

# 傾斜層で発生する波動と Love 波の関連

秋山伸一\*

傾斜層の側方に水平層が続く地盤を伝播する波動の特性について考察を行っている。ここでは、境界要素法による波動解析を行い、周波数領域の地表面応答を水平方向に伝播する波動の卓越する成分で展開している。その結果、傾斜層から伝播してくる波動は水平層で Love 波としての性質を有すること、さらに、このような Love 波は傾斜層で発生する回折波が水平層に伝播することがひとつの要因となり形成されることがわかった。

**Keywords :** Love wave, modal expansion, dipping layer, diffracted wave

## 1. はじめに

首都圏に見られるように、社会活動が盛んな地域の多くは平野や盆地に集中している。そのため、このような地盤の地震時挙動を適切に予測することは耐震工学上、重要な課題のひとつに上げられている。

平野や盆地は傾斜層から始まり途中で水平層となるような地盤構造を有することが多い。こうした地域で観測された地震動は、地盤を水平成層と仮定した重複反射理論では説明しきれないことが様々な調査・研究から指摘されている<sup>1)</sup>。その理由のひとつは、観測された地震動には水平層のみならず傾斜層の影響も含まれるためであると考えられる。そこで、最近では傾斜層の影響を取り入れるために、重複反射理論に代わり波線理論的な解析あるいは有限要素法や境界要素法をはじめとする数値解析によって平野や盆地の地震動特性を究明しようとする研究が盛んに行われている。ここで、これら既往の研究を眺めてみる。

まず、Ishii and Ellis<sup>2)</sup>は傾斜層における波動伝播を平面波の多重反射によって定式化した。さらに、丹羽・廣瀬<sup>3)</sup>は Ishii and Ellis が取り上げなかった回折波に着目して境界積分方程式法を用いた解析を行った。その結果、傾斜層の地震応答には回折波の影響が無視し得ない場合があることを指摘している。これらの研究によって、基盤下方から平面波が入射した時の傾斜層における多重反射波の挙動や回折波の発生過程などが理論的に明らかになってきた。

一方、Bard and Bouchon<sup>4)</sup>は Aki and Larner<sup>5)</sup>が示した離散化波数法を用いて堆積盆地の波動解析を行った。彼らはここで、Love 波が盆地端部から発生して大きな振幅を持ちながら盆地内で反射を繰り返すことを指摘し

ている。この研究は数値解析の立場から、盆地内における Love 波の存在を初めて明らかにした点で大きな意義を持つ。しかし、盆地端部で Love 波が発生するという解釈は、本来、水平層で定義される Love 波を盆地端部の傾斜層で定義することにもつながるため、今後、この解釈を明確にして行く必要があると思われる。

また、木下<sup>6)</sup>は山梨県東部で発生した地震を東京西部の傾斜基盤上で観測した記録から、卓越する波が全反射 SH 波であることを見い出した。この研究は卓越した地震動が地盤構造の影響によって生じることを実際の観測記録から示した点が重要である。ここではさらに、傾斜層における全反射 SH 波が水平層を伝播すると仮定した上で波線理論的な解析を行い、全反射 SH 波が水平層で Love 波的な卓越波に成長することも指摘している。しかし、このような解釈の妥当性については触れられておらず、この点に検討課題が残されていると思われる。

これらの研究を通して、傾斜層では回折波の影響が無視し得ないこと、また、平野あるいは盆地では Love 波をはじめとする表面波が卓越する場合があることなどが明らかになってきた。しかしながら、Love 波のような分散性を有する表面波の発生機構あるいは傾斜層で発生する回折波と水平層を伝播する表面波の関連など未解決の問題も残されている。傾斜層を有する地盤の地震動特性を究明するためには、こうした未解決の問題に対する定量的な分析や理論的な考察は不可欠であると考えられる。

ところで、傾斜層を有する地盤では、地震波が入射すると傾斜層の影響により地震波が複雑に反射・屈折を繰り返す過程で、伝播方向が異なる様々な波動が生成される。そして、地震応答はこれらの波動によって構成されると考えられる。したがって、傾斜層を有する地盤の地震動特性を調べるには、地震応答を構成するこれらの波動を識別し、その性質を分析することも必要になる。

\* 正会員 工修 佐藤工業（株）中央技術研究所  
(〒243-02 厚木市三田 47-3)

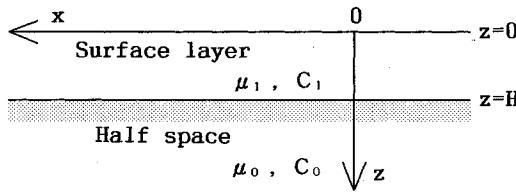


Fig.1 A surface layer over a half space

傾斜層で発生する波動は伝播方向が各々異なるため、水平方向の伝播速度も波動毎に異なる。そこで、時間領域の地表面応答を見ると、これらの波動は各々異なる時刻に現れるため、視覚的な波動の識別が可能になる。上述した既往の研究成果は、主にこのような波動の性質を生かして時間領域の応答から得られたものである。

一方、周波数領域の地表面応答からは視覚的な波動の識別は困難である。しかしながら、周波数領域の応答から波動が識別できれば、時間領域の解析と比べて容易に地震動特性を評価できることが期待される。また、構造物の耐震設計では、構造物に与える影響が大きい周波数帯域内の応答を必要とする場合が多い。このような面から見ても、周波数応答による波動の分析は重要であると考えられる。

本論文では、これらの点を踏まえて、まず傾斜層のない水平成層地盤を伝播する波動の性質について整理する。続いて、傾斜層の側方に水平層が続く地盤を対象に、周波数領域の波動解析から得られる地表面応答をモード展開する手法を示した後に、地表面応答を構成する波動と Love 波の関連について論じる。さらに、この結果を基に、傾斜層で発生する多重反射波や回折波と水平成層地盤で定義される Love 波の関係に着目しながら Love 波の発生機構について言及する。

## 2. 水平二層地盤を伝播する波動

傾斜層の側方に水平層が続く地盤を伝播する波動の性質を調べるために準備として、まず傾斜層のない水平二層地盤を伝播する波動の性質について整理しておく。

### (1) 波動方程式を用いた検討

Fig.1 に対象とする地盤を示す。図中に記す記号の添字は 0 が基盤の物理量を、1 が表層の物理量を示す。ここで、基盤と表層の S 波速度  $C_n(n=0, 1)$  は、 $C_0 > C_1$  なる関係にあるものとする。この地盤を伝播する定常面外波動は次式に示す Helmholtz 方程式によって表される。

$$\mu_n \left( \frac{\partial^2}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2}{\partial^2 z} + k_n^2 \right) u_n(x, z) = 0; \quad (1)$$

