem

であるためにこのままではトレードオフを考えた設計を行うことはできない。そこで、基本アルゴリズムで対象とした評価関数中に周波数重みを導入することを考える。式(15)中に含まれる4つの伝達関数すべてに対して独立に重みをつけることも可能であるが、そうすると、前項で述べた特長が失われることになる<sup>17)</sup>。そこで、少し制約を加えた重み付けを行うことを考える。基本的な考え方は、Fig.8に示すとおりである。最初に、Fig.8(a)のように重み伝達関数  $W(s)$  を設計モデルに掛け、拡大設計モデルを構成する。この拡大設計モデルに対して前項のアルゴリズムに従い制御器  $K_s(s)$  を設計する。次に、Fig.8(b)のようにして制御器  $K(s) = W(s)K_s(s)$  を計算する。この手順で得られた制御器の次数は、設計モデルの次数+重み伝達関数の次数×2となり、重みの次数に比例して制御器の次数が高くなる。これに関しては、次章で議論する。

ところで、このときの重みの付け方は、式(15)において

$$\left\| \begin{bmatrix} 1 \\ W^{-1}K \end{bmatrix} (1-GK)^{-1} [1 \quad GW] \right\|_{\infty} < \gamma \dots \dots \dots (16)$$

とすることと等価である。このことから、途中の式変形は省略するが、次の閉ループ伝達関数のゲインに関する不等式を導出することができる。

- (1) 制振性能が問題となる低次モード帯域において  $|G/(1-GK)| < \gamma/|W| \quad (\forall \omega) \dots \dots \dots (17)$
- (2) ロバスト安定性が問題となる高次モード帯域において

$$|K/(1-GK)| < \gamma|W| \quad (\forall \omega) \dots \dots \dots (18 \cdot a)$$

$$|GK/(1-GK)| < \gamma|GW| \quad (\forall \omega) \dots \dots \dots (18 \cdot b)$$

上式において注目すべき点は、閉ループ伝達関数のゲインの上限值が、設計モデルと重み伝達関数のゲイン特性で与えられるという点である。つまり、重み伝達関数をうまく選定することにより閉ループ伝達関数を整形することができる(これをループ整形という)。したがって、制振性能やロバスト安定化といった設計要求を満足するように重み伝達関数  $W(s)$  を選定すれば、要求する性能を持つ制御器を簡単に得ることが可能となる。

(注意1)  $H^{\infty}$  制御器は、安定性が最も重視されて設計されるために、厳しい整形(設計仕様が厳しい場合に対応)を要求した場合、ループ整形が希望通りに行えなくなり、それに対応して  $\gamma_{min}$  の値が大きくなるが示されている<sup>18)</sup>。したがって、ループ整形という立場でみたとき、式(16)に対する  $H^{\infty}$  ノルムの最小値  $\gamma_{min}$  の値は、整形がどの程度良好に行われているのかを判断する基準として使用することができる。もし、 $\gamma_{min}$  が大きな値をとるようであれば、整形という立場からは重み、すなわち設計仕様を変更する必要がある。

(注意2) 式(17)、(18)に基づいて重みの設計を行う場合、 $\gamma (> \gamma_{min})$  の値が必要となる。ところが、この値は重みが決まらないと  $\gamma_{min}$  が決まらないために、設定することができない。したがって、実際の設計においては、何度か試してみる必要がある。しかし、数回の試行で設定することは十分に可能である。

次章では、2章で説明した単純梁に対して具体的な設計を行い、その有効性を実験により検証する。

### 5. 設計ならびに制御実験

#### (1) 設計仕様と重みの選定

最初に設計仕様を明確にする。

2章でも検証したように、本設計モデルは2次モードの振動特性までは正しいと考えてよい。3次モードに関しては、取扱いがむずかしいが、本章では3次モード以上に不確かさが存在するものとして考えることにする。そこで、設計モデルを、2次モードまでを考慮した6次の状態空間モデルとする(モデルの具体的な数値については付録A参照)。したがって、3次モード以上の振動を励起しないように制御器の設計を行う。これがロバスト安定性に関する仕様である。次に、制振性能に関してであるが、どの程度の低減をめざすのかはアクチュエータの能力に依存するところが大きいので、本章では制御を行うことによって1, 2次モードにおける開ループゲイン特性を10[dB]程度低減することを目指すものとする。また、アクチュエータとセンサの設置点であるが、いずれもスパン1/4地点に置くものとし、この設置点における加速度の低減をはかる。なお、同じ投与した操作エネルギーに対して、より効果的な制振を実現するためには、これらの設置点が重要な意味を持つが、本論文ではそのことに対する議論は行わない。



