

圧縮応力下における岩盤中のクラック成長に関する研究

里 優*・岩野政浩**・亀村勝美***

本研究は、不連続面の成長を定量的に予測する方法を見だし、岩盤構造物の設計や施工に役立てていくこと目的として実施した。本論文では、理論的検討によって、圧縮応力下での不連続面の成長と応力状態との関係をできるだけ簡単な式で表現することを試みた。また、得られた式の妥当性を、有限要素法を用いた数値シミュレーションにより検討すると同時に、式の表す不連続面の挙動を視覚的に確認した。最後に、掘削行為に伴う不連続面の成長を抑制するための方法について検討した。

Keywords : crack growth, fracture mechanics, numerical analysis, joint element

1. はじめに

岩盤は、微小なクラックから大規模な断層に至るまで大小様々な不連続面を有し、岩盤の力学的な性質は、これらによって特徴づけられている。例えば、空隙の多い岩石は大ざっぱにみて変形し易く、強度も低い。また、応力状態によってはこれらの不連続面は成長し、斜面の崩壊や岩盤空洞の崩落を引き起こす。このような、不連続面の存在が岩盤の変形挙動に及ぼす影響は、古くから研究者の興味を集め、数多くの実験的研究によって徐々にその機構が明らかとなってきた。

不連続面の存在が岩盤の変形挙動に及ぼす影響に関するこれらの研究は、大きく二つに分けることができる。

一つは、剛性や透水性といった不連続面自身の性質に関する研究や、不連続面の性質と空間分布が与えられたときの岩盤の巨視的な性質を推測するための研究など、いわば不連続面を含む岩盤の静的な性質に関する研究である。

いま一つは、本研究の位置する分野であり、応力状態の変化による不連続面の発生や成長を対象とした研究である。例えば、偏差応力による微小なクラックの発生や成長は、三軸圧縮試験などでの岩石の挙動を説明するために検討されており、また、空洞の崩落や斜面崩壊などに関する研究では、掘削行為による応力変化と不連続面の成長についての検討がなされている。本研究も含めこれらの研究の主たる目的は、不連続面の発生や成長と応力状態との関係を明らかにし、これを岩盤構造物の設計や安定性向上に応用していくことである。

不連続面の発生や成長に関し、これまでに行われた実

験や理論的検討からは次のような知見が得られている。

岩石中の微視的なクラックの発生や成長は、載荷した円柱供試体の電子顕微鏡観察などにより調べられており、荷重を加えていくと載荷方向に対し低い角度の面を持つクラックが増加することがわかっている^{1),2)}。また、スケールモデルを用いて行われた空洞崩壊の実験では、応力集中域より発生したクラックが成長し、これがつながることで崩落が生ずることや、クラックの成長方向が応力状態によって異なることなどが報告されている³⁾。

他方、破壊力学を基礎におくクラック成長の理論的研究によれば、岩石に偏差応力を加えた場合には、岩石中に元来存在するクラックの先端などに大きな応力集中が生じ、これが新しいクラックの発生や成長の原動力となることなどが明らかとなっている⁴⁾⁻⁶⁾。

これらの研究成果を岩盤にまで拡張し適用すれば、掘削行為などによる偏差応力の増加によって、新しい不連続面が形成される場合があると推測することができる。このような不連続面は、岩盤空洞や斜面の崩壊に少なからず関与していると考える。

しかし、これらの研究においても、不連続面の発生や成長が応力状態とどのような関係にあるのかは明らかにされていない。仮に、掘削などに伴う岩盤中での不連続面の成長方向やこの長さを予測することができれば、適切な掘削形状や補強工を選択することにより、より安定性に優れた岩盤構造物を造り上げることができる。

本研究は、このような見地から、不連続面の成長を定量的に予測する方法を見だし、岩盤構造物の設計や施工に役立てていくこと目的とする。

本論文では、理論的検討によって、圧縮応力下での不連続面の成長と応力状態との関係をできるだけ簡単な式で表現することを試みる。また、得られた結論を、有限要素法を用いた数値シミュレーションと比較検討し、同時に式の表す不連続面の挙動を視覚的に確認する。最後

* 正会員 工修 大成建設(株)技術研究所
(〒245 横浜市戸塚区名瀬町344-1)

** 正会員 M.S. 大成建設(株)土木設計部

*** 正会員 工修 大成建設(株)土木設計部

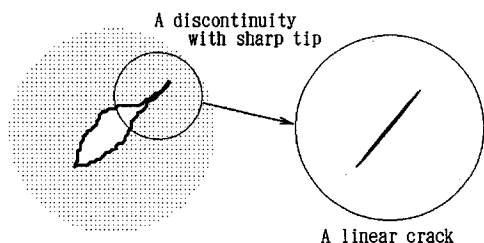


Fig.1 Idealization of discontinuities which generate new discontinuities.

に、掘削行為に伴う不連続面の成長を抑制するための方法について検討する。

2. クラック成長の理論的検討

(1) クラックの成長のモデル化

岩盤に含まれる無数の不連続面のうち、鋭い先端部を持つ不連続面や、剛性が極端に異なる岩石や地層の境界などは応力集中を生じ易く、応力状態によっては破壊し新しい不連続面を発生させると考えられる。ここでは、この新たに発生した不連続面の成長方向や長さや応力状態の関係を示す式で表してみる。

検討にあたっては、新たに発生した不連続面を、鋭い先端を持つという意味で「二次クラック」と、またこの発生の母体となった不連続面を同様の意味で「初期クラック」とそれぞれ呼ぶこととする。また、クラックの成長に関する計算には、次のような制限を設けた。

- (1) クラック長さなどの算定は平面ひずみ条件で行う。
- (2) 主応力は全て圧縮とし主応力方向の変化はない。また偏差応力 ($\sigma_1 - \sigma_2$) は常に増加する方向にある。
- (3) 二次クラックの動的な成長は考慮しない。
- (4) 複数のクラック間の力学的相互作用は考慮しない。

最初に、初期クラックを極めて薄い直線状のクラックとしてモデル化する (Fig.1)。これは、二次クラックを発生させるような不連続面の特徴を最も単純に表現したものであり、既往の理論的研究においてもしばしば採用されている^{5),6)}。すなわち、極めて薄いクラックであれば、これがせん断変形や開口変形することにより、二次クラックを発生させるに十分な応力集中がその端部に生ずる。また、いかなる形状の初期クラックであっても、鋭い先端部の変形や破壊にのみ注目すれば、この部分を近似的に直線状のクラックと見なすことができる。したがって、極めて薄い直線状のクラックは、二次クラックを発生させるような不連続面の性質を充分具備していると考えられる。

ただし、ここでは地下の岩盤を想定し、岩盤に生じている平均的な主応力は全て圧縮であり、初期クラックは

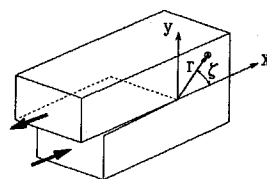


Fig.2 Crack tip coordinates.

