

バンドル調整のための外部標定要素の 近似値の自動計算法

服部 進*・関 章良**

任意の座標系（モデル座標系または対象空間座標系）に関する写真の外部標定要素と対象点の座標の近似値を自動計算する手法を開発した。方法の基本は線形の共面条件式による相互標定の回転行列の決定、および角度要素への分解である。これによってつぎのことが可能になった。(1) めんどろな標定作業が半自動化できる。(2) 絶対基準点が無くてカメラキャリブレーションや現場計測ができる。

Key Words: closed form relative orientation, semi-automated bundle adjustment, close-range photogrammetry, camera calibration, closed form absolute orientation

1. はじめに

近接写真測量の標定計算やカメラキャリブレーションではバンドル調整法を多用する^{24), 28)}。このとき観測方程式は非線形になるので、計算の始めにすべての未知パラメータの近似値が必要である。一般に内部標定要素の近似値は比較的簡単に得ることができるが、外部標定要素と対象点の対象空間座標の近似値を求めるのはめんどろである。

たとえば球形のガスタンクなどを対象とする近接写真測量では、対象全体を覆うようにさまざまな撮影位置、撮影方向で撮影した写真を接続しなければならない。これまでは通常撮影時にカメラの回転角と撮影位置を記録しておくようにしているが、写真測量技術者以外のものでこれを行うのは必ずしも容易ではない。さらに対象空間座標系を撮影後（一般には計測の段階）に設定する場合には困難が生じる。

とくに最近ではデジタル画像をベースとした図化機^{1)-4), 27)}（デジタルプロッタと呼んでおく）が実用に近づいた。これは写真測量にあまり詳しくない技術者でも手軽に3次元計測できることを眼目している。この結果自動ないし半自動の調整計算アルゴリズムが必要になった。

この目的のためには、対象空間座標と写真座標を直接線形式で関係づける DLT 法がよく使われている^{5), 6)}。一方 Zeng⁷⁾は後方交会で外部標定要素を決定する方法を示した。両者とも近似値のいらぬ閉じた形の式を与えているが、各写真ごとに前者は6点以上、後者は3点の3次元基準点（XYZ 座標の分かっている基準点）が必要である。これらに対し、Tsai⁸⁾は1対のステレオ画

像（CCD 画像）の自動キャリブレーションを発表した。この方法は2次元基準点を使った工業計測に向く方法である。基準点場を大きな収束角で収束撮影して、この結果生じる斜影歪を積極的に利用して、外部標定要素を導くという方法で閉じた形を得た。

しかしこれらの方法では、対象空間を複数のオーバーラップする写真群で計測するときには実用的でない。実際のでない数の基準点を配置しなければならないからである。さらにいくつかの土木建築の測量、多くの工業計測では対象の形とスケール、あるいは水平面のみが問題で、必ずしも絶対位置を必要としない。この場合任意の座標系を設定して、距離、角度などの基準量および水平面の基準点（水準点）のみで標定・計測ができることが望ましい。

このため実用上はやはりバンドル調整が優れているが、閉じた形でのバンドル調整法は式の上からきわめて困難である。これに代わるものとして相互標定を閉じた形で実行できれば良いことになる。個々のモデルの接続標定は容易であるから全域的なモデルができる。モデル座標系と対象空間座標系の最小2乗法に基づく変換（絶対標定）の閉じた形は最近開発された^{14), 16)-18)}ので、これを使ってバンドル調整に必要なすべてのパラメータの近似値が計算できる。すなわち原理的には古典的な相互、接続、絶対標定の手順を踏むことになる²⁴⁾。

なお通常の空中写真測量では等高度鉛直撮影を仮定し²⁴⁾、また近接写真測量でも隣あう写真の角度要素はほぼ等しいか、近似値が分かっているという仮定をするため²³⁾接続標定は容易である。しかしデジタルプロッタでは立体視できない写真でも画像処理によって計測可能にできるため撮影形態に関する仮定を置かないのが都合がよい。そのために閉じた形が必要になる。

厳密な意味での閉じた形の相互標定は、基本になる共面条件式が非線形になるので困難である。これまでのと

*正会員 工博 福山大学助教授 工学部情報処理工学科 (〒729-02 福山市学園町3歳)

**工博 福山大学教授 工学部情報処理工学科

ころ通常の5個のパラメータを用いた超越方程式（写真測量の共面条件式）を解く以外に Hofmann²⁶⁾による高次連立方程式を解く方法が報告されているが今のところ実用的でない。

著者らはより広い空間で閉じた形の解を求める解法を見いだした。8点以上の共面条件から線形式で9個のパラメータを求める。5個の角度を相互標定要素にとり、9個のパラメータとの関係から適合しない解を捨てる方針で標定要素を決定する。こうすることで誤差のある測定値からも安定して標定要素を決定できる。

なお著者とは独立にすでに Tsai ら²⁵⁾によって著者と同様8個以上の共面式で9個のパラメータを解く線形解法が報告されている。本来相互標定を目的としたものではなく、一つのカメラで観測する剛体の相対運動を求めるものであるが数学的には相互標定と同値である。標定要素として3個の回転角と2個の平行移動要素をとっている。9個のパラメータからできる3×3行列を極分解して平行移動と回転の要素を得ている。ただし測定値に誤差がないときは正しい唯一解を保証するが、誤差がある時はこの唯一解の整合性の保証がない。

著者らはさらに実用的なプログラム開発を行い、パスポイント（画像上の対応点）の座標のみからモデル座標系に関する（必要であればさらに任意の対象空間座標系に関する）外部標定要素と対象点座標の近似値を自動的に求める手続きを開発した^{9)~11)}。

これによってつぎのことが可能になった。

- (1) めんどくさい標定作業が半自動化できる。とくにデジタルプロットにこの方法は有用である。利用者は標定理論を深く学ぶ必要はない。
- (2) 基準点のない計測ができる。対象空間座標は描画の際にCADの画面で任意に定義することができる。
- (3) 基準点のないカメラキャリブレーションができる。適当な撮影条件では画像点の交会条件だけから内部標定要素を求めることができるので^{12),13)}、基準点座標を計測することなくモデル座標系でカメラキャリブレーションを実行できる。