ただし、 $k_n = \omega/C_n$  ( $n=0, 1$ )

ここに、 $u_n$  は変位、 $\mu_n$  は Lamé 定数、 $\omega$  は角振動数を示す。式 (1) から、表層と基盤の一般解は次式で表さ

れる。

$$u_0(x, z) = (A_0 e^{\beta_0 z} + B_0 e^{-\beta_0 z}) e^{-i \xi x} \quad (z > H) \quad \dots (2)$$

$$u_1(x, z) = (A_1 e^{\beta_1 z} + B_1 e^{-\beta_1 z}) e^{-i \xi x} \quad (0 < z < H) \quad \dots (2)$$

$$\text{ただし, } \beta_n = \begin{cases} i\nu_n = i\sqrt{k_n^2 - \xi^2} & (\xi < k_n) \\ \nu'_n = \sqrt{\xi^2 - k_n^2} & (\xi \geq k_n) \end{cases}$$

$$(n=0, 1)$$

ここに、 $\xi$  は水平方向の波数を示し、 $A_n$ ,  $B_n$  ( $n=0, 1$ ) は未定係数であり、基盤と表層における上昇波と下降波の振幅を示す。式 (2) に現れる未定係数は、地表面における境界条件および表層と基盤の間の連続条件によって決定される。これらの条件から、上記の未定係数は次式を満足しなければならない。

$$\begin{bmatrix} e^{\beta_1 H} + e^{-\beta_1 H}, & -e^{-\beta_0 H} \\ \mu_1 \beta_1 (e^{\beta_1 H} - e^{-\beta_1 H}), & \mu_0 \beta_0 e^{-\beta_0 H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_0 \end{bmatrix} = A_0 \begin{bmatrix} e^{\beta_0 H} \\ \mu_0 \beta_0 e^{\beta_0 H} \end{bmatrix}$$

$$\dots (3)$$

ここでは境界条件より、地表面で応力がゼロとなるため、 $A_1 = B_1$  となる。また、基盤の下方から波動が入射する場合には、 $A_0$  は入射波振幅を示し、基盤下方から波動が入射しない場合には  $A_0 = 0$  となる。

式 (3)において、基盤の下方から波動が入射する場合、左辺のマトリクスのデターミナントがゼロでなければ未定係数が求められる。一方、基盤下方から波動が入射しない場合には、デターミナントがゼロになる時に限り式 (3) の非自明解として未定係数を定めることができる。

式 (3) から、デターミナントがゼロになるための条件として次式に示す Love 波の特性方程式が導かれる。

$$\mu_0 \nu_0 \cos \nu_1 H - \mu_1 \nu_1 \sin \nu_1 H = 0 \dots (4)$$

式 (4) より、基盤下方から波動の入射がない場合には、水平二層地盤を伝播する波動は Love 波である。また、式 (4) の解  $\xi$  が  $k_0 \leq \xi < k_1$  の範囲内に存在することに注意すること、この範囲内の  $\xi$  は表層内では全反射する SH 波を与え、基盤内では鉛直下方に向かって振幅が減少する波動を与える。すなわち、水平二層地盤を伝播する波動は Love 波に一致する波数を持つ全反射 SH 波であり、それ以外の波動は伝播しない。一方、平面波が基盤下方から入射する ( $\xi < k_0 < k_1$ ) 場合には、上記のデターミナントがゼロにならないため、応答は常に存在する。また、この場合、Love 波が生じないことは明らかである。

### (2) 波線理論を用いた検討

前節では、波動が基盤下方から入射しない場合、水平二層地盤を伝播するのは Love 波のみであることを示した。ここでは、上記の結果を踏まえて、表層内を伝播する波動について波線理論的に検討する。

Fig.2 に示すように、表層から基盤上の点 a に向かっ

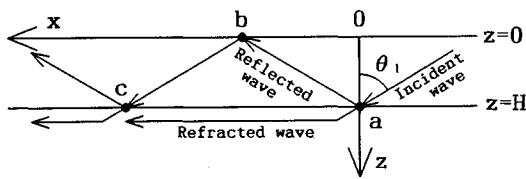


Fig.2 Multiple reflection and refraction in a surface layer

て入射する波動を次式に示す平面波と考える。

$$u_a(x, z) = A_a e^{-i(\xi x + \nu_1(z-H))} \quad (5)$$

ただし、 $\xi = k_1 \sin \theta_1$

ここに、 $A_a$  は振幅を、 $\theta_1$  は基盤面に対する波動の入射角を示す。式(5)に示す平面波が点 a および地表面上の点 b で反射して、再び基盤上の点 c に向かう場合、この波動は次式で示される。

$$u_c(x, z) = A_c e^{-i(\xi x + \nu_1(z+H))} \quad (6)$$

ただし、

$$A_c = \begin{cases} A_a \cdot \frac{\mu_1 \nu_1 - \mu_0 \nu_0}{\mu_1 \nu_1 + \mu_0 \nu_0} & (k_1 > k_0 > \xi = k_1 \sin \theta_1) \\ A_c \cdot e^{2i\phi} & (k_1 \geq \xi = k_1 \sin \theta_1 > k_0) \end{cases}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\mu_0 \nu_0}{\mu_1 \nu_1}$$

式(6)より、 $\theta_1$  が臨界角 ( $\theta_{cr} = \sin^{-1}(k_0/k_1)$ ) を越えない場合、波動の振幅は表層内での反射によって小さくなる。一方、 $\theta_1$  が臨界角を越える場合には、式(5)、(6)に示された波動は表層内を全反射する SH 波を示す。この時、これらの波動の z 方向の位相差  $\Phi$  は次式で表される。

$$\Phi = 2(\phi - \nu_1 H) \quad (7)$$

ここで、 $\theta_1$  が Love 波モードの波数に対応するならば、式(4)から式(7)は次式で表される。

$$\Phi = 2n\pi \quad (8)$$

ここに、 $n$  は整数である。式(8)から、表層内を全反射する SH 波が Love 波に一致する場合、点 a で起こる反射・屈折は点 c で再現されることがわかる。すなわち、点 c で発生する屈折波は点 a から向かってくる屈折波と同位相であるため、増幅的干渉<sup>9)</sup>が起こる。一方、Love 波に一致しない場合、これらの波動には位相差が生じるために、干渉によって互いが打ち消され、波動の振幅は次第に小さくなる。

