

投稿論文 (和文)
PAPERS

斜張橋架設系の基本固有振動数を推定するための 実用算定法に関する研究

米田昌弘*

本論文は、実務設計者が固有振動解析や風洞実験に対する事前予測ならびに概略照査を行うような際の便を考え、実用上十分な精度で、斜張橋架設系の鉛直たわみとねじれの基本固有振動数を推定できる実用算定式を提案したものである。また、800 m級の長大斜張橋を対象として、併合直後も含めた種々の架設系モデルに対する数値計算例を示し、提案した実用算定式の実橋への適用性についても検討している。

Keywords: cable-stayed bridge, fundamental natural frequency, construction stage, aerodynamic stability

1. まえがき

高強度材料や設計・架設および解析手法の進歩を始めとした近年における橋梁技術の進展は目覚ましく、その結果は最近の橋梁構造物の長スパン化傾向に強く反映されている。その中でも、斜張橋の長スパン化については特筆すべきものがあり、鋼斜張橋や複合構造斜張橋では中央支間長が500 m程度までの実績が、そして最近では完成すれば世界最大となる中央支間長890 mの多々羅大橋も着工の運びとなっている。このような斜張橋の長スパン化に伴い、当然のことながら、完成系のみならず架設系に対する動的な耐風性の検討が今までも増して重要となりつつあり、長大な斜張橋では完成系とともに架設系に対する全橋模型風洞実験もしばしば実施されている。

風洞模型実験にあたっては、幾何学的な断面形状や構造減衰とともに固有振動数が必要である。電子計算機や解析手法の発達した現在では、斜張橋架設系を離散系モデルに置換し、固有振動解析に必要な構造諸元や支点条件等を正確に与えればかなり厳密な固有振動数を計算できる。それゆえ、幾何学的な断面形状や構造減衰および固有振動数を相似させた架設系模型を用いて風洞実験を実施すれば、最も信頼性の高い耐風安定性の把握が可能となる。しかしながら、風洞模型実験にあたっては、当然のことながら、風洞実験施設が必要である。したがって、その実施は実験施設を有する機関の研究者や専門家に委ねられることになる。一方、対象とした橋梁の設計担当者は、その断面形状や構造諸元とともに一般には構造解析の専門家が算定した固有振動解析結果を、風洞模型実験の担当者に提供するのが現状での与えられた役割分担となっている。

このように、橋梁技術の高度化や専門化ならびに細分化に伴い、現在では長大橋梁の設計担当者が固有振動解析や風洞模型実験などの動的検討を直接実施する機会是非常に少ない状況下にある。それゆえ、実務設計者にとっては、各専門家に委ねた固有振動解析や風洞模型実験について、事前予測や概略照査を行えるよう工学的判断能力の向上に努めて行くことが、今までにもまして重要と考えられる。したがって、固有振動解析や耐風安定性などの動的特性を比較的簡単にしかも比較的精度良く推定できる実用算定法に関する研究は、設計技術者からの要求も高く、また、実務的にもきわめて有用であると位置づけられよう。耐風安定性については、過去の風洞実験結果をもとに渦励振やフラッターの発現風速を推定するための耐風性照査式^{1)~3)}がすでに提案されており、実用に供されつつある。一方、斜張橋の固有振動数算定法に関する研究は、完成系についてはすでに提案されているものの^{4)~7)}、架設系については今までのところ実施されていないのが現状である。

このような観点から、本論文では、斜張橋架設系における鉛直たわみとねじれの基本固有振動数を比較的簡単にしかも比較的良い精度で推定できる実用算定式を提案するものである。具体的には、まず、代表的な斜張橋の架設工法について言及した後、着目した斜張橋架設系を解析解の誘導できる簡易モデルに置換し、置換に伴う若干の差異を補正するための係数を数値実験(固有振動解析)結果と置換モデルの解析解との比較から与えている。

それゆえ、提案した実用算定式は非常に簡易であり、設計技術者の誰もが卓上計算機のみを使用して斜張橋架設系の基本固有振動数を比較的精度良く推定できるという利点を有している。なお、数値計算例では、中央支間長800 mの長大斜張橋を対象として併合直後も含めた種々の架設系モデルに対する結果を示し、提案した実用算定式の実橋への適用性について検討している。

* 正会員 工博 川田工業(株)技術本部振動研究室長
(〒550 大阪市西区北堀江1-22-19)

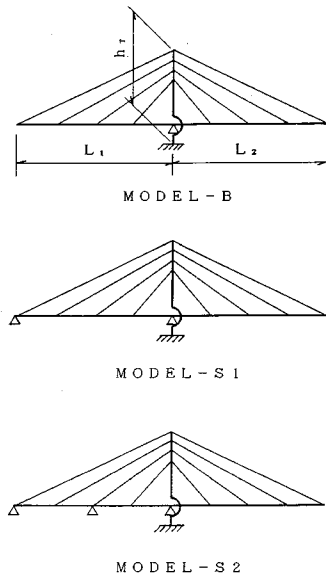


図-1 本研究で対象とする斜張橋の基本架設系

2. 代表的な斜張橋の架設工法

斜張橋上部工の具体的な架設工法にも種々のものが考えられるが、最近の斜張橋におけるマルチケーブル化傾向や架設時における形状管理技術の向上^{8),9)}等から、斜張ケーブルを利用したトラベラー（トラック）クレーンによる張り出し架設工法が、長大斜張橋の代表的な架設工法として一般化しつつあるのが現状である。そこで、本研究では、耐風性の検討が最も重要となる、中央径間部分が閉合される直前の、図-1に示す3つのモデルを基本検討モデルとして採用することにした。すなわち、MODEL-Bは中央径間と側径間のそれぞれがトラベラー（トラック）クレーンによって張り出し架設（文献10）に従い、以下、このような両径間張り出し架設をバランシング架設と記す）されている状態、MODEL-S1はMODEL-Bにおける側径間部の作業がほぼ終了し、その端部が仮支承あるいは本支承で支持された状態、MODEL-S2は側径間部がベント上に架設された後、中央径間部のみがトラベラー（トラック）クレーンで張り出し架設されている状態を、それぞれ表している。なお、実際の架設にあたっては、鉛直荷重と水平荷重に抵抗させるため、主桁はタワーとの接合点付近から若干離れた位置において斜ベントで支持されることも多いが、斜ベントの存在は固有振動数の推定にあたって一般に安全側の結果を与えること、また、中央径間部分が閉合される直前のような張り出しが長い場合にはこの影響は比較的小さいと考えられることから、ここでのモデル化にあたっては斜ベントを無視することにした。

