

粘着成分を有する摩擦性材料の変形・強度特性の統一的解釈

松岡 元*・孫 徳安**

粒状体のような摩擦性材料から金属のような粘性材料までの、広範囲の工学材料に対する統一的な構成則を、“拡張された空間滑動面 (Extended SMP)” に基づいて見出し出している。粘着成分を有する摩擦性材料の代表試料として、セメント混合砂を選んで、平均主応力一定条件下での三軸圧縮試験 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) および三軸伸張試験 ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$) を実施し、上記の考え方を検証した。

Keywords: frictional and cohesive material, constitutive law, failure criterion, cemented sand

1. 序 論

粒子間にボンドのない粒状体のような摩擦性材料 (粘着力 $c=0$, ϕ 材料) から、結晶構造による強力なボンドをもつ金属のような粘性材料 (内部摩擦角 $\phi=0$, c 材料) までの、広範囲の工学材料に対する統一的な構成則 (破壊規準を含む) を見出すことは最も興味ある研究課題の1つであろう。著者の一人は、すでに土のような粒状体の変形・強度特性を統一的に説明するために、“空間滑動面” (Spatially Mobilized Plane; SMP) なる概念を提案している^{1)~3)}。また、金属の変形・強度特性は正八面体面 (Octahedral Plane) によって統一的に説明できるといわれている。

そこで、粒状体のような摩擦性材料に対して適用されてきた空間滑動面 (SMP) の概念を、粘着成分を有する摩擦性材料に対して拡張するため、粘着成分を表すパラメーター σ_0 を導入した“拡張された空間滑動面” (Extended SMP) なる概念を用いる^{4)~6)}。なお、この拡張 SMP に基づいて提案された破壊規準と構成関係は、 $\sigma_0=0$ の場合には従来の SMP に基づいた松岡・中井規準と構成関係に帰着し、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ の場合には正八面体面に基づいたミーゼス規準と構成関係に帰着される。粘着成分を有する摩擦性材料の代表試料として、各種配合のセメント混合砂を選んで、平均主応力一定条件下での三軸圧縮試験 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) および三軸伸張試験 ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$) を実施した。それらの実験結果を拡張 SMP 上で整理すれば、統一的に解釈できることを示す。

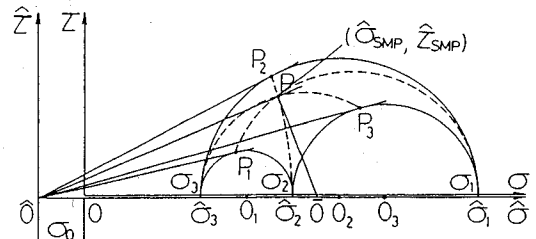


Fig.1 Normal and shear stresses on “Extended SMP” in Mohr’s plane

2. 拡張された空間滑動面の概念

Fig.1 に示したように、相異なる3主応力 ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) 下では3個のモールの応力円が描ける。すでに提案している空間滑動面 (SMP) の概念を粘着成分を有する摩擦性材料に対しても拡張するために、橋口⁴⁾、大橋⁵⁾ にならって相異なる3主応力下の3個のモールの応力円に σ 軸上の負の1点 \hat{O} ($\hat{O}O = \sigma_0$ とする、 $\sigma_0 = c \cdot \cot \phi$, c : 粘着力, ϕ : 内部摩擦角) から接する3本の直線 $\hat{O}P_1$, $\hat{O}P_2$, $\hat{O}P_3$ を想定する。この点 \hat{O} を新しい座標原点とする $\hat{\tau}$ - $\hat{\sigma}$ 座標で考えれば、以前の $\sigma_0=0$ の場合 (従来の SMP) と同じ定式化が可能となる。この新しい $\hat{\tau}$ - $\hat{\sigma}$ 座標系による換算主応力 (Equivalent Principal Stress)⁷⁾ $\hat{\sigma}_i$, 換算応力不変量 $\hat{J}_1, \hat{J}_2, \hat{J}_3$, 拡張 SMP の方向余弦 \hat{a}_i は従来の SMP の場合と同様にして次式で表される^{5), 6)}。

$$\hat{\sigma}_i = \sigma_i + \sigma_0 \quad (i=1, 2 \text{ and } 3) \dots\dots\dots (1)$$

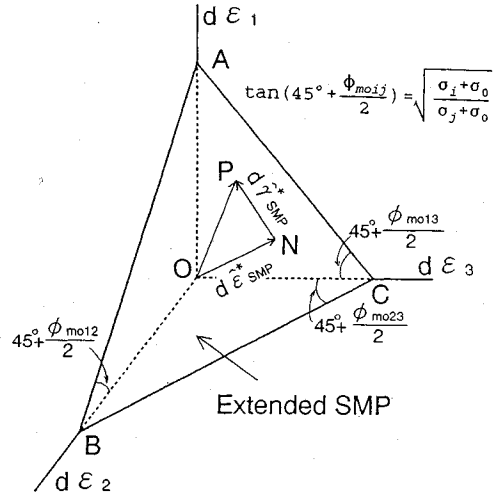
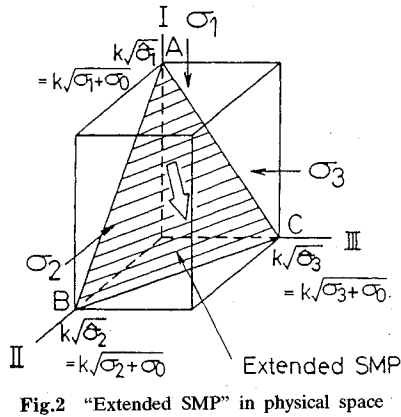
$$\left. \begin{aligned} \hat{J}_1 &= \hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_3 \\ \hat{J}_2 &= \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3 + \hat{\sigma}_3 \hat{\sigma}_1 \\ \hat{J}_3 &= \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\hat{a}_i = \sqrt{\frac{\hat{J}_3}{\hat{\sigma}_i \hat{J}_2}} \dots\dots\dots (3)$$

式(3)で表される方向余弦は、 $\sigma_0=0$ (すなわち $c=0$)

* 正会員 工博 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

** 学生会員 工修 名古屋工業大学 博士後期課程社会開発工学専攻



のときには $\hat{a}_i = \sqrt{j_3} / (\sigma_j j_2) = a_i$ (SMP の方向余弦) となり、粒状体に適用されている従来の SMP の方向余弦と一致する。また、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ (すなわち $\phi = 0$) のときには $\hat{a}_i = 1/\sqrt{3}$ (正八面体面の方向余弦) となり、金属材料に適用されている正八面体面の方向余弦と一致し興味深い。このことは、拡張 SMP を表す Fig.2 から理解される。すなわち、 $\sigma_0 = 0$ のときは Fig.2 の点 A, B, C の値はそれぞれ $k\sqrt{\sigma_1}$, $k\sqrt{\sigma_2}$, $k\sqrt{\sigma_3}$ となって従来の SMP と一致し、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ のときは σ_0 に比して $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ が無視された点 A, B, C の値は $k\sqrt{\sigma_0}$, $k\sqrt{\sigma_0}$, $k\sqrt{\sigma_0}$ となり、3 辺の長さが等しくなって正八面体面と一致するのである。すでに明らかになっているように、粒状体のような摩擦性材料の変形・強度特性は SMP 上で統一に整理され、一方金属のような粘着性材料の変形・強度特性は正八面体面上で統一に解釈されることがわかってきている。したがって、上記のように SMP ($\sigma_0 = 0$ のとき) と正八面体面 ($\sigma_0 \rightarrow \infty$ のとき) を両端とする拡張 SMP は、粘着成分を有する摩擦性材料の変形・破壊挙動を統一に解釈できる可能性を有している。