以上により、水平二層地盤を減衰することなく伝播する波動は Love 波のみであり、Love 波以外の波動は、反射・屈折の過程で振幅が減少するため、地盤を伝播するにつれて次第に減衰する。さらに、前節の結果も含めてみると、表層内を水平方向に伝播する波動は Love 波を中心に構成される。

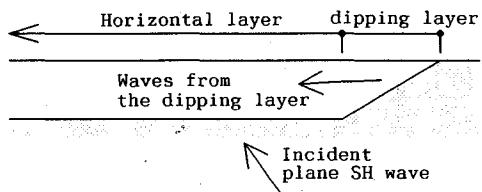


Fig.3 Illustration of waves to be observed in the horizontal layer

### 3. 地表面変位応答のモード展開手法

傾斜層の側方に水平層が続く地盤に平面 SH 波が入射する時、Fig.3 に示すように、水平層では水平基盤から入射する波動と傾斜層から伝播してくる波動によって応答が形成されると考えられる。前述の議論に従うと、傾斜層から向かってくる波動が水平層を伝播する際、水平方向の波数成分に Love 波モードと一致するものがあれば、この波動は Love 波として振舞い、それ以外の波動は次第に減衰していくものと考えられる。

したがって、傾斜層から伝播してくる波動について波数成分を調べ、Love 波との関連を考察することは、傾斜層を有する地盤を伝播する波動の特性や Love 波の発生機構を議論する上で重要になる。

そこで、地表面応答がどのような波動によって構成されているのかを分析するための手法を展開する。この手法は、波動解析から得られる地表面変位応答とその波数スペクトルを用いて、卓越する波数成分およびそれに対応する波動の振幅を求めるものである。ここでは、波数成分や振幅を求める操作をモード展開と呼ぶことにする。

波動解析は周波数領域における二次元面外波動問題として定式化された境界要素法<sup>10)</sup>を用いて行う。また、波数スペクトルは、地表面変位応答の Fourier 変換によって求められる。空間領域から波数領域への Fourier 変換およびその逆変換は次式で定義される。

$$U(\xi, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, \omega) \cdot e^{i\xi x} dx \quad (9)$$

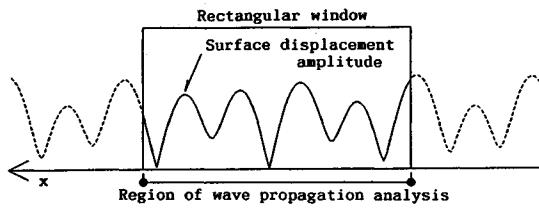
$$u(x, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \omega) \cdot e^{-i\xi x} d\xi$$

ここに、 $x$  は空間座標、 $\xi$  は波数を示す。

傾斜層の側方に水平層が続く地盤の応答は水平基盤から入射する波動と傾斜層で発生する波動によって構成されると仮定する。すると、地表面変位応答のうち、傾斜層で発生する波動成分は次式で表される。

$$u_s(x) = u_t(x) - u_h(x) \quad (10)$$

ここに、 $u_s(x)$  は傾斜層で発生する波動による地表面変位応答、 $u_t(x)$  は波動解析から求められる全波動による地表面変位応答を示す。さらに、 $u_h(x)$  は水平二層地



**Fig.4** Rectangular window

盤の地表面変位応答を示し、式(3)により次式で表せる。

$$\text{ただし, } B_1 = \frac{\mu_0 \nu_0}{R} A \cdot e^{-(\phi - \nu_0 H)}$$

$$R = \sqrt{\mu_0^2 \nu_0'^2 \cos^2 \nu_1 H - \mu_1^2 \nu_1^2 \sin^2 \nu_1 H}$$

式(10)に示された地表面変位応答は、モード展開の結果、次式で表される。

ただし、 $\xi_j = k_j(1 - ih_j)$

ここに、 $A_j$ ,  $k_j$ ,  $h_j$  は各々  $j$  次モードの振幅、波数および減衰定数を示す。 $\xi_j$  を複素数として減衰定数を取り入れる理由は、傾斜層で発生する波動には Love 波に対応しないものも含まれると考えられ、このような波動の影響も調べるためにある。式 (12) に示した  $\xi_j$  と  $A_j$  は、どちらも未知量である。すなわち、 $\xi_j$  と  $A_j$  を求めるこ $\cdot$ とにより、地表面変位応答を構成するモードが決定される。

東平・大町<sup>7)</sup>は、フィルダムの振動問題において伝達関数の極を捉えることにより、時間領域のインパルス応答から固有値および固有モードを求める手法を展開している。ここでは、上記の手法を本論文で対象とする波動問題に適用してみる。

式(9)より、式(12)の波数スペクトルは次式で示される。

$$U_s(\xi) = i \sum_j \frac{A_j}{\xi - \xi_j} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

上式では式(12)に示した  $\xi_1$  が波数スペクトルの1位の極となっていることに注意する。東平・大町に従えば、この極  $\xi_1$  の近傍では次式が成り立つ。

式(14)は $\xi_i$ と $A_i$ に関する線形方程式であるから、最小二乗法により未知量 $\xi_i$ ,  $A_i$ が求められる。

ところで、式(14)からわかるように、決定される  $\xi_i$ 、 $A_i$  の精度は波数スペクトル  $U_s(\xi)$  の性質に依存する。

波数スペクトル  $U_s(\xi)$  は、解析の対象となる有限区間内の地表面変位応答  $u_s(x)$  から求められる。これを式(9)に示した Fourier 変換に照らし合わせてみると、この波数スペクトルは、Fig.4 に示すように、地表面変

位応答の中の有限区間に矩形ウインドウを作用させた後に求められるものに相当する。すなわち、モード展開で用いる波数スペクトル  $U_s(\xi)$  には矩形ウインドウの影響が含まれる。したがって、このような波数スペクトルから決定される  $\xi_i$ ,  $A_i$  には、地表面変位応答を構成するモードの基本的な性質が含まれるとともに、矩形ウインドウの影響も含まれると考えられる。

そこで、波数スペクトルから決定される  $\xi_j$ ,  $A_j$  は真の値の近似値  $\xi_{0j}$ ,  $A_{0j}$  であると考え、式 (12) を  $\xi_{0j}$ ,  $A_{0j}$  で Taylor 展開すると次式が得られる。

$$u_s(x) - \sum_j [A_j - i(\xi_j - \xi_{0j})xA_0] \exp(-i\xi_{0j}x) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

