

大気汚染制御問題における確率計画モデルの適用

渡邊法美*・Hugh ELLIS**・國島正彦***

大気汚染制御に関する意思決定問題において、線形計画法並びに同計画法の係数が確率変数である場合を扱う確率計画法がしばしば応用されてきた。本研究では、北米大陸において重要性が認識されて久しい酸性雨問題において、総SO₂排出削減量を設定した際、環境指標の向上を目的関数に持つ種々の確率計画モデルを提案し、これらモデルの特性比較を行うことにより、SO₂排出削減戦略の意思決定問題に最も適した確率計画モデルを探ることを試みた。

Key Words : air quality control, stochastic programming, SO₂ emission control

1. はじめに

これまで、多くの意思決定数学モデルが大気汚染制御問題において開発・応用されてきた。主なものとして、環境指標の向上を制約条件に、固定汚染源から排出される汚染物質の総削減費用または総削減量を最小にするような単純な線形計画モデル¹⁾、気象条件の確率変動を考慮した確率計画モデル (Stochastic Programming Mode)²⁾⁻⁴⁾などが挙げられる。

大気汚染問題の中でも酸性雨問題は、特に北米大陸においてその重要性が認識されて久しいにも拘らず未だに決着を見ず⁵⁾⁻⁸⁾、また最近では日本でもこの問題が深刻化している⁹⁾。酸性雨制御に関する意思決定問題では、1) 酸性雨の主要因の一つである亜硫酸ガス (SO₂) の排出削減総費用または総削減量の最小化、2) 湖沼・森林など酸性雨の影響を受けやすい地点における硫酸イオン (SO₄²⁻) 蓄積量の制御、即ち環境指標の向上、3) SO₂ 排出削減総費用の公平な分担方法の導出、酸性雨制御に伴う石炭・電力業界への影響の最小化などの経済的諸問題が考慮されなければならない。酸性雨制御に関する最終的な意思決定問題は概念的には大がかりな多目的計画問題となることが予想される。

上記三項目の中の環境指標の向上について、各地点における硫酸イオン蓄積量は確率的に変動する気象条件の関数となるため、同蓄積量も確率変数になると考えられる。確率計画モデルは、このような確率変数の制御のために開発された数学モデルであるが、それには幾つかの種類モデルが存在する¹⁰⁾⁻¹³⁾。また、既に述べた様に酸性雨制御問題は多目的計画問題として考えられるた

め、問題解決のためには各目的は出来るだけ簡素な形で把握されるのが望ましいと思われる。従って環境指標の向上を主眼とする幾つかの確率計画モデルの中から効果的なモデルを選択することは、酸性雨制御問題を解決して行く上で重要であると考えられる。

米国では1989年春にブッシュ政権が西暦2000年迄に1000万tのSO₂排出削減を提案した様に、総量規制が酸性雨対策の重要項目の一つとなっている。そこで本研究は総SO₂排出削減量を設定した際、環境指標の向上を目的関数に持つ種々の確率計画モデルを提案し、これらモデルの特性比較を行うことにより、環境指標の向上を念頭においたSO₂排出削減戦略の意思決定問題に最も有力な確率計画モデルの提案を試みた。

2. モデルの定式化

(1) 基本確率計画モデル

酸性雨制御の意思決定問題に適用される基本的な線形計画モデル¹⁾は以下の通りである。

$$\text{最小化} : f = \sum_{j=1}^n E_j R_j \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{制約条件} : \sum_{j=1}^n E_j (1 - R_j) t_{ij} + B_i \leq D_i \\ i = 1, \dots, m \dots \dots \dots (2)$$

$$0 \leq R_j \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \dots \dots \dots (3)$$

ただし、

m : 受容点数

n : 汚染源数

E_j : 第 j 番目の汚染源からの SO₂ 排出量 (kt/yr)

R_j : 第 j 番目の汚染源での排出除去率

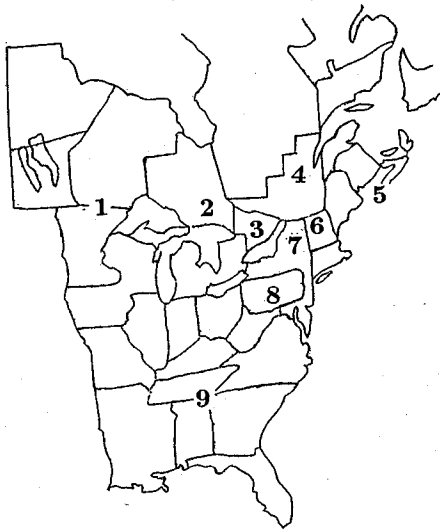
t_{ij} : 第 j 番目の汚染源と第 i 番目の受容点間の正規化移動係数 (SO₄²⁻ (kg)/SO₂ (kt)/ha/yr)

B_i : 第 i 番目の受容点における硫酸イオン年間蓄積背景値 (kg/ha/yr)

* 正会員 Ph. D. 東京大学講師 工学部土木工学科
(〒113 東京都文京区本郷 7-3-1)

** ジョーンズホプキンス大学助教授 地理環境工学科

*** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科



番号	受容点	緯度	経度
1.	Boundary Waters	49.0°	93.0°
2.	Algoma	46.5°	84.0°
3.	Muskoka	45.0°	79.5°
4.	Quebec City	47.0°	72.0°
5.	Southern Nova Scotia	44.0°	66.0°
6.	Vermont/New Hampshire	45.0°	72.0°
7.	Adirondacks	44.0°	74.0°
8.	Western Pennsylvania	41.0°	78.0°
9.	Southern Appalachia	35.0°	84.0°

図-1 受容点マップ

D_i : 第 i 番目の受容点における最大許容硫酸イオン年間蓄積量 ($kg/ha/yr$)

北米大陸における酸性雨は石炭火力発電所からの SO_2 排出が主要原因の一つであるので、本モデルではカナダ・アメリカ合衆国研究諮問グループが採択したアメリカ合衆国・カナダの40の主要な州・省ごとにまとめられた火力発電所の集合汚染源¹¹⁾の中から32箇所を汚染源として採用した。また、受容点は推定された硫酸イオン蓄積量が基準値を上回るか否かをモデル上で点検する地点であり、本モデルでは上記のカナダ・アメリカ合衆国研究諮問グループにより選択された9地点¹⁴⁾を受容点として採用した。図-1は受容点マップを、表-1は各集合汚染源の中心位置及び排出量を示す。尚、これらの受容点・汚染源はEllisによる一連の研究^{15), 16)}において用いられたものと同一である。また、硫酸イオン背景値 (B_i) は自然発生及び本モデルでは考慮されていない汚染源から生ずると考えられる硫酸イオンの蓄積量である。各受容点における背景値の正確な推定は困難であるが、今回の分析ではEllisが仮定した様に全ての受容点において一律に $6 (kg/ha/yr)$ と設定した¹¹⁾。また最大許容硫酸イオン量 (D_i) については、以前カナダとアメリカ合衆国が採用実現に向けて努力した値 $20 (kg/ha/yr)$ を全ての受容点において一律に設定した¹¹⁾。移