Fig.3 Definition of strain increments ($d\epsilon_{SMP}^*$ and $d\gamma_{SMP}^*$) in principal strain increment space

拡張 SMP 上の垂直応力 $\hat{\sigma}_{SMP}$ とせん断応力 $\hat{\tau}_{SMP}$ は式 (3) を用いて次式で表される。

$$\hat{\sigma}_{SMP} = \hat{\sigma}_1 \hat{a}_1 + \hat{\sigma}_2 \hat{a}_2 + \hat{\sigma}_3 \hat{a}_3 \dots \dots \dots (4)$$

$$\hat{\tau}_{SMP} = \sqrt{(\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_2)^2 \hat{a}_1^2 \hat{a}_2^2 + (\hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_3)^2 \hat{a}_2^2 \hat{a}_3^2 + (\hat{\sigma}_3 - \hat{\sigma}_1)^2 \hat{a}_3^2 \hat{a}_1^2} \dots \dots \dots (5)$$

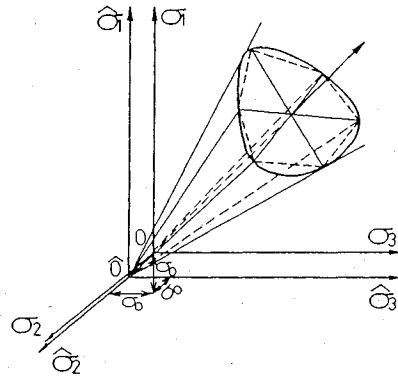


Fig.4 Schematic diagram of proposed failure criterion based on "Extended SMP" in principal stress space

材料の場合と同様に、 $\hat{\tau}_{SMP} / \hat{\sigma}_{SMP}$ が一定値に達したときに破壊するとすれば、つぎの破壊規準を得る^{4), 6)}。

$$\frac{\hat{\tau}_{SMP}}{\hat{\sigma}_{SMP}} = \sqrt{\frac{\hat{J}_1 \hat{J}_2 - 9 \hat{J}_3}{9 \hat{J}_3}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{4(\sigma_1 + \sigma_0)(\sigma_2 + \sigma_0)} + \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{4(\sigma_2 + \sigma_0)(\sigma_3 + \sigma_0)} + \frac{(\sigma_3 - \sigma_1)^2}{4(\sigma_3 + \sigma_0)(\sigma_1 + \sigma_0)}} = \text{const.} \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 $\hat{J}_1, \hat{J}_2, \hat{J}_3$ は新しい座標系で表した応力不変量であり、式(1), (2)で表される。

なお、ここで式(8)は、 $\sigma_0 = 0$ のときには従来の SMP に基づいた松岡・中井の破壊規準と一致し、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ のときには正八面体面に基づいたミーゼスの破壊規準と一致することは興味深い(式(8)は三軸圧縮条件下では $(\sqrt{2}/3)(\sigma_1 - \sigma_3) / \sqrt{(\sigma_1 + \sigma_0)(\sigma_3 + \sigma_0)} = (2\sqrt{2}/3) \tan \phi = (2\sqrt{2}/3)(c/\sigma_0)$ となるので証明できる。他の

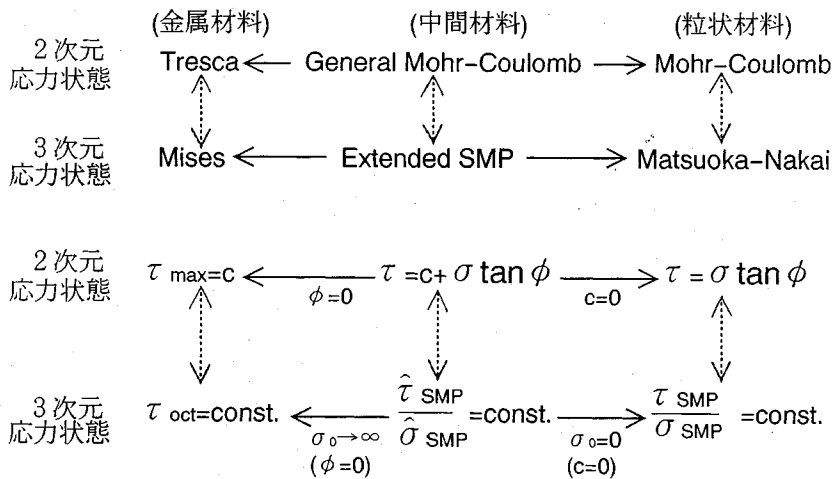


Fig.5 Mutual relationship among the Tresca, Mises, Mohr-Coulomb, general Mohr-Coulomb, Matsuoka-Nakai and Extended SMP failure criteria

証明方法として、文献9)の註1参照)。Fig.4は、式(8)による破壊規準の3次元応力空間における形状(いわゆる破壊曲面)を示したものである。この提案された破壊曲面は、 $\sigma_0 = 0$ のときにはSMPに基づいた松岡・中井の破壊曲面(モール・クーロンの破壊曲面を表すひずんだ六角形に外接する外に凸な曲面;原点で0に絞るオムスピ形)に帰着し、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ のときにはミーゼスの破壊曲面(トレスカの破壊曲面を表す正六角形に外接する外に凸な局面;空間対角線を軸とする円柱形)に帰着する。なお、拡張SMPに基づいた破壊規準($\hat{\tau}_{SMP}/\hat{\sigma}_{SMP} = \text{const.}$)は、トレスカ規準($\tau_{max} = \text{const.}$)、ミーゼス規準($\tau_{oct} = \text{const.}$)、モール・クーロン規準($\tau = \sigma \tan \phi$)、一般化モール・クーロン規準($\tau = C + \sigma \tan \phi = (\sigma + \sigma_0) \tan \phi = \hat{\sigma} \tan \phi$)および松岡・中井規準($\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} = \text{const.}$)とFig.5に示すような相互関係を有している。Fig.5からわかるように、摩擦性材料のための松岡・中井規準と粘着性材料のためのミーゼス規準は、本破壊規準の両端($\sigma_0 = 0$ と $\sigma_0 \rightarrow \infty$)に対応する特別なケースとして位置付けられる。したがって、拡張SMPに基づいた規準は、土(粒状体)のような摩擦性材料から金属のような粘着性材料までの広範囲の工学材料の変形・破壊挙動に対して統一的に適用できる可能性がある。そこで、粘着成分を有する摩擦性材料の代表試料としてセメント混合砂を選び、次にこの可能性を実験によって確かめる。