2. に手続き全体の概要を示し、3., 4. で詳説する。さらに5. で著者の方法がうまく機能することを示すため、1対の写真の相互標定の問題と基準点を使わないカメラキャリブレーションに適用する。

2. パラメータの初期値計算の手続きの概要

カメラキャリブレーションの方法を例にして説明する。Fig.1に示すように3次元的に配置したターゲット場をさまざまな撮影位置から、カメラの回転角を変えて写し込む（図の説明は5.(2)参照）。このとき撮影形態（撮影位置、枚数、カメラ回転角）が適切であれば、任意の座標系に関する調整計算で、カメラの内部標定要

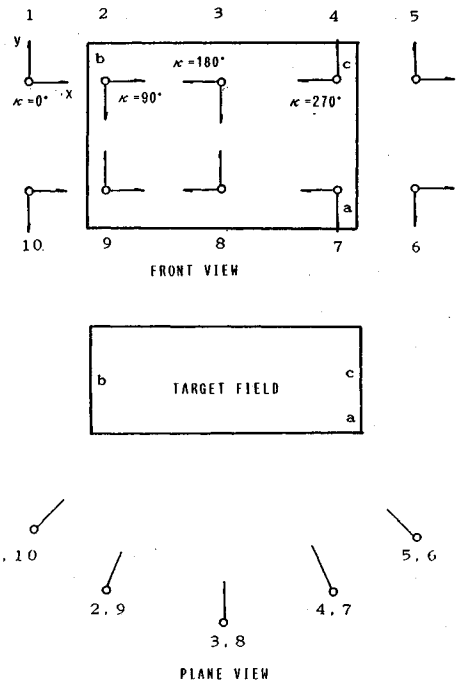


Fig.1 Imaging configuration for camera calibration

素とターゲットの対象空間座標、写真の外部標定要素を同時に決定できる^{12),13)}。対象空間座標が与えられていないときはモデル座標系で調整すればよい。このターゲット場は5.(2)で述べる実験に用いる。

計算の手続きは次のようである。

- (1) まず一対ごとの写真対の独立モデル座標系に関する相互標定要素を決定する (3. 参照)。
- (2) それらの独立モデルを接続して、全域的モデル（統一モデルと呼ぶ）を得る。統一モデル座標系に関する各写真の回転行列と撮影位置を計算する (4.(1) 参照)。
- (3) 対象空間座標系が与えられているときは、統一モデル座標系を対象空間座標系に変換し、これに関する回転行列と撮影位置を計算する（絶対標定、4.(2) 参照)。
- (4) ターゲットの対象空間座標を計算する。
- (5) 最後に各写真の回転行列を分解し、回転角度成分を計算する (4.(3) 参照)。

この報告では (3) の閉じた形の対地標定に関しては方法のみを述べて実験結果を示していない。この方法はCADに組み込むことに技術上の意義があるので、別途報告する予定である。

3. 1対の写真の相互標定

(1) 交会条件

まず1対のオーバーラップする写真対を考える。カメラの内部標定要素は既知とする。Fig.2—1のように独立モデル法のモデル座標系を取ると、対応する写真点の

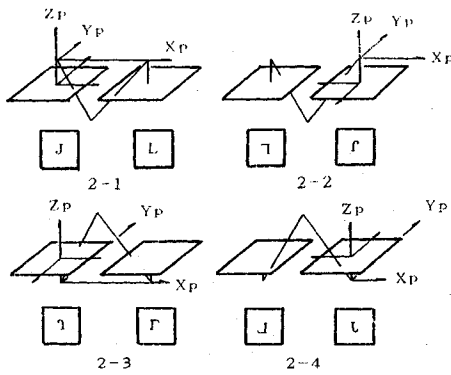


Fig.2 Four solutions obtained from the coplanarity condition
 X_p, Y_p and Z_p are the model coordinate axes. The letters J, L show fore and back side of images.

モデル座標は次の式で表される。

$$\begin{bmatrix} X_{p1} \\ Y_{p1} \\ Z_{p1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -c \end{bmatrix} \quad \dots\dots (1)$$

$$\begin{bmatrix} X_{p2} \\ Y_{p2} \\ Z_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここで $(X_{p1}, Y_{p1}, Z_{p1})^T, (X_{p2}, Y_{p2}, Z_{p2})^T$ は写真点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ の独立モデル座標, $(m_{ij}), (n_{ij})$ は独立モデル座標系に対する回転行列, c は画面距離, B は基線長 (符号を含めて未知). このとき共面条件

$$Y_{p1} Z_{p2} - Z_{p1} Y_{p2} = 0 \quad \dots\dots (2)$$

を線形式に展開すると次の式を得る。

$$\begin{aligned} & p_1 x_1 x_2 + p_2 x_1 x_2 + p_3 x_1 (-c) + q_1 y_1 x_2 \\ & + q_2 y_1 y_2 + q_3 y_1 (-c) + r_1 (-c) x_2 + r_2 (-c) y_2 \\ & + r_3 (-c) (-c) = 0 \quad \dots\dots (3) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} p_1 &= m_{21} n_{31} - m_{31} n_{21}, & p_2 &= m_{21} n_{32} - m_{31} n_{22}, \\ p_3 &= m_{21} n_{33} - m_{31} n_{23}, & q_1 &= m_{22} n_{31} - m_{32} n_{21}, \\ q_2 &= m_{22} n_{32} - m_{32} n_{22}, & q_3 &= m_{22} n_{33} - m_{32} n_{23}, \quad \dots\dots (4) \\ r_1 &= m_{23} n_{31} - m_{33} n_{21}, & r_2 &= m_{23} n_{32} - m_{33} n_{22}, \\ r_3 &= m_{23} n_{33} - m_{33} n_{23} \end{aligned}$$

$p_1, p_2, p_3, \dots, r_1, r_2, r_3$ の間には

$$\sum_{i=1}^3 (p_i^2 + q_i^2 + r_i^2) = 2 \quad \dots\dots (5)$$

の関係があることが容易に分かる。そこで8点以上の対応点について式(3)を立てて最小2乗法で解けば p_1 から r_3 が求められる。なお、共面条件の独立変数は5個であるから、式(5)以外に p_1 から r_1 には3個の内部拘束がある。

$$\mathbf{a} = (p_1 \ p_2 \ p_3 \ q_1 \ q_2 \ q_3 \ r_1 \ r_2 \ r_3)^T \quad \dots\dots (6)$$

