

骨組構造物の座屈設計法に対する提案*

倉方慶夫**・西野文雄***・長谷川彰夫****・
梶田順一*****

骨組構造物における現行の座屈設計法では座屈応力度は細長比の関数とされ、その結果座屈を支配する有効接線弾性係数も細長比の関数と扱われている。しかし現行法には論理的矛盾があり、數値計算手段が発達してきた今日においてそれが顕在化するに至った。この矛盾を解消する方法として、有効接線弾性係数とそれに付随する座屈応力度は作用軸圧縮応力度の関数であるとした座屈設計法を提案する。

Keywords : steel framed structure, buckling strength, effective buckling length, effective tangent-modulus, design rule

1. まえがき

骨組構造物を対象とした現行の座屈設計法（以下、現行法と呼ぶ）では中心圧縮材の座屈応力度 σ_{cr} を細長比 λ の関数と定め、その設計式を図-1(a) のように基準耐荷力曲線として与えている。これは単一材の耐荷力を示すものであるから、構造中の圧縮部材を等価な单一材に置き直す必要があり、その手法として有効座屈長の概念^{1),2)}がある。一般的の設計では部材剛性を弾性剛性で算定して座屈固有値計算を行い、その結果をもとに有効座屈長 l_e を算出しており、これを慣用法と略称する。これに対して「吊橋主塔設計要領（案）」³⁾では、 σ_{cr} には非弾性効果が含まれることから、それと等価な接線係数として有効接線弾性係数 E_f （以下、有効接線係数と呼ぶ）というものを導入し、この E_f で部材の曲げ剛性を算定して座屈固有値計算を行い、その結果から l_e を算出する座屈設計法（以下、 E_f 法と呼ぶ）を提案している。

図-1(a)に示すように、初期不整や残留応力の影響によって座屈応力度 σ_{cr} はオイラーの座屈応力度 σ_E より低くなる。これには、初期不整による付加曲げモーメントの影響もあるが、残留応力の存在により作用応力度が降伏応力度 σ_y に達する前に断面の一部が降伏して有効断面が減少し、そのため曲げ剛性が低下することが大きく影響する。これを断面二次モーメント I の低下ではなく、弾性係数の低下と見立てることができ、それを接線係数と呼んでいる。そのような接線係数のうち、

E_f 法で導入している E_f は中心圧縮材の終局状態における、すなわち σ_{cr} に対する接線係数である。慣用法ではこの E_f は陽な形で現れないが、図-1 (a) の基準耐荷力曲線を用いているのであるから、それを暗黙の内に E_f 法と同様に定義しているといってよい。

しかし、慣用法と E_f 法とでは固有値計算における部材剛性の評価が異なるため I_e に差が生じ、設計結果にも違いを生ずる。そのため、これらは異なる設計法のように考えられてきたが、それは両者ともに運用に問題があったことによる。現行法の枠内で正しく扱えば両者の結果は一致し、有効接線係数 E_f はいずれの場合も、

と与えられる⁴⁾.

σ_{cr} は入の関数であるから、式(1)により E_f も図-1(b)に示すように入の関数となる。すなわち、図-1(a)の耐荷力曲線を用いるということは中心圧縮材の耐荷力試験の終局状態を再現することに外ならないから、 E_f は作用軸圧縮応力度 σ_c とは無関係な接線係数となり、構造中の全部材に軸力だけが作用するとしたときの最高応力度である σ_{cr} に対して E_f が算定される。

地震国である我が国においては、鋼製橋脚柱あるいは吊橋や斜張橋の鋼製主塔など、大きな軸圧縮力が作用する構造物にあっても、軸力よりも曲げモーメントに対しても必要とされる部材断面積の方が大きくなることが多い。そのような場合も、有効座屈長を用いる限りは曲げモーメントに対する断面積の増加分にも軸力を負担させ、構造部材が軸力だけを受けるとした応力状態での最高荷重下の応力度 σ_{cr} に対して E_f を算定することになる。しかし、曲げ応力度 σ_b が存在すれば、それだけ σ_c の値は制限を受けるので部材の終局状態においても σ_c は σ_{cr} に達することはない。したがって、そのときの接線係数は式(1)の E_f までには低下しないと考えられ、ここに現行法の矛盾がある。耐荷力曲線と有効座屈長を

*東京大学・工学部・土木工学科「応用力学研究報告
89-2」⁵⁾の該当部分を整理し直したものである。

** 正会員 工博 新日本技研(株)・つくば設計室長
(〒305 つくば市千種1-14-11)

*** 正会員 Ph.D 東京大学教授 工学部土木工学科

正云貢 Ph.D. 東京大学教授 工学部土木工学科
****故人(丁博 東京大学教授 工学部土木工学科)

***** 故人（工博 東京大学教授 工学部工学科）
***** 正会員 工修 新日本技研（株）・広島事務所 主任設計
員

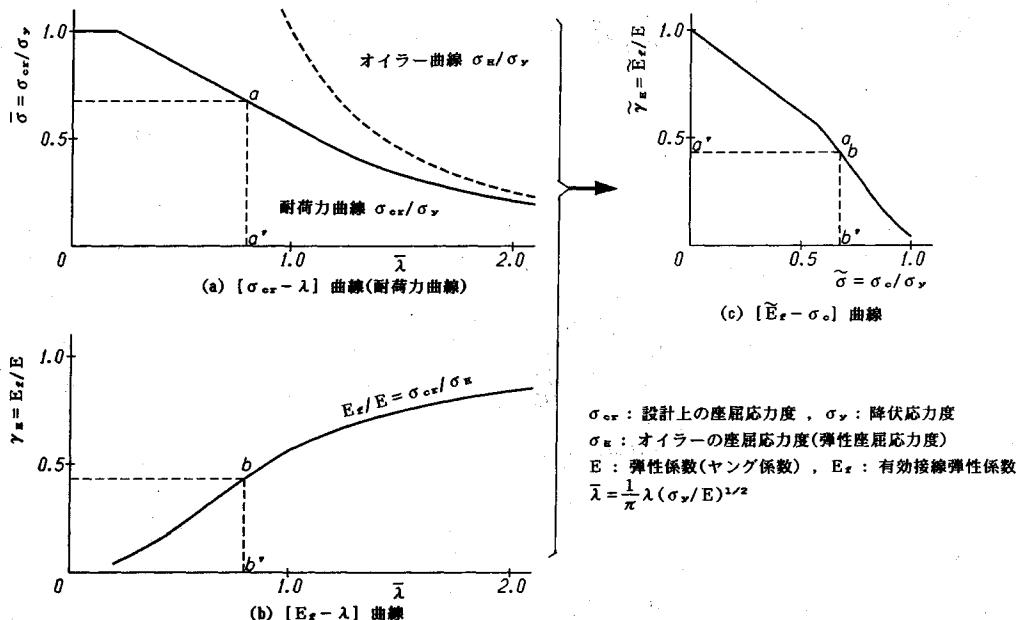


図-1 中心圧縮材の耐荷力曲線と有効接線弾性係数

用いる現行法によれば、 E_f は常に式(1)で算定されるので、この矛盾を避けることができない。

そこで現行法に代わり、作用軸圧縮応力度 σ_c の関数である有効接線係数 \tilde{E}_f を新しく定義し、それを用いた座屈設計法をここで提案する。これを提案法と呼び、今後は(～)は()が σ_c の関数であることを表すとする。その \tilde{E}_f は、現行法の耐荷力曲線から、すなわち図-1の(a)と(b)から λ を消去して、(c)に示すように求めてほぼ間違いないものと筆者らは考えている。