式(15)は  $\xi_j$ ,  $A_j$  についての線形方程式であるから、再び最小二乗法を適用することができる。すなわち、波数スペクトルから決定される近似値  $\xi_{0j}$ ,  $A_{0j}$  を初期値として設定することで、地表面変位応答から真の値により近い  $\xi_j$ ,  $A_j$  を決定することができる。

#### 4. 地表面変位応答を構成する波動の特性

Fig.5に示す地盤モデルを用いて波動解析を行い、さらにモード展開手法による解析を行う。

地盤モデルは、表層が傾斜角 30°の傾斜層と地表面から水平基盤までの深さが 150 m の水平層によって構成されており、基盤が表層を囲むような構造となっている。解析の対象は、表層側では傾斜層の端部から 2500 m まで、基盤側では 150 m までとする。境界要素は解析対象区間の外側に入射波長の 2 倍の地点まで設けることにして、地表面および表層と基盤の境界面を長さ 10 m の要素で離散化する。解析では、平面 SH 波が基盤から  $\theta = 0^\circ$  および  $45^\circ$  の角度で入射する場合を扱う。

### (1) 地表面変位応答と波数スペクトル

波動解析から得られた地表面変位応答とその波数スペクトルを Fig.6, 7 に示す。Fig.7 に示す波数スペクトルは表層部分 ( $x=0 \sim 2500$  m) の地表面変位応答から求めている。図中の・印は式(4)から求めた Love 波の波数を示す。

まず、Fig.6に示した地表面変位応答を見ると、基盤では応答が一定であるのに対し、表層では波を打ったように応答が変化している。傾斜層がない水平二層地盤であれば表層の応答は一定である。したがって、表層に見られる応答の山・谷は傾斜層の存在によって生じるものと考えられる。また基盤側の応答はほぼ一定であるから、傾斜層からの影響を殆ど受けないものと考えられる。

一方、Fig.7に示す波数スペクトルを見ると、スペクトルのピークは、周波数の変化に対して連続的に変化しており、スペクトルの卓越する波数と周波数の間に対応関係のあることが読み取れる。このようなスペクトルの

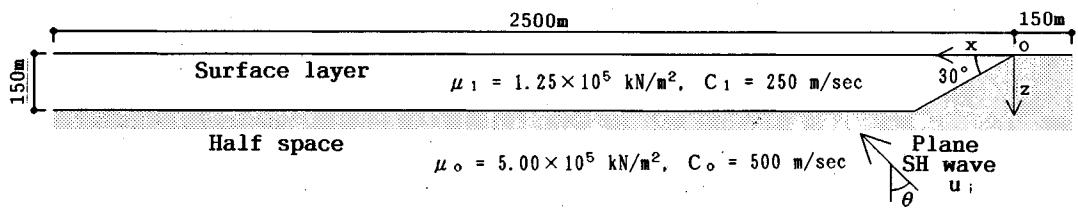


Fig.5 A model to be analyzed

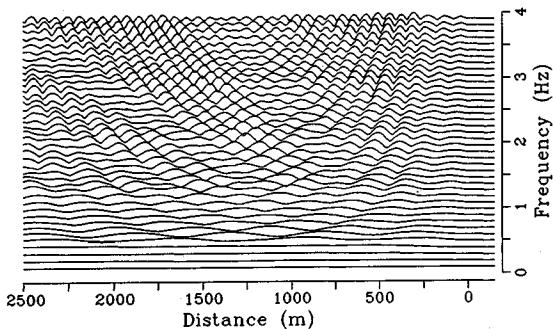
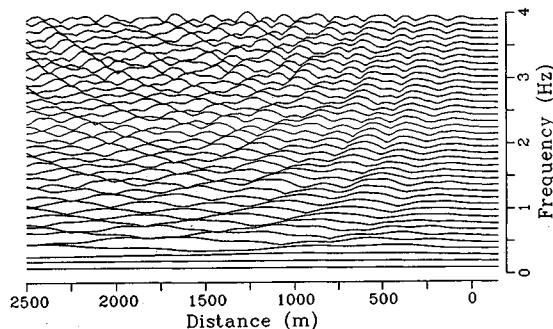
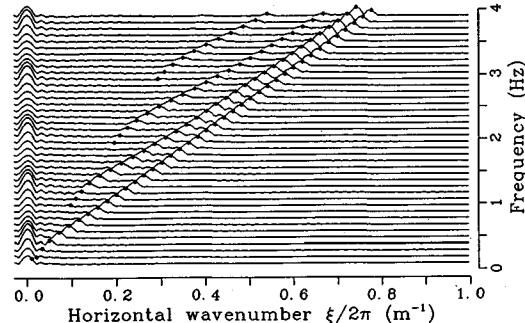
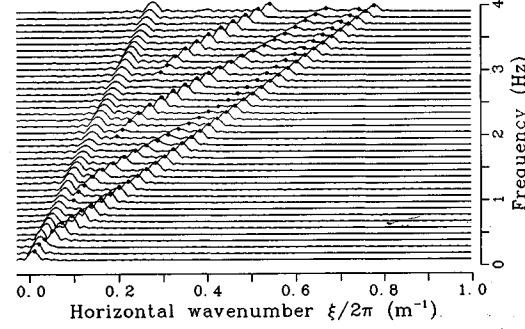
(a)  $\theta=0^\circ$ (b)  $\theta=45^\circ$ 

Fig.6 Surface displacement amplitude

(a)  $\theta=0^\circ$ (b)  $\theta=45^\circ$ 

• Love wave

Fig.7 Wavenumber spectrum of surface displacement ( $x=0\sim 2500$  m)

ピークを左側から順に見て行く。

まず、最初のピークは周波数と波数の間に線形の関係が見られるため、このピークを示す波動は周波数によらず水平方向の位相速度が一定であることがわかる。これらのピークを結んで算出される水平方向の位相速度は、入射波が $0^\circ$ で入射した場合で無限大、また、 $45^\circ$ 入射の場合で $707 \text{ m/sec}$ となり、水平基盤下方からの入射波の水平方向の位相速度に一致する。したがって、最初のピークは水平基盤下方から入射した波動の寄与を示す。