これら3つの架設状態において、側径間の端部が仮支

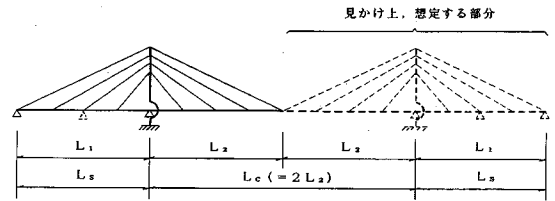


図-2 MODEL-S1, -S2の鉛直たわみ基本固有振動数を推定するためのモデル化

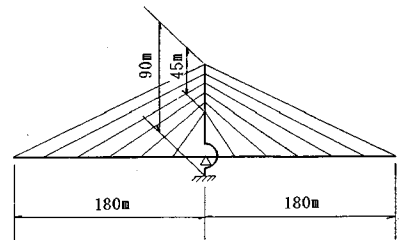
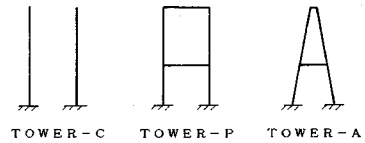


図-3 バランシング架設系モデル (MODEL-B05/F1)

承あるいは本支承で支持されたMODEL-S1および側径間に中間ベントを有するMODEL-S2の鉛直たわみ基本固有振動数は、端部支承や中間ベントによる振動数の増加割合が大きいことから、図-2を参照すれば予想されるように、それぞれ文献4), 5)で提案した3径間連続形式斜張橋および側径間に中間支点を有する3径間連続形式斜張橋の算定式をそれぞれ準用すれば推定できるものと考えられる。これによる推定の妥当性については、5章で中央支間長800mの長大斜張橋に対する数値計算例を示し、検証する。一方、MODEL-Bについては新たな検討が必要であり、次章以降においてバランシング架設状態における鉛直たわみおよびねじれの基本固有振動数の実用算定式について具体的に検討する。

3. 鉛直たわみ基本固有振動数の実用算定法

(1) 簡易モデルへの置換

簡易モデルへの置換を目的として、図-3に示した、耐風設計上最も重要な中央径間部分が閉合される直前のMODEL-B05/F1について固有振動解析を行い、バランシング架設時における鉛直たわみの基本固有振動数特性について把握することにした。解析で用いた構造諸元を表-1に示す。従来の知見より、バランシング架設時にはタワー剛性が支配的に寄与するものと予想していたが、図-4に示す結果からもバランシング架設時における鉛直たわみ基本固有振動モードは、独立柱形式 (TOWER-C)、門型形式 (TOWER-P)、A型形式

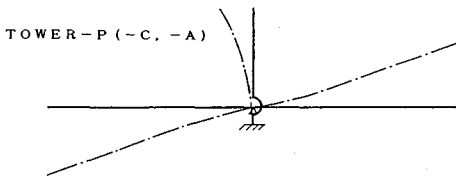


図-4 鉛直たわみ基本固有振動モードの一例

表-1 MODEL-B05/F1の基本構造諸元

	断面 (m ²)	断面2次モーメント		ねじれ定数 (m ⁴)	弾性係数 (t/m ²)	せん断弾性 係数(t/m ²)	重 量 (t/m)	慣性モーメント (t·s ² ·m ²)
		面内(m ⁴)	面外(m ⁴)					
桁	0.60	2.00	50.00	2.00	2.1×10 ⁷	0.81×10 ⁷	10.0	400.0
タワー	塔柱部	1.00	2.00	2.00	2.1×10 ⁷	0.81×10 ⁷	(7.5)	-
	水平材	1.00	2.00	2.00	2.1×10 ⁷	0.81×10 ⁷	-	-
ケーブル	0.008	-	-	-	2.0×10 ⁷	-	-	-

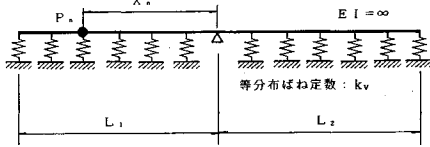


図-5 バランシング架設時における鉛直たわみ基本振動数を算定するためのモデル化

(TOWER-A)などのタワー形状にかかわらず、タワーは弾性変形的な挙動を示しているのに対し、桁部は剛体回転に近い挙動を示していることが明確に理解できよう。それゆえ、バランシング架設時の鉛直たわみ基本振動は、タワー剛性の寄与を主桁上に作用する等分布ばね定数として算定すれば、図-5に示すような弾性支承上の剛体回転モデルの振動に置換できるものと考えられる。なお、弾性支承上にある剛体回転モデルに対しては、等分布ばね定数を k_v 、単位長さ当りの重量を w_G 、重力加速度を g とすれば、式(1)に示す基本固有振動数の解析解が容易に誘導される。

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_v}{w_G/g}} \dots (1)$$

(2) バランシング架設系に対する实用算定式

上述の見解より、鉛直たわみ基本固有振動数の实用算定式は、バランシング架設系を弾性支承上にある剛体回転モデルに簡易化した場合の、等分布ばね定数 k_v と単位長さ当りの重量 w_G を適切に評価すれば得られる。

まず、式(1)におけるタワー剛性に起因した主桁上に作用する等分布ばね定数 k_v は、以下のように解析的に算定できる。

$$k_v = \frac{\phi_{hT}^2 \times 9E_T I_T / h_T^3}{\phi_{G1}^2 \times L_1 + \phi_{G2}^2 \times L_2} \dots (2)$$

ここに、 $E_T I_T$ はタワーの曲げ剛性、 h_T はタワー下端から最上段のケーブル取り付け位置までの高さ、 L_1 と L_2 ($L_2 \geq L_1$)はそれぞれの径間における桁の張り出し長である。また、 ϕ_{G1} 、 ϕ_{G2} および ϕ_{hT} はそれぞれ L_1 、 L_2 なる桁先端部での鉛直方向モード振幅、 h_T なる点でのタワーの水平方向モード振幅であり、ここでは予備検討結果を考慮して、 $\phi_{G2}=1.0$ とした場合、 ϕ_{G1} および ϕ_{hT} をそれぞれ以下のように仮定する。

$$\begin{aligned} \phi_{G1} &= L_1/L_2 \\ \phi_{hT} &= h_T/L_2 \end{aligned} \dots (3)$$

一方、式(1)における単位長さ当りの重量 w_G は、主桁の寄与が支配的となるが、タワーおよび架設機材による集中荷重をも考慮する場合には、解析的に与えられる次式を適用すれば良い。

$$w_G = w_0 + \frac{0.75 \times \phi_h^2 \times w_T H}{\phi_{G1}^2 \times L_1 + \phi_{G2}^2 \times L_2} + \frac{\sum_n 3P_n x_n^2 \times \phi_{G1}^2 / L_1^3 + \sum_m 3P_m x_m^2 \times \phi_{G2}^2 / L_2^3}{\phi_{G1}^2 \times L_1 + \phi_{G2}^2 \times L_2} \dots (4)$$

ここに、 w_0 は斜張橋主桁の単位長さ当りの重量、 w_T はタワーの単位長さ当りの重量、 H はタワー高さ、 P_n および P_m はそれぞれ L_1 、 L_2 なる径間においてタワー位置から距離 x_n 、 x_m にある架設機材等の集中荷重、 \sum_n と \sum_m はそれぞれ L_1 および L_2 なる径間における集中荷重についての総和を表す。また、 ϕ_h はタワー頂部での水平方向モード振幅であり、次式を用いて算定する。