表-1 各集合汚染源の SO_2 排出量とその中心位置^{13), 14)}

番号	地域名	緯度	経度	排出量 ($TgSO_2/yr$)
1	S. Manitoba	51.21°	98.34°	0.026
2	N.W. Ontario	52.02°	89.20°	0.024
3	N.E. Ontario, S. Algoma	49.03°	83.03°	0.182
4	Sudbury	46.32°	80.70°	0.940
5	S.W. Ontario, Toronto	43.56°	81.24°	0.650
6	S.E. Ontario	45.23°	77.40°	0.036
7	Montreal, St. Lawrence Valley, Quebec	46.88°	72.13°	0.468
8	Noranda, N.-Chen. Quebec	54.28°	73.59°	0.560
9	Gaspé Bay, Quebec	50.02°	64.56°	0.130
10	New Brunswick	46.21°	66.77°	0.216
11	Nova Scotia, Prince Edward Island	45.46°	63.27°	0.112
12	Ohio	40.20°	82.50°	2.398
13	Illinois	40.00°	89.00°	1.336
14	Pennsylvania	41.00°	77.70°	1.812
15	Indiana	40.00°	86.10°	1.818
16	Kentucky	37.50°	85.50°	0.994
17	Michigan	44.50°	84.50°	0.882
18	Tennessee	35.90°	86.00°	0.976
19	Missouri	38.50°	92.50°	1.180
20	West Virginia	38.50°	80.50°	0.990
21	New York	42.70°	76.00°	0.864
22	Alabama	33.00°	86.80°	0.708
23	Wisconsin, Iowa	43.00°	92.00°	0.844
24	Minnesota	46.20°	94.50°	0.238
25	Virginia, North Carolina	36.50°	78.50°	0.874
26	Florida	29.00°	82.00°	0.994
27	Georgia, South Carolina	33.40°	82.80°	1.054
28	Maryland, Delaware, New Jersey, DC.	39.20°	75.70°	0.672
29	Arkansas, Louisiana, Mississippi	33.20°	91.40°	0.630
30	Massachusetts, Connecticut, Rhode Island	42.10°	72.20°	0.392
31	Maine	45.50°	69.00°	0.086
32	Vermont, New Hampshire	43.70°	72.50°	0.090

動係数 t_{ij} は、各汚染源からの各受容点における硫酸イオン蓄積量の寄与を表し、本論文ではオンタリオ環境省長距離輸送モデル¹⁷⁾を用いて算出した。

基本線形計画モデルでは、各受容点における硫酸イオン蓄積量が最大許容蓄積量以下であることを満たしながら、総 SO_2 排出削減量を最小とするような各汚染源での除去率 R_j の組み合わせが求められる。各汚染源での一様な SO_2 の排出除去は政策担当者にとっては実現が容易であるかもしれないが、その様な政策は各汚染源から各受容点への寄与の差異を考慮していないため、効率的な排出削減政策とはいえない。従って、基本線形計画モデルの目的は経済学的には負の外部費用の効率的な内部化と解釈できる¹⁾。

ここで、移動係数は確率的に変動する気象条件の関数となるため確率変数となり、式 (1), (2), (3) から構成される線形計画法は次のように変形することが可能である。

$$\text{最小化: } f = \sum_{j=1}^n E_j R_j \dots \dots \dots (1)$$

$$\begin{aligned} \text{制約条件: } &Pr\left[\sum_{j=1}^n E_j(1-R_j)t_{ij} \right. \\ &\left. + B_i \leq D_i\right] \geq \alpha_i \quad i=1, \dots, m \dots\dots\dots(4) \\ &0 \leq R_j \leq 1 \quad j=1, \dots, n \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

ここで $Pr[\]$ は $[\]$ 内の不等式が満たされる確率と定義される。 α_i は意思決定者によってあらかじめ設定される設定確率値である。目的関数や制約条件の中に確率変数の項を含む線形・非線形計画モデルを確率計画法(Stochastic Programming)と呼ぶが、上記モデルは制約条件が最低満たされなければならない確率が規定されているので、確率計画法の中でも特に機会制約条件計画法(Chance Constrained Programming(CCP))^{10),18)}と呼ばれている。上記モデルでは各受容点における硫酸イオン蓄積量が許容値以下である確率が設定確率値以上であることを満たしながら、総 SO_2 排出削減量を最小とするような各汚染源での除去率 R_j の組合せが求められる。

式(1), (4), (3)は次のように書き換えられる。

$$\text{最小化: } f = \sum_{j=1}^n E_j(1-x_j) = r^T(1-x) \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{制約条件: } Pr\left[\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i\right] \geq \alpha_i \quad \forall_i \dots\dots\dots(6)$$

或いは

$$Pr[\bar{a}_i^T x \leq b_i] \geq \alpha_i \quad \forall_i \dots\dots\dots(7)$$

$$0 \leq x \leq 1 \dots\dots\dots(8)$$

ただし、

$$r = [E_1, \dots, E_n]^T \in R^n \dots\dots\dots(9)$$

$$x_j = 1 - R_j \dots\dots\dots(10)$$

$$x = [x_1, \dots, x_n]^T \in R^n \dots\dots\dots(11)$$

$$a_{ij} = E_j t_{ij} \dots\dots\dots(12)$$

$$\bar{a}_i = [a_{i1}, \dots, a_{in}]^T \in R^n \dots\dots\dots(13)$$

$$b_i = D_i - B_i \dots\dots\dots(14)$$

$$0 = [0, \dots, 0]^T \in R^n \dots\dots\dots(15)$$

$$1 = [1, \dots, 1]^T \in R^n$$

ここで、第 i 番目の受容点での正味の、即ち制御対象としている汚染源からの硫酸イオン蓄積量 $Y_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j$ が正規分布に従うと仮定すれば、式(7)(或いは(6))はさらに次の様に変換される。

$$\Phi\left(\frac{b_i - \bar{m}_i^T x}{(x^T V_{ii} x)^{1/2}}\right) \geq \alpha_i \quad \forall_i \dots\dots\dots(16)$$

或いは

$$\bar{m}_i^T x + \Phi^{-1}(\alpha_i) (x^T V_{ii} x)^{1/2} \leq b_i \quad \forall_i \dots\dots\dots(17)$$

ただし、 \bar{m}_i , V_{ii} , $\Phi(z)$ の定義は以下の様であり

$$\bar{m}_i = E[\bar{a}_i] \quad (\bar{a}_i \text{ の平均値}) \dots\dots\dots(18)$$

$$V_{ii} : \bar{a}_i \text{ の分散・共分散マトリックス} \dots\dots\dots(19)$$

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}t^2\right] dt \dots\dots\dots(20)$$

Φ^{-1} は Φ の逆関数を表す。

このように確率変数の分布を仮定することにより、式(7)は式(17)或いは式(16)のように等価確定式(deterministic equivalent)とよばれる確率項を含まない不等式に変換される。また、不等式(16)の左辺の確率は実際に各制約条件が満たされる確率であり、各制約条件における信頼度、或いは制約条件確率と呼ばれている。尚、式(17)において、 $\Phi^{-1}(\alpha_i) \geq 0$ 、すなわち $\alpha_i \geq 0.5$ に設定された場合、式(5)・(17)・(8)によって構成される等価確定モデルは、凸計画問題となる。