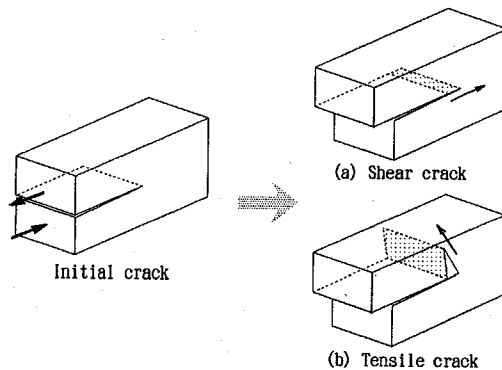


Fig.3 Two possible patterns of secondary crack growth from an initial crack

閉じていることを前提とする。このとき、直線状の初期クラックは開口や閉口変位をしないことから、検討は初期クラックのせん断変形と、これに伴う応力集中によって発生した二次クラックの挙動に限定して行えばよい。

次に、偏差応力が増加し、初期クラックが面の摩擦に打ち勝ってせん断変形し始めた後の状態を考える。このとき初期クラック端には応力集中が生じ、これが岩盤の抵抗力を超えたときに二次クラックが発生する。

線形弾性学によれば、クラック先端近傍の応力状態は次の近似式で表される⁷⁾。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \sin \frac{\zeta}{2} \left(2 + \cos \frac{\zeta}{2} \cos \frac{3\zeta}{2} \right) \\ \sin \frac{\zeta}{2} \cos \frac{\zeta}{2} \cos \frac{3\zeta}{2} \\ \cos \frac{\zeta}{2} \left(1 - \sin \frac{\zeta}{2} \sin \frac{3\zeta}{2} \right) \end{Bmatrix} \dots \dots (1)$$

ここに、 r , ζ はクラック先端に原点を持つ局部極座標系である。また K_{II} は応力拡大係数と呼ばれ、クラックの長さや作用する荷重に依存する係数である。添え字の II は、クラックがせん断変形することを表している。

上式からわかるように、クラック端の内壁 ($\zeta = \pi, r \rightarrow 0$) ではクラック面に沿う方向 (σ_x) に引っ張り応力の集中が生じ、ここからは開口した二次クラックが発生すると考えられる。一方、クラック先端近傍 ($\zeta = 0, r \rightarrow 0$) ではせん断応力 (τ_{xy}) の集中が生じ、これは金属に見られる転位のようにズレ変形を伴った二次クラックを発生させようとする (Fig.3)。いずれの二次クラック

が発生するかは岩盤の性質に依存するが、本論文では次のような経験的事実に注目し、開口した二次クラックが発生するとの立場を取る。

一つは、よく知られているように、岩石や岩盤の引っ張り強度がせん断強度に比べ小さいことであり、いま一つは、偏差応力を加えた岩石や岩盤で、実際にクラックの開口が生じていると考えられる現象が観測されることである。

岩石の三軸圧縮試験によれば、岩石試料に軸差応力を加えていくと、封圧の低い範囲で体積の非弾性的な増加(ダイラタンス)が見られる⁹⁾。また、原位置で行われる岩盤せん断試験では、浮き上がり変位が生ずることも知られており、これらは、岩石や岩盤内部でクラックの開口が生じていることを意味している。さらに、ねじりせん断を加えた岩石の詳細な観察からは、せん断破壊をした岩石においても、開口を伴ったクラックが発生し、これが集積することでせん断破壊領域が形成されていることが報告されている⁹⁾。これらのことは、いずれも消極的にはあるが、初期クラックより開口した二次クラックが発生するとの立場を支持するものである。

これまでに述べた、クラック成長のモデルをまとめると次のとおりである。

- (1) 初期クラックは、極めて薄く直線状のクラックでモデル化する。
- (2) 初期クラックは閉じている。
- (3) 初期クラックの破壊によって、開口を伴った二次クラックが発生する。
- (2) 二次クラックの成長方向と長さ

次に、初期クラックが破壊し新たに二次クラックが発生したものとして、この成長方向について検討する。

二次クラックがある程度長くなり、初期クラック近傍の応力の乱れの影響が無視できるようになると、二次クラックは、一様な応力状態の中を、最も成長しやすい方向に向かって直線的に成長して行くと考えられる。そこで、二次クラックが「直線的に」成長するとした場合に、同一の偏差応力下でその長さが最も大きくなる角度を求め、これを二次クラックの最も成長し易い方向と考えることとする。

ただし、ここでの考察には「開口しながら成長していく二次クラック」を対象とする。二次クラック先端においても、前節で示したとおり、常に引っ張りとせん断の応力集中が生ずるが、前節で述べたと同様の理由で、その先端が引っ張り応力によって破壊しながら成長を続けるものとする。

考察にあたっては、初期クラックおよび二次クラックの性質について次の仮定を追加する。

- (4) 初期クラック面の摩擦はない。
- (5) 二次クラックの先端は充分鋭く、引っ張りの応

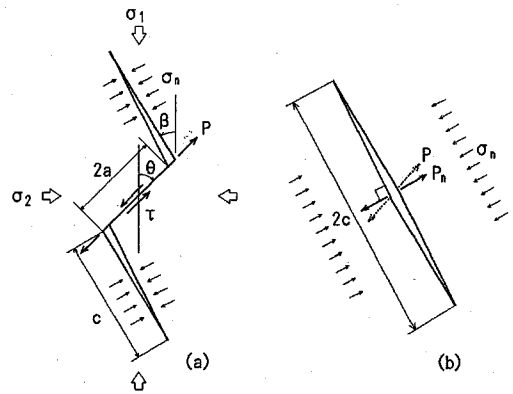


Fig.4 Simplification of crack growth.