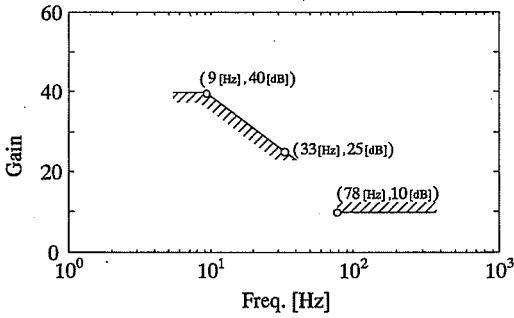


Fig. 9 Specifications of weighting transfer function

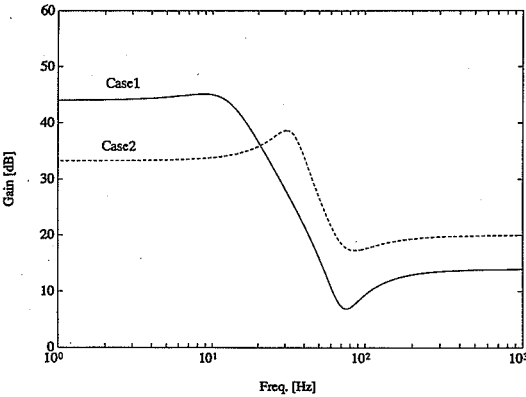


Fig. 10 Gain characteristics of selected shaping transfer functions

次に、設計仕様が明らかになったところで、重み伝達関数  $W(s)$  の設計を行う。まず、(加法的な)不確かさの大きさであるが、Fig. 2 から実験結果とシミュレーション結果のゲイン特性の差をとって大きさを調べたところ、ロバスト安定性が問題となる 3 次以上の振動モードの周波数帯域において式 (11), (18.a) より

$$|K/(1-GK)| \leq \gamma |W| \leq 15 [\text{dB}] \dots \dots \dots (19)$$

という条件が得られる。次に制振性能であるが、1, 2 次モードともに 10 [dB] 程度低減するためには、各共振周波数において

$$|G/(1-GK)| \leq \gamma |W| \leq -35 [\text{dB}] \text{ (1 次モード)} \dots \dots \dots (20 \cdot a)$$

$$|G/(1-GK)| \leq \gamma |W| \leq -20 [\text{dB}] \text{ (2 次モード)} \dots \dots \dots (20 \cdot b)$$

を満足すればよいという条件が式 (17) から得られる。したがって、重み  $W(s)$  に対するゲインの仕様は Fig. 9 に示すとおりとなる (ここで、ゲインの計算は  $\gamma=2$  として行っている)。つまり、1, 2 次モード近傍では、斜線の領域よりも高い、また 3 次モード以上では斜線の領域よりも低いゲイン特性を持つ重み  $W(s)$  を設計すればよい。

この仕様を満足する重みを選択することは困難な作業

ではなく、ここでは次に示す 2 通りの重みを設計例として選択した。各重みのゲイン特性を Fig. 10 に示す。

(1) case 1

式 (19)(20) の条件をほぼ満足する 2 次の重み

$$W(s) = \frac{5s^2 + 1000s + 1012500}{s^2 + 80s + 6400} \dots \dots \dots (21 \cdot a)$$

(2) case 2

2 次モードのみを積極的に低減することを目指した 2 次の重み

$$W(s) = \frac{10s^2 + 3000s + 2025000}{s^2 + 100s + 44100} \dots \dots \dots (21 \cdot b)$$

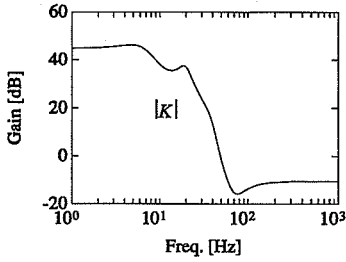
なお、case 2 の場合、厳密にはロバスト安定性の仕様式 (19) を満足していないが、設計パラメータ  $\gamma$  の選定によってロバスト安定性を保証する。