式(16), (17)の導出において、もし各汚染源と同一の受容点間の移動係数 ($t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{in}$) が相互にはば独立であれば、中心極限定理により $Y_i = \sum_{j=1}^n t_{ij} E_j x_j = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$ の正規性が正当化されることもありうるが、実際にはこれら移動係数の従属性が高く、本論文で仮定された条件下では $Y_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$ は正規分布とならないことが渡邊によって示されている¹⁹⁾。 Y_i の正規性を仮定しない場合、 Y_i の確率分布の下限を Tchebysheff の不等式或いは Allen et al. によって開発された自由分布法(distribution-free approach)²⁰⁾によって規定し、式(7)の等価確定条件を近似的に導く手法も存在する^{3),4)}。しかし一般にこれらの手法で得られた解は保守的、つまり酸性雨問題では必要以上に SO_2 の排出削減を要求する結論を導き、さらに本論文で議論される応用モデルの中にはこれら近似理論の適用さえ困難なものも存在する。従って今回の分析では、まず Y_i が正規分布に従うと仮定した上で各モデルの計算を実行し、次に正規分布を仮定しない場合において、これらの得られた最適解の有効性について検討を行った。しかし、 Y_i の確率分布にかかわらず式(7)の等価確定条件を正確に導く手法の開発は急務であると思われる。

式(5), (17), (8)から構成される基本機会制約条件モデルでは、各制約条件が最低満たされなければならない確率 α_i が予め設定されているが、実際には適切な α_i の値を設定することが困難な時も多い。本研究ではこれらの α_i も意思決定変数として取り扱う5個の応用モデルを提案、これらのモデルの特性比較を行う。

(2) 本研究で提案されるモデル

本節では総 SO_2 排出削減量を設定した際、各受容点における硫酸イオン年間蓄積量が許容蓄積量以下である確率を環境指標として考え、これを様々な形で最大化するモデルを提案する。提案されるモデルは次の5つである。

- モデル1: 制約条件相互の独立を仮定した結合機会制約条件計画モデル
- モデル2: 制約条件相互の従属を考慮した結合機会制約条件計画モデル
- モデル3: 最小の制約条件確率を最大化するモデル

モデル4: 制約条件確率の平均値を最大化するモデル
 モデル5: 各制約条件が満たされない場合の超過量の期待値の和を最小化するモデル

これらのモデルの共通制約条件は以下の様に表される。

$$r^T(1-x) \leq S \dots\dots\dots(21)$$

$$0 \leq x \leq 1 \dots\dots\dots(8)$$

ここで S は総 SO_2 排出削減量の上限值を表す。式 (21) は不等式ではあるが、実際には SO_2 削減量の増加に伴って、各受容点において硫酸イオン年間蓄積量が許容蓄積量以下となる確率も増加するので、各モデルの最適解においては式 (21) の左辺と右辺とは等しくなる。また以後、第 i 番目のモデルの目的関数を $f_i(x)$ と記述する。以下の節では、各モデルを選択した理由及び定式化の課程を述べる。

a) 結合機会制約条件計画モデル (Joint CCP Models) (モデル1及びモデル2)

モデル1, 2は全ての制約条件が同時に満たされる確率、すなわち全ての受容点における硫酸イオン蓄積量が許容値を同時に下回る確率の最大化を目的とする。このように個々の制約条件ではなく全ての制約条件が同時に満たされる確率に着目するモデルを結合機会制約条件計画モデル (Joint CCP Model)^{(21), (22)}と呼び、着目される確率値はしばしばシステム全体の信頼度 (overall system reliability) と呼ばれる。酸性雨制御問題では、全ての制約条件が必ずしも同時に満たされる必要はない。しかしこのような多国間・多自治体間に亘る環境問題では、各地域における環境条件にばらつきが少ないことが望ましい。本論文ではこの概念を「平等性」と呼ぶが、システム全体の信頼度、即ち全ての受容点において硫酸イオン蓄積量が同時に許容値以下である確率は、この平等性の一つの指標になると考えられる。両モデルの目的関数は次式のように表現される。

$$\text{最大化: } f_1(x) = f_2(x) = Pr[\bigcap_{i=1}^m \{\bar{a}_i^T x \leq b_i\}] \dots\dots\dots(22)$$

しかし、モデル1では各受容点間における硫酸イオン蓄積量の相関が全くないと仮定しているため、目的関数は全ての制約条件確率の積となる。従って、式 (16) よりモデル1の等価確定モデルは以下のように表される。

$$\begin{aligned} \text{最大化: } f_1(x) &= \prod_{i=1}^m Pr[\bar{a}_i^T x \leq b_i] \\ &= \prod_{i=1}^m \Phi\left(\frac{b_i - \bar{m}_i^T x}{(x^T V_{ii} x)^{1/2}}\right) \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

$$\text{制約条件: } r^T(1-x) \leq S \dots\dots\dots(21)$$

$$0 \leq x \leq 1 \dots\dots\dots(8)$$

これに対してモデル2は各受容点間における硫酸イオン蓄積量の相関を考慮、即ち制約条件内及び制約条件相互の従属性を考慮する渡邊・Ellisによって新しく開発

されたモデル^{(19), (23)}であり、等価確定モデルの導出はモデル1より複雑となる。まず、異なる二つの行ベクトル \bar{a}_i^T と \bar{a}_k^T における任意の二要素 a_{ij} と a_{ki} との共分散 $Cov[a_{ij}, a_{ki}]$ を w_{kj}^{ii} と定義する。即ち、

$$w_{kj}^{ii} = Cov[a_{ij}, a_{ki}] \dots\dots\dots(24)$$

次に \bar{a}_i と \bar{a}_k との共分散マトリックスを V_{ik} と定義すると、 V_{ik} は

$$V_{ik} = \begin{bmatrix} w_{k1}^{ii} & \dots & w_{k1}^{ii} & \dots & w_{kn}^{ii} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ w_{k1}^{ii} & \dots & w_{k1}^{ii} & \dots & w_{kn}^{ii} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ w_{kn}^{ii} & \dots & w_{kn}^{ii} & \dots & w_{kn}^{ii} \end{bmatrix} \in R^{n \times n} \dots\dots\dots(25)$$

と表される。ここで第 i 番目と第 k 番目の受容点における正味の硫酸イオン蓄積量 Y_i, Y_k の共分散を $v_{ik}(x)$ とすると、

$$v_{ik}(x) = Cov[\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j, \sum_{j=1}^n a_{kj} x_j] = x^T V_{ik} x \dots\dots\dots(26)$$

更に Y_i の平均値 $\mu_i(x)$ 、標準偏差 $\sigma_i(x)$ は

$$\mu_i(x) = \bar{m}_i^T x \dots\dots\dots(27)$$

$$\sigma_i(x) = (x^T V_{ii} x)^{1/2} \dots\dots\dots(28)$$

従って、 $f_2(x)$ は次のように表される。

$$f_2(x) = \int_{-\infty}^{b_m(x)} \dots \int_{-\infty}^{b_1(x)} \varphi_Y(y, x) dy_1 \dots dy_m \dots\dots\dots(29)$$

$$= \int_{-\infty}^{u_m(x)} \dots \int_{-\infty}^{u_1(x)} \phi^T(t, x) dt_1 \dots dt_m \dots\dots\dots(30)$$