力集中に比べ岩盤の強度は無視できるほど小さい。

これらの仮定は、後の計算を容易にするために設けた理想化である。以下の検討では、初期クラックが破壊し(二次クラックを発生させ)滑動を始めた後の状態を想定するが、(4)の仮定はこのときの摩擦を無視したものである。また、(5)の仮定は、これまでどおり岩盤の引っ張り強度が小さいことを考慮したものである。

二次クラックが初期クラックに比べ充分長くなると、初期クラック面は剛体的に滑動するようになる。したがって、二次クラック面の弾性変形を計算する上では、初期クラック面の存在を無視し、初期クラックと二次クラックからなる系を、直線状のクラックとして近似的に取り扱うことができる(Fig.4)。このとき、初期クラック面に本来生ずべきせん断応力 τ は、二次クラックの中央部に集中荷重 P として作用すると考えればよい。この集中荷重 P は、二次クラックを開口させ、二次クラック成長の原動力となる。他方、成長した二次クラック面には圧縮応力 σ_n が作用し、これは二次クラック面を閉じさせようとする。

直線的に、かつ引っ張り破壊によって成長する二次クラックを考えるとき、この成長に関与する荷重は、圧縮応力 σ_n と、集中荷重 P の二次クラック面の法線方向成分 P_n である。これらを求めると次のとおりである。

$$P_n = 2a\tau \sin(\theta + \beta) = -2a(\sigma_1 - \sigma_2) \sin\theta \cos\theta \sin(\theta + \beta) \dots \dots \dots (2)$$

$$\sigma_n = \sigma_1 \sin^2\beta + \sigma_2 \cos^2\beta \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 $2a$ は初期クラックの長さ、 θ 、 β はそれぞれ初期クラック、二次クラックの最大圧縮応力方向に対する角度である。なお、 P_n が二次クラックを開口させる方向の荷重である条件から、 $0 \leq \theta \leq \pi/2$ 、 $0 \leq (\theta + \beta) \leq \pi$ が前提となる。

二次クラックの先端における、破壊に対する抵抗は充分小さく、また二次クラックの動的な成長はないとして

いることから、 P_n によって二次クラック先端に生ずる引っ張り応力の大きさが、 σ_n によって二次クラック先端に生ずる圧縮応力の大きさを下回るまで二次クラックは成長する。

一方、クラックが開口変形をする場合には、先に示したと同様にクラック先端近傍の応力状態が次式で近似できる。なお、応力はテンソル表示した。

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \right) f_{ij}(\zeta) \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 K_I はクラックが開口変形する場合の応力拡大係数である。

二次クラック先端において、 P_n により生ずる引っ張り応力の大きさと σ_n による圧縮応力の大きさを比較するためには、式(4)からわかるように、両者の応力拡大係数を比較してやればよい。

各々の応力拡大係数は次式で与えられる。

$$K_I(P_n) = \frac{P_n}{\sqrt{\pi c}} \dots \dots \dots (5)$$

$$K_I(\sigma_n) = \sigma_n \sqrt{\pi c} \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 $2c$ は二次クラックの長さである。

前述の理想化のもとでは、両方の応力拡大係数の絶対値が等しくなると、二次クラック先端の応力集中は解消され二次クラックは停止する。したがって、二次クラックの長さは次のようにして求めることができる。

$$\left| \frac{P_n}{\sqrt{\pi c}} \right| = |\sigma_n \sqrt{\pi c}| \dots \dots \dots (7)$$

$$c = \left| \frac{P_n}{\pi \sigma_n} \right| \dots \dots \dots (8)$$

式(2)、(3)を考慮し整理すると、二次クラックの長さとして次式が得られる。

$$\frac{c}{a} = \frac{2 \sin \theta \cos \theta \sin(\theta + \beta)}{\pi \sigma_2 / (\sigma_1 - \sigma_2) + \sin^2 \beta} \dots \dots \dots (9)$$

式(9)をもとに、二次クラックの最大長を与える成長方向(β)と、 $(\sigma_1 - \sigma_2) / \sigma_2$ の関係を示すと Fig.5 のようになる。同図では、 $\theta = 15^\circ \sim 75^\circ$ の角度を持つ初期クラックについて、二次クラックの長さが最大となる角度(β)を、 $(\sigma_1 - \sigma_2) / \sigma_2$ との関係で示した。開口しながら直線的に成長する二次クラックに関しては、偏差応力($\sigma_1 - \sigma_2$)が最小圧縮応力(σ_2)に比べ大きい範囲であれば、最大圧縮応力方向に対し低い角度を持つものが成長しやすいことがわかる。

Fig.5によれば、偏差応力が最小圧縮応力に比べ十分に大きいとした場合には、開口した二次クラックは最大圧縮応力方向に成長する($\beta = 0$)と近似できる。このとき、二次クラックの相対長は次式で与えられる。

$$\frac{c}{a} = \alpha \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{\sigma_2}, \quad \alpha = 2 \sin^2 \theta \cos \theta / \pi \dots \dots \dots (10)$$

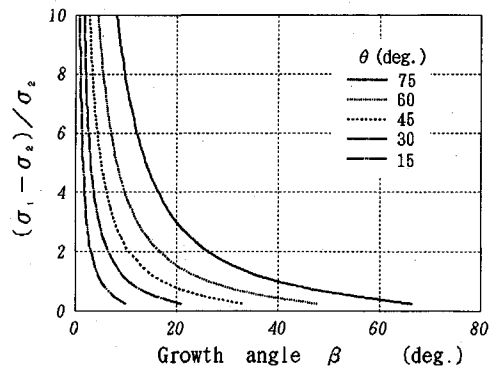


Fig.5 Growth angle, which gives maximum length of secondary crack, calculated by eq. (9).