設計者の行うべき作業はここまでである。あとは 4 章で述べた設計アルゴリズムに従って制御器を設計すればよい。最適レギュレータ法に基づく場合には、状態フィードバックゲインに加えて状態観測器 (オブザーバ) の設計が必要である。後者の設計 (オブザーバゲイン) に関しては、これといって決め手となる指針があるのではないが、スプilloーバ現象回避という点から言えば非常に重要である。状態観測器の設計をうまく行わないと簡単にスプilloーバ現象が生じてしまう。これらの作業から開放されるという点も本設計法の特長の一つとして挙げることができる。

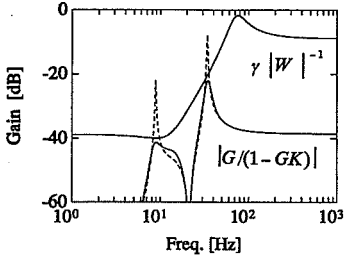
このようにして選定した各重みに対して、シミュレーションにより得られた周波数特性を Fig. 11, Fig. 12 に示す。また、設計に使用した  $\gamma$  と  $\gamma_{\min}$  の値を Table 3 に示す。得られた制御器の伝達関数に関しては付録 C 参照。各図ともに、(a) が設計した制御器のゲイン特性、(b) が制振性能、(c) が加法的な不確かさに対するロバスト安定性を表している。図 (b) 中には、開ループゲイン特性 (破線) ならびに  $\gamma|W|^{-1}$  を描いているが、希望通りのループ整形が行われていることがわかる。また、図 (c) 中には伝達関数  $K/(1-GK)$  と加法的な不確かさ  $\Delta^{-1}$  のゲイン特性が描かれているが、これらがクロスしていないことからスモールゲイン定理よりロバスト安定性が保証されていることがわかる。さらに、Fig. 11, Fig. 12 から、重みの選定により、指定した振動モードの制振が可能であることがわかる。

(2) 制御実験

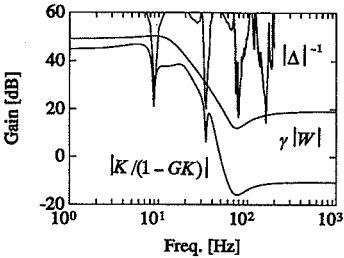
前節で得られた (連続時間) 制御器をデジタル計算機上に実装するために 1 [msec] で離散化を行った<sup>18)</sup>。そして、これらの制御器を使用して行った制御実験により得られた周波数特性を Fig. 13 に示す。図中、破線が開ループ特性、実線が開ループ特性である。指定した通りの制振性能が実験でも得られていることが確認できる。また、3 次以上の振動モードに対しては、制御する



(a) Gain characteristic of the designed controller



(b) Performance



(c) Robustness of additive uncertainty

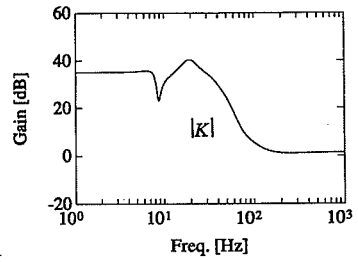
Fig.11 Simulation results of case1

Table 3 Design parameters

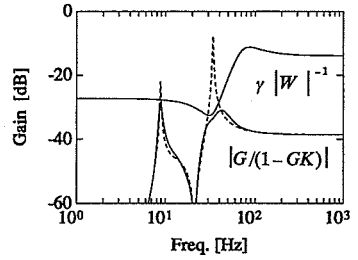
	$\gamma$ min	$\gamma$
Case 1	1.708	1.8
Case 2	1.831	2.0

前とほとんど同じゲイン特性となっており、スビルオーバ現象が発生することなく安定に実験が行われていることがわかる。Fig.14は、case 1の制御器を使用したときのハンマ打撃によるインパルス加振に対する時間応答をとったものである。(a)が1/2地点、(b)が1/4地点を加振したときの特性で、比較のために開ループ系の時間応答も示してある。開ループ系の応答から、1/2地点の加振によって生じた振動は1次、3次モードが支配的であり、1/4地点の加振に対しては2次モードが支配的であることがわかる。一方、閉ループ系に対する時間応答をみると、制振を行っていない3次モードの振動が残っているものの、1, 2次モードは良好に制振できていることがわかる。