これまで座屈固有値計算は単に有効座屈長を求めるための弾性座屈計算という扱いにすぎなかつたが、この提案法では部材剛性は \tilde{E}_f を用いて算定するので、有効座屈長を用いることなく、座屈固有値計算から直接的に座屈応力度 $\tilde{\sigma}_{cr}$ が求められる。他に比べ軸圧縮力が小さい部材では往々にして有効座屈長が不適に長く算定されることがあったが、そのような扱いに不明確さのある有効座屈長を座屈設計法から排除できる。ただし、提案法を一般の骨組構造の設計に適用するためには、安全率や荷重係数に対する新たな検討が必要となるが、それらの具体的な数値については今後の課題として残した。

以下、議論を簡単にするため、対象を平面骨組構造に限定して記述する。

2. 有効接線係数の定義と相関式の修正

いま、断面構成は同じで長さだけを変えた一連の中心圧縮材の耐荷力試験を行ったとする。当然ながら長い部材ほど低応力で崩壊する。図-1(a)に示すように、この試験結果をこれまで細長比 λ をパラメータとし

て、

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\lambda}) = \sigma_{cr}(\lambda)/\sigma_y \dots \dots \dots (2)$$

と整理してきた。ここに、 σ_y は降伏応力度であり、

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \lambda (\sigma_y/E)^{1/2} \dots \dots \dots (3)$$

である。その結果、現行法では有効接線係数 E_f は細長比の関数として式(1)で表され、それを

$$\tilde{\sigma}_E = E_f/E = \bar{\sigma} \bar{\lambda}^2 \dots \dots \dots (4)$$

と無次元化して示すと図-1(b)となる。

しかし見方を変えると σ_{cr} は崩壊時の作用軸圧縮応力度 σ_c であり、図-1(c)に示すように、その σ_c とそのときの有効接線係数 \tilde{E}_f の関係として整理することができるはずである。すなわち、式(2)と(4)から λ を消去すると γ_E と σ の関係式が

$$\gamma_E = \gamma_E(\bar{\sigma}) \dots \dots \dots (5)$$

と求まるが、このときの $\bar{\sigma}$ は作用軸圧縮応力度 σ_c を、 γ_E はその σ_c に対応する \tilde{E}_f を表し、

$$\bar{\sigma} = \sigma_c/\sigma_y, \tilde{\sigma}_E = \tilde{E}_f/E \dots \dots \dots (6 \text{ a, b})$$

と置くとき、式(5)の γ_E を $\tilde{\sigma}_E$ に、 $\bar{\sigma}$ を $\tilde{\sigma}$ に置き換え、

$$\tilde{\sigma}_E = \tilde{\sigma}_E(\tilde{\sigma}) = \tilde{E}_f(\tilde{\sigma})/E \dots \dots \dots (7)$$

と表せるはずである。これを今後は $[\tilde{E}_f - \sigma_c]$ 曲線と呼ぶことにする。

このようにすれば、構造 L (骨組および部材断面積 A と断面2次モーメント I)と荷重 P をもとに構造解析を行って軸力 N を求めると、その軸方向応力度 σ_c を用いて式(7)から \tilde{E}_f が算定でき、座屈固有値 \tilde{k}_f が

$$\tilde{k}_f = \tilde{k}_f(\tilde{E}_f, L, N) \dots \dots \dots (8)$$

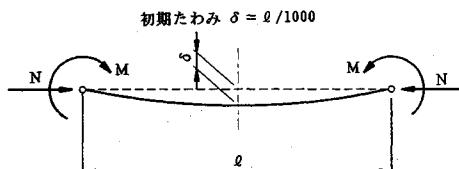
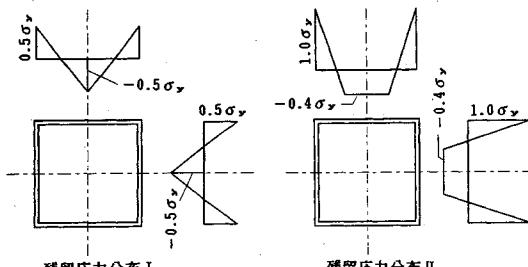


図-2 相関値の計算モデル

と求められる。これより座屈軸力 \tilde{N}_{cr} は、有効座屈長を用いることなく、直ちに

と算定できる。

またこれに伴い、現行法における最大強度の相関式、

$$\frac{N}{N_{cr}} + \frac{M}{M_u(1 - N/N_E)} = 1.0 \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

は、次のように設定し直す必要がある。

ここに、

M:作用曲げモーメント（原則として、部材力 N と M は有限変位解析によって算出する）

$$\tilde{N}_u \begin{cases} = \tilde{N}_{cr}, (\tilde{N}_{cr} < N_y \text{ のとき}) \\ = N_y, (\tilde{N}_{cr} \geq N_y \text{ のとき}) \end{cases} \dots \quad (13)$$

N_u : 降伏軸力

M_ν : 終局曲げモーメント

3. 提案の相関式の数値上の検証

有効接線係数 \tilde{E}_f は軸圧縮応力度 σ_c の関数であるという前提のもとに、式(11)の最大強度の相関式(以下、これを提案式と呼ぶ)を提案した。その数値上の検証を既往の資料を用いて行う。

依田・薬師寺⁶⁾は、等板厚の薄肉正方形箱型断面の単純支持梁を対象として、軸圧縮力と曲げモーメントの相関値を算定している。その計算条件を図-2に示すが、2種の残留応力分布と $I/1000$ の初期たわみを設定している。この残留応力分布Ⅰと同一条件で耐荷力曲線を計算した結果が文献⁷⁾の図-11に示されており、依田らの結果もそれと合致するという報告である。そこで、こ

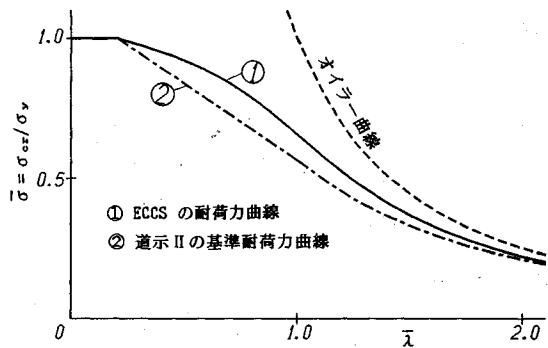


図-3 耐荷力曲線

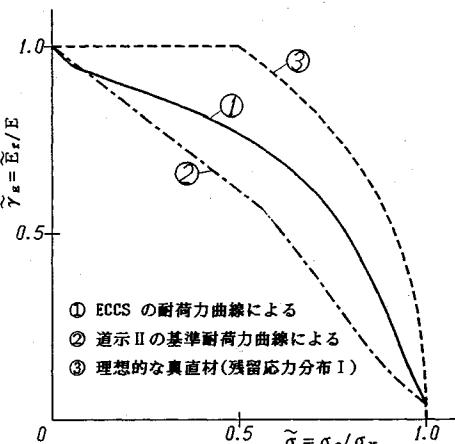


図-4 $[\tilde{E}_c - \sigma_c]$ 曲線

これらの結果を利用して提案式の数値上の検証を行う。ただし文献 7) の耐荷力曲線はグラフで示されており、数値は示されてないので Eurocode 3 の耐荷力曲線式⁸⁾

