土木学会論文集 No. 458／Ⅳ-18, pp. 101~109, 1993. 1

ニューラルネットワークによる資源配分を考慮したスケジューリング問題の解法

日高　誠*・湯沢　昭**・須田　熙***

建設工事のスケジューリングを作成するに際し，工期の短縮や費用の削減を行う上で適切な資源配分が要求される．従来，資源配分問題は組合せ最適化問題として定式化され，整数計画法等を用いて解析されてきた．しかし，工種数や資源量が増加するに従い，その解析は飛躍的に困難となる．本研究は資源配分問題の解析方法としてニューラルネットワーク理論の一つであるホップフィールドのエネルギー関数による組合せ最適化手法への適用可能性と問題点を明らかにするものである．

Keywords : *neural network, resource allocation, scheduling network*

1. 緒　　言

建設マネジメントの目的は，各種施設の調査・企画から計画・設計・施工・管理・運営・維持・保全に至る各段階を通して，合理的かつ効果的に建設するための技術や情報を提供することにある．したがって，その目的達成のためには各建設プロセスにおける膨大な情報の処理や各段階のおける適切な意思決定が要求されることになる．現在，建設会社の設計や情報処理部門のみならず，現場においても各種の情報処理施設が整備され，科学的かつシステマティックな計画・管理運用がなされている．これは情報処理施設の低価格化と処理機能の高度化に伴うものであるが，これらの施設を十分活用する上でも今後共各種のシステム開発が必要であることは言うまでもない．

建設工事におけるスケジューリング問題の分野においては，ネットワーク理論を中心としたシステム開発が行われてきたが，装置産業の生産工程のように作業の順序関係が技術的な側面により一意的に決定できるものではないため，そのシステム化は必ずしも十分とは言えないのが現状である．つまり，作業間の技術的先行後続関係と投入資源の配分問題を同時に考慮したスケジューリングが要求されることになる．

本研究は，建設工事において資源の投入量が制限されており，かつ複数の工種／作業間で同じ資源を使用する場合の資源配分問題を考慮したスケジューリングの作成を目的としている．この種の問題は，組合せ最適化問題と考えることにより整数計画問題として定式化することができるが，考慮すべき工種数や資源の種類およびその投入量が増加するに従い，解を求めることは飛躍的に困難となる．

組合せ最適化問題を解決する手段として最近話題となっているものにニューラルネットワーク理論の応用がある．この理論は本来，脳の情報処理メカニズムを解明することを目的としているが，一方でその優れた並列計算原理が巡回セールスマン問題等の最適化問題の解法に利用され効果をあげている．また，最近では土木計画の分野においても交通工学[1]や土地利用計画[2]へ適用例が報告されてきている．ニューラルネットワーク理論は次世代コンピュータとして期待されるニューラルコンピューターと密接に関連していることもあり，今後もその応用分野は広がるものと考えられる．

そこで本研究では，資源配分を考慮したスケジューリング問題にこのニューラルネットワーク理論を適用するための方法論とその問題点を論じる．すなわち，ホップフィールドのエネルギー関数を利用することにより，整数型組合せ問題を解こうとするものである．

2. 資源配分問題に関する従来研究とニューラルネットワークによる組合せ最適化手法

(1) 資源配分問題に関する従来研究

スケジューリング問題における資源配分問題に関する従来研究は，制約条件の考え方に着目すると大きく2つに分類することができる．1つは，工種間の技術的先行後続関係と利用可能資源量を制約条件とした上で，全体工期の最小化を求めるものであり，その代表的な手法として数理計画法がある．吉川・春名[3]は，動的計画法（DP）と分枝限定法（BAB法）を用いて作業完了時間最小化問題として定式化し，最適な資源の順序関係を求めている．また具体的研究事例として，橋梁下部工事を取り上げ，機械（パイルハンマー，ベノト杭打ち機）と作業員から構成される作業グループを資源単位とし，

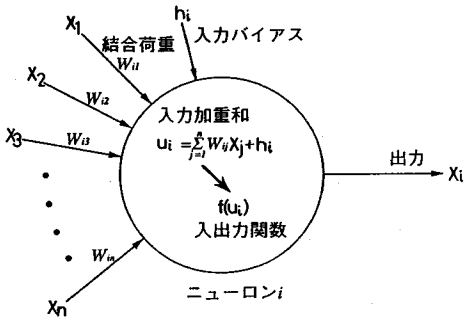
*正会員　工修　日本鋼管(株)　総合エンジニアリング事業部　橋梁建設部
（〒230　横浜市鶴見区末広町 2-1）
**正会員　工博　長岡工業高等専門学校助教授　土木工学科
***正会員　工博　東北大学教授　工学部土木工学科