とし、式(3)を次式のように観測式の系で書きあらわす。

$$\mathbf{Xa} = \mathbf{v} \quad \dots\dots (7)$$

\mathbf{X} は係数行列, \mathbf{v} は残差ベクトルである。 $\mathbf{a}^T \mathbf{a} = 2$ であるから、Lagrange 乗数 λ を使って最小2乗法の目的関数は次のようになる。

$$E = \mathbf{a}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{a} - \lambda (\mathbf{a}^T \mathbf{a} - 2) \quad \dots\dots (8)$$

$\partial E / \partial \mathbf{a} = 0$ より,

$$(\mathbf{X}^T \mathbf{X} - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{a} = \mathbf{0} \quad \dots\dots (9)$$

を得る。 \mathbf{I} は単位行列である。係数ベクトル \mathbf{a} は固有ベクトル, λ は残差分散 $\|\mathbf{v}\|^2/2$ になる。撮影形態が悪いと0に近い λ が複数個現れるが、実験によると良い形態でも2ないし3個の0に近い λ が得られることがあった。現在のところ筆者はいくつの λ が得られるかを予測できていない。残差分散を最小にする固有値が必ずしも正しい解を示さない例を5.(1)で示す。

λ のしきい値 Th は次のように写真上の y -視差から与えることができる。式(1)からモデル点 $P_1 (X_{p1}, Y_{p1}, Z_{p1}), P_2 (X_{p2}, Y_{p2}, Z_{p2})$ の画像上の y -視差 (Dy) は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} Dy &= (Y_{p1} Z_{p2} - Y_{p2} Z_{p1}) \cdot c / (Z_{p1} Z_{p2}) \\ &\approx (Y_{p1} Z_{p2} - Y_{p2} Z_{p1}) / c \quad \dots\dots (10) \end{aligned}$$

Dy に対するしきい値 Th_{Dy} は全写真点での y -視差の2乗平均で与える。

$$\begin{aligned} Th_{Dy} &\geq \sqrt{((1/n) \cdot \sum Dy^2)} \\ &= \sqrt{(1/n \cdot c^2) \cdot \sum (Y_{p1} Z_{p2} - Y_{p2} Z_{p1})^2} \quad \dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここで n はモデル点の数である。 $\lambda = \|\mathbf{v}\|^2/2$ であるから式(2)より,

$$Th \geq (1/2) \cdot (Th_{Dy})^2 \cdot n \cdot c^2 \quad \dots\dots (12)$$

が得られる。著者らは $Th_{Dy} = 2 \text{ mm}$ を使っているがかなり過大の値を与える。それぞれの λ に対して \mathbf{a} を求め、複数の \mathbf{a} の候補の中から次の手続きで正しい \mathbf{a} を選び出す。以下の議論では正しい相互標定要素の組が唯一存在していることを仮定している。測定値に誤差があるときの解の一意性は保証されていない。これは今後の課題であるがこれまでのところ実験的には(解がある場合には)唯一解が得られている。

(2) 回転行列, 回転角度の定義

式(4)の p_1, \dots, r_3 から回転行列および回転角度を評価する。もとの撮影条件が Fig.2-1 であったとしても共面条件からは Fig.2-1, 2-2, 2-3, 2-4 の4つの解が求められる。Fig.2-3, 2-4 は画像がネガの位置にあるので不相当であるが, Fig.2-1, 2-2 はどちらも正しく, 等価である。

まず回転行列を式(13)のように定義する。

$$(\mathbf{m}_{ij}) = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & 0 & -\sin \phi_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi_1 & 0 & \cos \phi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \kappa_1 & \sin \kappa_1 & 0 \\ -\sin \kappa_1 & \cos \kappa_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\phi_1 \cos\kappa_1 & \cos\phi_1 \sin\kappa_1 & -\sin\phi_1 \\ -\sin\kappa_1 & \cos\kappa_1 & 0 \\ \sin\phi_1 \cos\kappa_1 & \sin\phi_1 \sin\kappa_1 & \cos\phi_1 \end{bmatrix} \dots\dots(13-1)$$

$(n_{ij}) =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega_2 & \sin\omega_2 \\ 0 & -\sin\omega_2 & \cos\omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\phi_2 & 0 & -\sin\phi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi_2 & 0 & \cos\phi_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\kappa_2 & \sin\kappa_2 & 0 \\ -\sin\kappa_2 & \cos\kappa_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\phi_2 \cos\kappa_2 \\ -\cos\omega_2 \sin\kappa_2 + \sin\omega_2 \sin\phi_2 \cos\kappa_2 \\ \sin\omega_2 \sin\kappa_2 + \cos\omega_2 \sin\phi_2 \cos\kappa_2 \\ \cos\phi_2 \sin\kappa_2 \\ \cos\omega_2 \cos\kappa_2 + \sin\omega_2 \sin\phi_2 \sin\kappa_2 \\ -\sin\omega_2 \cos\kappa_2 + \cos\omega_2 \sin\phi_2 \sin\kappa_2 \\ -\sin\phi_2 \\ \sin\omega_2 \cos\phi_2 \\ \cos\omega_2 \cos\phi_2 \end{bmatrix} \dots\dots(13-2)$$

他の回転順序で (m_{ij}) , (n_{ij}) を定義した場合、以下に示す分解法を実行すると角度への分解が一意的に行えない場合が現れる。たとえば各角度の回転行列を、簡単に $[\phi_1]$, $[\kappa_1]$, $[\omega_2]$, $[\phi_2]$, $[\kappa_2]$ と表し、 $(m_{ij}) = [\phi_1] [\kappa_1]$, $(n_{ij}) = [\omega_2] [\phi_2] [\kappa_2]$ と定義すれば、 $\sin\phi_1 = 0$ のときには、他の角度が求められなくなる。