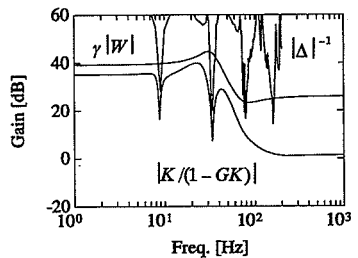
ところで、今回設計した制御器の次数は、4.(3) b)



(a) Gain characteristics of the designed controller

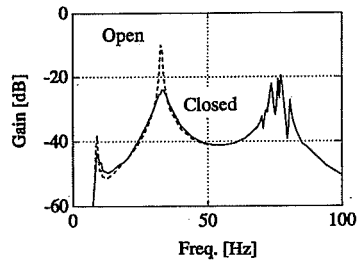


(b) Performance

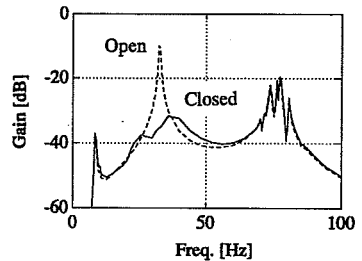


(c) Robustness of additive uncertainty

Fig.12 Simulation results of case 2

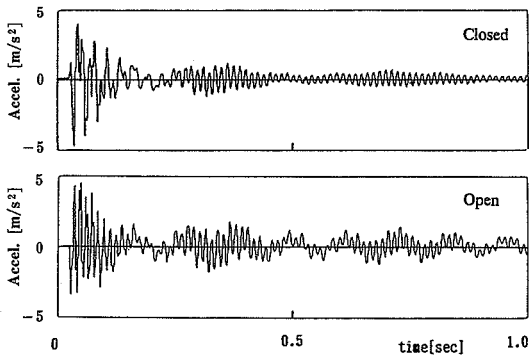


(a) Case 1

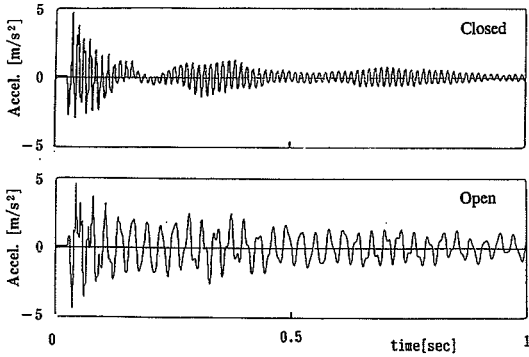


(b) Case 2

Fig.13 Frequency responses in experiment



(a) Impulse disturbance at span 1/2



(b) Impulse disturbance at span 1/4

Fig.14 Impulse responses

項からもわかるとおり、10次である（設計モデル6次＋重み2次×2）。 $H^\infty$  制御理論を用いて制御器の設計を行う場合、設計の要求（たとえば、本研究では1, 2次モードの制振性能を高めるとともに、3次以上の振動モードに対してロバスト安定となる）を適当な周波数重みを用いて表現するために、その重みに対応して制御器の次数が高くなる。本制御実験では、非常に高速なハードウェア<sup>19)</sup>を使用して制御器の実装を行ったためにサンプリング時間を気にすることなく実験を行うことができた。しかし、現実に実装する点から考えると次数の高い制御器は決して望ましいものではない。制御器の低次元化に関する議論も行われている<sup>20)</sup>が、重要な点は、閉ループ系の特性を悪化させない範囲で低次元化を考えなければならない点である。本論文では詳細についてはふれないが、Balanced truncation法<sup>21)</sup>を使用して、閉ループ系の特性を検討しながら制御器の低次元化を試みた結果、6次程度まで次数を低下しても十分な性能を持つ制御器が得られることを確認している。この程度の次数であれば、汎用の計算器でも十分に実装用のハードウェアとして使用可能である。

本制御実験では、アクチュエータからくる制約から、制振性能が限定されたが、さらに強力なアクチュエータ

を利用することができれば、性能をさらに高められることはいうまでもない。ただし、柔軟構造物の持つ振動エネルギーが非常に大規模である場合、ただ一つのアクチュエータで制振しようとするのは決して得策ではない。このような場合、アクチュエータを（必要であればセンサも）分散配置させた分散制御系を構成することによって、小型のアクチュエータで十分な制振性能を得ることが可能になると考えられる。また、ハイブリッド方式も有効である。