すなわち、開口した二次クラックが最大圧縮応力方向に成長する場合には、二次クラックの長さは偏差応力に比例し、最小圧縮応力に反比例する。

本研究では、冒頭に述べたように空洞や斜面の崩落を生じさせるような二次クラックの成長を対象としているが、これらの構造物では自由面が存在しこの近傍で圧縮応力成分の一つは小さい。したがって、自由面付近で生ずる二次クラックの成長に関しては、式(10)を導くに際して設けた、偏差応力が最小圧縮応力に比べ大きいという条件は満たしていると考えられる。

3. クラック成長の数値実験

(1) 理論モデルの検討

これまでの理論的検討により、二次クラックの成長が式(10)で近似できることがわかった。式(10)の妥当性は、岩石を用いた物理モデル実験や空洞周囲の岩盤の観察などにより検証されるべきものである。しかしながら、岩石や岩盤に生じている応力と、クラックの長さや方向とを実験的に同時に計測するためには、現状では多くの困難を克服していく必要がある。

このような場合に有効な手段となるのが、近年急速な発展を遂げた数値解析技術である。有限要素法に代表される微分方程式の離散化解析手法は、様々な境界条件で運動方程式の解を与え、岩盤の変形挙動の具体的なイメージを提示する。そこで、ここでは有限要素法を用いた数値実験により、クラックの成長方向などを視覚的に確かめながら理論的検討の妥当性を議論することとした。

クラックの挙動を表現するため、ここでは特にジョイント要素と呼ばれる有限要素を用いたが、筆者らは一般に用いられている要素に若干の改良を施した。詳細は Appendix にまとめて示す。なお、以下に示す解析は全て平面ひずみ状態で行ったものである。

(2) 二次クラックの成長方向

最初に行った数値実験は、荷重方向と二次クラックの成長方向との関係を確認するためのものである。具体的には、引っ張り破壊しやすい数値モデルを作成し、荷重方向を変化させて二次クラックの成長方向を調べてみた。用いたモデルは、弾性要素の周囲にジョイント要素を六角形に配したものである (Fig.6)。このモデル全体は弾性体として挙動し、クラックの発生ないし成長はジョイント要素の剝離や滑りとして表現される。この方法では、クラックが成長する際に常に2方向の選択がなされ、したがって、クラックが最も成長しやすい方向を見いだすことができる (Fig.5)。

六角形要素周囲のジョイント要素では、次のようにして破壊の判定を行った。

$$|\tau| \geq C + \mu \sigma_n (\sigma_n \geq 0) \dots\dots\dots (11)$$

$$\sigma_n \leq \sigma_t (\sigma_n < 0) \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 τ , σ_n はそれぞれジョイント要素に生じたせん断応力と垂直応力であり、便宜上圧縮を正とする。また、 C , μ , σ_t はそれぞれ粘着力、摩擦係数、引っ張り強度である。計算では、粘着力と引っ張り強度をいずれも0とし、摩擦係数は1.0とした。これは、理論的検討で前提としたように、ジョイント要素に引っ張り破壊しやすい性質を与えるために取った処置である。

初期クラックもまたジョイント要素でモデル化し、理論的検討で仮定したとおり、初期クラックは閉鎖しており摩擦抵抗はない ($C=0, \mu=0, \sigma_t=0$) とした。

解析では、モデルに対して垂直方向のみ、および水平方向のみの荷重を与え、それぞれの場合について初期クラックからの二次クラック成長の様子を調べた。解析結果を Fig.7, 8 に示す。図には、弾性解 (ジョイント要素が滑動や剝離を起こさない場合の解) からのずれだけを描き、ジョイント要素の挙動を強調した。

いずれの場合も、初期クラックの端部から開口したクラックの連鎖が発生しており、全体として見ればクラックの成長が表現されている。初期クラック端部では大きな開口変位が生じており、ここがクラック成長の起点と考えられる。ここから外荷重の方向に向かって二次クラックの成長が生じ、二次クラック成長の方向と荷重方向に密接な関係があることがわかる。これは、理論的検討により得られた結論を支持するものである。

(3) 二次クラックの長さ

理論的検討では初期クラックに比べ二次クラックが充分長いことを前提に、初期クラックの存在を無視した。ここでは、このモデル化による誤差を評価する目的で行った数値実験結果を示す。

用いたモデルは、先の数値実験で用いたものとは逆にクラックの成長方向をあらかじめ決めておいたものであ

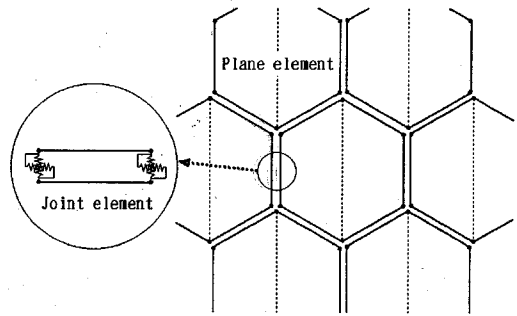


Fig.6 Finite element model for simulating crack propagation

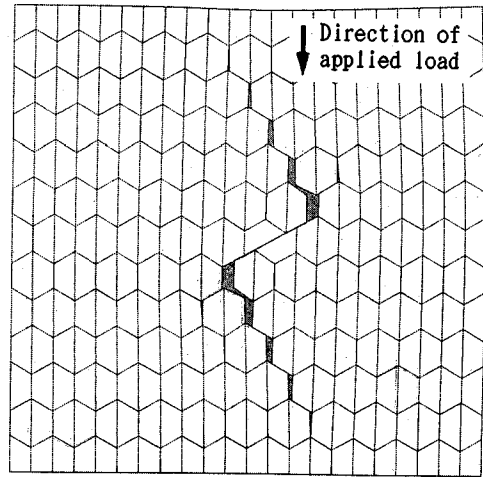


Fig.7 Crack growth caused by vertical loading.

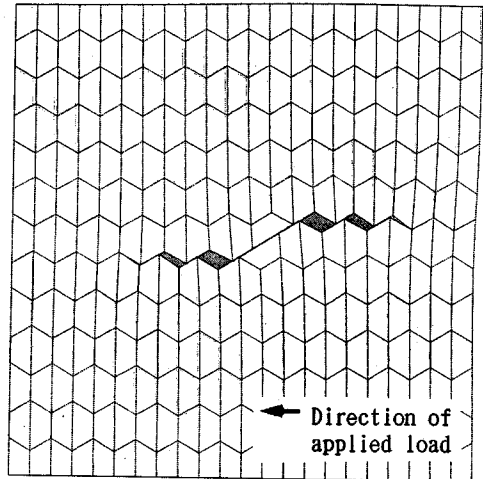


Fig.8 Crack growth caused by horizontal loading.