以下の (3) から (6) では ϕ_1 , κ_1 , ϕ_2 が多重解になる。候補者は最後まで保留してすべての条件を満たすものを残す。

(3) ϕ_1 の推定

m_{23} が 0 であることから、式 (4) と比較して

$$m_{33}n_{21} = -r_1, m_{33}n_{22} = -r_2, m_{33}n_{23} = -r_3 \dots\dots(14)$$

であり、これより

$$m_{33}^2 (n_{21}^2 + n_{22}^2 + n_{23}^2) = r_1^2 + r_2^2 + r_3^2$$

を得る。 $m_{33} = \cos\phi_1$ であり、2枚のポジ画像に対応する点が写っているのであるから、 $-\pi/2 < \phi_1 < \pi/2$ すなわち $m_{33} > 0$ でなければならない。 (n_{ij}) は直交行列であることから、

$$m_{33} = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2} \dots\dots(15)$$

が求められる。これから必要条件として ϕ_1 の 2 つの値が得られる。どちらの ϕ_1 が正しいかは保留する。式 (14) より次を得る。

$$n_{21} = -r_1/m_{33}, n_{22} = -r_2/m_{33}, n_{23} = -r_3/m_{33} \dots\dots(16)$$

式 (4) の 1, 2, 3 式にそれぞれ n_{21} , n_{22} , n_{23} を掛けて辺々加えると、 (n_{ij}) の直行性から

$$m_{31} = -(p_1 n_{21} + p_2 n_{22} + p_3 n_{23}) \dots\dots(17-1)$$

を得る。同様に、4, 5, 6 式, 7, 8, 9 式から次式を得る。

$$m_{32} = -(q_1 n_{21} + q_2 n_{22} + q_3 n_{23}) \dots\dots(17-2)$$

$$m_{33} = -(r_1 n_{21} + r_2 n_{22} + r_3 n_{23}) \dots\dots(17-3)$$

ただし式 (17-3) は式 (15) と同値である。

(4) κ_1 の推定

次に式 (4) の最初の 6 式を

$$m_{21}n_{31} = p_1 m_{31}n_{21}, m_{21}n_{32} = p_2 + m_{31}n_{22}$$

$$m_{21}n_{33} = p_3 + m_{31}n_{23}, m_{22}n_{31} = q_1 + m_{32}n_{21}$$

$$m_{22}n_{32} = q_2 + m_{32}n_{22}, m_{22}n_{33} = q_3 + m_{32}n_{23}$$

と書いて、1 式と 4 式, 2 式と 5 式, 3 式と 6 式を掛けて辺々加えれば右辺は計算でき、左辺は次のようになる。

$$m_{21} m_{22} (n_{31}^2 + n_{32}^2 + n_{33}^2) = m_{21} m_{22}$$

$$= -\sin\kappa_1 \cos\kappa_1 = -1/2 \cdot \sin 2\kappa_1 \dots\dots(18)$$

これより κ_1 を求めると、 $-\pi \leq \kappa_1 \leq \pi$ の範囲で 4 つ得る。以下に示すようにそれぞれの κ_1 の値にしたがって n_{31} , n_{32} , n_{33} の値を評価し、 $n_{33} > 0$ の条件 (ポジ画像の条件) にあわないものを捨てる。なお計算精度を考えて、 κ_1 の範囲によって n_{31} , n_{32} , n_{33} の評価式を変える。

a) $-3/4\pi \leq \kappa_1 < \pi/4$ または $\pi/4 \leq \kappa_1 < 3/4 \cdot \pi$ のとき

$$n_{31} = (p_1 + m_{31}n_{21})/(-\sin\kappa_1),$$

$$n_{32} = (p_2 + m_{31}n_{22})/(-\sin\kappa_1), \dots\dots(19-1)$$

$$n_{33} = (p_3 + m_{31}n_{23})/(-\sin\kappa_1)$$

b) $-\pi/4 \leq \kappa_1 < \pi/4$ のとき $3/4\pi \leq \kappa_1 \leq 5/4 \cdot \pi$ のとき

$$n_{31} = (q_1 + m_{32}n_{21})/\cos\kappa_1,$$

$$n_{32} = (q_2 + m_{32}n_{22})/\cos\kappa_1, \dots\dots(19-2)$$

$$n_{33} = (q_3 + m_{32}n_{23})/\cos\kappa_1$$

(5) ϕ_2 , ω_2 の推定

式 (13-2) より、

$$\sin\omega_2 \cos\phi_2 = n_{2n}, \cos\omega_2 \cos\phi_2 = n_{33} \dots\dots(20)$$

したがって

$$\cos\phi_2 \pm \sqrt{n_{23}^2 + n_{33}^2} \dots\dots(21)$$

これより、 ϕ_2 は 4 つの値が出る (必要条件)。 $\cos\phi_2 \neq 0$ であるから、つぎの式から ω_2 は 1 つ決まる。

$$\sin\omega_2 = n_{23}/\cos\phi_2, \cos\omega_2 = n_{33}/\cos\phi_2 \dots\dots(22)$$

(6) κ_2 の推定

式 (13-2) を

$$(-\cos\omega_2) \sin\kappa_2 + (\sin\omega_2 \sin\phi_2) \cos\kappa_2 = n_{21}$$

$$(\cos\omega_2) \cos\kappa_2 + (\sin\omega_2 \sin\phi_2) \sin\kappa_2 = n_{22} \dots\dots(23)$$

$$(\sin\omega_2) \sin\kappa_2 + (\cos\omega_2 \sin\phi_2) \cos\kappa_2 = n_{31}$$

$$(-\sin\omega_2) \cos\kappa_2 + (\cos\omega_2 \sin\phi_2) \sin\kappa_2 = n_{32}$$

と書き、 $\sin\kappa_2$, $\cos\kappa_2$ を独立変数とする連立方程式とみなし、1 式, 2 式を使って解き、その結果を 3 式, 4 式に代入して式が成り立つかを調べる。3 式, 4 式を満足

しない ϕ_2 , ω_2 の値は捨てる。許容誤差は実験的に 0.3 としているが、一般に十分に余裕がある。1式, 2式を使って解くのは $\sin\phi_2$ が 0 になる可能性があるからである。

(7) 厳密な相互標定と、基線長の符号の決定

以上で得られた 5つの回転角は近似程度が悪いので、再度この値を初期値として、1対の写真の相互標定を行う。こうしてできた独立モデルは Fig.2-1 か Fig.2-2 であるが、さらに左右の位置関係が逆転しているかもしれない。そこで基線長の符号を次のように定める。独立モデルの各点のモデル座標を計算し、 Z_p の値が負であれば正、正であれば負を与える。