## 6. おわりに

本論文では、柔軟構造物の基本モデルとして単純梁のアクティブ制振制御問題を取り上げ、それに対する一つの設計手法を述べ、その有効性を制御実験により検証した。一般に、柔軟構造物の制振問題に対して、その設計要求を周波数領域上で表現することは設計者にとって非常に有効な手段である。たとえば、制振性能に関しては、低減したい振動モードのゲイン特性に着目して、低減したい量を指定すればよいであろうし、ロバスト安定性に関しては、設計モデルの持つ不確かさのゲイン特性に着目することで、安定性を保証することが可能である。これら周波数領域上で指定された要求を満足する制御系を構成するという事は、対応した閉ループ伝達関数のゲイン特性を適切に整形することを意味する。このような点で、周波数整形に基づく制御系設計法が適切な方法である。 $H^\infty$  制御理論は、周波数整形に基づく設計法の大きな枠組みを与えるものであるため、制振制御に対しては有効な設計法と考えてよい。その中でも、ループ整形法は、多くの特長を持つ設計法であり、有望なものの一つに挙げることができる。なお、本論文では、単純梁を扱ったが、本設計手法は制御対象に限定されることなく、一般の柔軟構造物に対しても適用することは可能である。

ところで、本論文で述べた設計法も含めて線形制御理論に基づき制御器の設計を行う場合、リカッチ方程式などの行列代数方程式を解いたり、行列に対する様々な演算を行うことが必要となり計算機の使用が前提となる。最近では、制御系の設計ならびにシミュレーションのためのソフトウェアが市販され、利用することができる<sup>22)</sup>。また、そのソフトウェア上で $H^\infty$  標準問題を解くためのツールが準備されており、計算機上での議論を簡単に行える環境にある。さらに、DSPを利用した制御器を実装するためのハードウェア<sup>19)</sup>も市販されており、制御系の設計から実装までを含めた環境が整いつつある。ちなみに、本研究もこのような環境の下で行っている。

はじめに述べたように、今後、ますます構造物の柔軟性が高まる傾向にあり、そこに発生する振動の制御は重要な問題となる。アクティブ制振は、アクチュエータの

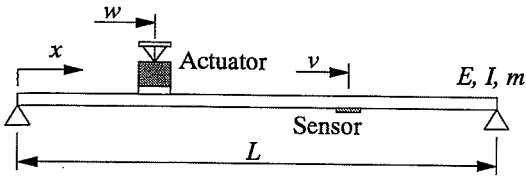


Fig.A.1 Simple beam

能力や制御系の信頼性の問題など、実用化に向けて解決しなければならない問題が山積みされている<sup>23)</sup>が、有力な方式である。本論文が、この分野の研究の一助になれば幸いである。

末筆ながら、本論文を執筆する機会を与えていただいた土木学会論文集編集委員会の皆様に謝意を表します。また、本論文で取り扱った単純梁の制振問題に対して貴重なご意見をいただいた長岡技術科学大学建設系鳥居邦夫教授、(株)横河ブリッジ寺田博昌氏らをはじめとする研究グループの皆様に感謝します。

付録 A 単純梁に対する状態空間モデルの導出

Fig.A 1 に示す単純支持梁を考える。図中に使用した記号は以下のことを意味する。

- x : 梁の位置
- L : スパン
- w : アクチュエータの設置点
- v : 加速度センサの設置点
- m : 単位長さあたりの質量
- E : ヤング率
- I : 断面 2 次モーメント

今、地点 x における梁の鉛直方向変位を  $y(x, t)$  とすると、横振動に関する支配方程式は次に示す偏微分方程式で与えられる。

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{m}{EI} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots (A.1)$$

これに対して、境界条件

$$y(0, t) = y(L, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right|_{x=L} = 0 \dots\dots (A.2)$$

を考慮して、一般解を求めると、梁の変位  $y(x, t)$  は、モード関数  $\sin(i\pi x/L)$  の線形結合として与えられる。

$$y(x, t) = \sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i(t) \sin \frac{i\pi x}{L} \dots\dots\dots (A.3)$$

上式に対して、アクチュエータの質量も考慮して仮想仕事の原理を適用すると、

$$a_i \ddot{\Psi}_i + b_i \dot{\Psi}_i + c_i \Psi_i = d_i \quad (i=1, 2, \dots) \dots\dots\dots (A.4)$$