ただし、

$$y = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T \in R^m \dots\dots\dots(31)$$

$$\varphi_Y(y, x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2m} |V(x)|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} y^T V(x)^{-1} y\right] \dots\dots\dots(32)$$

$$V(x) = (v_{ik}(x))_{i,k=1, \dots, m}^m \in R^{m \times m} \dots\dots\dots(33)$$

$$u_i(x) = \frac{b_i - \mu_i(x)}{\sigma_i(x)} \dots\dots\dots(34)$$

$$t_i = \frac{y_i - \mu_i(x)}{\sigma_i(x)} \dots\dots\dots(35)$$

$$t = [t_1, t_2, \dots, t_m]^T \in R^m \dots\dots\dots(36)$$

$$\phi^T(t, x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2m} |R(x)|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} t^T R(x)^{-1} t\right] \dots\dots\dots(37)$$

$$R(x) = (r_{ik}(x))_{i,k=1, \dots, m}^m \in R^{m \times m} \dots\dots\dots(38)$$

$$r_{ik}(x) = \begin{cases} 1 & i=k \\ \frac{v_{ik}(x)}{\sigma_i(x)\sigma_k(x)} & i \neq k \end{cases} \dots\dots\dots(39)$$

式 (30) は式 (29) の標準化である。従って、モデル2の等価確定モデルは次のように表される。

$$\text{最大化: } \int_{-\infty}^{u_m(x)} \cdots \int_{-\infty}^{u_1(x)} \phi_T(t, x) dt_1 \cdots dt_m \quad (30)$$

$$\text{制約条件: } r^T(1-x) \leq S \quad (21)$$

$$0 \leq x \leq 1 \quad (8)$$

このように、モデル2の目的関数は制約条件数に等しい次元数の多次元積分(本研究では9次元)で表される。多次元積分値の計算にはDeakによって開発された修正モンテカルロ法²⁴⁾を用いた。モデル2においてV(x)及びR(x)の非対角成分が全て零となる、即ち各々の受容点間のイオン蓄積量の相関が全くない時のみ、モデル2はモデル1に還元される。

b) 最小の制約条件確率を最大化するモデル(モデル3)

最小の制約条件確率を上昇させることにより、一般に最大と最小の制約条件確率の差は小さくなると考えられる。従って最小の制約条件確率もまた前節で述べた「平等性」の一指標となると思われる。モデル3はこの最小制約条件確率を最大化するモデルであり以下のように定式化される。

$$\text{最大化: } f_3(x) = \min_{i=1, \dots, m} Pr[\bar{a}_i^T x \leq b_i] \quad (40)$$

等価確定モデルは、次式で表される。

$$\text{最大化: } f_3(x) = \min_{i=1, \dots, m} \Phi(u_i(x)) \quad (41)$$

$$\text{制約条件: } r^T(1-x) \leq S \quad (21)$$

$$0 \leq x \leq 1 \quad (8)$$

c) 制約条件確率の平均値を最大化するモデル(モデル4)

多国間・多自治体間に亘る酸性雨制御の問題では、既に述べた「平等性」を重視する事が重要である。一方出来るだけ各制約条件確率を最大にすることも重要であり、本論文ではこの概念を「効率性」と呼ぶ。モデル4はこの効率性の一指標として制約条件における信頼度の平均値(総和と同値)を選び、この最大化を目的とする。モデル4の目的関数は以下のように定式化され、

$$\text{最大化: } f_4(x) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Pr[\bar{a}_i^T x \leq b_i] \quad (42)$$

等価確定モデルは次式で表される。

$$\text{最大化: } f_4(x) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \Phi(u_i(x)) \quad (43)$$

$$\text{制約条件: } r^T(1-x) \leq S \quad (21)$$

$$0 \leq x \leq 1 \quad (8)$$

d) 各制約条件が満たされない場合の超過量の期待値の和を最小化するモデル(モデル5)

モデル1から4までは機会制約条件計画法の応用モデルであり、各制約条件が満たされる確率の最大化を主目的とする。しかしながら酸性雨問題では、各受容点で硫酸イオン蓄積量(SO₄²⁻)が許容値を下回る確率が高い

場合においても、一時的な過剰なSO₄²⁻の蓄積は、湖沼における急激なpH値の低下を引き起こすため、生物の死滅をもたらす危険性がある⁷⁾。従って、制約条件が満たされない場合の超過量の期待値の最小化も重要な概念であり、これをモデル5の目的とする。モデルは以下のように定式化される。

$$\text{最小化: } f_5(x) = \sum_{i=1}^m E[q_i^-] \quad (45)$$

$$\text{制約条件: } \bar{a}_i^T x + q_i^+ - q_i^- = b_i \forall i \quad (46)$$

$$q_i^+, q_i^- \geq 0 \forall i \quad (47)$$

$$r^T(1-x) \leq S \quad (21)$$

$$0 \leq x \leq 1 \quad (8)$$

式(46)でq_i⁺は $\bar{a}_i^T x \leq b_i$ の場合、b_iから $\bar{a}_i^T x$ までの偏差を、即ち年間硫酸イオン蓄積量がどれほど許容値を下回るかを、q_i⁻は $\bar{a}_i^T x \geq b_i$ の場合、 $\bar{a}_i^T x$ からb_iまでの偏差を、即ち年間硫酸イオン蓄積量がどれほど許容値を超過するかを表す。モデル5ではこの超過量の期待値が最小化される。尚、同モデルは二段階問題における単純リコース問題^{12), 13), 18), 25), 26)}とも呼ばれている。

目的関数の等価確定式は以下の様に求められる。まず、第i番目の受容点における正味年間硫酸イオン蓄積量Y_iの確率密度関数φ_{Y_i}(y_i, x)は次式で表される。

$$\phi_{Y_i}(y_i, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i(x)} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y_i - \mu_i(x)}{\sigma_i(x)}\right)^2\right] \quad (48)$$

よってf₅(x)は次式のように表現される。

$$f_5(x) = \sum_{i=1}^m \int_{b_i}^{\infty} (y_i - b_i) \phi_{Y_i}(y_i, x) dy_i \quad (49)$$

ここでy_iを式(35)で表されるようなt_iに標準化すると、積分の下限値はu_i(x)に変換され目的関数の等価確定モデルは次式の様に表される。

$$f_5(x) = \sum_{i=1}^m \sigma_i(x) [\phi(u_i(x)) - u_i(x) \{1 - \Phi(u_i(x))\}] \quad (50)$$

3. 移動係数の算出

移動係数は各モデルの解の特性に大きな影響を与えるが、同係数の算出にはVenkartram et al. によって開発されたオンタリオ環境省長距離輸送モデル¹⁷⁾(以後MOE-モデルと略記)を用いた。同モデルは数ある長距離輸送モデルの中で簡便なラグランジアン統計モデルであるが、硫酸イオンの蓄積量を正確に予測するモデルとされている²⁷⁾。

今回の分析では、風向θ、風速u、水平拡散係数s_u、s_vを確率変数と仮定した。これらの平均値に関してはVenkartram et al. が用いたのと同じ数値を仮定したが²⁷⁾、分布関数及び分散・共分散に関する研究は殆ど発