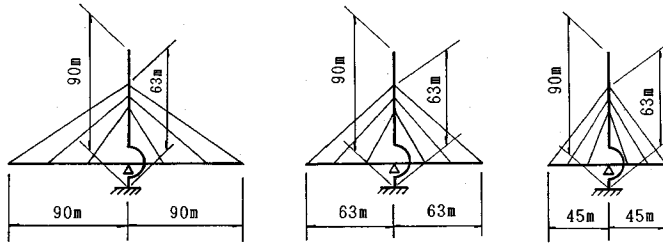
$$\phi_h = H/L_2 \dots (5)$$

したがって、式(1)に式(2)~(5)から定まる k_v と w_G を代入すれば、バランシング架設時における鉛直たわみ基本固有振動数を推定できることになる。しかしながら、上述の各式は、バランシング架設系の鉛直たわみ基本固有振動が弾性支承上の剛体回転モデルの振動に置換できるという仮定のもとで誘導されていることから、実際には置換にともなう差異を考慮する必要がある。置換にともなう振動数の差異を補正するための係数を $\beta_v(1)$ とした場合、バランシング架設時における鉛直たわみ基本固有振動数の实用算定式は、次式のように表示される。

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_v}{w_G/g}} \times \beta_v(1) \dots (6)$$

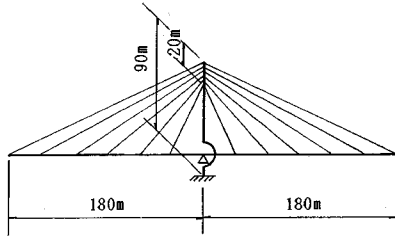
図-3および図-6, 7に示した各種のバランシング架設系モデルを対象として、数値実験(固有振動解析)結果と式(6)で $\beta_v(1)=1.0$ と想定した推定値との比較から、補正係数 $\beta_v(1)$ を算出してみた。その結果を図-8に示す。なお、固有振動解析にあたっては、実橋が有すると考えられる範囲内でケーブル断面積や桁剛性ならびにタワー剛性を種々変化させている。

図-8より、いずれのモデルの補正係数も、ばね定数 k_v の増加とともに低下する傾向は示すものの、1.0なる値に比較的に近いことから、バランシング架設系の鉛直たわみ基本固有振動を弾性支承上の剛体回転モデルの振

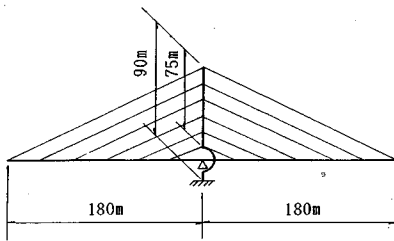


(a) MODEL-B07/F1 (b) MODEL-B10/F1 (c) MODEL-B14/F1

図-7 架設初期のバランシング架設系モデル



(a) MODEL-B05/F2



(b) MODEL-B05/H

図-6 バランシング架設系モデル

動に置換したことによる影響は小さいと言えるが、ここでは固有値解析結果を工学的な厳密解と考え、式(6)の $\beta_v(1)$ として

$$\beta_v(1) = -0.119 \log k_v + 1.138 (0.2 \leq k_v \leq 100) \dots (7)$$

なる値の採用を推奨する。なお、補正係数 $\beta_v(1)$ が k_v の増加とともに減少するのは、 k_v 言い換えればタワー剛性が相対的に大きくなるにしたがって、主桁とタワーとを一体化させているケーブルの役割が低下したことによって主として起因する。

4. ねじれ基本振動数の実用算定法

(1) 簡易モデルへの置換

簡易モデルへの置換を目的として、図-3に示したMODEL-B05/F1について固有振動解析を行い、バランシング架設時におけるねじれの基本固有振動数特性について把握することにした。ねじれ基本固有振動モードの一例を図-9に示す。なお、このモード図は、表-1に示した構造諸元を仮定したものであり、ここでは簡単のため、上流側の固有振動モードを描いている。図-9

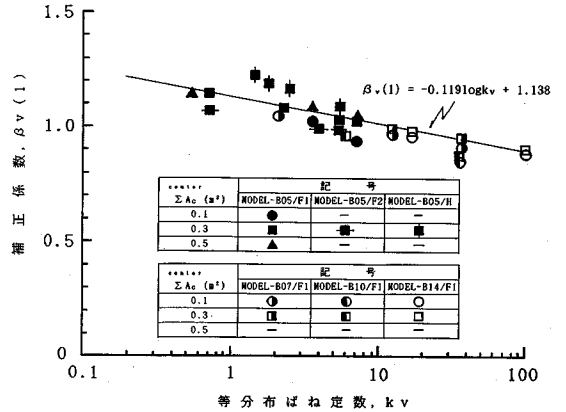


図-8 鉛直たわみ基本固有振動数に対する等分布ばね定数 k_v と補正係数 $\beta_v(1)$ の関係

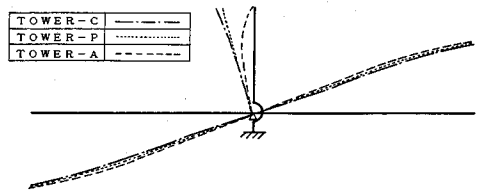


図-9 ねじれ基本固有振動モードの一例

より、バランシング架設時におけるねじれ基本固有振動は主桁部とタワー部が連成したモード性状を示しているが、連成の程度はタワー形状の差異によって変化していることがわかる。すなわち、タワー部で桁はねじれ変形に対して固定されていることから、桁剛性は常に寄与するが、タワー剛性とケーブル剛性の寄与の程度はタワー形状によって変化し、図-9の振動モード図からも予想されるように、独立柱形式と門型形式においては桁剛性とタワー剛性が、また、A型形式においては桁剛性とケーブル剛性が主として寄与するものと考えられる。それゆえ、独立柱形式と門型形式ではタワー剛性の寄与を、また、A型形式ではケーブル剛性の寄与を、それぞれ主桁上に作用する等分布ばね定数として算定すれば、閉合直前のバランシング架設系におけるねじれ基本振動は弾性支承上の片持ちばりモデルの振動に置換できるもの

と考えられる。なお、弾性支承上にある片持ちばりモデルに対しては、等分布ねじればね定数を k_ϕ 、単位長さ当りの極慣性モーメントを I_θ とすれば、式 (8) に示す基本固有振動数の解析解が容易に誘導される。

$$f_\theta = \frac{1}{4L_2} \sqrt{\frac{G_c J_c + k_\phi \times (2L_2/\pi)^2}{I_\theta}} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $G_c J_c$ は桁部の等価ねじれ剛性であるが、通常の箱桁橋あるいはトラス桁橋では主桁のねじれ剛性を用いれば良い。また、2主桁橋では、各主桁のねじれ剛性と曲げ剛性をそれぞれ $G_c J_c$ 、 $E_c I_c$ 、主桁間隔を b_c とすれば次式で計算できる。

$$\overline{G_c J_c} = 2 \times G_c J_c + 2 \times E_c I_c \times (b_c/2)^2 \times (\pi/2L_2)^2 \dots\dots\dots (9)$$