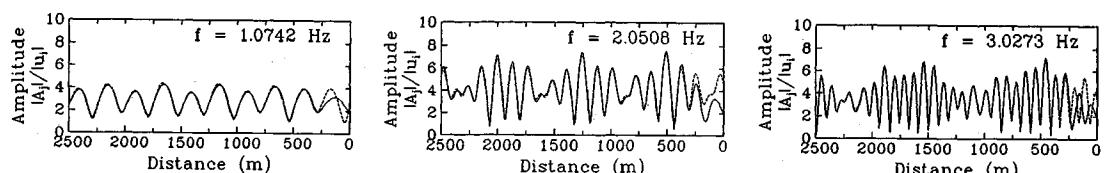
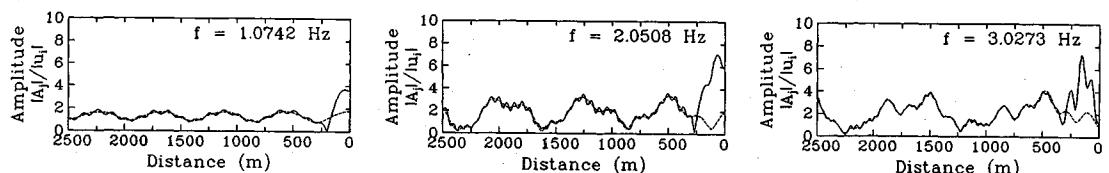
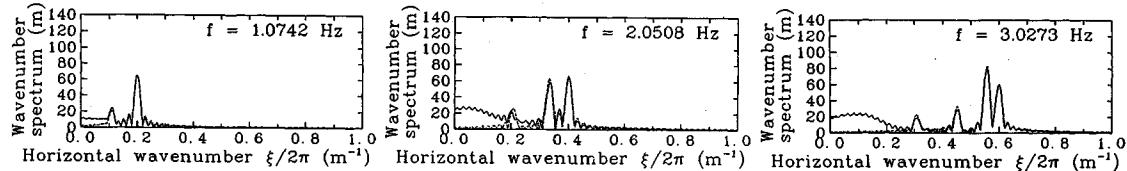
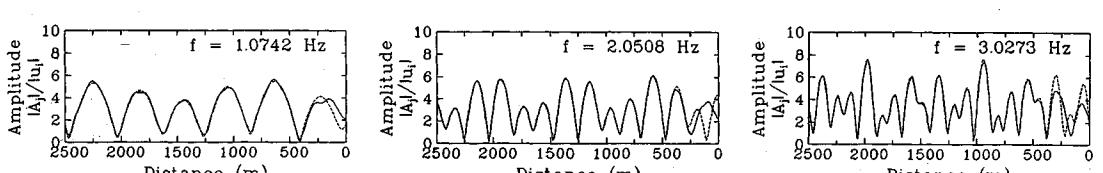
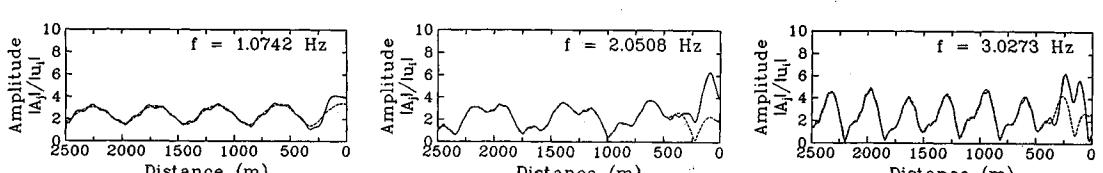
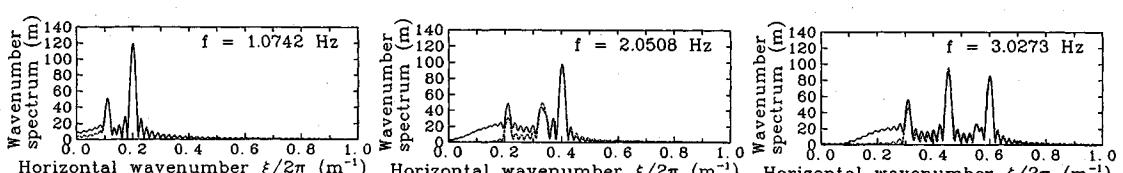
最初に現れるピークが水平基盤から入射した波動によるものであるから、これよりも右側に現れるピークは、傾斜層で発生する波動によるものである。これらのピークには、周波数と波数の間に線形の関係は見られず、代わって分散性が見られる。さらに、これらのピークを示す波数は Love 波の特性方程式から求められる波数と良く一

致している。したがって、傾斜層から水平層に向かって伝播する波動には、Love 波と密接な関連があることが予想される。しかし、ここでは傾斜層を有する地盤を対象にしており、スペクトルのピークは傾斜層の影響を受けている可能性も考えられる。以降では、前章で示したモード展開手法を用いて、このような問題を考察し、傾斜層で発生する波動の性質を明らかにして行く。

## (2) モード展開手法による解析結果

Fig.6, 7 に示す波動解析結果から地表面変位応答をモード展開する。上述のように、傾斜層で発生する波動は Love 波に関連すると考えられるので、ここでは Love 波に対応するモードに着目した解析を行う。

モード展開手法によって得られた傾斜層で発生する波動の地表面変位応答とその波数スペクトルおよび水平基盤から入射する波動を加えた全波動による地表面変位応

(a)  $\theta = 0^\circ$ (b)  $\theta = 45^\circ$ 

----- Modal expansion ----- Wave propagation analysis (BEM)

Fig.8 Comparison of the results between the modal expansion  
and the wave propagation analysis (BEM)

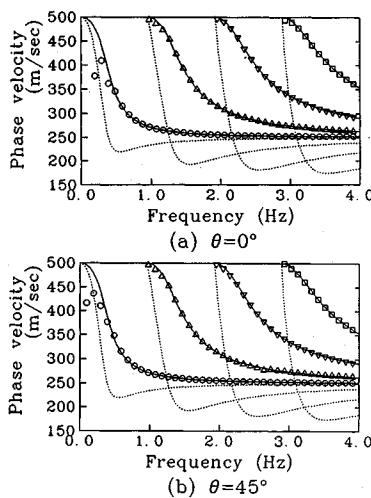


Fig.9 Phase velocity  
 — Phase velocity of Love wave  
 - - - Group velocity of Love wave  
 ○ 0-th mode ▲ 2-nd mode  
 △ 1-st mode ◇ 3-rd mode