表-2 MOE モデルへの確率気象入力変数

- 正規分布に従うと仮定される確率気象入力変数:

θ : 風向, u : 風速, $\sigma_u \cdot \sigma_v$: 拡散係数

- 平均値

$$E[\theta] = 270^\circ, E[u] = 10(m/s)$$

$$E[\sigma_u] = 10(m/s), E[\sigma_v] = 6(m/s)$$

- (分散・共分散マトリックス)

Variance-covariance(VCV) matrices

i) 分散・共分散バージョン 1 (VCV version 1)

$$\begin{matrix} \theta \\ u \\ \sigma_u \\ \sigma_v \end{matrix} \begin{pmatrix} 729 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.36 \end{pmatrix}$$

ii) 分散・共分散バージョン 2 (VCV version 2)

$$\begin{matrix} \theta \\ u \\ \sigma_u \\ \sigma_v \end{matrix} \begin{pmatrix} 2916 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 4.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 4.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.44 \end{pmatrix}$$

表されていないため、ここでは表-2に記述されている様に、二種類のバージョンの正規分布に従うと仮定した。また、風向については南向きを $\theta=0$ 、時計回りの方向を正とおいた。

本論文で提案された5個の最適化モデルへの入力係数を決定するため、長距離輸送モデル MOE モデルを用いてシミュレーションを行った。即ち、上記四個の気象パラメータの確率密度関数の仮定に基づき、確率変数ベクトルを5,000セット及び50,000セット生成後、MOEモデルに代入、それぞれ得られた5,000セット及び50,000セットの移動係数のサンプルより、式(18)、(19)及び(25)で与えられている移動係数の平均、分散、共分散を算出した。このようにして得られた二つのセットの入力係数を用いて、提案された5個のモデルを試験的に解いた結果、各モデルにおける両者の解、即ち両入力セットを用いて得られた各汚染源での割当 SO_2 排出除去率の間には殆ど差異がなかったため、両入力セットとも統計的に安定な推定値であると考えられる。しかし最適化モデルの実際の計算には、より統計的に安定と思われる50,000セットのサンプルより得られた入力係数を用いた。尚、本シミュレーションの計算にはコーネル大学の大型計算機6プロセッサ IBM 3090を使用した。

4. 結 果

(1) 各モデルの計算結果

今回の分析では年間総 SO_2 排出削減量 (S) を600万トンから800万トンの範囲に設定し、提案された5個の最適化モデルを解いた。尚、前述のシミュレーションと同様、計算には6プロセッサ IBM 3090を、非線形計画モデルの解法にはMINOS²⁸⁾を用いた。

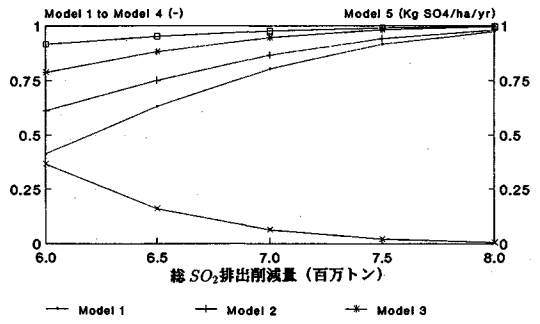


図-2 分散・共分散バージョン1を仮定した場合の総 SO_2 排出削減量 (S) と各モデルの最適解における目的関数値との関係

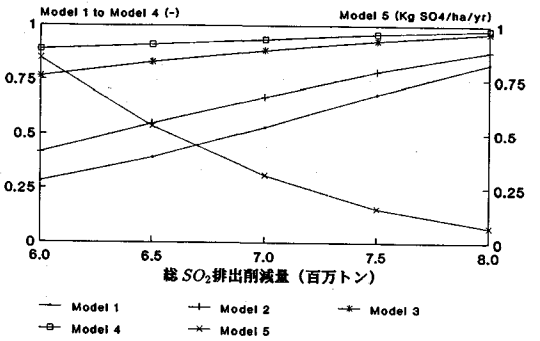


図-3 分散・共分散バージョン2を仮定した場合の総 SO_2 排出削減量 (S) と各モデルの最適解における目的関数値との関係

図-2、図-3はそれぞれ分散・共分散バージョン1、2を仮定した場合の総 SO_2 排出削減量 (S) と各モデルの最適解における目的関数値との関係を示す。二つのグラフにおいて横軸は総 SO_2 排出削減量 (S) を、左の縦軸はモデル1から4までの目的関数値を、右の縦軸はモデル5の目的関数値を表す。

$S=800$ 万トンと設定した場合、分散・共分散バージョン1、2ともに各モデルの最適目的関数値はかなり高い値(モデル5では低い値)をとるが、 $S=600$ 万トンと設定した場合これらの値はモデル1、2において特に低く、モデル5においては著しく高くなる。これより本論文で仮定された条件下では、総 SO_2 排出削減量 S は600万トンでは不十分であり、更にモデル5、1及び2の目的関数値は S の値の変化に敏感であると言える。

また、二つのグラフはモデル5の目的関数値が分散・共分散バージョン1、2においても大きな差があることを示している。従って、モデル5の目的関数値は気象パラメータの分散値の変化に対しても敏感である。

従来の結合モデル、モデル1は今回新しく開発された結合モデル、モデル2の近似モデルとしてこれまで取り扱われてきたが、図-2、図-3より、両モデルの最適目的関数値は少量の総 SO_2 排出削減量 (S) において差

表-3 分散・共分散バージョン1, 総SO₂排出削減量(S)が600万トンにおける, モデル2の最適解を用いて予測される各受容点間における正味硫酸イオン蓄積量の相関マトリックス

受容点	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	.88	.47	.61	.00	.46	.46	.40	-.14
2	.88	1	.68	.90	.37	.79	.79	.73	-.38
3	.47	.68	1	.74	.40	.65	.69	.62	-.01
4	.61	.90	.74	1	.70	.97	.97	.92	-.57
5	.00	.37	.40	.70	1	.84	.82	.89	-.73
6	.46	.79	.65	.97	.84	1	.99	.97	-.70
7	.46	.79	.69	.97	.82	.99	1	.95	-.66
8	.40	.73	.62	.92	.89	.97	.95	1	-.69
9	-.14	-.38	-.01	-.57	-.73	-.70	-.66	-.69	1