(2) バランシング架設系に対する実用算定式

a) 独立柱形式タワーと門型形式タワーの場合

独立柱形式タワーや門型形式タワーを有する場合、上流側と下流側のケーブル間隔は橋軸方向に変化せず一定であると考えて差し支えない。また、ねじれ振動では上流側と下流側の変形が逆位相になることから、ねじれモード振幅は、すでに示した桁先端部での鉛直方向モード振幅、 h_T なる点でのタワーの水平方向モード振幅を用いて記述することも可能である。さらに、予備検討の結果、両径間の張り出し長に幾分の差異があっても平均張り出し長を用いた場合の振動数とほぼ等しかったこと、そして、平均張り出し長を用いた場合には理論展開がきわめて容易になることも考え合わせ、ここでは $\bar{L} = (L_1 + L_2)/2$ として取り扱う。

上述のもとで、式 (8) におけるタワー剛性に起因した主桁上に作用する等分布ねじればね定数 k_ϕ を解析的に算定すると、以下ようになる。

$$k_\phi = \frac{\pi^2 \times \phi_{1T}^2 \times \overline{G_T J_T} / h_T}{4 \times 2 \times \phi_{1T}^2 \times \bar{L}} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $\overline{G_T J_T}$ はタワー部の等価ねじれ剛性であり、 b_T を支柱の中心間隔とすれば、それぞれ次式で計算できる。独立柱形式タワー

$$\overline{G_T J_T} = 2 \times E_T I_T \times (b_T/2)^2 \times (\pi/2h_T)^2 \dots\dots\dots (11)$$

門型形式タワー

$$\overline{G_T J_T} = 2 \times E_T I_T \times (b_T/2)^2 \times (\pi/2h_T)^2 + 2 \times G_T J_T \dots\dots\dots (12)$$

一方、式 (8) における単位長さ当りの極慣性モーメント I_θ は、主桁の寄与が支配的となるが、タワーおよび架設機材による集中荷重の寄与をも考慮する場合には、解析的に与えられる次式を適用すれば良い。

$$I_\theta = I_{\theta c} + (\phi_{1T}^2 \times I_{\theta T} H + (\pi/2)^2 \times \sum I_{\theta pm} \times \phi_{1T}^2 \times \sin^2(\pi x_n/2\bar{L}))$$

$$+ (\pi/2)^2 \times \sum I_{\theta pm} \times \phi_{1T}^2 \times \sin^2(\pi x_m/2\bar{L}) / 2 \times \phi_{1T}^2 \times \bar{L} \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $I_{\theta c}$ は斜張橋主桁の単位長さ当りの極慣性モーメント、 $I_{\theta T}$ はタワーの単位長さ当りの極慣性モーメント、 $I_{\theta pm}$ および $I_{\theta pm}$ はそれぞれ L_1 、 L_2 (ここでは、 $\bar{L} = L_1 = L_2$) なる径間においてタワー位置から距離 x_n 、 x_m にある架設機材等の集中荷重に起因した極慣性モーメントを表す。

したがって、式 (8) に $L_2 = \bar{L}$ および式 (9)~(13) から定まる k_ϕ と I_θ をそれぞれ代入すれば、独立柱形式あるいは門型形式のバランシング架設時におけるねじれ基本固有振動数を推定できることになる。しかしながら、上述の各式は、バランシング架設系のねじれ基本固有振動は弾性支承上の片持ちばりモデルの振動に置換できるという仮定のもとで誘導されていることから、実際には置換にともなう差異についても考慮する必要がある。置換にともなう振動数の差異を補正するための係数を $\beta_T(1)$ とした場合、バランシング架設時におけるねじれ基本固有振動数の実用算定式は、次式のように表示される。

$$f_\theta = \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{G_c J_c + k_\phi \times (2\bar{L}/\pi)^2}{I_\theta}} \times \beta_T(1) \dots\dots\dots (14)$$

図-3 および図-6 に示した閉合直前の最上段ケーブルが張り渡されたバランシング架設系モデルについて、それぞれ独立柱形式タワーと門型形式タワーを有する場合を想定し、実橋が有すると考えられる範囲内でケーブル断面積や桁剛性ならびにタワー剛性を種々変化させた数値実験(固有振動解析)結果と式(14)で $\beta_T(1) = 1.0$ と想定した推定結果との比較から、補正係数 $\beta_T(1)$ を算出することとした。ここに、固有振動解析にあたって、閉合直前の最上段ケーブルが張り渡されたバランシング架設系モデルに限定したのは、初期のバランシング架設状態におけるねじれ基本固有振動数は鉛直たわみ基本固有振動数に比べ非常に高いことから、通常の検討では最上段付近のケーブルが張り渡された場合にほぼ限定されると考えたことによる。

補正係数 $\beta_T(1)$ の算定結果を図-10 に示す。なお、図-10 に示したパラメーター $P_T(1)$ はタワー剛性と桁剛性の比を表すものであり、式 (10) から定まる k_ϕ を次式に代入すれば得られる。

$$P_T(1) = \frac{k_\phi \times (2\bar{L}/\pi)^2}{G_c J_c} \dots\dots\dots (15)$$

図-10 から、若干ばらつきはあるものの、補正係数 $\beta_T(1)$ は、独立柱形式タワーで $\beta_T(1) = 1.15$ 、門型形式タワーで $\beta_T(1) = 1.10$ といずれの場合も 1.0 なる値に比較的近いことから、バランシング架設系のねじれ基本固有振動を弾性支承上の片持ちばりモデルの振動に置

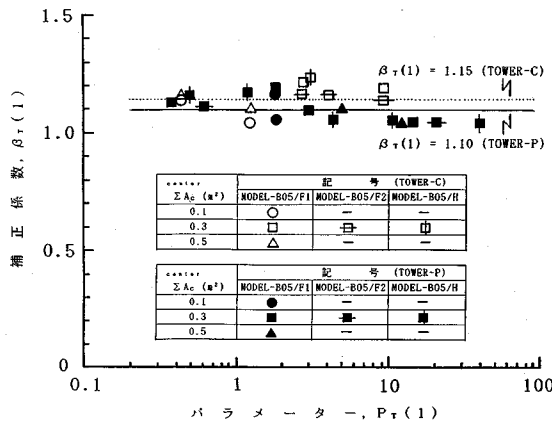


図-10 ねじれ基本固有振動数に対するパラメータ $P_T(1)$ と補正係数 $\beta_T(1)$ の関係

換したことによる影響は小さいと言えるが、ここでは固有値解析結果を工学的な厳密解と考え、式(14)の $\beta_T(1)$ として

独立柱形式タワー

$$\beta_T(1) = 1.15 \quad (0.2 \leq P_T(1) \leq 100) \quad (16)$$

門型形式タワー

$$\beta_T(1) = 1.10 \quad (0.2 \leq P_T(1) \leq 100) \quad (17)$$

なる値の採用を推奨する。

なお、参考までに、 $L_2 \ll L_1 (L_2 > L_1)$ なる場合における、ねじれ基本固有振動数の実用算定式は次式で表示されるが、前述したように式(14)との差異は非常に小さい。

$$f_\theta = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_\phi^*}{I_\theta^*}} \times \beta_T(1) \quad (18)$$