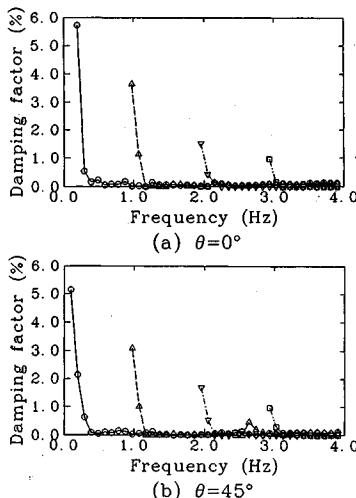


Fig.10 Damping  
 ○ 0-th mode ▲ 1-st mode  
 △ 2-nd mode ◇ 3-rd mode

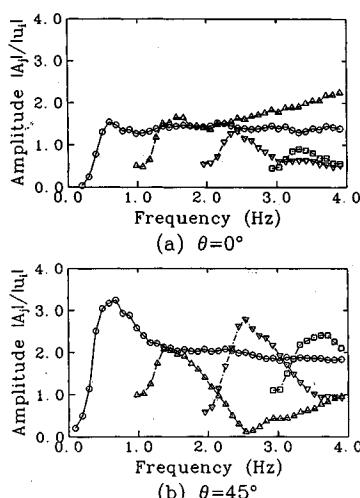


Fig.11 Amplitude  
 ○ 0-th mode ▲ 1-st mode  
 △ 2-nd mode ◇ 3-rd mode

Fig.9 Phase velocity

Fig.10 Damping

Fig.11 Amplitude

答を波動解析の結果と共に Fig.8 に示す。

Fig.8 によれば、モード展開手法から求められた地表面変位応答は、水平層において波動解析の応答に良く一致している。また、モード展開手法による波数スペクトルは、Love 波に対応する成分について、波動解析によるスペクトルと良く一致している。これらの結果はモード展開が精度良く行われたことを示している。したがって、水平層を伝播する波動と Love 波との対応については、モード展開の結果を用いた考察が可能であると考えられる。

ところで、ここでは Love 波モードに着目したモード展開を行っているので、波動解析結果との違いにも注意する必要がある。まず、地表面変位応答については、傾斜層において両者の結果に違いが見られる。このことは、Love 波の発生が傾斜層ではなく水平層で起こることを示唆している。一方、波数スペクトルでは、Love 波に対応しない成分が波動解析結果に見られる。このスペクトル成分のピークは形状が低くなだらかな点に特徴があり、式(13)より減衰の大きな波動を示していると考えられる。したがって、傾斜層での応答の違いはこの波数スペクトル成分の有無に対応することが予想される。

前述のように、Love 波以外の波動は、水平層において干渉により打ち消されるので、このスペクトル成分の減衰は波動の干渉によって生じるものと捉えることもできる。こうした視点に立つと、このスペクトル成分が示す波動は、傾斜層で発生し水平層では干渉によって消滅する Love 波以外の波動であると考えられる。また、地表面変位応答が傾斜層付近で Love 波モードで表しきれない理由は、このような波動の影響を受けるためと考え

られる。

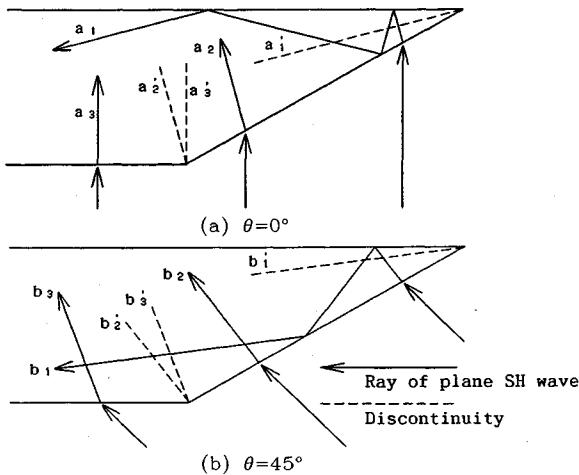
### (3) 水平層を伝播する波動と Love 波の関連

ここでは、先のモード展開の結果から水平層を伝播する波動と Love 波の関連について考察する。

モード展開手法から求められた波数を水平方向の位相速度に直して Fig.9 に示す。さらに、ここには比較のために Love 波の位相速度と群速度も加えておく。Fig.9 より、モード展開手法で得られた位相速度は殆どが Love 波の位相速度に等しい。したがって、水平層を伝播する波動は Love 波が主体であると考えられる。しかし、基本モードが現れ始める付近では、モード展開手法による位相速度と Love 波の位相速度の間に違いが見られる。その理由は、基本モードが出現する付近では、波動の波長が表層の層厚に対して極めて長いために、地表面応答に含まれる表層の影響が少なく、Love 波が形成されにくことによるものと考えられる。

次に、モード展開手法で得られる減衰定数を Fig.10 に示す。Fig.10 より、Love 波モードが現れ始める付近では、モードの減衰定数は大きい。したがって、これらは減衰する波動を示している。周知のように Love 波は減衰することはないため、これらの波動は Love 波とは異なる。しかし、周波数が高くなると減衰定数は小さくなる。

モードが現れ始める時の Love 波は、水平層内を臨界角で全反射する SH 波に相当する。この時、基盤内の振幅は鉛直下方に向かって減少することはなく一定となる。このことは、傾斜層で発生する波動の影響が基盤の深部にまで及ぶことを意味する。したがって、傾斜層から伝播してくる波動からはこのような Love 波が発生し



**Fig.12** Reflection and discontinuity in the dipping layer

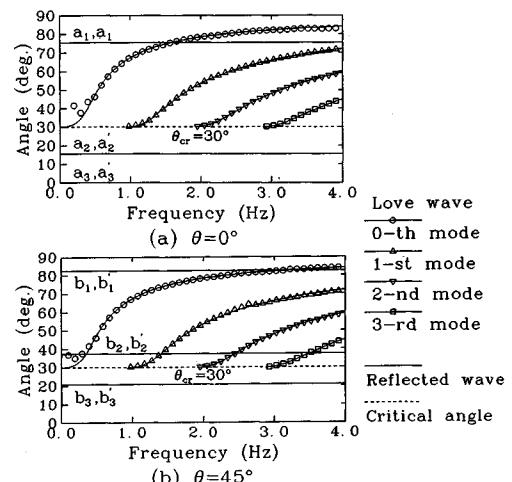
にくい。一方、周波数が高くなると、Love 波の振幅は基盤内で減少するようになり、エネルギーは水平層に集中するようになる。すなわち、傾斜層から伝播してくる波動は水平層で Love 波を形成しやすくなる。モード展開手法による結果はこうした状況を反映したものと考えられる。