が大きいことが確認された。

この両モデルの差は制約条件相互の従属性, 即ち各受容点間における硫酸イオン蓄積量の相関(式(38)の $r_{ik}(x)$)に起因すると思われる。本論文の付録で示した“Slepianの不等式²⁹⁾”より, 積分の上限値が同じである二つの多次元正規分布において, 一方の相関マトリックスの全ての相関係数が他方の相関マトリックスの対応する相関係数よりも等しいかそれ以上であれば, 前者の分布関数値は後者の分布関数値以上となる。そこで, 分散・共分散バージョン1, 総SO₂排出削減量(S)が600万トンにおける, モデル2の最適解を用いて予測される各受容点間における正味硫酸イオン蓄積量の相関マトリックスを算出した。結果を表-3に示す。同マトリックスにおいて, 第9番目の受容点と第1番目から第8番目までの受容点間における8個の硫酸イオン蓄積量の相関係数の平均値は-0.49であったが, 第1番目から第8番目までの8個の受容点において, 異なる二点間における硫酸イオン蓄積量の相関係数の平均値は0.70という高い値であった。従って, 幾つかの負の要素は存在するものの全体的に高い正の相関係数から成るモデル2の相関マトリックスと非対角項を零と仮定するモデル1の相関マトリックスとの差が両モデルの目的関数値の差の原因であると考えられる。以上の結果から, 本論文で仮定された条件下ではモデル1の目的関数値をシステム全体の信頼度(全ての制約条件が同時に満たされる確率)の近似値として取り扱うことは不適當であると結論づけられる。また本分析結果の副産物として, 第9番目の受容点における硫酸イオン蓄積の挙動は他の受容点におけるそれとは異なることが判明した。

次に総SO₂排出削減量(S)の上限値が与えられている時, 環境指標の向上を目的とするモデルとしてどのモデルが最も効果的かを検討する。表-4のa), b)はS=600万トン及び700万トンの場合における各モデルの最適解の他のモデルに対する有効性を示す。各表の(i, k)成分, 即ち x_i と f_k に対応する成分は, 第i番目のモデルの最適解を第k番目のモデルの目的関数に代入した値, 即ち $f_k(x_i)$ である。従って, 対角成分は各々の

表-4 分散・共分散バージョン1における各モデルの最適解の相互比較

a) (S=600万トン)

解 \ f	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅
x ₁	0.413	0.528	0.678	0.913	0.409
x ₂	0.329	0.612	0.716	0.891	0.570
x ₃	0.282	0.474	0.787	0.874	0.597
x ₄	0.384	0.413	0.490	0.917	0.508
x ₅	0.385	0.516	0.706	0.906	0.366

b) (S=700万トン)

解 \ f	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅
x ₁	0.803	0.844	0.893	0.977	0.066
x ₂	0.754	0.866	0.909	0.970	0.095
x ₃	0.742	0.836	0.948	0.968	0.095
x ₄	0.803	0.840	0.889	0.977	0.067
x ₅	0.796	0.845	0.910	0.976	0.063

列において最良値をとり(第1-4列は最大値, 第5列は最小値), 各表の第i行の値は第i番目のモデル解の他のモデルに対する有効性を表す。表のa)とb)を比較すると表b)では各行ベクトル間の値の差は小さい, つまり大量にSO₂排出削減がなされる場合はどのモデルの解を用いてもあまり大きな差がないと言える。

更に各モデルの有効性の定量的評価を次の様に試みた。まず, 各モデルの解の他のモデルに対する有効性のばらつきが比較的大きな次の5つの場合1) 分散・共分散バージョン1(以下VCV-1と略記), S=600万トン, 2) VCV-1, S=650万トン, 3) VCV-2, S=600万トン, 4) VCV-2, S=650万トン, 5) VCV-2, S=700万トンについて表-4と同様な表を作成した(3)番目の場合と表-4のa)は同一)。次にこれらの表において各列の非対角要素を対角要素で除し, 第5列に関してはモデル5は最小化問題であるため更に得られた値の逆数をとった。この操作(以後正規化と呼ぶ)により5個の表はそれぞれ対角要素が1, 非対角要素が0と1の間の値をとる表に変換される。次にこれらの表の対応する成分をそれぞれ足し合わせた後, 上記の正規化を再び行い表-5の有効性マトリックスを得た。表-5の第k列の値は各モデルの解のk番目のモデルにおける一般的有效性を示すと考えられ, これを g_k と表記する。最後に各モデルの解の他のモデルにおける一般的有效性を表す一つの指標として, 表-5の各行の要素を全て足し合わせ, 各々の合計値を最大の合計値で除した値 g_0 を選び, 表-5の第6列に記述した。

モデル5及び1の解における g_0 値はそれぞれ $g_0(x_5)=1$, $g_0(x_1)=0.974$ と他のモデルの解における g_0 値と比較して高く, モデル5及び1の解が他のモデルでも比較的有效であることを示している。しかし, モデル2, 3の解における g_5 値はそれぞれ $g_5(x_2)=0.639$, $g_5(x_3)=0.693$ と特に低いことから, モデル2, 3の解はモデル5においてさほど有効ではなく, またモデル4の解における g_3 値は $g_3(x_4)=0.720$ と低いことから, モデル

表—5 有効性マトリックスの結果

解 \ g	g ₁	g ₂	g ₃	g ₄	g ₅	g ₀
x ₁	1.000	0.822	0.848	0.997	0.923	0.974
x ₂	0.749	1.000	0.899	0.964	0.639	0.902
x ₃	0.771	0.888	1.000	0.965	0.693	0.916
x ₄	0.967	0.743	0.720	1.000	0.779	0.893
x ₅	0.954	0.871	0.899	0.990	1.000	1.000

表—6 モデル1からモデル5迄の平均CPU時間の比較

モデル	1	2	3	4	5
CPU 時間(秒)	2.25	1821.8	2.62	2.18	2.36

4の解はモデル3においてさほど有効ではない。つまりモデル5 或いはモデル1の最適解は他の環境指標もかなり向上させることが出来る。従って総SO₂排出削減量(S)が与えられた時、環境指標の向上を図るモデルとしてモデル5 或いはモデル1は有力なモデルになると考えられる。

表—6は各モデルの平均計算所要時間を示す。モデル2のみが制約条件内更に制約条件相互の従属性を考慮し、その目的関数が多次元積分で表されるため、計算所要時間が他のモデルのそれに比較して、700-800倍になっていることが注目される。

(2) 予測される硫酸イオン蓄積量の正規性を仮定しない場合における各モデルの最適解の有効性評価

予測される硫酸イオン蓄積量 $Y_i = \sum_{j=1}^n t_{ij} E_j x_j = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$ の確率分布を仮定せずに、各モデルの計算を実行することは現状では殆ど不可能であるため、本研究では Y_i の正規性を仮定した。前節で得られた最適解(以後これらを近似解と呼ぶ)は正規性を仮定しない場合のモデル(以下これらを“真のモデル”と呼ぶ)の最適解では必ずしもなく、更に近似解と真のモデルの最適解との誤差も数学的に検証することは、非常に困難である。そこで本節では、各近似解が真のモデルにおいてどの程度有効かを比較・検討する。

まず長距離輸送モデル MOE モデルを用いて、分散・共分散バージョン1の仮定のもと1,500セットの移動係数を算出し(1,500セットに限定したのはコンピューターのメモリー制約による)、次にそれぞれのセットにおいて前節で得られた各モデルの最適解を代入して $Y_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$ の値を計算した。上記の操作により、真のモデルの目的関数(以下 $f'_1, f'_2, f'_3, f'_4, f'_5$ と呼ぶ)に各近似解を代入した値を得た。結果を表—7に示す。表—4と同様、各表の(i, k)成分、即ち x_i と f'_k に対応する成分は、前節で得られた第i番目のモデルの最適解(以後第i番目の近似解と呼ぶ)を第k番目の真のモデルの目的関数に代入した値、即ち $f'_k(x_i)$ である。従って各表の第i行の値は第i番目の近似解が持つ、各々の真のモデルに対する有効性を表す。