ここに、

$$k_\phi^* = \{ G_c J_c (\phi_{c1}^2/L_1 + \phi_{c2}^2/L_2) + G_T J_T \times \phi_{hT}^2/h_T \} \times \pi^2 / \{ 4 (\phi_{c1}^2 \times L_1 + \phi_{c2}^2 \times L_2) \} \quad (19)$$

$$I_\theta^* = I_{\theta c} + \{ \phi_h^2 \times I_{\theta T} H + (\pi/2)^2 \times \sum I_{\theta Pn} \times \phi_{c1}^2 \times \sin^2(\pi x_n/2L_1) + (\pi/2)^2 \times \sum I_{\theta Pm} \times \phi_{c2}^2 \times \sin^2(\pi x_m/2L_2) \} / (\phi_{c1}^2 \times L_1 + \phi_{c2}^2 \times L_2) \quad (20)$$

b) A 型形式タワーの場合

A 型形式タワーを有する場合のねじれ基本固有振動数算定式も、独立柱形式タワーや門型形式タワーの場合と同じく基本的には式(8)で表示できる。ただし、 k_ϕ はケーブル剛性に起因した等分布ねじればね定数であり、文献4)にしたがい、支間長 $L_2 (L_2 \geq L_1)$ なる径間に対して以下のように算定する。

$$k_\phi = \frac{\sum_{i=1}^j k_{\phi i} \times \Phi_i^2(x)}{L_2} \quad (21)$$

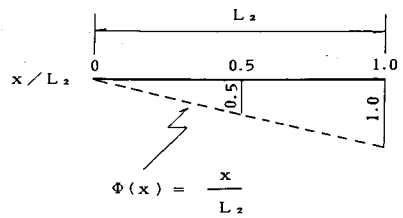


図-11 基準関数 $\Phi(x)$ の仮定

ここに、

$$k_{\phi j} = \left(\frac{EcAc}{l} \right)_j \times \left(\frac{b}{2} \right)_j^2 \times \sin^2 \theta_j \quad (22)$$

ただし、 $EcAc$ はケーブルの伸び剛性、 l はケーブル長、 b はケーブル間隔、 θ はケーブルと桁のなす角度、 j は着目径間側のケーブル本数、 $\Phi(x)$ は基準関数であり、 k_ϕ の算定にあたっては簡単のため図-11のように仮定する。

一方、式(8)における単位長さ当りの極慣性モーメント I_θ は、等分布ねじればね定数 k_ϕ の算定と同じくタワーの寄与を無視し、主桁と架設機材による集中荷重を考えた次式で計算するものとする。

$$I_\theta = I_{\theta c} + \{ (\pi/2)^2 \times \sum I_{\theta Pn} \times \phi_{c1}^2 \times \sin^2(\pi x_n/2L_1) + (\pi/2)^2 \times \sum I_{\theta Pm} \times \phi_{c2}^2 \times \sin^2(\pi x_m/2L_2) \} / (\phi_{c1}^2 \times L_1 + \phi_{c2}^2 \times L_2) \quad (23)$$

したがって、置換にともなう振動数の差異を補正するための係数を $\beta_T(1)$ とすれば、A 型形式タワーを有するバランシング架設系のねじれ基本固有振動数の実用算定式は、次式のように表示される。

$$f_\theta = \frac{1}{4L_2} \sqrt{\frac{G_c J_c + k_\phi \times (2L_2/\pi)^2}{I_\theta}} \times \beta_T(1) \quad (24)$$

独立柱形式タワーと門型形式タワーの場合と同様に、図-3および図-6に示した閉合直前の最上段ケーブルが張り渡されたバランシング架設系モデルについて、実橋が有すると考えられる範囲内でケーブル断面積や桁剛性ならびにタワー剛性を種々変化した数値実験(固有振動解析)結果と式(24)で $\beta_T(1) = 1.0$ と想定した推定結果との比較から、A 型形式タワーに対する補正係数 $\beta_T(1)$ を算出することとした。

補正係数 $\beta_T(1)$ の算定結果を図-12に示す。なお、図-12に示したパラメータ $P_T(1)$ はケーブル剛性と桁剛性の比を表すものであり、式(21)から定まる k_ϕ を式(15)に代入すれば得られる。図-12からわかるように、A 型形式タワーの補正係数 $\beta_T(1)$ も主径間側のケーブル総断面積が 0.3 m^2 以上の一般的な場合には 1.0 なる値に比較的近いことから、バランシング架設系のねじれ基本固有振動を弾性支承上の片持ちばりモデルの振動に置換できるとした仮定はほぼ妥当であったと考

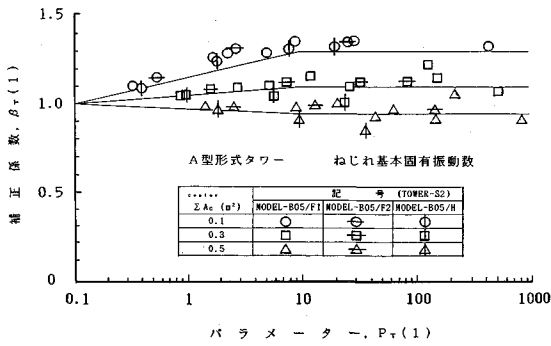


図-12 ねじれ基本固有振動数の補正係数 $\beta_T(1)$ とパラメーター $P_T(1)$ の関係 (TOWER-A)

表-2 A型形式タワーにおけるねじれ基本固有振動数の補正係数 $\beta_T(1)$

..... Σ A _c (m ²)	補正係数 $\beta_T(1)$	
	$0.1 \leq P_T(1) \leq 10$	$10 < P_T(1) \leq 1000$
0.1	$1.15 + 0.15 \times \log_{10} P_T(1)$	1.30
0.3	$1.05 + 0.05 \times \log_{10} P_T(1)$	1.10
0.5	$0.98 - 0.03 \times \log_{10} P_T(1)$	0.95