3. 実験方法

実験に用いた砂は豊浦砂($D_{50} = 0.2 \text{ mm}$, $U_c = 1.3$, $G_s = 2.65$, $e_{max} = 0.95$, $e_{min} = 0.58$)で、セメントは普通ポルトランドセメントである。試料の混合重量比はTable 1に示している。これらをソイルミキサーで十分練り合わせた後、内径5 cm, 高さ15 cmのアクリル製

Table 1 Component ratio of cemented Toyoura sand by weight

| Material | Component ratio Toyouira sand : cement : water : clay powder | | | |
|----------|---|---|-----|-----|
| A-I | 11.7 | 1 | 4.8 | 1.5 |
| B-I | 15 | 1 | 3 | 0 |
| B-II | 10 | 1 | 2 | 0 |
| B-III | 5 | 1 | 1 | 0 |

モールドに1/3ずつ入れて棒で突いて充填した。その後、1-2日間放置して、供試体を脱型し、ポリエチレン袋に入れ、恒温室(20±1°C)内で水分一定条件下で約3ヶ月間養成した。養成後、供試体をマイターボックスの中にいれて両端面を包丁あるいは鋸で切って高さを10 cmにした。したがって、供試体の寸法は最終的に直径約5 cm, 高さ約10 cmとなる。また、成形した供試体を脱気水中に入れて、飽和させるために真空脱気を1時間以上行った。

実験に用いた試験機は自動計測方式の中圧三軸試験機である。この試験機は最大側圧を10 MPa(=10⁴ kPa=約100 kgf/cm²)まで載荷することが可能であり、三軸伸張試験もできる構造となっている。供試体とベダスタル、キャップの間の摩擦を軽減するために、供試体をセットする前にベダスタルとキャップの表面に高真空用グリースを塗り、薄いゴム膜をはり付けた(この摩擦軽減法が最大軸圧8000 kPa程度までの中圧の応力範囲で有効かどうかは特に調べていない)。軸ひずみの測定誤差(ベッディングエラー)について、文献10)の方法を用いて調べたところ、軸圧 $\sigma_a > 600 \text{ kPa}$ の場合には、ベッディングエラーは非常に小さいことが見いだされている。飽和した供試体をセットして、等方圧密後、平均有効主応力 $\sigma_m = (\sigma_a + 2\sigma_r)/3$, σ_a :軸圧, σ_r :側圧)一定の排水三軸圧縮試験と排水三軸伸張試験を実施した。

なお、ここでは簡単のため、平均有効主応力 σ_m をセメント混合砂の一軸圧縮強度以上となるように設定した。排水は供試体上下両端面から行った。軸方向はひずみ制御で行い、軸方向ひずみ速度は 0.12%/h とした。側圧の载荷は応力制御で行い、側圧は電一空レギュレーターを用いて、自動制御されている。

4. 実験結果の各種の整理と拡張 SMP 上の整理の特徴

Fig.6~Fig.9 は、A-I 種のセメント混合砂の平均有効主応力 $\sigma_m = 600 \text{ kPa}$, 1000 kPa , 2000 kPa および 4000 kPa のもとでの排水三軸圧縮試験結果 (Comp.; ○印) および三軸伸張試験結果 (Ext.; ●印) の各種の整理を示したものである。Fig.6~Fig.9 中の (c), (d) の整理をするには粘着成分を表すパラメータ σ_0 があるが、 σ_0 の値は破壊時のモールの応力円の包絡線と σ 軸の交点より $\sigma_0 = 200 \text{ kPa}$ と決定された (Fig.10 参照)。

Fig.6~Fig.9 中の (a) は主応力比 (σ_1/σ_3)~主ひずみ (ϵ_1, ϵ_3) 関係の整理を示したものである。同図より、同じ平均有効主応力 σ_m のもとで、三軸圧縮条件 (Comp.) か三軸伸張条件 (Ext.) かによって、主応力比~主ひずみ関係は異なるのが見られる。特に、Fig.6(a) や Fig.7(a) において、三軸伸張条件下の破壊 (ピーク) 時の主応力比 (●印) が三軸圧縮条件下のもの (○印) より大きくなるのは、Fig.10 において粘着成分があるため原点からのそれぞれのモールの応力円への接線勾配が三軸伸張試験の方が三軸圧縮試験よりも大きくなることから理解される。また、Fig.6(a)~Fig.9(a) において、平均有効応力 σ_m が大きくなるにつれて破壊時の主応力比が小さくなるのは、同様に粘着成分があるため原点からそれぞれのモールの応力円への接線勾配が σ_m が大きくなるにつれて小さくなるためと理解される。

Fig.6~Fig.9 中の (b) は、正八面体面上のせん断・垂直応力比 (τ_{oct}/σ_{oct})~せん断ひずみ (γ_{oct})~垂直ひずみ (ϵ_{oct}) 関係の整理を示したものである。これらの図より、三軸圧縮条件 (Comp.) 下と三軸伸張条件 (Ext.) 下の試験結果が一本のカーブ上にプロットされないのが見られる。このことは、セメント混合砂がミーゼスの規準 ($\tau_{oct} = \text{const.}$) に従わないことを意味している。

以上より、通常よく行われている主応力面上や正八面体面上の整理では、セメント混合砂のような粘着成分を有する摩擦性材料の応力~ひずみ関係を唯一的に評価できないことがわかった。そこで、前述の拡張 SMP 上の整理を試みた。Fig.6~Fig.9 中の (c) は、拡張 SMP 上のせん断・垂直応力比 ($\hat{\tau}_{SMP}/\hat{\sigma}_{SMP}$)~主ひずみ増分ベクトルの拡張 SMP に平行な成分の和 ($\hat{\gamma}_{SMP}$, 式(7)参照)~主ひずみ増分ベクトルの拡張 SMP に垂直な成分の和 ($\hat{\epsilon}_{SMP}$, 式(6)参照) 関係で整理したものである。

これらの図より、同じ平均有効主応力 σ_m のもとであれば、三軸圧縮 (Comp.)・三軸伸張 (Ext.) 条件のいかんにかかわらず、 $\hat{\tau}_{SMP}/\hat{\sigma}_{SMP} \sim \hat{\gamma}_{SMP} \sim \hat{\epsilon}_{SMP}$ 関係はほぼ同じのカーブ上に整理されるのが見られ、興味深い。このことは、拡張 SMP 上の整理の大きなメリットの 1 つと考えられる。なお、三軸伸張試験では破壊時に供試体がネッキングすることが知られているが、ここではピーク強度までの変形を論じているのでネッキングの影響は小さいと考えている。