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_y} = \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} [1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2 - [(1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2)^2 - 4\bar{\lambda}^2]^{1/2}] \dots \dots \dots (14)$$

と図上で整合させてみたところ、

とすれば、それと良く一致する。そこで、上式の耐荷力曲線を用いて提案法の検証を行う。これを今後 ECCS の耐荷力曲線と呼び、参考として道路橋示方書 II⁹⁾（以下、道示 II と略記する）の耐荷力曲線も併記して図-3 に示す。また、これらの耐荷力曲線から $[\bar{E}_f - \sigma_c]$ 曲線を算定した結果を図-4 に示す。図-4 の曲線①は ECCS の耐荷力曲線から算定したものであり、曲線②は道示 II から算定したものである。

ところで、 \tilde{E}_f は σ_c の関数であるとしているが、それは初期不整のある単一材の耐荷力曲線をもとに図-1に示すように算定するのであるから、 \tilde{E}_f には付加曲げモード

メントの影響が含まれている。いま、等板厚で正方形箱型断面の部材を想定し、図-2の残留応力分布Ⅰが存在するものの、理想的に真直で中心圧縮状態にあるとする。曲げ剛性を等価にする有効接線係数 \bar{E} は図-4の曲線③となる。曲線①と③の差が初期不整による付加曲げモーメントの影響と考えられる。

さて、提案式の検証を行うにつき、単一材であるので有限変位の影響は従来の略算によるものとし、ここでは式(11)を

$$\frac{N}{\tilde{N}_u} + \frac{M}{M_u(1 - N/\tilde{N}_{Et})} = 1.0 \quad \dots \dots \dots (16)$$

と表す。上式においては N と M は図-2 の部材端力を表し、 \tilde{N}_E は部材中央点の曲げモーメントの増幅率を算定するための仮想の座屈軸力である。この \tilde{N}_E の算定方法は今後さらに検討しなければならないが、次に説明するような、ある接線係数 \tilde{E}_t を用いて、

と算出できると考えられる。この接線係数 \tilde{E}_t には、部材が耐荷力を失い、大きく変形した状態の有効接線係数 \tilde{E}_f ではなく、その直前の状態の接線係数を当てるのが良いように思える。そこで、 \tilde{E}_t は図-4 の曲線①と③の中間で曲線①に近い値をとるものとし、取り敢えずここで

と表せるものとしておく。ここに κ は比例定数であり、 $\kappa > 1$ と考えているが、仮に $\kappa = 1.0$ とすると、

である。

[$\tilde{E}_f - \sigma_c$] 曲線①を用いてこの提案式を計算した結果を図-5に示す。実線は $\kappa=1.1$ 、一点鎖線は $\kappa=1.0$ として計算したものである。さらに現行の式(10)による結果を破線で示した。グラフの横軸の基準値である終局モーメント M_u は全塑性モーメント M_b とした。等板厚で正方形の薄肉箱断面であるので、降伏モーメント M_y と M_b の比は $M_y/M_b = 0.889$ となる。また○や△印は依田らの精密解であり、○は M を一定に保ち N を漸増させ、△は N を一定に保ち M を漸増させて耐荷力を算定したものであるが、両者に違いは無いようである。

これらを比較すると、現行式に比べ提案式は全般的に幾分高い相関値を示し、依田らの計算値との対応は提案式の方が良く、しかも $\kappa=1.1$ の方が良い。また、いずれの相関曲線も同様の定性を示し、提案式は依田らの精密解に比べ危険な結果にはなっていないことが判る。この結果から単一部材については提案式はまず問題が無いことが理解できる。一般の骨組構造に適用しても、それは単一部材の集合であるから、同様の結果が得られるも

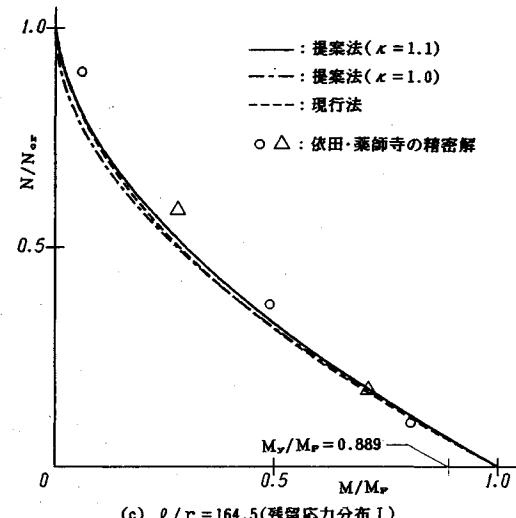
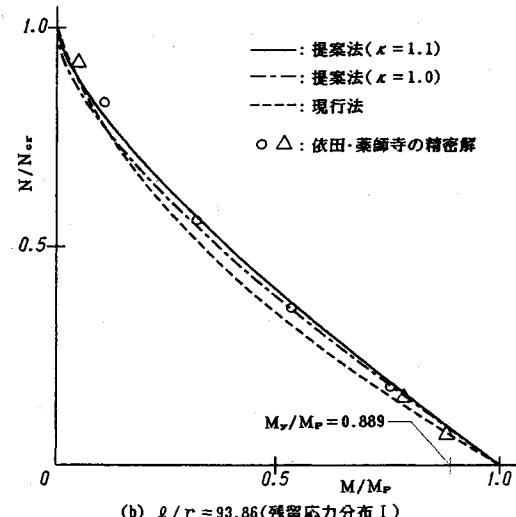
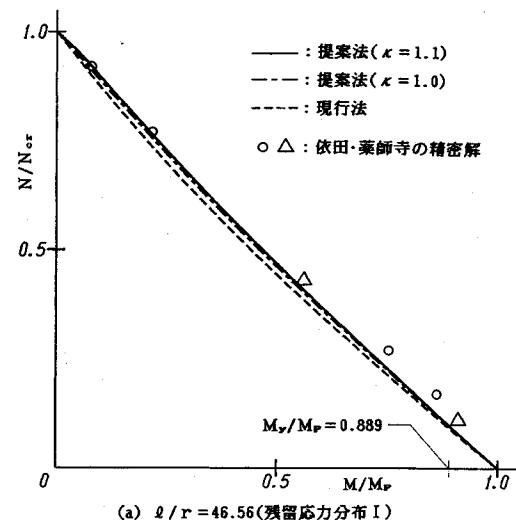