えられる。しかしながら、一方で、無次元パラメーター $P_T(1)$ が全く同じ場合でも、ケーブルの総断面積が 0.1 m^2 なる場合の補正係数は 0.3 m^2 以上なる場合の値に比べ幾分大きく、また、ケーブルの総断面積が増加するにしたがって補正係数 $\beta_T(1)$ が低下する傾向が認められている。これは、ケーブルの総断面積が小さい場合、式 (21) によるケーブル剛性の評価は実際より安全側の結果を与えることに加え、簡易モデルへの置換にあたりタワー剛性の寄与を無視したこと、言い換えれば、タワー剛性とケーブル剛性および桁剛性をそれぞれ関係づける無次元パラメーターが存在することに主として起因するものである。この無次元パラメーターを導入すれば、より厳密な結果が得られるが、実務上からはかえって複雑さが増加する。そこで、ここでは図-12において、着目径間側にあるケーブルの総断面積の差異による影響を明確にし、A型形式タワーの補正係数 $\beta_T(1)$ の設定値に反映させることにした。図-12より算出したA型形式タワーに対する補正係数 $\beta_T(1)$ の推奨値を表-2にまとめる。

(3) 側径間の端部支承と中間ベントの影響

長大斜張橋で最も一般的なA型タワーを有する場合、斜張橋架設系のねじれ基本振動数に及ぼす端部支承や中間ベントの影響は、鉛直たわみ基本固有振動の場合と比べ非常に小さいことから、文献4)、5)の手法で推定したMODEL-S1(側径間の桁端部が仮支承あるいは本支承で支持された場合)とMODEL-S2(側径間に中間ベントを有する場合)のねじれ基本振動数は、比較的良い精度は有するものの、前節に示した手法で推定した

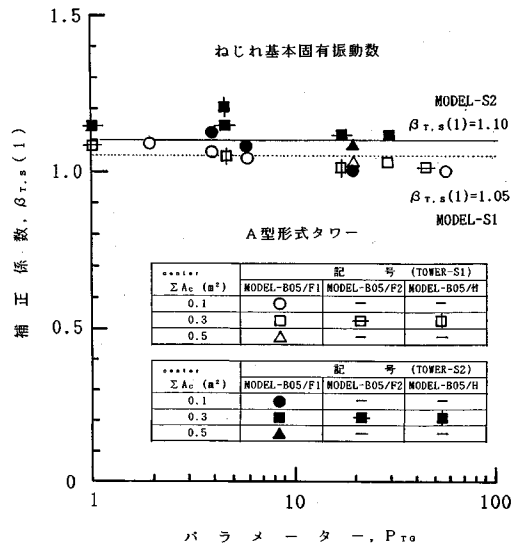


図-13 ねじれ基本固有振動数の補正係数 $\beta_{T,s}(1)$ とパラメーター P_{TG} の関係 (TOWER-A)

MODEL-Bの結果より小さくなる場合のあることも予想される。そこで、本節では、バランシング架設時(MODEL-B)の固有振動数との比較を行い、側径間の桁端部が仮支承あるいは本支承で支持された場合および側径間に中間ベントを有する場合のねじれ基本固有振動数の増加割合について検討した。MODEL-Bのねじれ基本振動数を基準とした、MODEL-S1およびMODEL-S2の振動数増加率 $\beta_{T,s}(1)$ を図-13に示す。なお、図-13における P_{TG} は、以下に示すようにタワーと主桁のねじれ剛性比を表す無次元パラメーターである。

$$P_{TG} = \frac{(GJ/h_T)_{TOWER}}{(GJ/L_C)_{GIRDER}} \dots \dots \dots (25)$$

ここに、 $(GJ/h_T)_{TOWER}$ は1基あたりのタワーの単位長さ当りのねじれ剛性、 $(GJ/L_C)_{GIRDER}$ は主桁の単位長さ当りのねじれ剛性である。

図-13より、当然予想されるように、パラメーター P_{TG} が小さく(タワーのねじれ剛性の寄与が小さく)なるにしたがって振動数の増加率 $\beta_{T,s}(1)$ は大きくなる傾向は示しているが、実務的には

MODEL-S1
 $\beta_{T,s}(1) = 1.05 \dots \dots \dots (26)$

MODEL-S2
 $\beta_{T,s}(1) = 1.10 \dots \dots \dots (27)$

なる値を採用すれば良いことがわかる。それゆえ、A型タワーを有するバランシング架設系のねじれ基本固有振動数の推定値に、さらに、それぞれここに提示した増加率 $\beta_{T,s}(1)$ を乗ずれば、側径間の端部支承および中間ベントの影響が評価できることになる。

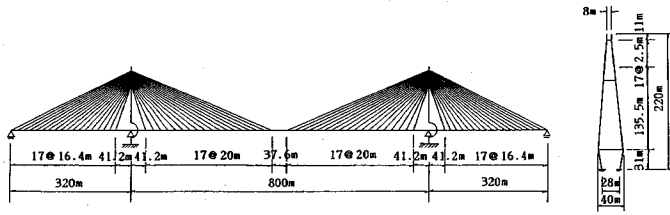
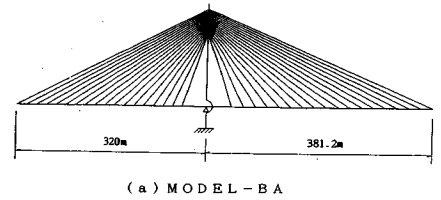


図-14 数値計算で対象とした800m級斜張橋（閉合直後）

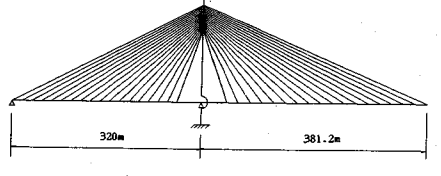
表-3 対象とした800m級斜張橋の構造諸元

	断面積 (m^2)	断面2次モーメント		ねじれ定数 (m^4)	弾性係数 (t/m^2)	せん断弾性係数 (t/m^2)	重量 (t/m)	慣性モーメント ($t \cdot s^4/m^3$)	
		面内(m^4)	面外(m^4)						
桁	1.50	2.50	100.0	8.00	2.1×10^7	0.81×10^7	19.0	136.0	
タワー	塔柱部	1.20	5.00	13.00	8.00	2.1×10^7	0.81×10^7	9.0	-
	水平材	1.20	13.00	5.00	8.00	2.1×10^7	0.81×10^7	-	-
ケーブル	1 段目	0.005	-	-	2.0×10^7	-	-	-	-
	2-18 段目	0.010	-	-	2.0×10^7	-	-	-	-
	1.2 段目	0.005	-	-	2.0×10^7	-	-	-	-
	3-15 段目	0.007	-	-	2.0×10^7	-	-	-	-
	16-17 段目	0.016	-	-	2.0×10^7	-	-	-	-
	18 段目	0.032	-	-	2.0×10^7	-	-	-	-