つぎに、Fig.6~Fig.9 中の (d) は、拡張 SMP 上のせん断・垂直応力比 ($\hat{\tau}_{SMP}/\hat{\sigma}_{SMP}$)~主ひずみ増分ベクトルの拡張 SMP に垂直な成分と平行な成分の比 ($-d\hat{\epsilon}_{SMP}^*/d\hat{\gamma}_{SMP}^*$) 関係の整理を示したものである。この $\hat{\tau}_{SMP}/\hat{\sigma}_{SMP} \sim -d\hat{\epsilon}_{SMP}^*/d\hat{\gamma}_{SMP}^*$ 関係はいわゆるストレス・ダイレタンシー式に相当するものである。これらの図より興味深いのは、三軸圧縮 (Comp.)・三軸伸張 (Ext.) 条件の違いにかかわらず、平均有効主応力 σ_m の違い ($\sigma_m = 600 \text{ kPa}$ から 4000 kPa までの 4 種類の応力レベル) にかかわらず、すべてのプロットがほぼ同じ直線上に整理されることである (Fig.6(d)~Fig.9(d) 中には同一直線 (勾配 0.6, 縦軸切片 0.48) を引いている)。これは驚くべきことである。この唯一的な直線関係に直交条件式を組み合わせれば、1 つの塑性ポテンシャル関数を求めることが出来る。

なお、Fig.6~Fig.9 中の (c), (d) に見られる特性は、砂や正規圧密粘土に対して従来の SMP 上で整理した場合に得られる結果と同じものである。すなわち、セメント混合砂に対しても、粘着成分を反映するパラメータ σ_0 を導入して拡張 SMP 上で整理すれば、従来の SMP の場合と同様の長所が発揮されるのである。これより、拡張 SMP の概念に基づいて、セメント混合砂のような粘着成分を有する摩擦性材料の構成式を立てることが可能となる。

Fig.11~Fig.13 は、B-I 種のセメント混合砂の平均有効主応力 $\sigma_m = 1000 \text{ kPa}$, 2000 kPa および 4000 kPa のもとでの三軸圧縮 (Comp.) および三軸伸張 (Ext.) 試験結果の各種の整理を示したものである。Fig.11(c) は、従来の SMP 上のせん断・垂直応力比 (τ_{SMP}/σ_{SMP})~主ひずみ増分ベクトルの SMP に平行な成分の和 (γ_{SMP}^*)~主ひずみ増分ベクトルの SMP に垂直な成分の和 (ϵ_{SMP}^*) 関係の整理を示したものである。また、Fig.11(d) は、従来の SMP 上のせん断・垂直応力比 (τ_{SMP}/σ_{SMP})~主ひずみ増分ベクトルの SMP の垂直な成分と平行な成分の比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係での整理を示したものである。これら 2 つの図より、従来の SMP 上の整理では、三軸圧縮 (Comp.) と三軸伸張 (Ext.) の試験結果が一本の線上に整理されないのが見られる。すなわち、粒状体に対して有用な SMP 理論

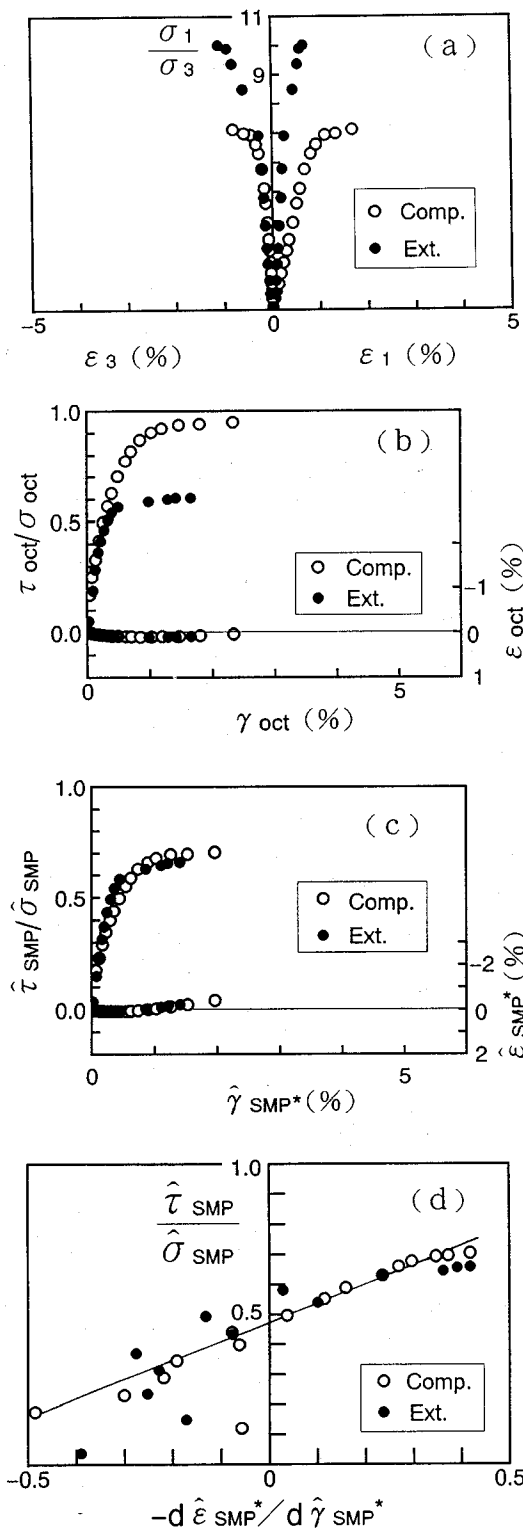


Fig.6 Various arrangements of Material A-I under triaxial compression and extension tests ($\sigma_m=600$ kPa)