まず、表—7の成分値を表—4の対応成分値と比較す

表—7 分散・共分散バージョン1における各近似解の真のモデルにおける有効性の相互比較

a) (S=600万トン)

解 \ f	f' ₁	f' ₂	f' ₃	f' ₄	f' ₅
x ₁	0.318	0.417	0.581	0.892	0.577
x ₂	0.239	0.523	0.614	0.863	0.801
x ₃	0.223	0.441	0.701	0.854	0.829
x ₄	0.315	0.336	0.444	0.902	0.667
x ₅	0.298	0.431	0.611	0.884	0.526

b) (S=700万トン)

解 \ f	f' ₁	f' ₂	f' ₃	f' ₄	f' ₅
x ₁	0.772	0.787	0.913	0.972	0.132
x ₂	0.683	0.784	0.913	0.959	0.153
x ₃	0.679	0.782	0.907	0.959	0.184
x ₄	0.771	0.780	0.905	0.972	0.133
x ₅	0.769	0.793	0.925	0.972	0.136

表—8 有効性マトリックスの結果

解 \ g	g ₁	g ₂	g ₃	g ₄	g ₅	g ₀
x ₁	1.000	0.862	0.829	0.995	0.941	0.985
x ₂	0.791	1.000	0.876	0.968	0.671	0.917
x ₃	0.767	0.906	1.000	0.962	0.630	0.908
x ₄	0.996	0.785	0.731	1.000	0.877	0.935
x ₅	0.964	0.885	0.857	0.990	1.000	1.000

ると、第1列から第4列までは表—7の成分値が低く、第5列では高い。これらの差異は各 Y_i の非正規性に起因するものである。

次に表の a) と b) を比較すると表 a) では、対角成分は各々の列において最良値をとる、即ち各近似解は他の近似解と比較して対応する真のモデルの目的関数をより満足させるが、表 b) では必ずしもそうではない。つまり、各近似解は必ずしも真のモデルの最適解ではない事が明らかになった。しかし、表 b) では各行ベクトル間の値の差は小さいので、大量にSO₂排出削減がなされる場合はどのモデルの近似解を用いてもあまり大差がないと言える。

更に同様の表を S=650万トン、800万トンにおいて作成、これら4つのマトリックスから前節で述べた手順により表—8の有効性マトリックスを得た。モデル2, 3の近似解は真のモデル5においてさほど有効ではなく、モデル4の近似解もモデル3においてあまり有効ではないが、モデル5及び1の近似解は全ての真のモデルにおいて比較的有效であることが判明した。従って、硫酸イオン蓄積量の予測値 Y_i の確率分布を仮定をせずに各モデルの計算を行う有効な手法が存在しない現状では、モデル5 或いはモデル1は環境指標の向上を図るための有力なモデルになると考えられる。

5. 結 論

酸性雨制御問題は亜硫酸ガス(SO₂)の総除去費用或いは総除去量の最小化、環境指標の向上、経済的諸課題の解決を目的とする多目的計画問題として捉えられるため、問題解決のためには各目的は出来るだけ簡素な形で把握されるのが望ましいと思われる。本研究では、SO₂

排出削減量を設定した際、各受容点における硫酸イオン年間蓄積量が許容蓄積量以下である確率を様々な形で最大化する5個のモデルを提案し、これらのモデルより得られる解の相互比較を行うことにより、環境指標の向上を念頭においたSO₂排出削減戦術の意思決定問題に最も有力な確率計画モデルを提案を行った。本研究から得られた結論は以下のとおりである。

(1) 各制約条件が満たされない場合の超過量の期待値の和を最小化するモデル(モデル5)、制約条件相互の独立を仮定した結合機会制約条件計画モデル(モデル1)及び制約条件相互の従属を考慮した結合機会制約条件計画モデル(モデル2)の目的関数値は総SO₂排出削減量の変化に敏感であり、またモデル5の目的関数値は気象パラメーターの分散値の変化にも敏感である。

(2) 選択された9個の受容点の内、8個の受容点における予想年間硫酸イオン蓄積量には高い正の相関が存在するため、モデル1(従来の結合機会制約条件計画モデル)とモデル2(新しく開発された結合機会制約条件計画モデル)によって得られた目的関数値には著しい差がある。従って本論文で仮定された条件下においては、モデル1をモデル2の近似モデルとして取扱うことは不適当である。

(3) 硫酸イオン蓄積量の予測値Y_iの正規性を仮定した場合は、モデル5とモデル1の解が他のモデルにおいても有効であることが判明した。モデル2は従来の結合機会制約条件計画モデルでは対処出来ない制約条件相互の従属性を考慮し正確なシステム全体の信頼度を算出したが³⁰⁾、得られた解はモデル5においてはそれほど有効ではないことが確認された。またY_iの正規性を仮定しない場合では、SO₂排出削減量の上限值が高くなるにつれて、各近似解は真のモデルの最適解ではない事が明らかになった。しかし、同上限値を高く設定した場合は、各近似解の差異が減少するため、どのモデルの近似解を用いても大差がない。総合的には、モデル5及び1の近似解は全ての真のモデルにおいて有効性が高い。従ってY_iの確率分布の仮定をせずに各モデルの計算を行う有効な手法が存在しない現状では、モデル5或いはモデル1は環境指標の向上を表す有力なモデルの1つであると考えられる。

6. 今後の課題

本研究では環境指標の向上を念頭においたSO₂排出削減戦術の意思決定問題に最も有力な確率計画モデルを提案を行ったが、酸性雨制御問題の総合的解決にはまだ多くの課題が残されている。意思決定モデルの作成・実行に関する主な課題は以下の様にまとめられる。

(1) 既に本文中で何度か述べたが、各受容点における硫酸イオン蓄積量の予測値Y_iに関して如何なる確率

分布を仮定せずに各モデルを解く手法の開発は急務である。

(2) 本研究では最大許容硫酸イオン蓄積量D_iの値を20(kg/ha/yr)と設定したが、最近の研究では、9-14(kg/ha/yr)以下への制御が必要であるとの報告もなされている³¹⁾。従って実際の意思決定にはこのような低いD_i値を考慮したモデルの実行及び結果の検討が必要である。

(3) 受容点は各モデルの最適解に大きな影響を及ぼす。従って実際の意思決定モデルを用いて受容点が決定されるのが望ましい。

(4) 本研究ではSO₂排出削減量の上限值Sが既に与えられているものとして議論を行った。しかし酸性雨制御問題では、酸性雨発生の機構や酸性雨の地域生態系に及ぼす影響など酸性雨に関する科学的知見の不確かさが削減反対派の主張の一つの根拠となっており⁸⁾、総排出削減量の決定は非常に慎重に行われざるを得ない状況にある。しかし、最近では多種の長距離輸送モデルを同時に扱うことにより、長距離輸送モデルに関する科学的知見の不確かさを取り入れる意思決定モデルなども開発されている^{15),16)}。今後は、酸性雨問題解明のために研究を継続する事は勿論であるが、酸性雨に関する科学的知見の不確かさを工学的に扱う意思決定モデルの開発も益々重要になってくると思われる。