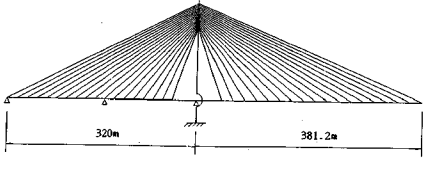
注) ケーブル段数は、下段側から上段側に向かって定義した。



(a) MODEL-BA



(b) MODEL-S1A



(c) MODEL-S2A

図-15 数値計算例で対象とした基本架設系（閉合直前）

なお、一般には少ないが、門形式タワーや独立柱形式タワーを有する斜張橋の架設系では、ねじれ基本固有振動数に及ぼす側径間端部支承や中間ベントの影響がA型タワーの場合に比べかなり大きく、鉛直たわみ基本固有振動数の推定法と同様に、実務上、文献4), 5) の手法を準用できることを述べておきたい。

5. 800m級長大斜張橋への適用例

(1) 対象とした斜張橋とその架設状態

対象とした橋梁は、図-14に示すように閉合直後の中央支間長が800m（支間長比0.400）、ケーブル段数が18段、桁取付部におけるケーブル間隔が27mのA型タワーを有する3径間連続マルチケーブル形式斜張橋である。検討の対象とした基本架設状態は、図-15に示すMODEL-BA、MODEL-S1A、MODEL-S2Aの3ケースであり、これらはそれぞれ図-1に示したMODEL-B、MODEL-S1、MODEL-S2に対応するが、両径間の張り出し長は支間長比等の関係から若干相違している。対象とした架設系モデルの構造諸元を表-3に示す。なお、本数値計算例では、架設機材の影響は小さいと考え、無視している。

一方、このような中央支間長が800mにも達する長大斜張橋では、閉合直後の固有振動数特性についても、我々の興味を引くところである。すでに、文献4)では完成時における3径間連続斜張橋の固有振動数算定式を提案し、中央支間長465mの斜張橋に対してその適用可能性を確認しているが、800m級長大斜張橋では、ケーブルサグによる弾性係数の低下など検討すべき新たな問

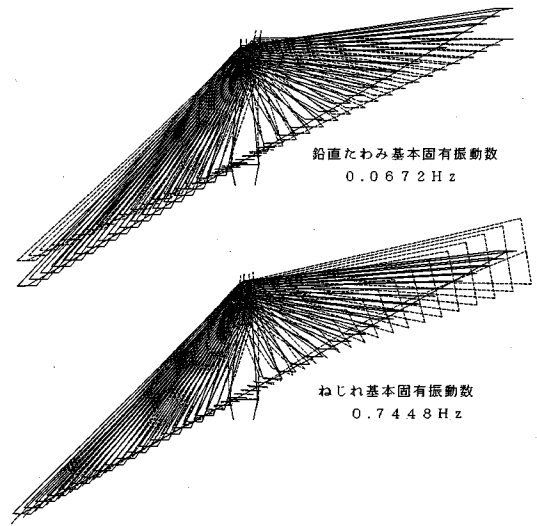


図-16 MODEL-BA (A型形式タワー) の固有振動解析結果

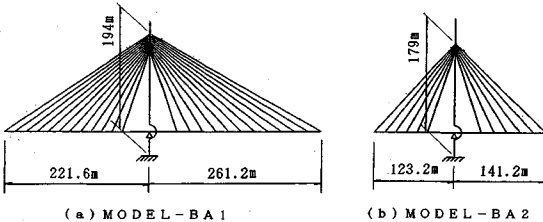
題も生じる。そこで、閉合直後の架設状態を対象として、ケーブルサグによる弾性係数の低下を考慮した場合と考慮しない場合についても検討することにした。

(2) 固有振動解析結果と推定値の比較

一例としてMODEL-BAの固有振動解析結果を図-16に示す。また、MODEL-BA、-S1A、-S2Aの固有振動解析結果と実用算定式による固有振動数の推定値を比較して表-4に示す。ここに、MODEL-BAの鉛直たわみ基本固有振動数の推定に必要な補正係数 $\beta_0(1)$ は、

表—4 A型タワーを有する斜張橋架設系の固有振動解析結果と推定値の比較

	基本固有振動数 (Hz)					
	鉛直たわみ			ねじれ		
	解析値	推定値	誤差	解析値	推定値	誤差
MODEL-BA	0.0672	0.0683	+1.6%	0.7448	0.6700	-10.0%
MODEL-S1A	0.2027	0.2140	+5.6%	0.7582	0.7035	-7.2%
MODEL-S2A	0.2501	0.2637	+5.4%	0.7614	0.7370	-3.2%



図—17 数値計算例で対象とした架設系（初期の架設状態）

式(7)において $k_0=0.267$ に対応する値である $\beta_0(1)=1.206$ を用いている。また、ねじれ基本固有振動数の推定に必要な補正係数 $\beta_T(1)$ は、最上段ケーブルが張り渡された閉合直前のモデルを対象としていることから、表—2において主径間側の総断面積が 0.35 m^2 で $P_T(1)=1.052$ に対応する値である $\beta_T(1)=1.033$ を用いている。なお、表—4において、MODEL-S1A, MODEL-S2A に対する鉛直たわみ基本振動数の推定値は、2章でも述べたように、見かけ上、図—2に示したような3径間連続斜張橋および側径間に中間支点を有する3径間連続斜張橋の推定式をそれぞれ適用したものである。さらに、MODEL-S1A, MODEL-S2A に対するねじれ基本振動数の推定値は、MODEL-BAの推定値にそれぞれ1.05, 1.10なる係数を乗じて算出したものである。

また、図—17に示す初期の架設状態に対応するMODEL-BA1, -BA2をそれぞれ対象として、鉛直たわみ基本振動数の固有振動解析結果と実用算定式による推定値を比較した。比較結果を表—5に示す。ここに、鉛直たわみ基本固有振動数の推定に必要な補正係数 $\beta_0(1)$ は、MODEL-BA1に対しては式(7)において $k_0=0.883$ に対応する値である $\beta_0(1)=1.144$ を、また、MODEL-BA2に対しては $k_0=5.859$ に対応する値である $\beta_0(1)=1.047$ を、それぞれ用いている。

さらに、耐風安定性の観点から一般には非常に少ないと考えられるが、補足的に門型形式タワーを有するランシング架設状態に対しても、固有振動解析結果と実用算定式による推定値を比較することにした。比較結果を表—6に示す。ここに、ねじれ基本固有振動数の推定にあたっては、両径間の平均張り出し長である $\bar{L}=(381.2\text{ m}+320\text{ m})/2=350.6\text{ m}$ を用い、また、補正係数 $\beta_T(1)$ については門型形式タワーを有することから $\beta_T(1)=$

表—5 MODEL-BA1, -BA2の固有振動解析結果と推定値の比較

	鉛直たわみ			基本固有振動数 (Hz)		
	基本固有振動数 (Hz)			ねじれ		
	解析値	推定値	誤差	解析値	推定値	誤差
MODEL-BA1	0.1006	0.1093	+8.6%	0.7448	0.6700	-10.0%
MODEL-BA2	0.1590	0.1719	+8.1%	0.7582	0.7035	-7.2%