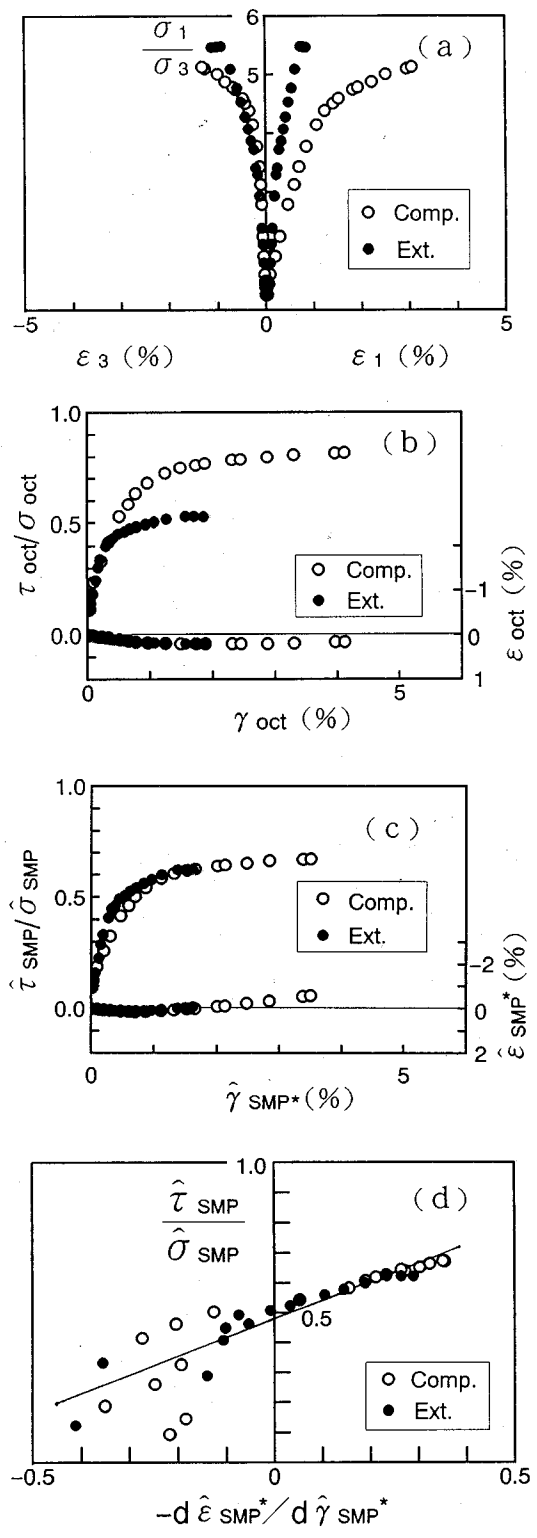


Fig.7 Various arrangements of Material A-I under triaxial compression and extension tests ($\sigma_m=1000$ kPa)

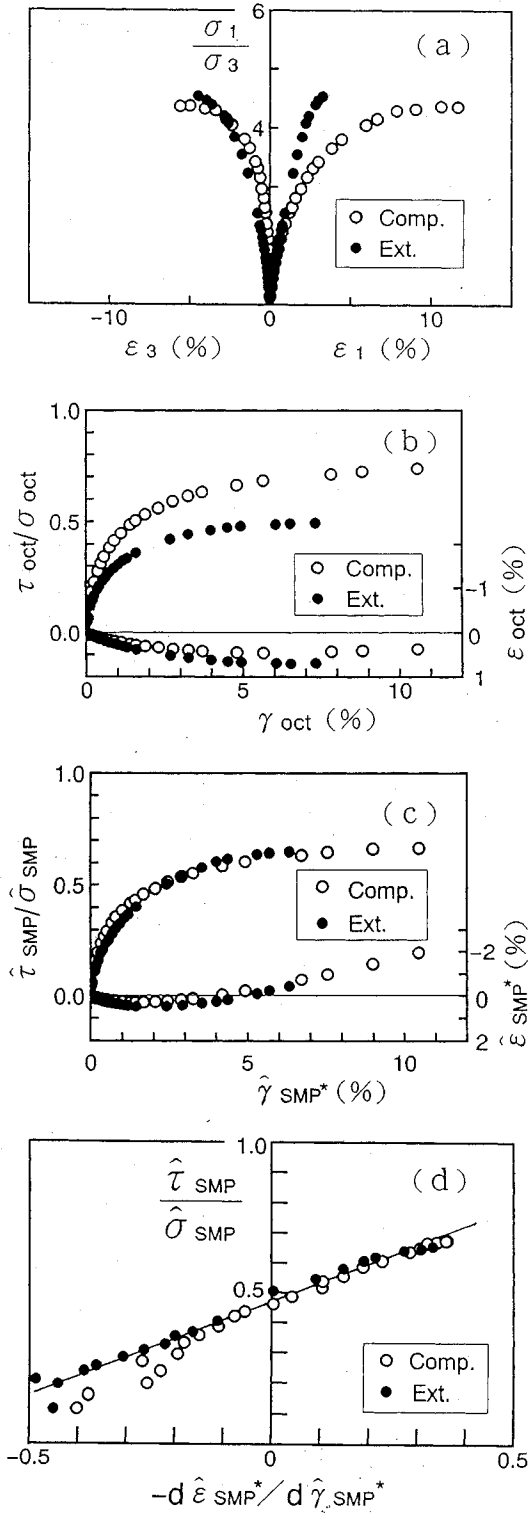


Fig.8 Various arrangements of Material A-I under triaxial compression and extension tests ($\sigma_m=2000$ kPa)

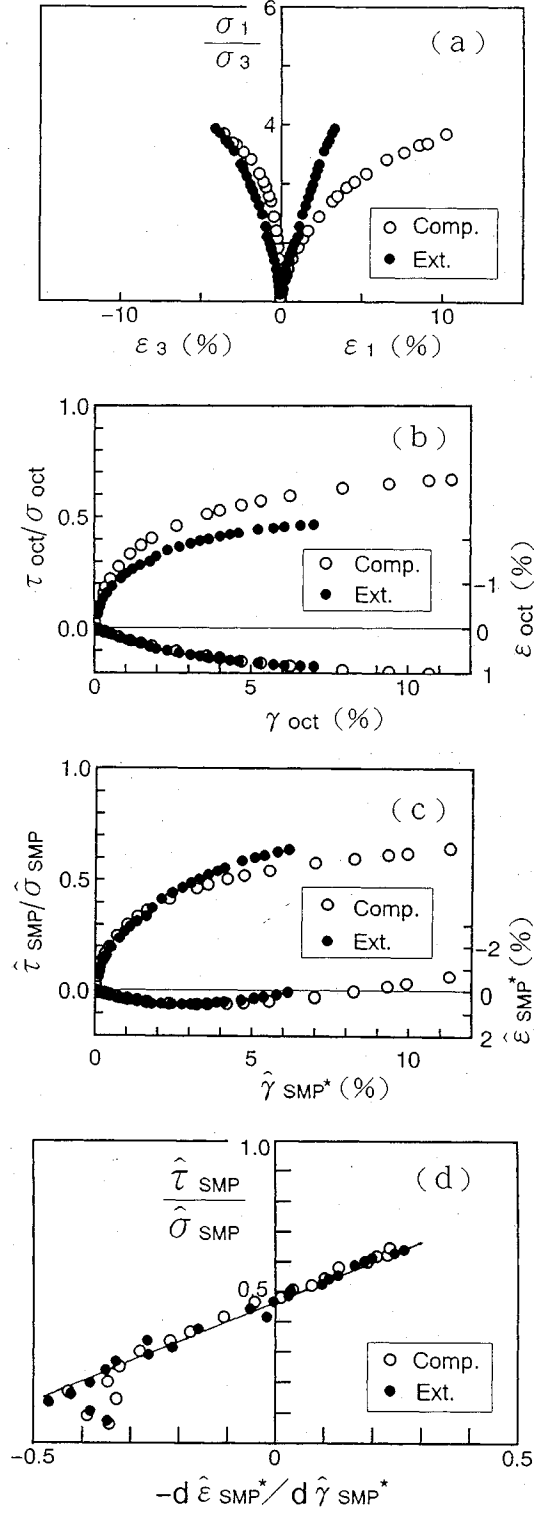


Fig.9 Various arrangements of Material A-I under triaxial compression and extension tests ($\sigma_m=4000$ kPa)