図-5 相関式と精密解の比較

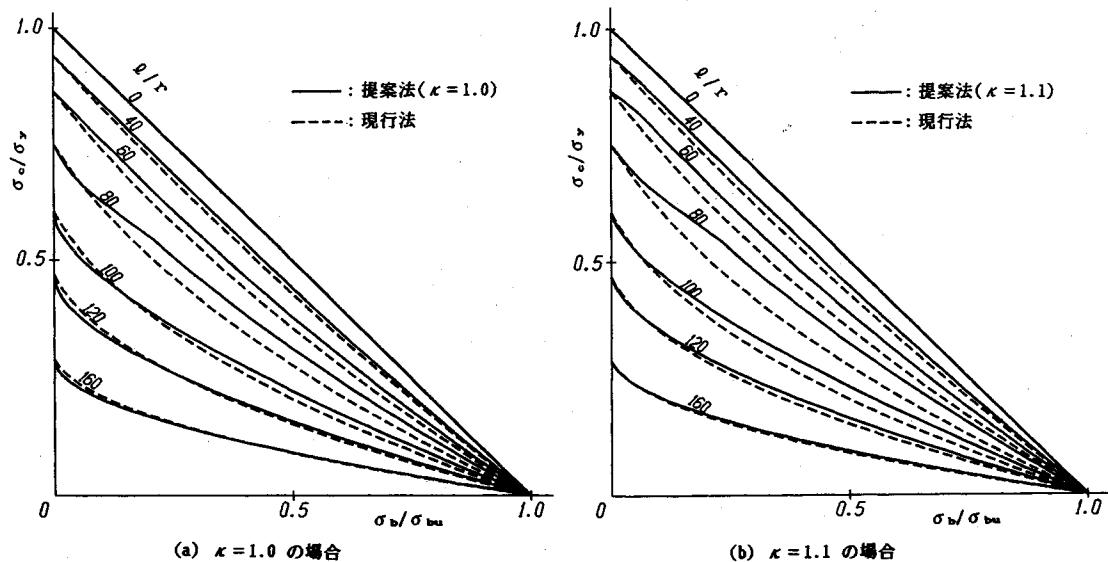


図-6 提案法と現行法の相関曲線の比較

のと考えられる。

4. 提案法と現行法の差異

式(16)の相関式を応力度表示に書き改めると、

$$\frac{\sigma_c}{\bar{\sigma}_{cu}} + \frac{\sigma_b}{\sigma_{bu}(1 - \sigma_c/\bar{\sigma}_{Ei})} = 1.0 \quad (20)$$

となる。ここに、

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{cu} &= \tilde{N}_u/A, \sigma_{bu} = M_u/W \\ \bar{\sigma}_{Ei} &= \tilde{N}_{Ei}/A \end{aligned} \quad (21 \text{ a-c})$$

であり、Wは断面係数である。

この式(20)を、図-4の $[\bar{E} - \sigma_c]$ 曲線①を用い $\kappa = 1.0$ と 1.1 について計算した結果を図-6に示す。破線は現行式によるものである。提案式は現行式に比べ全般的には高めの相関値を示す。それは、現行法では σ_c の値は細長比の関数であるから作用応力度 σ_c の値にかかわらず一定値であるのに対し、提案法では σ_c の値が減少するにつれて $\bar{\sigma}_{cr}$ 、

$$\bar{\sigma}_{cr} = \tilde{N}_{cr}/A \quad (22)$$

の値が増加することによる。なお、 $\sigma_b = 0$ のときには提案法の $\bar{\sigma}_{cr}$ は現行法の σ_{cr} と一致する。すなわち、

$$\bar{\sigma}_{cr} (\sigma_b = 0) = \sigma_{cr} \quad (23)$$

である。

このように提案式の方が全般には高い相関値を示すものの、 σ_b/σ_{bu} の値が小さいときに提案式の方が現行式よりも低い値を示す部分がある。とくに $\kappa = 1.0$ の場合で細長比 l/r がおよそ80以上になると顕著になる。それは、相関式の左辺第2項の曲げモーメントの増幅項が現行式では $1/(1 - \sigma_c/\bar{\sigma}_{Ei})$ であるのに対し、提案式では $1/$

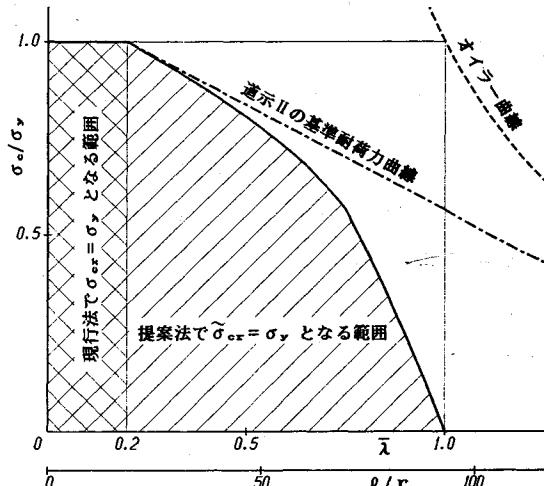


図-7 座屈応力度が降伏応力度に達する範囲

$(1 - \sigma_c/\bar{\sigma}_{Ei})$ であることにより、 σ_b/σ_{bu} が低い範囲では $\bar{\sigma}_{Ei}$ が σ_E に比べかなり小さくなるために提案式の曲げモーメント増幅項が大きくなり、 σ_b の値が低減を受けるからである。なお曲げモーメントの増幅項は、 $\bar{\sigma}_{Ei} < \sigma_E$ であることにより、提案式の方が常に大きい。

以上のことは、道示IIから求めた $[\bar{E} - \sigma_c]$ 曲線②で相関値を算定しても、同様の傾向になる。ここで、現行法と提案法の基本的な差異をより明確に表す例題として、座屈応力度が降伏応力度 σ_y に達する領域を道示IIの基準耐力曲線をもとに算定して図-7に示す。この図に示すように、

- ・現行法で座屈応力度 $\bar{\sigma}_{cr}$ が全強 σ_y に達するのは細長比パラメータ λ が $\lambda \leq 0.2$ のときであり、作用応

力度 σ_c には依存しない。

- しかし、提案法では座屈応力度 $\bar{\sigma}_{cr}$ が σ_y に達する範囲は作用応力度 σ_a が低下するにつれて拡がる。

という点が設計法の基本的な違いである。現行法では E_f の算定において、曲げ応力度 σ_b が値を持つ場合でも σ_c は σ_{cr} まで載荷できるものとして、 $\sigma_c = \sigma_{cr}$ の点で E_f が算定される。これに対し提案法では、 σ_b が作用すればその分 σ_c は低く抑えられるので σ_c は $\bar{\sigma}_{cr}$ には達し得ず、 \bar{E}_f は σ_c のもとで算定するとしている。すなわち $\bar{\sigma}_c$ は論理上で存在するものであり、それそのものを実験で直接的に確認することはできない。