表—6 門型タワーを有する斜張橋架設系 (MODEL-BA)の固有振動解析結果と推定値の比較

	基本固有振動数 (Hz)		
	ねじれ		
	解析値	推定値	誤差
鉛直たわみ	0.0676	0.0683	+1.0%
ねじれ	0.5710	0.6038	+5.7%

表—7 閉合直後における固有振動解析結果と推定値の比較 (側径間に中間ペントがない場合)

(a) 鉛直たわみ振動

	鉛直たわみ振動数 (Hz)					
	対称1次			逆対称1次		
	解析値	推定値	誤差	解析値	推定値	誤差
E_c 一定	0.2042	0.1986	-2.7%	0.2517	0.2330	-7.4%
E_c 変化	0.1602	0.1738	+8.5%	0.2105	0.2284	+8.5%

(b) ねじれ振動

	ねじれ振動数 (Hz)					
	対称1次			逆対称1次		
	解析値	推定値	誤差	解析値	推定値	誤差
E_c 一定	0.7518	0.6417	-14.6%	1.1404	1.0363	-9.1%
E_c 変化	0.6810	0.6026	-11.5%	1.1130	1.0379	-6.7%

表—8 閉合直後における固有振動解析結果と推定値の比較 (側径間に中間ペントがある場合)

(a) 鉛直たわみ振動

	鉛直たわみ振動数 (Hz)					
	対称1次			逆対称1次		
	解析値	推定値	誤差	解析値	推定値	誤差
E_c 一定	0.2509	0.2449	-2.4%	0.3164	0.3129	-1.1%
E_c 変化	0.2010	0.2129	+5.9%	0.2748	0.3057	+11.2%

(b) ねじれ振動

	ねじれ振動数 (Hz)					
	対称1次			逆対称1次		
	解析値	推定値	誤差	解析値	推定値	誤差
E_c 一定	0.7591	0.6738	-11.2%	1.1769	1.1399	-3.1%
E_c 変化	0.6843	0.6327	-7.5%	1.1344	1.1417	+0.6%

1.10なる値を採用している。

表—4~6より、斜張橋架設系に対する固有振動数の推定値は、最大で10%程度の誤差はあるもののほぼ妥当と思われる結果を与えていることがわかる。それゆえ、本文で提案した実用算定式は、斜張橋架設系の固有振動解析に対する事前予測や概略照査ならびに耐風安定性について概略検討を行う際には、きわめて有用であると言える。

一方、文献4), 5)の算定式を用いて、閉合直後の架設時状態 (A型形式タワー)における固有振動数特性についても検討した。閉合直後の構造諸元はすでに示した表—3と基本的には同じであるが、ケーブルサグによ

る弾性係数の低下も考慮するため、すべてのケーブルの弾性係数を $2.0 \times 10^7 \text{ t/m}^2$ とした場合に加え、下段側の6本ケーブルの弾性係数を $2.0 \times 10^7 \text{ t/m}^2$ 、中段側の6本ケーブルの値を $1.5 \times 10^7 \text{ t/m}^2$ 、上段側の6本ケーブルの値を $1.0 \times 10^7 \text{ t/m}^2$ と変化させた場合についても検討の対象とした。すべてのケースに対する固有振動解析結果と文献4)、5)による推定値を比較して、表一7、8に示す。表一7、8より、すでに提案した実用算定式は、サグによってケーブルの弾性係数が低下した場合も含め、800 m級長大斜張橋の閉合直後の固有振動数をも十分に推定できることが理解できよう。

6. あとがき

本論文は、斜張橋架設系における鉛直たわみとねじれの基本固有振動数を比較的簡単にしかも比較的精度良く推定できる実用算定式を提案したものである。

提案した実用算定式は、着目した斜張橋架設系（パラソング架設系）を解析解の誘導できる簡易なモデルに置換し、置換に伴う若干の差異を補正するための係数を数値実験（固有振動解析）結果と置換モデルの解析解との比較から与えている。それゆえ、提案式は非常に簡易であり、設計技術者の誰もが卓上計算機のみを使用して斜張橋架設系の基本固有振動数を推定できるという利点を有している。ただし、本算定式による推定誤差は補正係数の精度に依存することから、その適用にあたっては各補正係数を定義した等分布ばね定数 k_0 や無次元パラメーター $P_r(1)$ 、 P_{rc} の範囲内に限定されることに留意する必要がある。本文が、長大斜張橋の架設時におけ

る固有振動数特性や耐風安定性について、事前予測や概略照査を行う際の補助になれば幸いである。

最後に、本研究にあたり、常に適切なご助言をいただきました埼玉大学・伊藤 学教授（東京大学名誉教授）に心より感謝致します。

参考文献

- 1) Bridge Aerodynamics : Proposed British Design Rules, ICE, London, January, 1981.
- 2) 白石成人・松本 勝：充腹構造断面の渦励振応答特性に関する研究，土木学会論文報告集，第322号，pp.37～50，1982年6月。
- 3) 日本道路協会：道路橋耐風設計便覧，1991年7月。
- 4) 米田昌弘：連続形式斜張橋の固有振動数を推定するための実用算定式の提案，土木学会論文集，第410号/I-12，pp.315～324，1989年10月。
- 5) 米田昌弘：側径間に中間支点を有する3径間連続形式斜張橋の固有振動数算定法の提案，土木学会論文集，第422号/I-14，pp.395～398，1990年10月。
- 6) 長井正嗣・佐野信一郎・小松貴雄：斜張橋の曲げ1次固有周期の算定とその形状に関する検討，構造工学論文集，Vol.36A，pp.1115～1127，1990年3月。
- 7) 長井正嗣・佐野信一郎・大島靖樹・川畑 治：斜張橋のねじれ1次固有周期の算定とその性状に関する一検討，構造工学論文集，Vol.37A，pp.1235～1248，1991年3月。
- 8) 藤沢伸光：斜張橋架設時のシム量決定方法，橋梁と基礎，Vol.18，No.9，No.10，pp.17～22，pp.41～45，1984年。
- 9) 前田研一・内海 靖：斜張橋の施工管理システム，橋梁と基礎，Vol.20，No.1，pp.37～40，1986年1月。
- 10) 土木学会：鋼斜張橋一技術とその変遷一，鋼構造シリーズ5，pp.75～94，1990年9月。

(1991.12.10 受付)

A SIMPLIFIED METHOD OF ESTIMATING FUNDAMENTAL NATURAL FREQUENCIES OF CABLE-STAYED BRIDGES UNDER CONSTRUCTION

Masahiro YONEDA

A so-called 'cantilever method' has usually been adopted for the construction of long span cable-stayed bridges. It is significant to check the aerodynamic stability of this type of bridges under construction from the initial stage of erection scheme because of their flexibility.

From this point of view, this paper deals with a simplified method of estimating fundamental natural frequencies of cable-stayed bridges under construction. The author has derived a practical estimation method through a simulation analysis. Several examples demonstrating the application of the proposed method are also presented for the various construction stages of a cable-stayed bridge with the center span of 800 meters.