る。式 (10) によれば、二次クラックの成長方向 (β) を与えた場合には、応力状態により二次クラックの成長長さが規定される。これと数値実験の結果を比較し、理論モデルの妥当性を検証する。クラック成長方向を規定した有限要素モデルは、要素分割を細かくすることがで

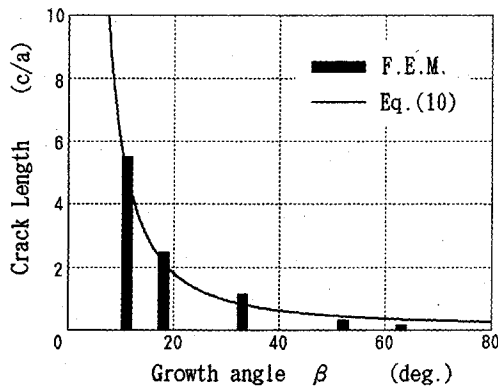


Fig.9 Length of secondary crack under uni-axial loading.

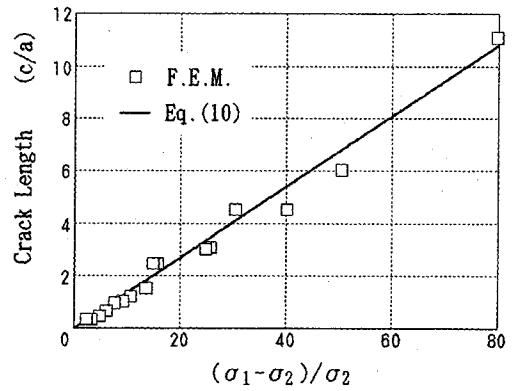


Fig.11 Length of secondary crack growing in the direction of maximum compressive stress.

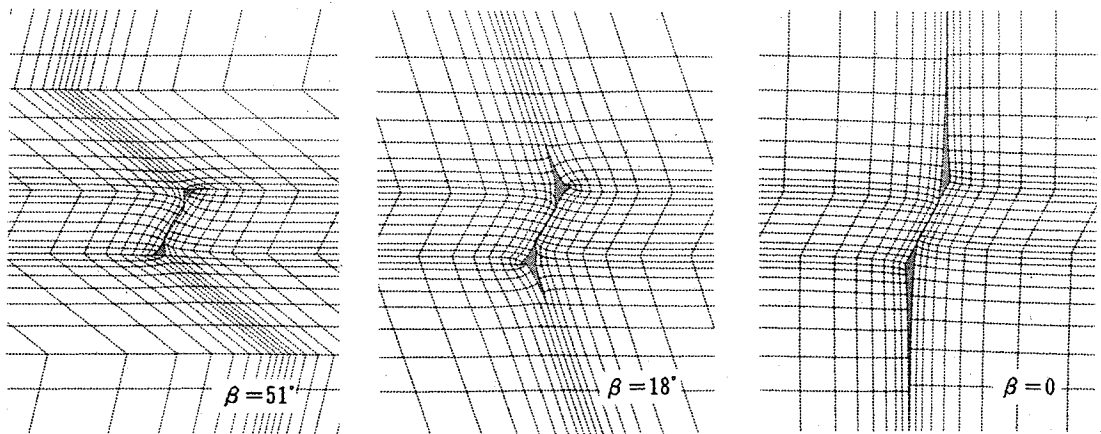


Fig.10 Growth of secondary crack under uni-axial loading, varying growth angle.

きより精度の高い解を得ることができる。なお、ジョイント要素の物性値は先に示したものと同様である。

一つ目の数値実験は、一軸状態 ($\sigma_2=0$) の場合の二次クラックの成長についてである。式 (10) によれば、一軸状態では加えた応力の大きさにかかわらず二次クラックの成長長さが定まり、これは初期クラックと二次クラックの角度に依存する。

$$\frac{c}{a} = \frac{2 \sin \theta \cos \theta \sin(\theta + \beta)}{\pi \sin^2 \beta} \quad (13)$$

上式の妥当性を確認するために行った解析の結果が Fig.10 である。また、Fig.9 には二次クラックの成長長さを理論式との比較で示した。二次クラック長が初期クラックに比べて小さい範囲でも、理論式と解析結果が良く一致しており、初期クラックの存在を無視したことによる誤差は大きなものではないと考える。理論式では、二次クラックが圧縮応力方向 ($\beta=0$) に成長するときこの長さが最大となるが、解析においても $\beta=0$ では二次クラックの不安定な成長が見られる。また、 $\beta=0$ の場合の二次クラックの変形が最も滑らかであり、クラック

クが成長し易い方向であることが直感的に理解できる。これらのことは、理論モデルの妥当性を示唆すると同時に、二次クラック成長の特徴を表している。

次に、二次クラックの成長方向を最大圧縮応力方向に限定し、偏差応力の大きさを変化させた場合の解を比べてみることにした。ジョイント要素を用いた解析結果を Fig.12 に、また解析で得られた二次クラック長と式 (10) とを Fig.11 に併せて示した。

式 (10) からわかるように、 σ_2 が加わっている場合には二次クラックは常に安定に成長する。解析でも応力状態にかかわらず安定した解が得られ、また、求められた二次クラック長さは理論式と良い一致を示している。

(4) 円孔からのクラック成長

これまでの検討は、空間的に一様な応力状態での二次クラックの成長を対象としてきた。しかし、理論的検討で得られた式 (10) は一様ではない応力場にも拡張できる可能性がある。最大圧縮応力方向への開口した二次クラック成長は、クラック周囲の主応力方向に影響を及ぼさず、またクラック先端の応力集中がクラック成長に

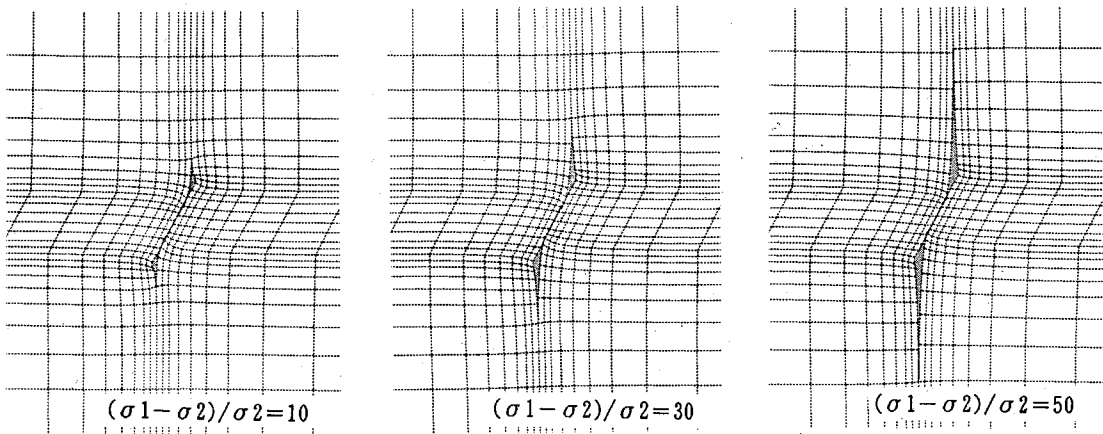


Fig.12 Growth of secondary crack in the direction of maximum compressive stress.