4. 対象空間座標系への変換と各写真の標定要素の評価

(1) 統一モデル座標系への変換(接続標定)

3. でできた各独立モデルを従来の接続モデル法で接続する。適当な独立モデルを基準として(基準モデルと呼ぶ。Fig.1では写真3, 8でできるモデル)と写真を接続し、統一モデルを作る。著者は統一モデル座標系 $X_M Y_M Z_M$ の X_M, Y_M の方向を基準モデルの左写真(写真3)の写真座標系 x, y の方向と一致させてとっている。

著者の最初のプログラムでは写真の最適な組み合わせを計算機で探すようにしていたが、何の情報もない場合総当たりで調べなければならず、かえって実用的でなくなったため当面計測者が接続の順番を与えることにした。

モデル接続の結果各写真の統一モデル座標系に関する撮影位置と回転行列が求められる。

(2) 統一モデル座標系から対象空間座標系への変換(絶対標定)

対象空間座標系 XYZ が必要な場合は統一モデル座標系 $X_M Y_M Z_M$ からさらに対象空間座標系 XYZ へ座標変換し、変換係数を決定する。

対象を図化するときは適当な対象空間座標系が必要である。座標系が与えられていない場合は計測者が適当に与える。デジタルプロッタを使うときには画像を立体視しながら CAD を使って会話的に設定できる。

ここでは座標系が基準点の形で与えられている場合を考える。一般の工業計測、土木測量では地形測量と異なり、3次元基準点を与えるのが普通である。このときモデル座標系と対象空間座標系の変換式を閉じた形で求める方法はすでに解決されている^{14)~16)}。

Schut¹⁵⁾は回転行列を4元数で表し、3点の基準点を使って回転要素を求める線形式を導いた。Arun¹⁶⁾と Horn¹⁷⁾の方法は等価であって、両者とも3点以上の3次元基準点に対して最小2乗法で最適回転行列を導いた。Arun は特異値分解法を用い、Horn は四元数で表した回転行列を固有値分解で求めた。金谷¹⁴⁾はこれらの方

法を要領よく解説している。著者のプログラムでは Arun¹⁶⁾の方法を採用した。以下に具体的な解法を示す。

変換式は次の3次元相似変換式になる。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(24)$$

Sはスケール、 $A=(A_{ij})$ は回転行列、 (B_i) は平行移動要素である。

$(X_0 Y_0 Z_0)^T, (X_{M0} Y_{M0} Z_{M0})^T$ を対象空間、およびモデル空間での基準点の重心とするとスケール S は次式で与えられる。

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \{(X_i - X_0)^2 + (Y_i - Y_0)^2 + (Z_i - Z_0)^2\}}{\sum_{i=1}^n \{(X_{Mi} - X_{M0})^2 + (Y_{Mi} - Y_{M0})^2 + (Z_{Mi} - Z_{M0})^2\}} \quad \dots\dots(25)$$

ただし添字 i は基準点番号である。次に式(24)を次のように n 点の基準点について書き表す。

$$X_i = A X_{Mi} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots(26)$$

ただし

$$X = \begin{bmatrix} (X - X_0)/S \\ (Y - Y_0)/S \\ (Z - Z_0)/S \end{bmatrix} \quad X_M = \begin{bmatrix} X_M - X_{M0} \\ Y_M - Y_{M0} \\ Z_M - Z_{M0} \end{bmatrix}$$

である。そこで

$$E = \sum_{i=1}^n (A X_{Mi})^T (A X_{Mi} - X_i) \quad \dots\dots(27)$$

を最小にする直交行列 A を求めればよい。式(27)を展開すると

$$E = \sum_{i=1}^n (X_i^T X_i + X_{Mi}^T X_{Mi} - 2 X_{Mi}^T A^T X_i) \quad \dots\dots(28)$$

を得る。Eの最小値は

$$Tr(\sum_{i=1}^n (X_i A^T X_{Mi}^T)) = Tr(A^T \sum_{i=1}^n (X_i X_{Mi}^T))$$

を最大にすれば得られる。適当な直交行列 U, V で $N = \sum (X_i X_{Mi}^T)$ を特異値分解して、

$$N = V A U^T \quad \dots\dots(29)$$

とする。Aは正の要素の対角行列である。求めるAは

$$A = V U^T \quad \dots\dots(30)$$

で得られる。直行列 U, V は次のようにして得た。行列 $N^T N$ の固有値を並べた対角行列を E とすると、対応する固有列ベクトルを並べた行列が U になる。すなわち

$$N^T N = E U E^T \quad \dots\dots(31)$$

であり、Vは次式で求められる。

$$V = N U E^{-1/2} \quad \dots\dots(32)$$

なお $E^{-1/2}$ は E の対角要素の逆数の平方根を並べた行列である。N^TN は正定値行列であってその固有値は常

に正であるから $E^{-1/2}$ は常に存在する。もし固有値が 0 になるときは対象空間が縮退している (すなわち基準点の配置が悪い) ことを意味する。なお行列 A は

$$A = V^T N U = E^{1/2} \dots \dots \dots (33)$$

である。

最後に対象空間に関する各写真の回転行列と平行移動要素を計算する。

(3) 回転角度要素の評価

対象空間座標系 (または統一モデル座標系) でのすべての画像の回転行列が求められた後、それらを角度成分に分解する。対象空間座標系に対するカメラの回転行列 (M_{ij}) を式 (13-2) と同様それぞれの角度の回転行列の積で表し、簡略的に $[\Omega][\Phi][K]$ などと書く。ここでは角度を大文字で表す。

近接写真測量ではさまざまな方向から対象を撮影するので、回転角度の順番を決めておくことと撮影軸の方向と対象空間座標系の軸の方向が一致しているときには行列が縮退して一意的に回転角度が決まらないことがある¹⁹⁾。従来の調整計算では回転角度の順番は一定にして、その代わりに対象空間座標系の座標軸を入れ換えて行列の縮退を避けていた。しかしこれでは球形タンクの計測などでは上からも横からも撮影するので同時調整のとき支障が出る恐れがある。著者は回転行列の値によって回転の順番の定義を変える方法をとった。こうすると CAD で図化するとき、2 次的な変換をすることなくいつも共通の対象空間座標系を使える。