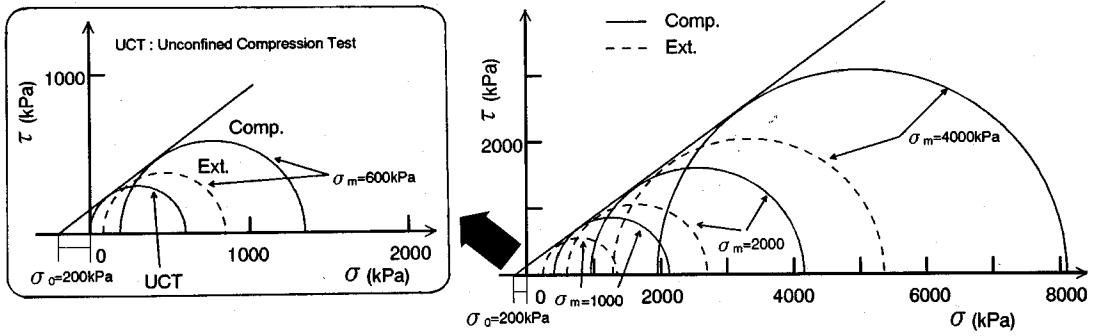


Fig.10 Estimation of σ_0 from Mohr's stress circles at failure based on triaxial compression and extension tests on Material A-I.

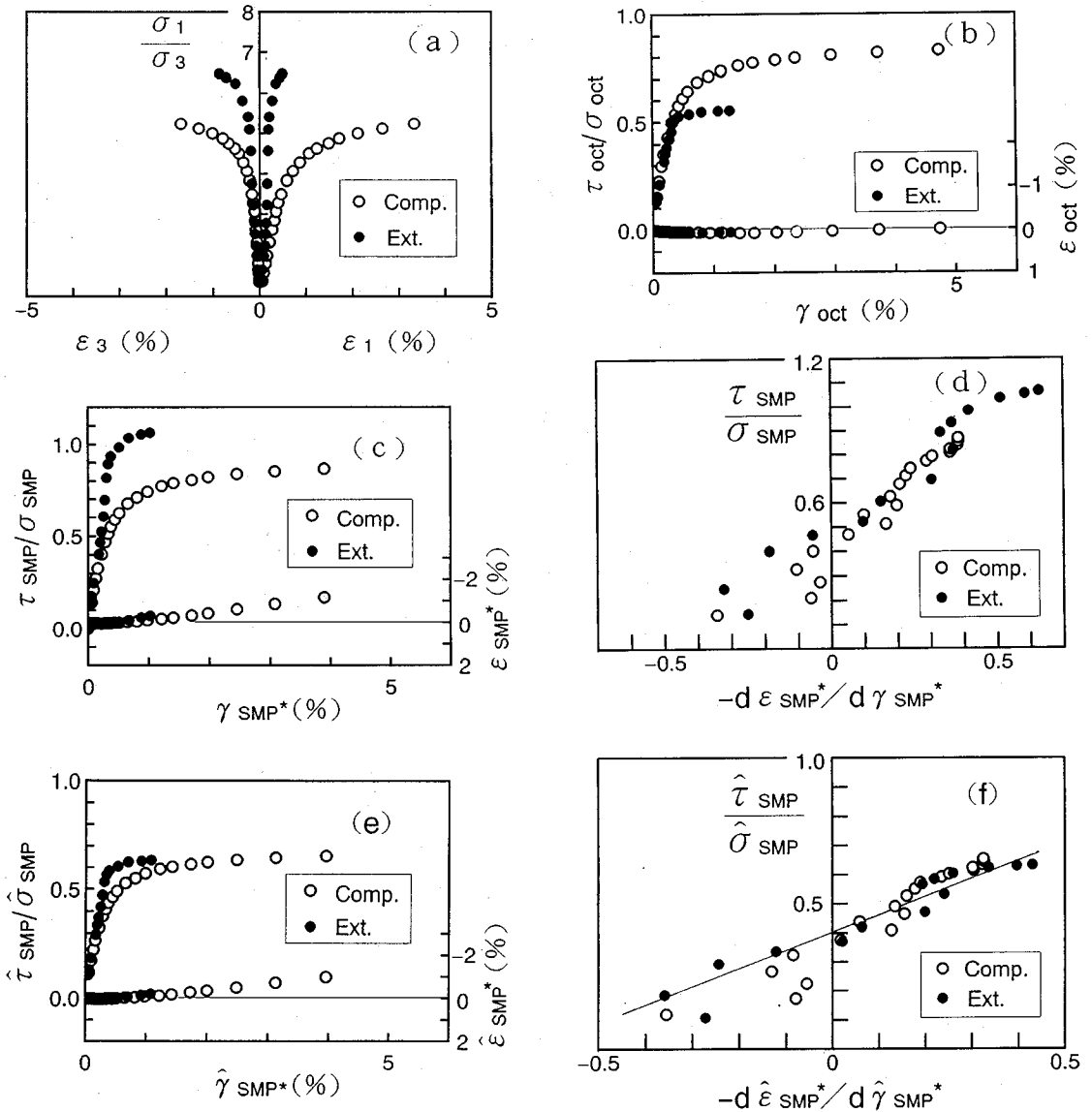


Fig.11 Various arrangements of Material B-I under triaxial compression and extension tests ($\sigma_m=1000$ kPa)