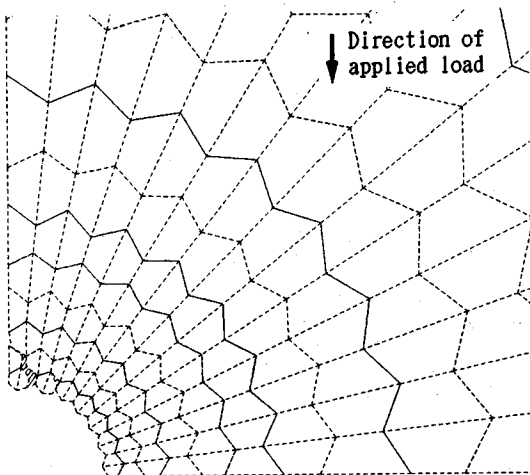


Fig.13 Crack growth from circle hole (1)

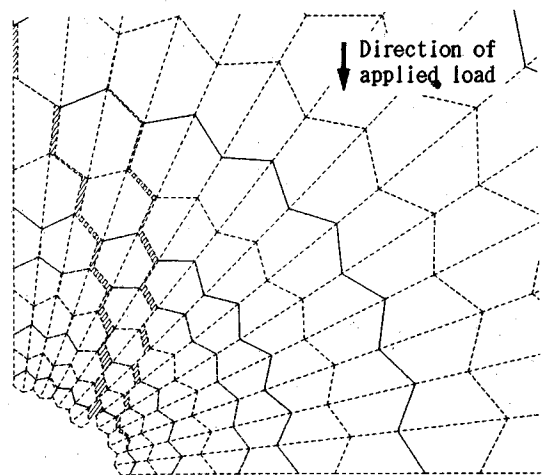


Fig.14 Crack growth from circle hole (2)

よって解消されていくために、クラック周囲の主応力の大きさもあまり変化させない。これらのことは、二次クラックが最大圧縮応力方向に成長する場合には、成長に伴う仕事が小さくてすむことを意味しており、応力状態が不均一であっても選択的にこの方向へ二次クラックが成長すると推測できるからである。

そこで、厳密さには欠けるが、円孔からのクラック成長に関する数値実験を行い上記の推測を裏付けてみた。円孔周囲では応力状態が様ではなく、このような応力状態の中をどのようにクラックが成長していくかを調べることがこの目的である。

用いたモデルは、3.(2)項と同様に要素の周りにジョイント要素を配した六角形要素を、円孔周囲に張り付けたものである。これに鉛直方向から荷重を加え、クラック成長の様子を調べた。物性値の設定や変形図の書き方などは、3.(2)項に示したとおりである。

荷重を加えていくと、最初に円孔の上下部分にクラック

が発生する (Fig.13)。これは、この部分で引っ張り応力が発生するためである。このクラックは荷重を増加させてもほとんど成長せず、かわって側壁部から別のクラックが成長していく (Fig.14)。このクラックの発生源は側壁部のせん断破壊であり、この部分から荷重方向に向かって、開口したクラックが大きく成長していく。

この数値実験は、次の二点でこれまでの検討を支持している。

一つは、せん断破壊が生じることで、これを起点とした開口クラックの成長が生ずることである。2章の検討では、せん断変形する初期クラックから、開口した二次クラックが生ずることを前提としてきたが、解析結果はこの前提が妥当なものであることを示唆している。

いま一つは、開口したクラックは概ね最大圧縮応力方向に成長すると考えてよいことである。円孔周囲では不均一な応力場となっているが、このような場合でも選択的に最大圧縮応力方向へクラックが成長していくことが

解析により示されている。

4. 考察とまとめ

本研究では、理論的検討によって、開口したクラック成長と応力状態との関係を定量的に表現することを試みた。この結果、式 (10) が最終的に得られ、数値実験との比較のもとでその妥当性を検討した。

式 (10) によれば、開口したクラックは最大圧縮応力方向に成長し、その長さは偏差応力に比例し最小圧縮応力に反比例する。

開口したクラックの発生は、岩盤空洞や斜面の安定に影響を及ぼすと考えられ、式 (10) に基づけば、岩盤におけるクラックの発生や成長を最小限に抑えるための、次のような提案が可能である。

(1) 開口したクラックの長さは、偏差応力の大きさに比例する。したがって、事前の解析などで掘削により偏差応力が集中する場所を推定し、この部分の形状を変更したり補強することでクラックの成長を抑制することができる。

(2) 開口したクラックの長さは、クラック面に垂直な方向の圧縮応力の大きさに反比例する。したがって、例えばロックボルトやロックアンカーなどによりクラック面に対して圧縮応力を加えることができれば、クラックの成長を抑えることができる。クラック成長の方向は最大圧縮応力方向と考えられることから、この方向に垂直に圧縮応力を加えることが効果的である。

これらの概念は、空洞や斜面での補強工の設計においてすでに織り込まれており、経験的にはよく知られているとも言える。今後は、数値解析や物理モデル実験などにより、掘削形状とクラックの発生との関係を細かく分析し、岩盤構造物の安定性向上に役立てていきたいと考える。

Appendix 節点バネ型ジョイント要素について

A. 1 不連続性を表現する要素

岩盤の問題に限らず、材料の境界面や欠陥を数値解析的に表現し、その影響を評価しようという試みはこれまで数多く成されている。代表的なものでは、Ngo¹⁰⁾の結合要素や Goodman¹¹⁾のジョイント要素を用いた解析手法が挙げられる。これらの手法は、いずれも有限要素モデルにおいて表面となる可能性のある部分を二重の節点としておき、この部分が連続体の一部として挙動すべきときには、極めて大きな剛性を持つバネで、二つの節点どおしを結んでおくというものである。一例として、Fig.a.1 に示すような一次元モデルを取り上げてみる。