本論文は筆頭著者が1991年5月に米国ジョーンズホプキンス大学において取得した学位論文の一部をまとめたものである。

付録 — Slepianの不等式²⁹⁾

m次元の正規分布を次の様に定義する。

$$\Phi_m(\mathbf{s}; \Gamma) = \int_{-\infty}^{s_1} \cdots \int_{-\infty}^{s_m} \phi_m(\mathbf{z}; \Gamma) dz_1 \cdots dz_m \cdots (51)$$

ただし、

$$\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_m]^T \in R^m \cdots \cdots (52)$$

$$\Gamma = (\gamma_{ik})_{i,k=1, \dots, m} \in R^{m \times m} \cdots \cdots (53)$$

$$\phi_m(\mathbf{z}; \Gamma) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}m} |\Gamma|^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2} \mathbf{z}^T \Gamma^{-1} \mathbf{z}\right] \cdots \cdots (54)$$

今、各々の(i, k)成分がγ_{ik}とλ_{ik}である二つの正則な相関マトリックスΓ, Λにおいて、以下の関係

$$\gamma_{ik} \geq \lambda_{ik} \quad \forall i, k \cdots \cdots (55)$$

がある時、次の不等式が成立する。

$$\Phi_m(\mathbf{s}; \Gamma) \geq \Phi_m(\mathbf{s}; \Lambda) \cdots \cdots (56)$$

参考文献

- 1) Ellis, J.H., McBean, E.A. and Farquhar, G.J.: Deterministic linear programming model for acid rain abatement, Journal of Environmental Engineering, ASCE, Vol.111, No.2, pp.119~139, 1985.

- 2) Ellis, J.H., Mcbean, E.A. and Farquhar, G.J. : Chance-constrained/stochastic linear programming model for acid rain abatement-II. Limited colinearity, *Atmospheric Environment*, Vol.20, No.3, pp.501~511, 1986.
- 3) Guldman, J.M. : Interactions between weather stochasticity and the locations of pollution sources and receptors in air quality planning : A chance-constrained approach, *Geographical Analysis*, Vol.18, No.3, pp198~214, 1986.
- 4) Fuessle, R.W., Brill, E.D. and Liebman, J.C. : Air quality planning : a general chance-constraint model, *Journal of Environmental Engineering, ASCE*, Vol.113, No.1, pp.106~123, 1987.
- 5) Ontario Ministry of the Environment : The case against the rain, 1980.
- 6) United States Environmental Protection Agency : Acid Rain, EPA-600/9-79-036, Research Triangle Park, NC, 1980.
- 7) Howard, R. and Perley, H. : Acid Rain, House of Anansi Press Ltd., 1980, 田村明監訳：酸性雨, 新曜社, 1986.
- 8) Regens, J.L. and Rycroft, R.W. : The acid rain controversy, University of Pittsburgh Press, 1988.
- 9) 日本経済新聞 : 1992年3月31日.
- 10) Charnes, A. and Cooper, W.W. : Chance-constrained programming, *Management Science*, Vol.6, pp.73~79, 1959.
- 11) Charnes, A. and Cooper, W.W. : Deterministic equivalents for optimizing and satisfying under chance constraints, *Operations Research*, Vol.11, pp.18~39, 1963.
- 12) Beale, E.M.L. : On minimizing a convex function subject to linear inequalities, *The Journal of the Royal Statistical Society Series B*, Vol.17, pp.173~184, 1955.
- 13) Dantzig, G.B. : Linear programming under uncertainty, *Management Science*, Vol.1, pp.197~206, 1955.
- 14) United States Environmental Protection Agency, Office of Environmental Processes and Effects Research : United States-Canada Memorandum of Intent on Transboundary Air Pollution, Final Report, Washington, D.C., 1982.
- 15) Ellis, J.H. : Acid rain control strategies, *Environmental Science & Technology*, Vol.22, No.11, pp.1248~1255, 1988.
- 16) Ellis, J.H. : Integrating multiple long-range transport models into optimization methodologies for acid rain policy analysis, *European Journal of Operational Research*, Vol.46, No.3, pp.313~321, 1990.
- 17) Venkatram, A., Ley, B.E. and Wong, S.Y. : A statistical model to estimate long-term concentrations of pollutants associated with long-range transport, *Atmospheric Environment*, Vol.16, No.2, pp.249~257, 1982.
- 18) 伊理正夫・今野浩編：数理計画法の応用〈理論編〉, 第一章 (石井博昭著), 産業図書, 1982.
- 19) Watanabe, T. : New stochastic programming models for environmental decision making under uncertainty, Ph.D. thesis, Department of Geography and Environmental Engineering, The Johns Hopkins University, Baltimore, Maryland, 1991.
- 20) Allen, F.M., Braswell, R.N. and Rao, P.V. : Distribution-free approximations for chance constraints, *Operations Research*, Vol.22, No.3, pp.610~621, 1974.
- 21) Miller, B.L. and H.M. Wagner : Chance constrained programming with joint constraints, *Operations Research*, Vol.13, No.6, pp.930~945, 1965.
- 22) Jagannathan, R. : Chance-constrained programming with joint constraints, *Operations Research*, Vol.22, pp.358~372, 1974.
- 23) Watanabe, T. and Ellis, J.H. : A joint chance constrained programming model with row dependence, submitted to *European Journal of Operational Research*, January, 1992.
- 24) Deak, I. : Three digit accurate multiple normal probabilities, *Numerische Mathematik*, Vol.35, pp.369~380, 1980.
- 25) Mandasky, A.M. : Inequalities for stochastic linear programming problem, *Management Science*, Vol.6, pp.197~204, 1960.
- 26) Walkup, D.W. and Wets, R.J.B. : Stochastic programming with recourse, *SIAM Journal Applied Mathematics*, Vol.15, pp.1299~1314, 1967.
- 27) United States Environmental Protection Agency : International Sulfur Deposition Model Evaluation (ISDME), EPA-600/3-87-008, Washington, D.C., 1987.
- 28) Murtagh, B.A. and Saunders, M.A. : MINOS 5.1 User's Guide, Technical Report SOL 83-20R, Systems Optimization Laboratory, Stanford University, 1987.
- 29) Stepian, D. : The one Sided barrier problem for Gaussian noise, *Bell System Technical Journal*, Vol.41, pp.463~501, 1962.
- 30) Watanabe, T. and Ellis, J.H. : Stochastic programming models for air quality management, submitted to *Computers and Operations Research*, September, 1991.
- 31) Schindler, D.W. : Effects of acid rain on freshwater ecosystems, *Science*, Vol.239, pp.149~157, 1988.

(1992. 6. 11 受付)

STOCHASTIC PROGRAMMING MODELS FOR AIR QUALITY CONTROL

Tsunemi WATANABE, Hugh ELLIS and Masahiko KUNISHIMA

In decision making problems on air quality control linear programming and stochastic programming have often been applied. This study focuses acid rain control in North America and proposes five stochastic programming models which in various ways maximize the probability that the acid deposition rate, under given total reductions of SO₂ emissions, does not exceed the maximum allowable wet deposition rate at each receptor. The optimum solution to each model is compared to find the models most suitable for the decision making on acid rain abatement.