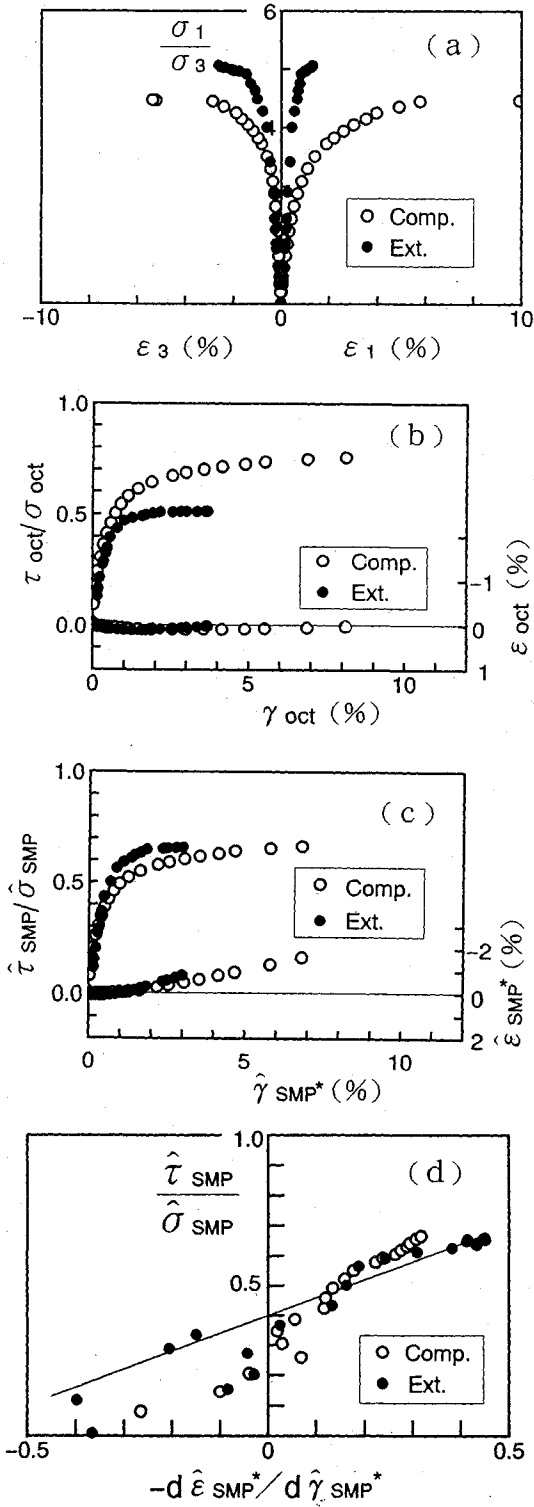


Fig.12 Various arrangements of Material B-I under triaxial compression and extension tests ($\sigma_m=2000$ kPa)

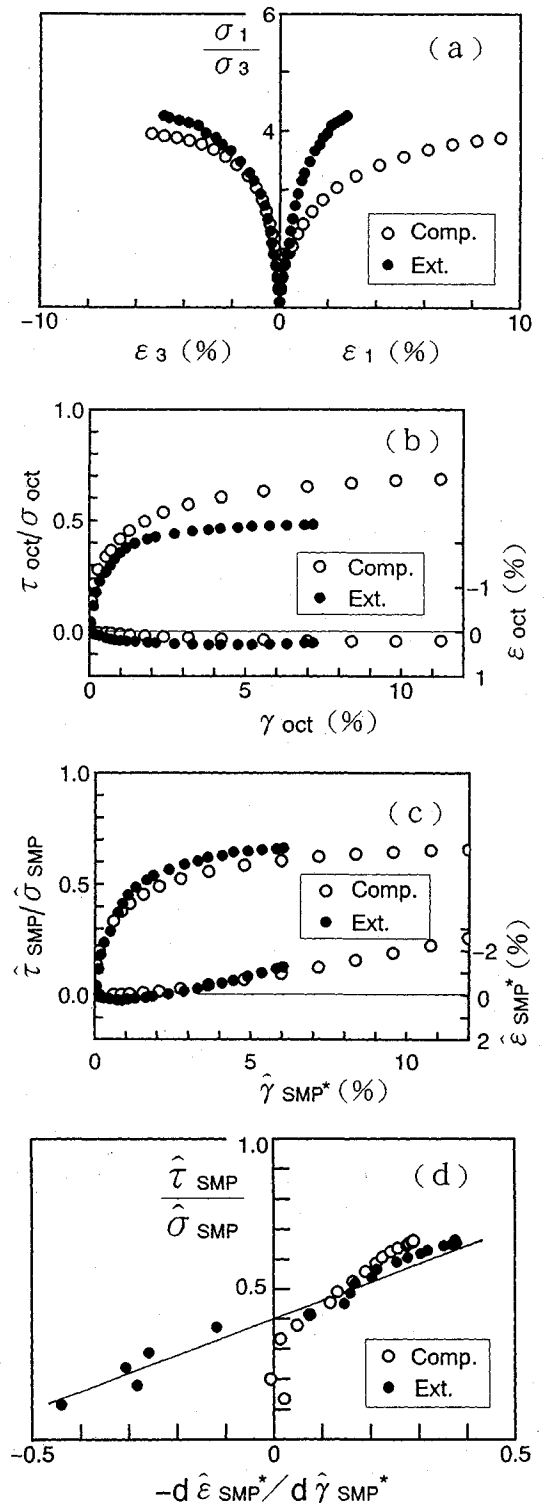


Fig.13 Various arrangements of Material B-I under triaxial compression and extension tests ($\sigma_m=4000$ kPa)

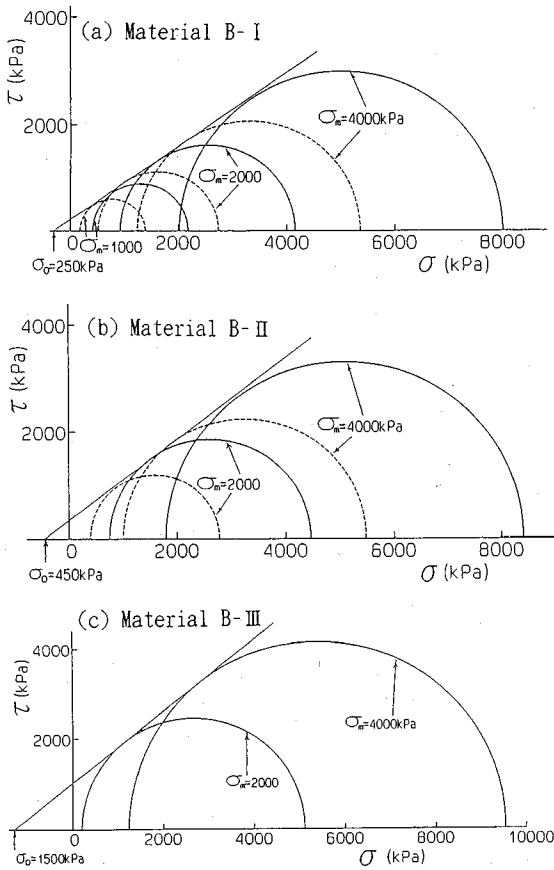


Fig.14 Mohr's stress circles at failure obtained from triaxial compression and extension tests on Material B-I, B-II and B-III.

も、セメント混合砂のような粘着成分を有する摩擦性材料に対しては、そのまま適用できないことがわかる。そこで、粘着成分を表すパラメーター σ_0 を導入して、拡張 SMP の概念を提案したわけである。

Fig.11 中の (e), (f) および Fig.12 と Fig.13 中の (c), (d) の整理をするにはパラメーター σ_0 が必要であるが、B-I 種のセメント混合砂の破壊時のモールの応力円の包絡線と σ 軸の交点より $\sigma_0 = 250$ kPa と決定した (Fig.14(a) 参照)。Fig.11(e), Fig.12(c), Fig.13(c) は、拡張 SMP 上の $\hat{\tau}_{SMP}/\hat{\sigma}_{SMP} \sim \hat{\tau}_{SMP}^*/\hat{\sigma}_{SMP}^* \sim \hat{\epsilon}_{SMP}^*$ 関係の整理を示したものである。前述の Fig.6(c) ~ Fig.9(c) の場合と同様に、三軸圧縮 (Comp.) と三軸伸張 (Ext.) 試験結果が大略同じカーブ上にプロットされるのが見られる。