著者は以下のように回転順序を定義した。

- a) $|M_{13}| \leq 0.8$ のとき (M_{ij}) = $[\Omega][\Phi][K]$
- b) $|M_{13}| \geq 0.8$ かつ $|M_{31}| \leq 0.8$ のとき (M_{ij}) = $[K][\Phi][\Omega]$
- c) $|M_{13}| \geq 0.8$ かつ $|M_{31}| \geq 0.8$ のとき (M_{ij}) = $[K][\Omega][\Phi]$

0.8 はしきい値であるが強い根拠はない。またバンドル調整プログラムへ回転角の初期値を渡すときにどの回転順序によったかを同時に渡すことになる。それぞれの場合での分解法は同様であるから a) のみを示す。

$\sin \Phi = -M_{13}$ これから $-\pi < \Phi \leq \pi$ で Φ の候補が 2 つでる。両者とも保持しておく。 $\cos \Phi \neq 0$ でないから

$$\sin \Omega = M_{23} / \cos \Phi, \cos \Omega = M_{33} / \cos \Phi \dots \dots \dots (34)$$

$$\cos K = M_{11} / \cos \Phi, \sin K = M_{12} / \cos \Phi$$

Φ の値に対して Ω, K は 1 つ決まる。これらのうち次の式を満たさない Φ, Ω, K の組は捨てる。許容値は 0.3 とした。

$$\begin{aligned} -\cos \Omega \sin K + \sin \Omega \sin \Phi \cos K &= M_{21} \\ \cos \Omega \cos K + \sin \Omega \sin \Phi \sin K &= M_{22} \\ \sin \Omega \sin K + \cos \Omega \sin \Phi \cos K &= M_{31} \\ -\sin \Omega \cos K + \cos \Omega \sin \Phi \sin K &= M_{32} \end{aligned} \dots \dots \dots (35)$$

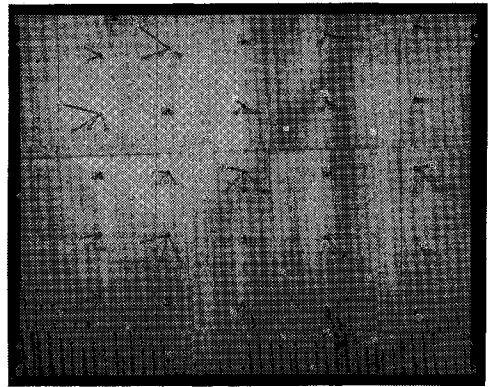


Fig.3 One of two photographs used in the orientation experiment

5. 適用例

著者はいくつかの実験で開発したプログラムの性能を調べた。以下にその例として 1 対の近接立体写真の標定と測定用カメラのキャリブレーションの場合を論じる。前者は弱い撮影形態で相互標定要素を推定するのが目的であり、後者はプログラム全体の処理の流れを示すのが目的である。

(1) 一对の立体写真の標定

35 mm フィルムの計測用カメラ (ペンタックス PAMS 645, 画面距離 44.979 mm) でおよそ 5 m × 5 m × 0.5 m (奥行き) の 3 次元ターゲット場を 50% オーバーラップしてステレオに鉛直撮影した。Fig.3 に写真の 1 枚を示す。撮影基線長は 1.5 m である。共通して写った基準点は 12 点であり、オーバーラップした写真面では片寄り無く分布している。式 (3) によって独立モデルの相互標定要素を推定するには 8 点以上のパスポイントが必要であるから 12 点のパスポイント、かつ 50% のオーバーラップ率はよい撮影形態とはいえない。しかし近接写真ではこの例は最も普通の撮影形態である。写真点の機械座標は単眼コンパレータで計測し、メーカーが与えた内部標定要素を使って写真座標に変換した。

式 (9) で固有値を求めると小さい順に 0.0598, 0.146, 1.02 であり、それ以外は $10^6 \sim 10^8$ であった。0 に近い 3 個の固有値について回転行列と回転角を推定したところ小さい側から 3 番目の固有値に対して値が得られ、5 つの回転角はほぼ 0° であった。これを初期値とする相互標定はすぐ収束し、残存 y - 視差は画面上 $7 \mu\text{m}$ (RMS) であった。また他の 2 つの固有ベクトルに対応する回転角の解はなく、唯一解が得られた。Table 1 に相互標定要素の近似値と収束後の値を示す。この例のように測定誤差があるとき残差分散最小を与える線形式の解は必ずしも正しい解ではないので、候補解をすべて調

Table 1 Approximations and the most probable values of the relative orientation parameters (MPV Most Probable Value)

angles (°)	Approx.	M P V
ϕ_1	349.	358.96
κ_1	345.	360.33
ω_2	-2.43	360.04
ϕ_2	0.0	-1.12
κ_2	-1.49	360.13

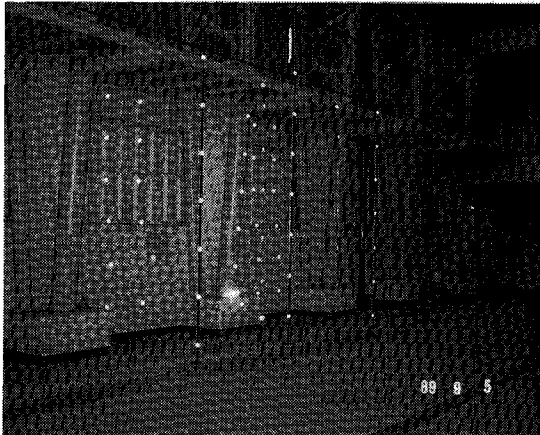


Fig. 4 Target field for the camera calibration test
White circles are reflecting targets, the center of which is marked with a 0.5 mm ϕ black circle.