さらに、Fig.11 にはモード展開手法によって得られた各モードの振幅を示す。Fig.11 を見ると、モードが出現した後、振幅は急激に増加してピークを形成することがわかる。こうした様子は平面 SH 波の入射角に関わらず、すべてのモードに共通して見られる。また、モード振幅がピークを示す周波数は、Fig.9 に示した Love 波の群速度が停留する Airy 相付近の周波数に対応していることがわかる。ところで、Love 波は Airy 相付近で振幅が大きくなる<sup>9)</sup>ことが知られている。したがって、Fig.11 に示したモード振幅のピークは Love 波としての性質を表しているものと考えられる。また、これらのピークを平面 SH 波の入射方向に分けて見ると、 $0^\circ$  入射の場合のピークに対して  $45^\circ$  入射のピークがどのモードについても高い値を示している。したがって、Love 波モードの励起は平面 SH 波の入射方向によって異なるものと考えられる。なお、この問題に関しては後章でさらに考察を進める。

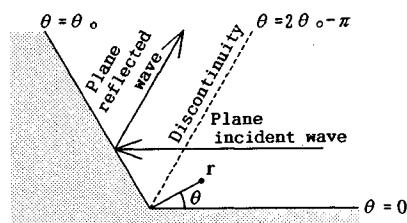
以上の結果を整理すると、傾斜層で発生する波動は水平層において Love 波としての性質を持つと考えて良い。また、これらの結果は 2 章の検討結果とも一致する。しかし、こうした議論は傾斜層においては成立しない。

## 5. Love 波発生機構についての考察

これまでの議論から、傾斜層で発生する波動は傾斜層において Love 波を形成するのではなく、傾斜層で発生する波動の中の Love 波の波数に一致する成分が、水平



**Fig.13** Comparison between plane reflected wave and Love wave



**Fig.14** Wedge-shaped model

層において增幅的干渉を受ける結果、Love波になるものと考えられる。ところで、傾斜層で発生する波動は傾斜層内を多重反射する平面波と回折波によって表せる<sup>23)</sup>ことが知られている。ここでは、傾斜層における多重反射波や回折波と水平成層で定義されるLove波の関連性に着目してLove波の発生機構について考察する。

### (1) 多重反射波と Love 波の関係

まず、Fig.12 に傾斜層で発生する多重反射波の波線と不連続面の位置を示す。傾斜層で発生する多重反射波は図中の波線に従って水平層を伝播する。このような多重反射波と Love 波の関係を調べるために、Fig.9 に示した Love 波の位相速度を次式に示すように水平基盤に対する全反射 SH 波の入射角に直して Fig.13 に示す。

ここに,  $\theta_L$  は全反射 SH 波の入射角,  $C_L$  は Love 波の位相速度を示す。さらに, Fig.13 には水平基盤に対する多重反射波の入射角も加えておく。Fig.13 に示すように、多重反射波は周波数によって伝播方向が変化する所以ないので角度は常に一定である。一方、Love 波モードは臨界角で現れ周波数の増加と共に  $90^\circ$  に近づく。

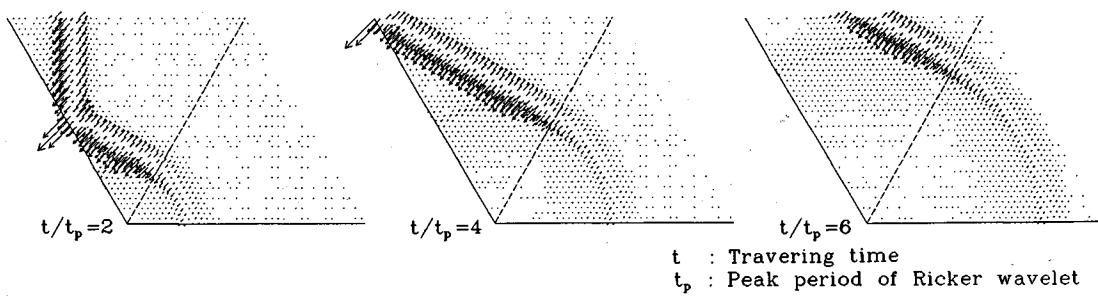


Fig.15 Propagation of diffracted wave

多重反射波から Love 波が形成されるためには、Love 波に一致する成分が多重反射波に含まれていなければならぬ。これから判断して、多重反射波から Love 波が形成されるのは、Fig.13 における多重反射波と Love 波が一致する交点以外に存在しない。ところが、Fig.13 はまた、多重反射波が Love 波に一致しない場合でも Love 波が存在することも示している。このような Love 波は多重反射波からは発生したとは考えられない。以上により、Love 波の発生要因を多重反射波に求めるだけでは不十分であると考えられる。

## (2) 回折波と Love 波の関係

はじめに Fig.14 に示すくさび状のモデルを用いて、回折波の基本的な性質を把握しておく。Fig.14 では、平面 SH 波が  $\theta=0$  で入射すると  $\theta=\theta_0$  で平面反射波が発生する。この時、図中の破線で示すように、 $\theta=2\theta_0-\pi$  に沿って変位と応力の不連続面が形成されるが、同時にこの不連続面を打ち消すような回折波が発生する。この問題に対して Sato<sup>8)</sup> は次式に示す解を導いている。

$$u(r, \theta) = A_0 \frac{\pi}{\theta_0} [J_0(kr) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi \theta \cdot J_{n0}(kr) \times \exp\left(i \frac{n\pi}{2}\right)] \quad (17)$$

ただし、 $n_0 = n\pi/\theta_0$

$$k = \omega/C$$

ここに、 $A_0$  は入射波振幅、 $C$  は媒質の S 波速度を示し、 $J_{n0}(\ )$  は第 1 種  $n$  次の Bessel 関数を示す。式 (17) は平面入射波、平面反射波および回折波によって構成されている。ここでは Ricker wavelet<sup>4)</sup> を用いて、式 (17) から時間領域の応答を求め、回折波の基本特性を調べる。

Fig.15 に  $\theta_0=120^\circ$  の場合の結果を示す。ここから、回折波の波面はくさびの中心（不連続面の始点）から同心円状に広がる様子が見られる。また、Sato が指摘するように、回折波の振幅は不連続面近傍で大きく、そこから離れるにつれて小さくなることもわかる。