また図-7から σ_c の値が低いのときに提案法の $\bar{\sigma}_{cr}$ と現行法の σ_{cr} の値にかなりの差が生ずることが想像できよう。これに対して、図-5と図-6の相関値で見ると提案法と現行法にそれほど大きな数値上の差はないよう見える。それは、 $\bar{\sigma}_{cr}$ が σ_y より大きな値になつても式(21 a)の $\bar{\sigma}_{cu}$ の上限は σ_y であるから、現行法の σ_{cr} とそれほど大きくは差が付かないからである。

5. 設 計 式

これまででは提案法における最大強度の算定について記してきたが、この章では部材設計への適用方法について考えてみる。

(1) 設計計算に用いる相関式

設計式を設定するについては安全率の定義が絡んでくるが、安全率 γ というものの解釈が現状では各人で微妙に異なる。そのため、許容応力度法であるはずの現行の道示Ⅱにも荷重係数法が取り込まれるという混乱があるようと思える。設計荷重が予測される最大の状態に設定してあり、それを超える荷重がほぼ全く無いと考えられるなら荷重係数 μ は本来は $\mu=1$ でよく、安全率 γ はその他の不確定要因に対する余裕である。本来、許容応力度設計法はこのようなものであったと思えるが、道示Ⅱでは、座屈問題やアーチ橋の終局応力状態の照査のように、材料非線形や幾何学的線形が係わる問題で荷重係数法的な考えが取り込まれている。すなわち、設計荷重に安全率を乗じた荷重を終局荷重と呼び、その荷重に対して最大強度に関する相関式で応力照査を行うという手法を取り込んでいる。このような扱いは安全率 γ そのものを荷重係数としているに等しい（これを許容応力度法と解釈している人もいる）。しかし、座屈問題を例にとって、応力度が高まるにつれ急激に有効接線係数 E_0 が低下するので、そのような扱いは現実にあり得ない苛酷な状態を設定することになる。例えば、図-4の道示Ⅱをもとにした「 $E_0-\sigma_0$ 」曲線②がら

$\sigma_c/\sigma_u = 0.50$ では $\tilde{E}_c/E = 0.614$

であるが、安全率を $\nu=1.71$ として、これを荷重係数とすると

$\nu\sigma_c/\sigma_y = 1.71 \times 0.50 = 0.855$ に対しては、

$$\tilde{E}_f/E = 0.185$$

となり、 \tilde{E}_f は1/3.3にも低下する。 \tilde{E}_f の低下はそれと同じだけの座屈耐力の低下を意味し、このように安全率を荷重係数と看なして全てのしづ寄せを荷重に集める扱いは、そのような応力状態が現実には考えられないことから論理的にも数値上でも不合理と思える。そのため、本報告では基本的には作用応力のもとで剛性を評価するという立場を探っており、

としている。しかし、 σ_c には荷重の見積り誤差が含まれ、それを超える軸圧縮応力度が作用する危険性があるとすると、上記の接線係数は

$$\left. \begin{aligned} [\tilde{E}_f]_\mu &= \tilde{E}_f(\mu\sigma_c) \\ [\tilde{E}_t]_\mu &= \kappa \tilde{E}_f(\mu\sigma_c), \text{ただし, } [\tilde{E}_t]_\mu \leqq E \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

としなければならない。ここに、 μ は荷重の変動可能成分を補正するための荷重係数である。一般に、 μ は $\mu \geq 1.0$ であるから。

となる

さて、まず最も簡単な例題として図-2の単一材の設計へ提案法を適用することを考えてみると、座屈軸力は、

$$[\tilde{N}_{cr}]_\mu = \frac{\pi^2 [\tilde{E}_f]_\mu I}{r^2} \dots \quad (27\text{ a})$$

$$[\tilde{N}_{Et}]_\mu = \frac{\pi^2 [\tilde{E}_t]_\mu I}{I^2} \dots \quad (27\text{ b})$$

七五〇

と表すとき、式(16)の相關式の設計式は

$$\frac{\nu' \cdot \mu N}{[\tilde{N}]_e} + \frac{\nu' \cdot \mu M}{M_e \{1 - \mu N / [\tilde{N}]_e\}} = 1.0 \dots \dots \dots (29)$$

となる。ここに、 ν は荷重の見積り誤差を除いたものに対する安全率である。ここで

と表すと、式(29)は次のようになる。

$$\frac{\nu N}{[\tilde{N}_v]_u} + \frac{\nu M}{M_u \{1 - \mu N / [\tilde{N}_v]_u\}} = 1.0 \dots \dots \dots (31)$$

先にも記したように、荷重が明確な場合、あるいは荷重が変動してもその変動の上限を設計荷重としている場合は、 $\mu=1$ である。荷重が設計荷重より多少上回るおそれがあり、非線形性があるため多少余裕を見込んでおきたいということであれば、 μ に1より大きい値を採用することになるが、その場合も $\mu < \nu$ でなければならない。これに対し道示Ⅱを含め一般には、式(10)の最大強度の相関式から設計式を導くときに $\mu = \nu$ としており、これには先に記したような疑問を感じる。

式(31)を応力度表示の相関式に書き改めると,

$$\frac{\sigma_c}{[\tilde{\sigma}_{ca}]_\mu} + \frac{\sigma_b}{\sigma_{ba}(1-\sigma_c/[\tilde{\sigma}_{Ei}]_\mu)} = 1.0 \quad \dots \dots \dots (32)$$

となる。ここに

$$[\tilde{\sigma}_{ca}]_\mu = \frac{[\tilde{N}_u]_\mu}{\nu A}, \quad [\tilde{\sigma}_{Ei}]_\mu = \frac{[\tilde{N}_{Ei}]_\mu}{\mu A} \quad \dots \dots \dots (33)$$

$$\sigma_{ba} = \frac{M_u}{\mu W}$$

である。

(2) 一般の骨組構造の設計への適用

ここからは一般の骨組構造の設計を対象として、提案法の適用方法について説明する。その設計フローを図-8に示す。先に式(11)において、作用断面力 N と M は有限変位解析によって求めると記述したが、設計式では簡便を考えて従来通りに曲げモーメントの増幅率 f ,

$$f=1/(1-\sigma_c/[\tilde{\sigma}_{Ei}]_\mu) \quad \dots \dots \dots (34)$$

を相関式の左辺第2項に用いて表した。

一般の骨組構造中には引張部材と圧縮部材の両方が混在するので、今後は作用軸方向応力度は σ_{Ni} と表し、その正負を区別する場合には、

σ_{ci} : 圧縮の作用軸方向応力度

σ_{ti} : 引張の作用軸方向応力度

とする。ここに、下付きの i は部材番号を表す。

図-8のステップ③において、固有値計算に用いる仮想の軸圧縮力 N_i^* を導入したが、これは可能な範囲で都合のよい方向に $[\tilde{\sigma}_{ca}]_\mu$ を調整する目的のものであり、圧縮部材で

$$|N_i^*| \geq |N_i| \quad \dots \dots \dots (35)$$

と設定する*。

\tilde{E}_f はこの仮想軸力 N_i^* の応力度 σ_{Ni}^* 、すなわち

$$\sigma_{Ni}^* = N_i^*/A \quad \dots \dots \dots (36)$$

に対して算定する。これまで圧縮部材に対する \tilde{E}_f しか定義していないが、今後は引張部材にも \tilde{E}_f を定義する必要がある。設計応力のレベルでは引張に対して $[\tilde{E}_{fi}] = E_i$ としてよいと思えるが、その検討は今後の研究に委ねたく、ここでは取り敢えず座屈荷重の算定に用いる $[\tilde{E}_{fi}]_\mu$ は一般的に次のように表せるものとする。

$$[\tilde{E}_{fi}]_\mu = \tilde{E}_f (\mu \sigma_{Ni}^* / \sigma_{yi}) \quad \dots \dots \dots (37)$$