べる必要がある。

(2) カメラキャリブレーション

基準点を使わない近接カメラのキャリブレーションに適用した結果を示す。対象は高精度計測用カメラ (Geodetic Service CRC1, 画面距離は可変でおおよそ 240 mm, フィルムサイズ 23 cm×23 cm) である。CRC1 は対象に 3 次元ターゲットを張り付け、撮影ごとにカメラキャリブレーションを実行して、カメラの内部・外部の標定要素とターゲットの空間座標を同時にかつ精密に決定する方法をとっている^{13), 20), 21)}。ただしレンズは非測定カメラ用でカメラ本体としては非計測用カメラであり、内部標定要素は未知である。画面距離の近似値はレンズの繰り出し量をマイクロメータで読みとって得る。

Fig.1 に撮影形態を正しい縮尺で示し、Fig.4 にターゲット場のスナップ写真を示す。ターゲット場は 5 m×4 m 奥行き 2 m の空間である。ターゲットは直径 1.5 cm の円形の反射シールである。ストロボ撮影で中央の直径 2 mm の黒円を浮き出すようにしている。点数は 63 点であり、ターゲット場全体に片寄りになく配置しており、ほとんどすべての点がすべての写真に写っている。

Fig.1 に示すように 10 枚の写真をターゲット場の中心から 6 m の距離から κ (撮影軸回りの回転角) を 90°

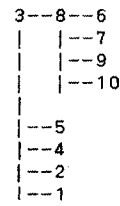


Fig. 5 Photograph Connection
The numbers stand for photographs in Fig. 1

ずつ回転させながら収束撮影した。図には写真座標系の方向と撮影位置および κ の値を示した。上図は正面図、下図は平面図である。平面図には撮影軸の方向を示した。写真 1~5 はやや斜めうえから、写真 6~10 はやや斜め下から撮影した。上下のカメラ間の距離は 2 m である。

ここでは内部標定のモデルとして最も一般的な形を採用した²²⁾。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= -x_0 + (K_1 r^2 + K_2 r^4)(x - x_0) \\ &\quad + P_1(r^2 + 2(x - x_0)^2) + 2P_2(x - x_0)(y - y_0) \\ \Delta y &= -y_0 + (K_1 r^2 + K_2 r^4)(y - y_0) \\ &\quad + 2P_1(x - x_0)(y - y_0) + P_2(r^2 + 2(y - y_0)^2) \end{aligned} \right\} \dots (36)$$

ただし x_0, y_0 は写真主点の座標, K_1, K_2 は放射方向レンズ歪, P_1, P_2 は接線方向レンズ歪の係数である。 r は $r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$

である。内部標定要素 $x_0, y_0, K_1, K_2, P_1, P_2$ の初期値はすべて 0 とした。

実験で採用した写真の接続関係は Fig.5 のようである。ターゲット場を正面から撮影した写真 3, 8 を基準モデルとして、他の写真をこれらに接続した (基準モデルの基線長 1 m)。しかし実験によれば独立モデルの収束角が 90° に近い場合 (写真 1 と 5, あるいは 10 と 6 などの組み合わせ) を除いて、どの組み合わせでも安定して標定要素の近似値が求められた。

独立モデルの標定要素の近似値を 3. の方法によって求めたところ、どのモデルでも 1 から 2 個の固有ベクトルの候補者が得られた。式 (12) の固有値のしきい値は $Th = 1.7 \cdot 10^7$ であり、候補の固有値は 30 から $1.5 \cdot 10^7$ まで変動した。この中にはほぼ同じオーダーの値の固有値が 2 個候補として得られることもあり、撮影形態と固有値との関係は今のところ明かでない。ただし相互標定要素は最小固有値から唯一確定し他の疑似解が現れることはなかった。

このように著者の方法で内部標定要素の確定していないカメラでも安定して相互標定要素を推定できるが、極端に品質の劣るカメラではおそらく問題がでるであろう。どの程度の非計測カメラに対してはいくつの共面式を立てれば安定して解が得られるかは今後の課題である。

Table 2 Approximations and the most probable values of parameters obtained in the camera calibration test

Int. orientation parameters		
	approx.	mpv.
camera dist.(mm)	249.5	249.575 ±0.016
principal x_0 (mm)	0.0	-0.076 ±0.019
point y_0	0.0	-0.341 ±0.019
radial lens dist.		
K_1 (mm ⁻²)	0.0	-0.373e-7 ±0.060e-7
K_2 (mm ⁻⁴)	0.0	-0.135e-12 ±0.298e-12
tang. lens dist.		
P_1 (mm ⁻¹)	0.0	0.609e-6 ±0.110e-6
P_2 (mm ⁻¹)	0.0	-0.291e-6 ±0.110e-6
Ext. orientation parameters		
photo 1		
$Q(\circ)$	-15.258	-14.952
$\phi(\circ)$	-0.717	-0.182
$K(\circ)$	-88.176	-88.379
X_0 (m)	0.971	0.959
Y_0 (m)	-0.025	-0.255
Z_0 (m)	-0.236	-0.255
photo 10		
$Q(\circ)$	-47.681	-47.327
$\phi(\circ)$	-16.021	-15.588
$K(\circ)$	-97.909	-97.966
X_0 (m)	1.969	1.960
Y_0 (m)	0.495	0.489
Z_0 (m)	-1.139	-1.121
RMS difference of the approximations and the most probable values of target point coords. in the global model coordinate system 797(mm)		

カメラキャリブレーションは統一モデル座標で行った。基準点がないときには、正規方程式のランク落ちに対処するため、調整計算をフリーネットワーク法が最小制約条件を付けて実行することになるが、ここでは後者で行った。Fig.1の3点のモデル座標(点aの Z_M 座標, b, cの $X_M Y_M Z_M$ 座標)を真値として(すなわち重み無限大で)拘束した。この結果決定された内部標定要素の値をTable 2に示した。Table 2には、同時に決定された外部標定要素の近似値と調整後の最確値を、例として写真1, 10について示した。さらにターゲット点座標の近似値と最確値の平均2乗差を示した。これらは統一モデル座標に関する値であり、実空間はモデルの約2倍のスケールになっている。

Table 2から著者の方法で得た値は初期値として十分な精度を持っていることが分かる。

6. 結 論

この論文はバンドル調整のパラメータの初期値を自動計算する手続きを議論した。これによって半自動の調整計算, 基準点のない写真測量, およびカメラキャリブレーションが実現できる。

方法は閉じた形の相互標定と絶対標定を基本にしていて、その手続きの概要はつぎのようである: 重複する写真群を1対づつの独立モデルに分け、それらの相互標定要素を線形の共面条件から評価する: 著者の方法は誤差を含んだ観測値からも安定して標定要素を計算できる。次に各独立モデルを接続標定して全域のモデルを作り、統一モデル座標系に関する回転要素を求める。もし対象