ここで、

$$a_i = \frac{mL}{2} + M \sin^2 \frac{i\pi w}{L} \quad b_i = 2\zeta_i \sqrt{a_i c_i}$$

$$c_i = \frac{EI i^4 \pi^4}{2L^3} \quad d_i = \sin \frac{i\pi v}{L}$$

の関係を導き出すことができる。したがって、状態量を

$$x_i \triangleq [\Psi_i \dot{\Psi}_i]^T \dots\dots\dots (A.5)$$

と定義し、梁の加速度を出力としたときに、次に示す状態方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ & A_2 \\ & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \end{bmatrix} f \dots\dots\dots (A.6.a)$$

$$\ddot{y} = [C_1 \ C_2 \ \dots] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{bmatrix} + \sum D_i f \dots\dots\dots (A.6.b)$$

ここで、

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c_i/a_i & -b_i/a_i \end{bmatrix} \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ d_i/a_i \end{bmatrix}$$

$$C_i = [-c_i e_i/a_i \ -b_i e_i/a_i] \quad D_i = d_i e_i/a_i \dots\dots (A.6.c)$$

$$e_i = \sin \frac{i\pi x}{L}$$

Table 2 の値を使用し、式 (2) で同定したアクチュエータの特性も含めた梁の 2 次モードまでを考慮した状態空間モデルを求めると、次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\Psi}_1 \\ \dot{\Psi}_1 \\ \dot{\Psi}_2 \\ \dot{\Psi}_2 \\ \dot{x}_{act} \\ \dot{x}_{act} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3063 & -1.106 & 0 & 0 & 5.893 & 524.4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -45240 & -4.253 & 7.692 & 6846 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100.0 & -8900 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \dot{\Psi}_1 \\ \Psi_2 \\ \dot{\Psi}_2 \\ \dot{x}_{act} \\ \ddot{x}_{act} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.05893 \\ 0 \\ -0.07692 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\ddot{y} = [216.6 \ 0.07827 \ 4524 \ 0.4254 \ -1.186 \ -105.5]$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \dot{\Psi}_1 \\ \Psi_2 \\ \dot{\Psi}_2 \\ \dot{x}_{act} \\ \ddot{x}_{act} \end{bmatrix} + (0.01185) u u \dots\dots\dots (A.7)$$

付録 B 基本アルゴリズム<sup>16)</sup>

設計モデルが、式 (B.1) で与えられるとし、可制御性ならびに可観測性をともに満足するものとする。このとき、式 (15) を満足する解 ( $H^\infty$  制御器) は次に示すアルゴリズムで得られる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (B \cdot 1)$$

(Step 1) 次に示すリカッチ方程式の解を求める。

$$\left. \begin{aligned} (A - BS^{-1}D^T C^T)^T X + X(A - BS^{-1}D^T C^T) \\ - XBS^{-1}B^T X + C^T R^{-1}C = 0 \end{aligned} \right\} \dots (B \cdot 2)$$

$$\left. \begin{aligned} (A - BD^T R^{-1}C)Z + Z(A - BD^T R^{-1}C)^T \\ - ZC^T R^{-1}CZ + BS^{-1}B^T = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (B \cdot 3)$$

ここで、

$$R = I + DD^T, \quad S = I + D^T D$$

(Step 2) このとき  $H^\infty$  ノルムの最小値  $\gamma_{\min}$  が次式で与えられる。

$$\gamma_{\min}^2 = 1 + \lambda_{\max}(ZX) \dots\dots\dots (B \cdot 4)$$

ここで、 $\lambda_{\max}$  は固有値の最大値を意味する。

(Step 3) 不等式  $\gamma > \gamma_{\min}$  を満足する  $\gamma$  に対して、 $H^\infty$  制御器は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_k &= (A + BF + \gamma^2 W_1^{-T} ZC^T(C + DF))x_k \\ &\quad + \gamma^2 W_1^{-T} ZC^T y \\ u &= B^T X x_k - D^T y \end{aligned} \right\} \dots\dots (B \cdot 5)$$