このモデルでは、節点1と節点3の間に、 K_s の剛性を持つバネを入れ、上下の梁要素 (K_b) の連続性を保たせておき、必要に応じてこのバネの剛性を0とし、上

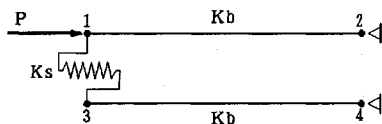


Fig.a.1 A numerical technique to express discontinuity

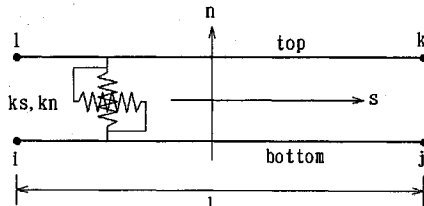


Fig.a.2 Joint element

下の不連続性を表現することとする。この場合の解は、 U を節点変位として次式となるが、

$$U_3 = \frac{K_s}{K_b + K_s} U_1 \dots \dots \dots (a. 1)$$

K_s を K_b に比べて充分大きな値とすることで $U_3 = U_1$ 、すなわち上下の要素が密着している状態を表現することができる。

いうまでもなく、 $K_s = 0$ とすることにより、節点1と節点3は別々に挙動し不連続性が表現される。

A. 2 不連続面の表現法

材料の不連続性という場合には、それが面である場合が一般的である。そして、材料が不連続となる条件も、面上の応力や面の摩擦係数を用いて記述される場合が多い。したがって、不連続性を表す要素も面の方向が定義できるように長方形をしていることが望ましい。この代表例が、Goodmanの提案したジョイント要素である。

この場合には、要素が n 方向の圧縮力と s 方向のせん断力のみ抵抗し、その剛性がそれぞれ k_n , k_s であるとして前項で述べた方法を適用すればよい。ただし、この要素の場合には前述の手法と二つの点で異なる。一つは、面の応力を定義する必要性から、次式のように剛性 k が変位と応力の比例定数として与えられることである。

$$\sigma_n = k_n (u_n^{top} - u_n^{bottom}) \dots \dots \dots (a. 2)$$

ここに、 u は要素内の変位を表すこととする。

いま一つは、要素の変位を定義するために変位の内挿関数が必要となることである。

内挿関数はいくつか提案されておりここでは詳しく述べないが、代表的な二つの内挿法 (線形補間, Goodman型) と、これにより得られたジョイント要素の剛性マトリックス $[K]$ を式 (a. 3)~(a. 6) に挙げておく。

$$u^{top} = [N_+ N_-] \{ U_k U_i \}^T \text{ (線形補間)} \dots \dots \dots (a. 3)$$

$$N_+ = (1 + \xi) / 2$$

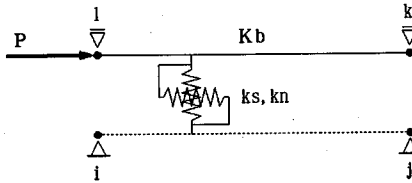


Fig.a.3 An example of finite element model using the joint element.

$$N = (1 - \xi) / 2$$

$$\xi = 2s / l$$

$$[K] = \frac{l}{6} \times$$

$$\begin{pmatrix} 2k_s & 0 & k_s & 0 & -k_s & 0 & -2k_n & 0 \\ 2k_n & 0 & k_n & 0 & -k_n & 0 & -2k_n & 0 \\ & 2k_s & 0 & -2k_s & 0 & -k_s & 0 & \\ & & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & -k_n & \\ & & & 2k_s & 0 & k_s & 0 & \\ & & & & 2k_n & 0 & k_n & \\ Sym. & & & & & 2k_s & 0 & \\ & & & & & & & 2k_n \end{pmatrix}$$

..... (a. 4)

$$u^{top} = \left[\frac{1}{2} \frac{1}{2} \right] (U_k U_i)^T \quad (\text{Goodman型}) \quad \text{..... (a. 5)}$$

$$[K] = \frac{l}{4} \times$$

$$\begin{pmatrix} k_s & 0 & k_s & 0 & -k_s & 0 & -k_s & 0 \\ 2k_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k_n \\ & k_s & 0 & -k_s & 0 & -k_s & 0 & \\ & & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & 0 & \\ & & & k_s & 0 & k_s & 0 & \\ & & & & 2k_n & 0 & 0 & \\ Sym. & & & & & k_s & 0 & \\ & & & & & & & 2k_n \end{pmatrix}$$

..... (a. 6)

ごく一般的に用いられているこれらの剛性マトリックスであるが、これらには欠点がある。典型例として、Fig.a.3に示すような、上辺に梁材を有し、上下方向の変位を拘束したジョイント要素の挙動を取り上げてみる。

k端に荷重Pが加わった場合の有限要素方程式の解は、式(a.4)、(a.6)式それぞれを用いて(a.7)、(a.8)式となる。

$$U_k = \frac{K_b - \frac{1}{6}k_s}{K_b + \frac{1}{3}k_s} U_i \quad \text{..... (a. 7)}$$

$$U_k = \frac{K_b - \frac{1}{4}k_s}{K_b + \frac{1}{4}k_s} U_i \quad \text{..... (a. 8)}$$

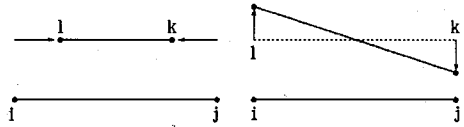


Fig.a.4 Displacement modes which the joint element does not resist.