空間座標系が与えられている場合はさらに対象空間座標系への変換パラメータを計算する。

なおこの研究の一部は文部省科学研究費(一般C 01550412)によって行った。またカメラキャリブレーションの実験には(株)トプコン 大谷 仁志氏, 千田 益守氏, (株)パスコ 長谷川 博幸氏, 上杉 光平氏のお世話になった。厚くお礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 服部 進・内田 修・嶋本孝平: デジタルプロックによるトンネル切り羽の計測, 土木学会第46回年次学術講演会, pp.588-589, 1991.
- 2) Lohmann, P.G.Picht, J.Weidenhammer, K.Jacobsen and L.Skog: The design and development of a digital photogrammetric stereo workstation, ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, vol.44, pp.215-224, 1989,
- 3) 大谷仁志: ステレオ画像解析システム, 映像情報, Vol.21, No.25, pp.49-54, 1989.
- 4) Miller, S.B., U.V.Helava and K.D.Helava: Softcopy Photogrammetric Workstations, PE & RS, Vol.58, No.1, pp.77-83, 1992.
- 5) Abdel-Aziz, Y.I. and H.M.Karara: Direct Linear Transformation into Object Space Coordinates in Close-Range Photogrammetry, Proceedings of Symposium on Close-Range Photogrammetry, pp.1-18, 1971.
- 6) Nafel, A.J. and J.C.Boot: An Iterative Linear Transformation Algorithm for Solution of the Collinearity Equations, PE & RS, Vol.57, No.7, pp.913-919, July 1991.
- 7) Zeng, Z. and X.Wang: A General Solution of a Closed-Form Space Resection, PE & RS, Vol.58, No.3, pp.327-338, 1992.
- 8) Tsai, R.: An Efficient and Accurate Camera Calibration Technique for 3D Machine Vision, CVPR 86, pp.364-374, 1986.
- 9) 服部 進・上杉光平・長谷川博幸・大谷仁志: バンドル調整のための外部標定要素の近似値計算法, 日本写真測量学会学術講演論文集, pp.23-26, 1990.
- 10) 服部 進: カメラキャリブレーションのための外部標定要素の初期値計算法, 日本写真測量学会学術講演論文集, pp.79-82, 1991.
- 11) Hattori, S.: Bundle Adjustment in No Need of Approximations of Parameters, ISPRS Commission III, Washington DC, 1992.
- 12) 那須 充: 手持ちカメラのセルフ・カリブレーション, 測量調査技術論文集2, 日本測量調査技術協会, pp.441-446, 1983.
- 13) Fraser, C.S.: On the Use of Nonmetric Cameras in Analytical Close-Range Photogrammetry, The Canadian Surveyor, vol.36, No.3, pp.259-279, 1982.
- 14) 金谷健一・小川克幸: 3次元回転の最良推定と画像のマッチングへの応用, 情報処理学会コンピュータビジョン研究会, CV-65-5, 1990.
- 15) Schut, G. H.: On Exact Linear Equations for the

- Computation of Rotational Elements of Absolute Orientation, Photogrammetria, XVIII, No.1, pp.34-37, 1961.
- 16) Arun, K.S., T.S. Huan and S.D. Blostein : Least Squares of two 3D-Point Data, IEEE Trans., Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.9, pp.698-700, 1987.
- 17) Horn, B.K.P. : Closed-form Solution of Absolute Orientation Using Unit Quaternions, J. Opt. Soc. Am A4, pp.629-642, 1987.
- 18) Horn, B.K.P., H.M. Hilden and S. Negahdaripour : Closed-form Solution of Absolute Orientation Using Orthonormal Matrices, J. Opt. Soc. Am., A-5, pp.1128-1135, 1988.
- 19) ハノーバー大学写真測量・土木計測研究所：BINGO 取扱説明書，工業計測用バンドル調整，第2節，1985.
- 20) 上杉光平：地上写真撮影カメラのキャリブレーションチェックと撮影成果に関する研究，建設省国土地理院研究報告，1989.
- 21) Fraser, C.S. : Microwave Antenna Measurement by photogrammetry, Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol.52, No.10., pp.1627-1635, 1986.
- 22) Fryer, J.G. : Camera Calibration in Non-Topographic Photogrammetry, in Non-Topographic Photogrammetry edited by H.M.Karara, ASPRS, pp.59-65, 1989.
- 23) Ruether, H. : An Overview of Software in Non-Topographic Photogrammetry, in Non-Topographic Photogrammetry edited by H.M.Karara, ASPRS, pp.129-146, 1989.
- 24) Slama, C.C. (ed.) : Aerotriangulation, in Manual of Photogrammetry, ASPRS, pp.476-518, 1980.
- 25) Tsai, R. Y. and T.S.Huang: Uniqueness and Estimation of 3-D Motion Parameters of Rigid Bodies with Curved Surfaces, IEEE Trans. on PAMI, vol.6, No.1, pp.13-27, 1984.
- 26) Hoffmann, W.B. : Die gegenseitige Orientierung von zwei Strahlenbündeln bei Uebereinstimmung, bei unbekanntem Naeherungswerten und durch ein nicht iteratives Verfahren, Deutsche Geodaetische Kommission, Reihe C, Nr.257, 1979.
- 27) 服部進・佐野直樹：デジタルステレオコンバーターの開発，土木学会第47回年次学術講演会，IV，1992.
- 28) 服部進・関章良：近接用バンドル調整プログラムの開発，福山大学工学部紀要，第15号，1992（印刷中）
(1992.6.22 受付)

AUTOMATIC CALCULATION OF EXTERIOR ORIENTATION PARAMETERS FOR BUNDLE ADJUSTMENT

Susumu HATTORI and Akiyoshi SEKI

A method of automatic calculation of approximations of parameters of photographs with respect to any model or object coordinate system is discussed. This method realizes the followings : (1) Semi-automatic orientation of photographs..... It is very useful for digital-image-based-plotters which require easy manipulation for the people who are not familiar with photogrammetry. 2 Close-range photogrammetry without control points (3) Camera calibration without control points. The procedures are based on relative orientation of independent models by the linear coplanarity condition and unique decomposition of obtained rotation matrices to angular elements. These models are connected to form a global model. The method is validated by two experiments; a relative orientation test of a pair of photographs and a camera calibration test without control points.