表—1　資源配分問題の分類

		投入量	
		単一	複数（n_k）
種類	単一	ケース1（1種1資源）	ケース3（1種n_k資源）
	複数（m）	ケース2（m種1資源）	ケース4（m種n_k資源）

2種類の作業グループを各々2組投入した場合について解析を行い，モデルの有効性を検討している．また石堂[4]は，投入資源のピーク最小化問題として定式化し，分枝限定法の適用を行っている．湯沢ら[5]は，巡回セールスマン問題の適用を図り，資源配分問題の定式化を行っているが，m 種1資源問題（m 種類の資源が各1単位だけ存在する場合）に限定しており，一般化問題（m 種 n_k 資源問題）への拡張は行っていない．ただし，ここで言う資源とは作業空間のことであり，1つの空間においては同時に複数の作業は行えないとの前提に立ち，複数の作業空間を使用する工種の順序関係を決定している．これらの研究はいずれも前述したように整数型の組合せ問題としての定式化を行っており，その解を求めるために各種の工夫はなされているものの，一般的な解法は困難なものとなっている．

2つ目の方法は，工種間の技術的先行後続関係の制約は同じであるが，全体工期をある値に固定した上で（したがって，工期が制約条件となる），最小投入資源量（費用最小化問題）を決定するものである．その代表的な方法として挙げられるのがCPM（Critical Path Method）である．CPMは，各工種に割り当てる資源を先決し，その投入量と費用との関係を費用勾配の形で定義することにより，最小費用下におけるスケジューリングを決定するものである．春名ら[6]は，この種の問題に対してネットワークトポロジーの考え方を導入し，一般的な解法を提案している．このCPMの目的は，全体工期をある値に固定した場合における各工種に投入すべき資源量を出力することにあるが，その前提条件として工種間の独立性がある．つまり，各工種の費用勾配は他の工種により直接影響を受けないとしているため，複数の工種間で同じ資源を使用する場合には費用勾配の特定が困難となる．その問題を解決する方法として湯沢・須田[7]によるヒューリスティックなアプローチによる研究がある．これは，費用勾配を先決するのではなく，始めに最小量の資源を各工種に配分し（したがって，工期は最大となる），その時の資源別の最大投入量を決定し，その投入量により生じる費用を各工種に配分する方法を採用している．当然，この場合に考慮すべき工種とは，着目している資源を利用する工種のみである．次にその状態における費用勾配を計算し，CPMの適用を図り1単位の期日のみの工期短縮を行う．以上の操作を指定工期になるまで繰り返すことにより投入すべき資源量の決定を行っている．しかし，この方法においては1単位前の期日における資源の配分状態から費用勾配を決定しているため，必ずしも最適解は保証されていない．



図—1　形式ニューロンモデル

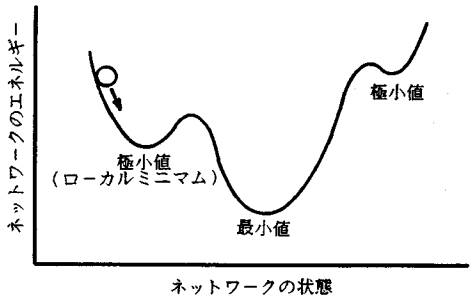
本研究で対象とする資源配分問題は，表—1に示すように全部で4つのケースを想定する．これらはいずれも資源の投入量が制約されているため，前述した分類によれば工期最小化問題に相当する．ケース1は，資源の種類，投入量共1単位のみの場合であり，ケース2は，m 種類の資源が各々1単位だけ投入されるケースである．またケース3は，1種類の資源が n_k 単位投入される場合であり，ケース4は最も一般的な状況であり，m 種類の資源が各々 $n_1, n_2, \cdots, n_m$ 単位投入される場合を表している．