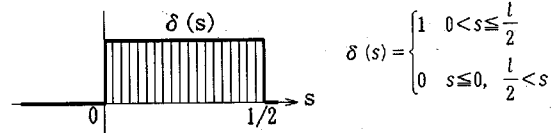


Fig.a.5 Step function

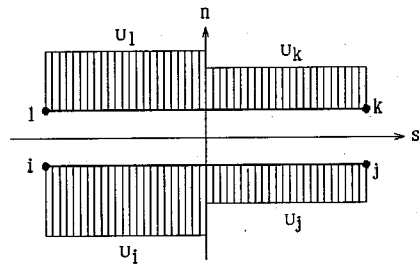


Fig.a.6 Interpolation of nodal displacement

前章で検討したように、上下辺が密着していることを表すためには $l \cdot k_s$ が K_b に比べ大きいことが必要であるが、式(a.7)、(a.8)では、いずれの場合も $l \cdot k_s$ が大きいと k 端と l 端は逆向きに变形してしまう。もっとも、 k_s が充分大きい場合にはその変形量は小さく、周囲の要素に及ぼす影響は小さいと考えられるが、 $l \cdot k_s$ を不用意に K_b に近い値とした場合には結果が間違ったものとなる。

これは、次のような理由によるものである。式(a.3)あるいは式(a.5)で変位の内挿が行った場合には、Fig.a.4に示すように要素の一边が逆向きに同じ大きさの变形をすると、要素内の平均変位、したがって平均応力が0となり要素はこのような変形に抵抗しない。

すなわち、l端とk端が逆向きに变形したほうがジョイント要素のひずみエネルギーが小さくてすむ訳である。本来はジョイント要素がFig.a.4の变形モードに抵抗した上で、要素内の平均応力が0となるべきである。

筆者らは、このような難点を排除するため、次のような手法でジョイント要素を定式化した。

A. 3 節点バネ型ジョイント要素

ジョイント要素が、Fig.a.4のような変形にも、またk端とl端が同方向に変形する場合にも抵抗するという意味は、要素の左右端が独立に変形するというに他ならない。そこで、s方向の変位の内挿を階段関数(Fig.a.5)を用いて別々に行うこととする。

この場合の内挿式は式(a.10)となり、左右端の変

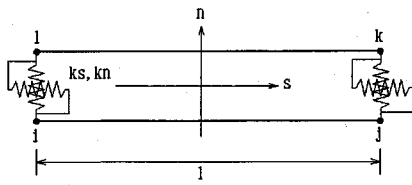


Fig.a.7 Nodal spring type joint element

形が別個に評価されるため、要素のひずみエネルギーは 0 とはならない。

$$u^{top} = \{ \delta(s) \delta(-s) \} \{ U_k U_i \}^T = \delta(s) U_k + \delta(-s) U_i \quad \dots \dots \dots (a. 9)$$

さらに、要素の応力として式 (a. 10) の平均応力 $\bar{\sigma}$ を用いることとすれば、Fig.a.4 の変形モードに対して $\bar{\sigma} = 0$ となる。

$$\bar{\sigma}_n = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} k_n (u^{top} - u^{bottom}) ds \quad \dots \dots \dots (a. 10)$$

つまり、本要素は Fig.a.4 の変形に対し抵抗するものの平均応力は 0 であり、前述の要件が満たされている。この要素の剛性マトリックスは式 (a. 11) であり、これは式 (a. 5), (a. 7) の剛性マトリックスから左右端の相互作用項を全て取り除いた形をしている。

$$[K] = \frac{l}{2} \times \begin{pmatrix} k_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_s & 0 \\ & k_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_n \\ & & k_s & 0 & -k_s & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_n & 0 & -k_n & 0 & 0 \\ & & & & k_s & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & k_n & 0 & 0 \\ & & & & & & k_s & 0 \\ & & & & & & & k_n \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots (a. 11)$$

Sym.

上記の定式化は、とりもなおさず要素の左右端に節点

バネが入っていることを意味している (Fig.a.7)。なお、Fig.a.3 の場合でも本要素では式 (a. 12) に示すように k 端と i 端が逆向きに変形するという不都合は生じない。

$$U_k = \frac{K_b}{K_b + \frac{l}{2}k_s} U_i \quad \dots \dots \dots (a. 12)$$

参考文献

- 1) Tapponnier, P. and Brace, W.F.: Development of stress-induced microcracks in Westerly granite, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol.13, pp.103~112,1976.
- 2) Kranz, R. L.: Crack growth and development during creep of Barre granite, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol.16, pp.23~35,1979.
- 3) 亀田伸裕・西田正・御厩誠司: 浅所陥没の発生機構に関する研究 (第 4 報), 日本鉱業会誌, vol. 99, pp. 27~32, 1983.
- 4) Griffith, A. A.: The theory of rupture, Proc. 1st Int. Congr. Appl. Mech., pp.55~63,1924.
- 5) Hoek, E., Bieniawski, Z. T.: Brittle fracture propagation in rock under compression., Int. J. Fracture Mech., vol.1, No.3, pp.137~155, 1965.
- 6) Bieniawski, Z. T.: Mechanism of brittle fracture of rock, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol.4, pp.395~430, 1967.
- 7) 岡村弘之: 線形破壊力学入門, 培風館, 1976.
- 8) 里 優・青木智幸・飯星 茂: 特にダイラタンシーに注目して行った岩石の三軸圧縮試験, 土木学会論文報告集, No. 436/Ⅲ-16, pp. 73~82, 1991.
- 9) Cox, S. J. D. and Scholz, C. H.: Rapture initiation in shear fracture of rocks: An experimental study., J. Geophys. Res., vol. 93, pp.3307~3320, 1988.
- 10) Ngo, D. and Scordelis, A. C.: Finite element analysis of reinforced concrete beams, J. of ACI, vol.64, No.3, pp.152~163, 1967.
- 11) Goodman, R. E., Taylor, R. L. and Brekke, T. L.: A model for the mechanics of jointed rock, Proc. ASCE, vol.94, SM3, pp.637~659, 1968.

(1992. 1. 21 受付)

A CONCEPTUAL STUDY ON CRACK GROWTH IN ROCK MASS UNDER COMPRESSIVE STRESS

Masaru SATO, Masahiro IWANO and Katsumi KAMEMURA

A conceptual model based on the linear fracture mechanics is developed to represent the crack growth as a cosequence of tensile fracturing from the pre-existing crack tips in rock mass. The relationship between the growing secondary crack and the stress condition in rock is examined by using the proposed model and the finite element analysis. Both results are well matched and the following conclusions are obtained. The secondary crack propagates in the direction of applied maximum compressive stress. The propagation length of the secondary crack is proportional to the magnitude of the deviatoric stress increment and is inversely proportional to the minimum compressive stress. Finally, several proposals to reduce the crack growth and the coalescence phenomena around rock caverns and underground structures are briefly discussed as well.