ステップ⑤に示すように、座屈固有値解析ではこの $[\tilde{E}_{fi}]_\mu$ を用いて部材剛性を評価し、幾何剛性マトリックス K は仮想軸力 N_i^* を用いて構成する。

この条件のもとで計算した固有値を $[\tilde{k}_f]_\mu$ と表すと、座屈軸力 $[\tilde{N}_{cri}]_\mu$ は

* 文献4)で導入している固有値計算用の軸力 N^* や文献10)~12)で用いている付加軸力と同じ意味合いのものであり、実作用圧縮力 N が小さい部材の座屈軸力を高める目的の付加軸力である。

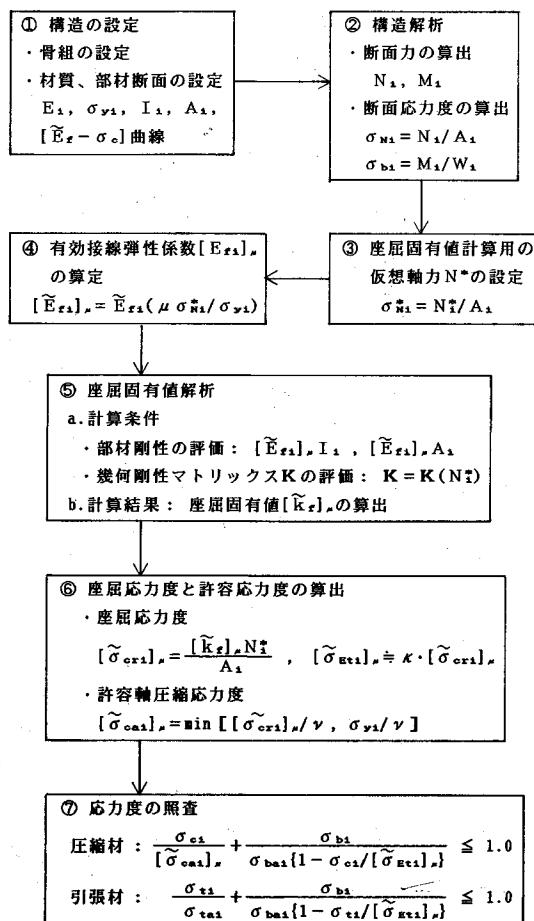


図-8 提案法による座屈設計フロー

$$[\tilde{N}_{cri}]_\mu = [\tilde{k}_f]_\mu \tilde{N}_i^* \quad \dots \dots \dots (38)$$

となり、以下ステップ⑥で許容軸圧縮応力度 $[\tilde{\sigma}_{ca}]_\mu$ が求まる。このように、ステップ⑤と⑥は仮想軸力 N_i^* に依存する場である。

式(27b)に対応する座屈軸力 $[\tilde{N}_{Ei}]_\mu$ は、これまでの前提に従えば実応力度 σ_{Ni} に対する式(25b)の $[\tilde{E}_{fi}]_\mu$ を用いて部材剛性を $[\tilde{E}_{fi}]_\mu I_i$ と算定し、かつ幾何剛性マトリックス K_t は作用軸力 N_i から

$$K_t = K_t(N_i) \quad \dots \dots \dots (39)$$

と算定して固有値計算を行い、その固有値 $[\tilde{k}_t]_\mu$ をもとに、

$$[\tilde{N}_{Ei}]_\mu = [\tilde{k}_t]_\mu N_i \quad \dots \dots \dots (40)$$

と求めることになる。しかし、設計計算において2回も固有値計算を行う必要があるので、ここでは簡略化した扱いを採用する。すなわち、座屈軸力 $[\tilde{N}_{Ei}]_\mu$ は曲げモーメントの増幅率を簡略に算定するためのものであり、本来は仮想軸力 N_i^* ではなく、実作用軸力 N_i (あるいは μN_i) の関数とするのが正しいが、 N_i^* を N_i と無関係に

表-2 提案法による断面算定例

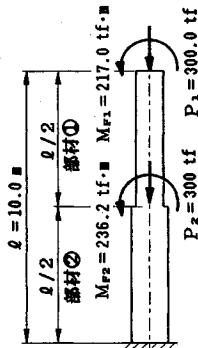


図-9 2部材の柱構造

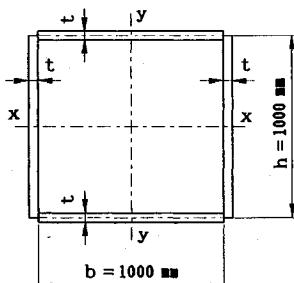


図-10 部材断面

表-1 現行法による断面算定例

		$\mu = 1.00$	$\mu = 1.71$		
		部材①	部材②	部材①	部材②
部材力	軸圧縮力 N(tf)	300.0	600.0	300.0	600.0
	曲げモーメント M(tf·in)	217.0	453.2	217.0	453.2
設計	板厚 t(cm)	1.740	3.590	1.790	3.670
	断面積 A(cm ²)	696.0	1436.0	716.0	1468.0
断面定数 (SS400)	断面二次モーメント I(cm ⁴)	1160000	2393333	1193333	2446667
	断面係数 W(cm ³)	23200	47867	23867	48933
	断面2次モーメントの比 I _z /I _x	0.4847		0.4875	
作用応力度	$\sigma_c = N/A$ (kgf/cm ²)	431.0	417.8	419.0	408.7
	$\sigma_b = M/W$ ("")	935.3	946.8	909.2	926.2
降伏に対する軸圧縮応力度の比	σ_c/σ_y	0.1796	0.1741	0.1746	0.1703
有効接線係数比	$[\tilde{\gamma}_{sl}]_s = [\tilde{E}_{sl}]_s/E$	0.8612	0.8654	0.7692	0.7749
座屈固有値	$[\tilde{k}_c]_s$	26.219		24.023	
座屈	$[\tilde{\sigma}_{cz}]_s = [\tilde{k}_c]_s \sigma_c$ (kgf/cm ²)	11301	10955	10066	9818
応力度	$[\tilde{\sigma}_{cs}]_s = \kappa \cdot [\tilde{\sigma}_{cz}]_s / \mu$ ("")	12431	12051	6475	6316
許容軸圧縮応力度	$[\tilde{\sigma}_{ca}]_s$ (kgf/cm ²)	1400	1400	1400	1400
応力照査	$\frac{\sigma_c}{[\tilde{\sigma}_{ca}]_s} + \frac{\sigma_b}{1400 \{1 - \sigma_c/[\tilde{\sigma}_{ca}]_s\}}$	1.000	0.999	0.994	0.999
曲げ剛性 の比	$\frac{[\tilde{E}_{sl}]_s \cdot I_x}{[\tilde{E}_{sl}]_s \cdot I_z}$	0.4824		0.4804	