ここで、

$$F = -S^{-1}(B^T X + D^T C), \quad W_1 = I + (XZ - \gamma^2 I)$$

(注意) ノルム条件を満足する  $H^\infty$  制御器は唯一ではない。式

(B・5) で示した  $H^\infty$  制御器は、中央解と呼ばれるものである。

付録 C 制御器の伝達関数

case 1

$$K(s) = 0.296 \frac{(s+56.4 \pm j77.6)(s+33.6 \pm j68.4)(s-88.6 \pm j331)}{(s+20.6 \pm j122)(s+40.0 \pm j69.3)(s+17.2 \pm j35.8)} \\ \times \frac{(s+100 \pm j439)(s-57.1)(s-591)}{(s+53.9 \pm j239)(s+46.1)(s+172)}$$

case 2

$$K(s) = 1.19 \frac{(s+49.6 \pm j80.4)(s-2.21 \pm j55.0)(s+59.2 \pm j199)}{(s+122 \pm j66.5)(s+27.1 \pm j116)(s+6.91 \pm j50.8)} \\ \times \frac{(s+546 \pm j640)(s+150 \pm j424)}{(s+120 \pm j307)(s+50.0 \pm j204)}$$

参考文献

1) B.A. Francis : A Course in  $H^\infty$  Control Theory Lecture Notes in Control and Information Sciences 88, Springer-Verlag, 1987.  
 2) ミニ特集：ロバスト制御— $H^\infty$  制御を中心にして、計測と制御, Vol. 29, No. 2, 1990.

3) SICE 夏期セミナー '92 資料—新しい制御理論に基づく制御系設計法—  
 4) システム制御情報学会編：第 41 回システム制御情報講習会「 $H^\infty$  制御の基礎」テキスト, 1992.  
 5) G. Zames : Feedback and Optimal Sensitivity : Model Reference Transformations. Multiplicative Seminorms and Approximate Inverses, IEEE Trans. AC., AC-26-2, pp.585/601, 1981.  
 6) K. Glover and J.C. Doyle : State-Space Formulae for Stabilizing Controllers that Satisfy a  $H^\infty$  Norm Bound and Relations to Risk Sensitivity, Systems and Control Letters, Vol.11, No.2, pp.162/172, 1988.  
 7) 特集：実用期を迎えたロバスト制御, 計測と制御, Vol. 30, No. 8, 1991.  
 8) 崔・野波・西村： $H^\infty$  制御理論による多自由度構造物のアクティブ振動制御, 第 2 回 MOVIC 講演論文集, pp.189/195, 1991.  
 9) 川谷・松嶋：正規化既約分解表現に基づく橋梁のロバスト制御, システム制御情報学会論文誌, Vol. 6, No. 1, pp.48/56, 1993.  
 10) M.J. Balas : Active Control of Flexible Systems, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.25, No.3, pp.415/436, 1978.  
 11) 谷口・田村共訳：新版工業振動学, コロナ社  
 12) 坂井ほか：橋梁低周波振動のアクティブ制御に関する研究, 第 9 回土木学会関東支部新潟会論文誌, pp.1/6, 1991.  
 13) 木村：LQG から  $H^\infty$  へ, 計測と制御, Vol.29, No.2, pp.111/119, 1990.  
 14) 藤井：2 次安定化とロバスト制御, 計測と制御, Vol. 29, No.2, pp.142/150, 1990.  
 15) 久村：制御システム論の基礎, 共立出版, 1988.  
 16) D.C. Macfarlane and K. Glover : Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Description, Lecture Notes in Control and Information Sciences 138, Springer-Verlag, 1990.  
 17) M.J. Englehart and M.C. Smith : A Four-Block Problem for  $H^\infty$  Design : Properties and Applications, Automatica, Vol.27, No.5, pp.811/818, 1991.  
 18) 美多・原・近藤：基礎デジタル制御, コロナ社, 1989.  
 19) 制御系実装用ツール DSP-CIT, dSPACE 社.  
 20) 制御系の低次元化小特集号, システム／制御／情報, Vol.34, No.9, 1990.  
 21) R.Y. Chiang and M.G. Safonov : Robust-Control Toolbox, The Math-Works, Inc., 1988.  
 22) 制御系設計用ツール MATLAB, The Math-Works  
 23) 篠塚：土木・建築における制御技術の現状, 計測と制御, Vol.31, No.4, pp.461/466, 1992.  
 24) 増淵：システム制御, コロナ社, 1990.

(1993. 1. 18 受付)