Fig.15 に示したように、回折波は不連続面の形成に伴って発生することから、Fig.12 に示す不連続面で発生する回折波も上述の性質を有すると考えられる。次に

こうした性質を持つ回折波が水平層を伝播する場合について考えてみよう。

まず、不連続面の始点から放射状に伝播するという性質に着目すると、回折波には Fig.13 に示した Love 波モードが存在する範囲 ( $\theta_c \sim 90^\circ$ ) 内の成分が連続的にすべて含まれることがわかる。すなわち、回折波は Love 波モードに一致する成分を常に含むことになる。このことは回折波による Love 波発生の可能性があることを示している。そこで、本論文では Love 波発生のひとつつの要因を次のように考える。傾斜層で発生した回折波が水平層に向かって伝播すると、回折波に含まれる Love 波モードに一致する成分が、增幅的干渉により、Love 波に成長する。

ところで前章では、基盤下方から入射する平面波の入射方向によって、Love 波のモード振幅の励起が異なることを示した。上述のように、Love 波は回折波の伝播が要因となって発生すると考えられるので、ここでは Love 波モードの励起を回折波の性質と関連づけて考察する。

Fig.13 によると、多重反射波の中で水平層内を全反射しながら伝播する波動は、 $0^\circ$  入射の場合には  $a_1$  であり、 $45^\circ$  入射の場合には  $b_1$  と  $b_2$  である。このうち多重反射波  $b_2$  は、Fig.9 に示した Airy 相付近で Love 波モードに一致することがわかる。ここで、不連続面近傍では回折波の振幅が大きいことに注意すると、多重反射波  $b_2$  に伴って発生する回折波の振幅も Fig.12 に示す不連続面近傍では大きいと考えられる。すなわち、 $45^\circ$  入射の場合、Airy 相付近の Love 波モードの振幅が大きくなる理由は、不連続面  $b_2$  近傍の回折波の成分によって励起されるためであると考えられる。一方、 $0^\circ$  入射の場合には Airy 相付近でこのような回折波は存在しないため、 $45^\circ$  入射の場合と比べて、Love 波モードの励起は小さい。

本論文では、Love 波の発生機構を傾斜層で発生する多重反射波と回折波に関連づけて考察を行った。しかし、この問題については、今後、別の角度からの検討も必要であると考えられる。

## 6. 結 論

本論文では、境界要素法による波動解析の結果から卓越する水平方向の波動成分を識別し、傾斜層を有する地盤を伝播する波動と Love 波の関連について考察した。さらにその結果に基づいて Love 波の発生機構についても言及した。これらの結論をまとめると以下のようになる。

- (1) 本論文で示したモード展開手法を用いることにより、周波数領域の波動解析で得られる地表面応答から精度良く波動を識別することができる。
- (2) 傾斜層で発生した波動は、水平層で主に Love 波としての性質を有する。これは水平層を伝播する波動のうち、增幅的干渉を受けて減衰しない波動が Love 波のみであることに起因している。
- (3) 傾斜層付近の波動は Love 波モードのみで表すことができない。このことは傾斜層で発生する波動が傾斜層で Love 波を形成するのではなく、水平層で Love 波に成長することを示している。
- (4) 水平層を伝播する波動の中には、Love 波はない減衰性を有する波動も見られる。このような波動はモードが現れ始める付近で見られるが、周波数の増加と共に減衰定数は小さくなり Love 波としての性質を持つようになる。
- (5) Love 波は多重反射波から発生しない場合でも存在する。したがって、Love 波発生の要因を多重反射波に求めるだけでは不十分である。
- (6) Love 波発生のひとつの要因は傾斜層で発生する回折波にあると考えられる。その理由は、回折波があらゆる波数成分を連続的に有する結果、この中には Love 波モードに一致する成分が常に含まれるためである。
- (7) 水平層における Love 波モードの励起は傾斜層で発生する回折波の性質と関連づけて捉えることができ

る。すなわち、回折波の振幅は不連続面近傍で大きいため、不連続面近傍の回折波成分によって励起される Love 波のモード振幅は大きくなる。

**謝 辞：**本研究をまとめるにあたり、東京理科大学講師（元 佐藤工業株）東平光生氏から貴重な助言を数多く頂きました。ここに記して深く感謝の意を表します。

### 参 考 文 献

- 1) 例えは、鳥海勲：堆積層表面波の構造について（大阪平野の場合），第 14 回地盤震動シンポジウム，pp. 69～74, 1986.
- 2) Ishii, H. and R. M. Ellis : Multiple reflection of plane SH waves by a dipping layer, Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 60, pp. 15～28, 1970.
- 3) 丹羽義次・廣瀬壯一：傾斜層を有する地盤における理論的地震動解析，土木学会論文報告集，第 337 号，pp. 57～66, 1983.
- 4) Bard, P.-Y. and M. Bouchon : The Seismic Response of Sediment-Filled Valleys, Part I. The Case of Incident SH Waves, Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 70, pp. 1263～1286, 1980.
- 5) Aki, K. and K.L. Larner : Surface Motion of a Layered Medium Having an Irregular Interface due to Incident Plane SH Waves, Jour. Geophys. Res., Vol. 75, pp. 933～953, 1970.
- 6) 木下繁夫：傾斜層内における SH 波の全反射伝播、地震、2, 38, pp. 597～608, 1985.
- 7) 東平光生・大町達夫：時間領域 FE-BE 法を用いた弾性基礎上のフィルダムの振動モード解析手法、土木学会論文集、第 416 号 / I-13, pp. 429～438, 1990.
- 8) Sato, R. : Diffraction of SH-waves at an obtuse-angled corner, Jour. Phys. Earth., Vol. 11, No. 1, p. 1～17, 1963.
- 9) 佐藤泰夫：弾性波動論、岩波書店、1978.
- 10) C. A. プレビア（神谷紀生・田中正隆・田中喜久昭訳）：境界要素法入門、培風館、1980.

(1992. 6. 19 受付)

## RELATION BETWEEN LOVE WAVE AND SCATTERING WAVE GENERATED IN A DIPPING LAYER DUE TO INCIDENT PLANE SH WAVE

Shinichi AKIYAMA

Characteristics of wave propagation in a layered medium including a dipping layer at an end under incident plane SH wave are investigated. The surface responses in frequency domain obtained from the analysis with boundary element method are expanded in a series of SH waves whose amplitude are predominantly large in terms of the horizontal wavenumber. It is found that the scattering wave generated in the dipping layer propagates as Love wave in the horizontal layer and that the Love wave is generated accompanying with the diffracted wave propagating from the dipping layer to the horizontal layer.