ステップ⑦の応力照査では、通常は引張部材に対して曲げモーメントの増幅項は付与しないが、それは必ずしも正しくはないので、ここでは引張部材に対しても増幅項を考慮してある。圧縮部材においても、この曲げの増幅項は部材によって異なる値となるものであるから、本来は有限変位解析によって部材ごとに増幅率を算定すべきものであるが、先にも記したように、ここでは簡便な方法を採用して表示している。このステップ⑦で応力照査が満足されないか、あるいは余裕が大きすぎる場合は、設計断面や軸力 N^* の設定を修正して設計計算を繰り返し行う。

引張部材に対する有効接線係数の具体的な算定法など、実際に適用するには細かい点で検討や肉付けをすべきものが残されているが、以上がここで提案した座屈設計法である。この提案法は、現行法とは異なり有効座屈長は用いず、図-8 のステップ⑤と⑥から判るように座屈応力度 $[\sigma_{cri}]_\mu$ は固有値計算の結果から直接的に算定される。

6. 計算例題

図-9の2部材から成る柱構造に提案法を適用してみる。部材断面は図-10の箱型断面とし、板厚は4面とも同じとする。その他は、

設定することは実務上は有り得ないので、式(24 b)が $\kappa=1.1$ 程度であれば、

上に示した問題は無いと考える。これより

κ が $\kappa=1.1$ 程度であれば、

として十分問題は無いと考える。これより、

とする。

Q

・式(18)の $\kappa:\kappa=1.1$

・鋼材はSS400であり,

$$\text{降伏応力度 } \sigma_y = 2400 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{弾性係数 } E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$$

とし、局部座屈は考慮しないものとする。

まず、これと同一条件のもとで現行法で断面算定を行った結果を文献4)から引用して表-1に示す*. γ_E の値から、有効接線係数 E_f はヤング係数 E の約12~19%にまで減少することが判る。そのため σ_{cr} は σ_y より低下し ($\bar{\sigma} < 1.0$)、 $[\bar{\sigma}_{ca}]_\mu$ も全強 (σ_y/ν)より低下する。これに対して提案法での断面算定結果を表-2に示すが、 $\mu=1.00$ と1.71のいずれの場合も有効接線係数 E_f は E から20%前後しか低下せず、座屈応力度 $[\bar{\sigma}_{cr}]_\mu$ は σ_y を大きく超え、 $[\bar{\sigma}_{ca}]_\mu$ は全強が許容される。

このように現行法の σ_{cr} と提案法の $[\bar{\sigma}_{cr}]_\mu$ に大きな違いが生ずるのは、現行法では構造に軸力だけが作用するとしたときの最高応力度 $\sigma_{cr} (= \bar{\sigma} \cdot \sigma_y)$ に対して \tilde{E}_f を算定しているからである。表-1の例題の場合 σ_{cr} は σ_c の約5倍であるから $\mu=5$ としていることに相当し、非現実的な荷重係数を採用していることになる。

このように現行法と提案法では座屈応力度に大きな差があるものの、その上限が σ_y で抑えられるため表-2の提案法の設計断面はそれほど減少せず、表-1に比べ $\mu=1.0$ の場合で5.6%、 $\mu=1.71$ の場合で3.3%の減少でしかも、見掛けより断面は減少しない。これは曲げ応力度の存在により許容軸圧縮応力度の増加の効果が薄められたためである。

次に軸力部材の場合を考えると、 $\mu=\nu$ であれば設計断面は提案法でも現行法と変わらないが、提案法の論理を推し進めると $\mu < \nu$ のとき $[\bar{\sigma}_{cr}]_\mu > \sigma_{cr}$ となるので軸力部材でも提案法の設計断面は現行法に比べ減少する。例えば、荷重係数 μ と安全率 ν を

$$\mu=1.3, \nu=1.71$$

とする場合を考えよう。このとき、 $[\tilde{E}_f]_\mu$ の算定に用いる応力度 σ'_c は

$$\sigma'_c = \mu \sigma_c$$

であるから、降伏応力度 σ_y に対するその比率は最大で

$$\sigma'_c/\sigma_y = \mu \sigma_c/\sigma_y = \mu/\nu = 0.760$$

となる。したがって、道示IIの耐荷力曲線をもとに作成した図-7で縦軸を0.760にとると、提案法では l/r が51.9以下では $[\bar{\sigma}_{ca}]_\mu$ は全強に達し、

$$[\bar{\sigma}_{ca}]_\mu = \sigma_y/\nu$$

となる。対象とする軸圧縮部材が

$$l/r = 51.9$$

* 慣用法も E_f 法も仮定(座屈固有値計算の場)と結果(設計断面の場)の整合に注意が払われていない⁴⁾。表-1の例題は現行法によるものであるが、仮定と結果で部材間の曲げ剛比と軸力比(β)が整合するよう調整しており、文献4)の表-2から引用した。

すると、現行法と提案法の許容軸圧縮応力度の比は

$$\sigma_{ca}/[\bar{\sigma}_{ca}]_\mu = 0.804$$

となるから、提案法によれば許容応力度が20%近く高まり、その分断面が減少する。

また、この提案法の論理をさらに押し進めると、残留応力のために強度低下が生じる構造(例えば、補剛板)の断面も $\mu < \nu$ の場合には現行のものより減少できるという結論に至ることを付記しておく。

7. あとがき

残留応力や初期不整があるからとはいっても、作用応力度が小さく、それを安全率倍したとしても断面上で塑性域の広がりは生じないので、弹性座屈応力度 σ_E に比べ設計上の座屈応力度 σ_{cr} が大きく低下することに疑問を抱いた経験のある設計技術者は少なくないであろう。このような発想は極めて自然なものと思えるが、現行の設計法ではこれに応えることができていない。そのため、“座屈応力度を支配する有効接線係数は作用軸圧縮応力度に依存する”とした座屈設計法の提案を行った。