つぎに、Fig.11(f), Fig.12(d), Fig.13(d) は、拡張 SMP 上の $\hat{\tau}_{SMP}/\hat{\sigma}_{SMP} \sim d\hat{\tau}_{SMP}^*/d\hat{\sigma}_{SMP}^*$ 関係の整理を示したものである。これらの図より、Fig.6(d) ~ Fig.9(d) の場合と同様、三軸圧縮 (Comp.) 条件・三軸伸張 (Ext.) 条件のいかんにかかわらず、平均主応力 σ_m の

大小を問わず、すべての実験データが大体一本の直線上にプロットされるのが見られる (Fig.11(f), Fig.12(d), Fig.13(d) 中には同一の直線 (勾配 0.6, 縦軸切片 0.40) を引いている)。

ここで、A-I 種のセメント混合砂の応力比 ~ ひずみ増分比関係 (Fig.6, 7, 8, 9(d)) と B-I 種のセメント混合砂の応力比 ~ ひずみ増分比関係 (Fig.11(f) と Fig.12, 13(d)) を比較すると、A-I 種の直線の縦軸切片の方が B-I 種のものより少々大きいが見られる。これは、Table 1 に示すように、A-I 種のセメント混合砂が粘土粉末を含み、かつ水分が多いので、せん断時の圧縮性が高いためと考えられる (せん断時の圧縮性が高い、すなわちダイレイタンスーをおこしにくい試料ほど縦軸切片は高くなる傾向がある)。

Fig.14 は、B-I, B-II, B-III 種のセメント混合砂の破壊時のモールの応力円を示したものである。これらの図より、それぞれのセメント混合砂のパラメータ σ_0 の値 (図中に示す) を決定した。 σ_0 の値とセメント含有率の関係を見ると、

B-I 種: $\sigma_0 = 250$ kPa, セメント含有率 1/19 = 5.3%

B-II 種: $\sigma_0 = 450$ kPa, セメント含有率 1/13 = 7.7%

B-III 種: $\sigma_0 = 1500$ kPa, セメント含有率 1/7 = 14.3%

となる。これより、 σ_0 の値はセメント含有率に対して直線比例よりも大幅に増加することがうかがわれる。一方、Fig.14 の直線の角度である内部摩擦角 ϕ は、本実験条件の範囲内ではセメント含有率の変化に対してあまり変わらないのが見られる。この実験結果の傾向は文献 11) の結論と一致する。

5. 結 論

本研究で得られた主な結論は以下のとおりである。

1) 1つのパラメーター σ_0 と拡張された空間滑動面 (拡張 SMP) の概念を導入することにより、摩擦性材料に対する従来の空間滑動面 (SMP) 上の破壊規準や構成則を、粘着成分を有する摩擦性材料に対するものに拡張した。拡張 SMP 上の破壊規準と構成則は、 $\sigma_0 = 0$ のときには従来の SMP 上の破壊規準 (松岡・中井規準) と構成則に一致し、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ のときは正八面体面上の破壊規準 (ミーゼス規準) と構成則に一致する。なお、 σ_0 の値は破壊時のモールの応力円の包絡線と σ 軸との交点から決定することができる。

2) 粘着成分を有する摩擦性材料の代表試料としての各種配合のセメントの混合砂の三軸圧縮 (Comp.) 試験結果および三軸伸張 (Ext.) 試験結果を拡張 SMP 上で整理したところ、三軸圧縮条件か三軸伸張条件かにかかわらず、同じ σ_m のもとで $\hat{\tau}_{SMP}/\hat{\sigma}_{SMP} \sim \hat{\tau}_{SMP}^*/\hat{\sigma}_{SMP}^* \sim \hat{\epsilon}_{SMP}^*$ 関係が一本のカーブ上にプロットされた。また、 $\hat{\tau}_{SMP}/\hat{\sigma}_{SMP} \sim d\hat{\tau}_{SMP}^*/d\hat{\sigma}_{SMP}^*$ 関係は σ_m の値にかかわらず、三軸

圧縮条件か三軸伸張条件かにかかわらず、一本の直線上にプロットされた。これらの特性は従来の SMP の場合に得られた特性と同じものである。この長所を利用してセメント混合砂のような粘着成分を有する摩擦性材料の構成式を立てることができる。

3) セメント混合砂の三軸圧縮試験と三軸伸張試験結果は、拡張 SMP に基づいた破壊規準（三軸圧縮条件と三軸伸張条件のときにはモール・クーロンの破壊規準と一致する）を満足するのが見られた。本試験条件の範囲内では、パラメーター σ_0 の値はセメント量にしたがって大幅に変化するが、 ϕ の値はあまり変わらないことがわかった。

参 考 文 献

- 1) Matsuoka, H. and Nakai, T. : Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, Proc. of Japan Society of Civil Engineers, No.232, pp.59-70, 1974.
- 2) Matsuoka, H. : On the significance of the "spatial mobilized plane", Soils and Foundations, Vol.16, No.1, pp.91-100, 1976.
- 3) Matsuoka, H. and Nakai, T. : Relationship among Tresca, Mises, Mohr-Coulomb and Matsuoka-Nakai failure

criteria, Soils and Foundations, Vol.25, No.4, pp.123-128, 1985.

- 4) 橋口公一：硬、軟化特性を考慮した土の弾塑性構成方程式，東京工業大学学位論文，pp.179-184, 1975.
- 5) Ohmaki, S. : Strength and deformation characteristics of overconsolidated cohesive soil, Proc. of 3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, Aachen, pp.465-474, 1979.
- 6) Matsuoka, H. et al. : A general failure criterion and stress-strain relation for granular materials to metals, Soils and Foundations, Vol.30, No.2, pp.119-127, 1990.
- 7) Sokolovskii, V.V. : Statics of Granular Media, Pergamon Press, p.2, 1965.
- 8) 中井照夫・松岡 元：3主応力下のせん断挙動に関する統一的解釈、土木学会論文報告集，第303号，pp.65-77, 1980.
- 9) 佐武正雄：粒状体の力学，地学雑誌，Vol.98, No.6, pp.104-111, 1989.
- 10) 望月秋利ら：砂の平面ひずみ試験方法と結果の整理，三軸試験方法に関するシンポジウム発表論文集，pp.193-200, 1991.
- 11) Clough, G.W. et al. : Cemented sands under static loading, Journal of Geotech. Eng. Div., ASCE, Vol.107, No.6, pp.799-817, 1981.

(1992.9.11 受付)

A CONSTITUTIVE LAW FOR FRICTIONAL AND COHESIVE MATERIALS

Hajime MATSUOKA and De'an SUN

A unified constitutive law, which is capable of modelling the behaviour of frictional and cohesive materials, is formulated based on the concept of "Extended Spatially Mobilized Plane (Extended SMP)" with a parameter of "bonding stress σ_0 ". The "Extended SMP" includes the SMP applicable to frictional materials such as granular materials ($\sigma_0 = 0$) and the octahedral plane applicable to cohesive materials such as metals ($\sigma_0 \rightarrow \infty$) at the two extremities. This corresponds to the fact that the two extremities of frictional and cohesive materials are granular materials and metals. The constitutive law is quantitatively verified by experimental data of triaxial compression and extension tests on cemented sands.