残留応力が有るもの理想的な直角部材で中心圧縮状態にあるとすると、有効接線係数 \tilde{E}_f は明らかに作用軸圧縮応力度 σ_c の関数となり、図-2の残留応力分布Iの場合それは図-4の曲線③で与えられる。しかし現実には初期不整を伴うため、その関係は図-4の曲線①で表せると筆者らは考えた。この曲線①の算定方法は図-1で説明したように初期不整の有る中心圧縮材の耐荷力曲線を基にしているが、中心圧縮材といえども終局状態では大きな曲げ変形で崩壊するので、外力曲げをうける一般的な状態に対してもその $[\tilde{E}_f - \sigma_c]$ 曲線が適用できると予測したものである。しかし、中心圧縮材の場合の初期不整による曲げ応力度はもともと σ_c によって引き起こされるものであるから、それとは別の曲げが加えられる場合に対してもその $[\tilde{E}_f - \sigma_c]$ 曲線を適用することに多少の不安を覚えたので3章で数値上の検証を行い、この仮定がほぼ間違いないことを確認した。今後は、精密な弾塑性有限変位解析を行い、詳しく崩壊時の状態を観察し、そうなる理由を調べる必要があり、その結果によっては多少の修正を加えることも考えられる。しかし、この章の初めに述べたような現行法に対する疑問に応えるためには、いずれにしろ有効接線係数は σ_c の関数として整理する以外に方法は無いと考えている。

そう扱うことによって、不明確な要素の多い有効座屈長の概念を座屈設計法から排除できる。また、現行法では引張状態から僅かでも圧縮状態に入ると部材の弾性係数は材料本来の E から細長比の関数である E_f へ変化し、そこに大きな不連続があるが、提案法では σ_c の値が大きくなるに連れて連続的に \tilde{E}_f は減少し、その最小値は現行の座屈設計法の E_f に等しくなる。すなわち、

\tilde{E}_f は、応力度の関数である接線係数本来の定義に従う。したがって、曲げ応力度 σ_b が相応に大きく作用する場合などで σ_c の値が制限されるときには \tilde{E}_f の低下は小さいので、提案法の座屈応力度 $\bar{\sigma}_{cr}$ は現行法の σ_{cr} よりもかなり大きくなる。例えば、鋼製橋脚柱や吊橋の主塔あるいは斜張橋の主桁や主塔など、軸圧縮力と同時に大きな曲げモーメントを受ける構造物では、現行法によれば σ_{cr} は σ_y より低下する場合も、提案法ではほとんどの場合 $\bar{\sigma}_{cr}$ が σ_y を大きく超える。この結果、曲げを受ける構造では $[\bar{\sigma}_{ca}]_\mu$ は初めから全強となるものとして断面設計を行い、固有値計算は単にその前提の保証のために行う程度となろう。

このように $[\bar{\sigma}_{ca}]_\mu$ は現行の σ_{ca} より大きくなるものの、曲げ応力度 σ_b が作用していれば σ_c の影響はそれだけ薄まり、また $[\bar{\sigma}_{ca}]_\mu$ の上限は σ_y/ν で押さえられるので、表-2 の例題で示したように提案法によっても設計断面は現行法に比べ 10% も減少しない。

提案法を実用に供するには、安全率 ν や荷重係数 μ 、また引張部材の有効接線係数や式(34)の曲げモーメントの増幅項を算出する際の（あるいは有限変位解析で断面力を算出する際の）接線係数 \tilde{E}_f の扱い方など、まだ検討すべき問題が幾つか残っている。そのうち最も重要な問題は安全率と荷重係数である。表-2 の例題のように、 σ_c が支配的でない一般の場合には $\mu=\nu$ としても $\mu=1.0$ としたときと結果はそれほど変わらないが、また軸力だけを受ける場合は $\mu=\nu$ とすれば提案法の結果は現行法と同じになるが、そう扱うと全く起りこり得ない荷重状態で剛性を低めて評価すると同時に、荷重係数倍された荷重に対しても応力上の安定性を求めることになるので安全性の評価が重複し、合理的とは言えない。筆者らは、式(29)～(31)で表わしたように荷重係数と安全率は目的の違う係数と考えている。すなわち、設計荷重を超過する荷重が作用する危険性があると予想されるなら、それを荷重係数 μ で補正し、その補正荷重下の応力を用いて剛性を算定し、応力の余裕の評価には安全率 ν を用いるというのが矛盾無く自然に思える。

このような材料非線形の問題だけでなく、幾何学的非線形性を有する構造物でも非線形性の度合いは作用応力の関数となるので上記と同様の問題を含んでいる。非線形性を有する構造物の取扱い方を議論することなく、荷重係数法あるいは限界状態設計法へ移行することは大変危険と考える。

参考文献

- 1) Galambos, T.V. (福本勝士・西野文雄共訳)：鋼構造部材と骨組一強度と設計一, p.167, 丸善, 1970.
- 2) 西野文雄・三木千寿・鈴木篤：道路橋示方書II鋼橋編改定の背景と運用, 第8回13章 ラーメン構造, 橋梁と基礎, 1981.10.
- 3) 本州四国連絡橋公団：吊橋主塔設計要領(案), 1980.3.
- 4) 倉方慶夫・長谷川彰夫・西野文雄：骨組構造物における現行の座屈設計法の問題点, 橋梁と基礎, 2~3, 1992.
- 5) 倉方慶夫・西野文雄・長谷川彰夫：骨組構造物の座屈設計法の問題点とその対処の方法, 東大・工学部・土木工学科, 応用力学研究報告 89-2, 1989.10.
- 6) 依田照彦・薬師寺洋輔：梁・柱部材の設計公式に関する提案, 構造工学論文集, Vol.31 A, 1985.3.
- 7) 成岡昌夫・福本勝士・伊藤鉄一：ヨーロッパ鋼構造協会連合・VIII委員会の鋼柱座屈曲線について, JSSC Vol.6, No.55 1970.
- 8) 土木学会鋼構造委員会・座屈設計のガイドライン作成小委員会：座屈設計ガイドライン, 鋼構造シリーズ2, 1987.
- 9) 日本道路協会：道路橋示方書II鋼橋編・同解説, p.117, 1990.
- 10) Nishino, F. and A. Hasegawa : A practical design for compression members and frames using eigen value analysis, Third international colloquium on stability of metal structures, held in Paris on Nov.16/17, 1983.
- 11) 竹中秀夫・長谷川彰夫・西野文雄・佐藤尚次：有効座屈長による部材設計と全体骨組み構造物の耐荷力, 土木学会第39回年次学術講演概要集I, 1984.10.
- 12) 井上純三・竹中秀夫・長谷川彰夫・西野文雄：有効座屈長を用いた部材設計の全体骨組み耐荷力に関する精度, 構造工学論文集, Vol.31 A, 1985.3.

(1991.12.11 受付)

A PROPOSAL TO REVISE THE CURRENT STABILITY DESIGN RULES FOR STEEL FRAMED STRUCTURES

Yoshio KURAKATA, Fumio NISHINO, Akio HASEGAWA and Nobukazu KAJITA

In the current rules for stability design of steel framed structures, buckling stress of a member and the effective tangent modulus governing buckling are specified as functions of slenderness ratio. However, in case of analyzing buckling strength of a complicated framed structure, there are some unreasonable problems in estimating the effective length and the effective tangent modulus by the current rules. Therefore, a reasonable method for the stability design is proposed in this paper. In this method, the effective tangent modulus that gives idealized buckling stress to be used at the interaction-strength-formula depends on acting normal stress, and the buckling stress is immediately obtained by computing the eigen value without using the effective buckling length.