（2）ニューラルネットワーク理論の資源配分問題への適用

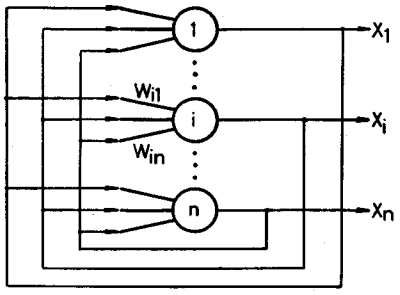
ニューラルネットワーク理論は，本来脳の基本メカニズムを解明するための理論であるが，この理論を利用することによってパターン認識や組合せ最適化を行うことができることが知られている．本節では，ニューラルネットワーク理論の概要を述べ（詳しい内容に関しては，専門書を参照されたい），資源配分問題を考える上で必要となる組合せ最適化問題への適用方法を述べる．

a）形式ニューロンモデル

我々の脳は，多数のニューロン（神経細胞）がシナプス結合によって互いに密に結合したニューラルネットワーク（神経回路網）としてモデル化することができると考えられている．このようなニューラルネットワークにおける各々のニューロンは全く独立に，シナプス結合を介して他の複数のニューロンから電気的な信号（活動電位）を受け取り，その総和があるしきい値以上になると，今度はそのニューロン自身が信号を出力する．このニューロンの非同期的な動作によりニューラルネットワークは情報処理を行っている．ニューラルネットワークは，さらにニューロンを多入力—出力の関数として数



図—2 相互結合型ネットワークの概念図



図—3 ローカルミニマムの存在

学的に記述しモデル化することができる．これを形式ニューロンモデルといい，各ニューロンの入出力関数での計算や各シナプス結合の計算は，形式ニューロンモデルが人間のニューロンを模倣しているならば，当然形式ニューロンモデルも他のニューロンに対して並列処理的に計算されなければならない．

b） エネルギー最小化の原理

形式ニューロンモデルに基づいて，ニューラルネットワークを構築する場合，その結合方法は，階層型と相互結合型の2つに大別できる．このうち最適化問題に適用可能なのは，相互結合型である（図—2参照）．

Hopfield[8]は，相互結合型のニューラルネットワークの各ニューロンに対して，以下に示す式（1），（2），（3）による状態変化を非同期的に行う時，各ニューロンの状態は式（4）で定義されたエネルギー関数 E を極小化するように変化することを示した．これをニューラルネットワークの「エネルギー最小化の原理」という．

$$u_i=\sum_{i'}W_{ii'}\cdot X_{i'}+h_i \quad\cdots\cdots(1)$$

$$X_i=f(u_i) \quad\cdots\cdots(2)$$

$$f(u_i)=\frac{1}{2}\left(1+\tanh\left(\frac{u_i}{\alpha}\right)\right) \quad\cdots\cdots(3)$$

$$E=-\frac{1}{2}\sum_{i}\sum_{i'}W_{ii'}\cdot X_i\cdot X_{i'}-\sum_{i}h_i\cdot X_i \quad\cdots\cdots(4)$$

u_i：ニューロン i の状態

$W_{ii'}$：ニューロン i' からニューロン i への結合荷重
ただし，$W_{ii'}=W_{i'i}$，$W_{i'i}=0$

X_i：ニューロン i の出力値

h_i：ニューロン i のしきい値

f：入出力関数（シグモイド関数）

α：シグモイド関数の感度パラメーター

さらにHopfiledは巡回セールスマン問題を二次の0-1整数最小化問題として定式化し，エネルギー関数との係数比較により結合荷重としきい値を決定したニューラルネットワークを使って計算機による数値シミュレーションを行い，かなり良い近似解を得られることを示した．これは，組合せ最適化問題を二次の0-1最小化問題として定式化することができれば，ニューラルネットワークによる解法が可能となることを示している．

c） ガウシアンマシン

Hopfieldの定義したエネルギー関数（E）は，一般に多数の極小値（ローカルミニマム）を持つため，初期状態の与え方によっては，状態変化を繰り返すうちに，最小値ではない平衡状態に到達したり，周期的な状態変化を繰り返すようなローカルミニマムに収束してしまう可能性がある．この様子は凹凸のある曲面（エネルギー関数）を転がるボールに例えることができる（図—3）．

ローカルミニマムを避けて常に最小値，すなわち最適解に収束させる方法として，秋山ら[9]はガウシアンマシンを提案している．ガウシアンマシンは，エネルギー関数を最小値に収束させるためにシャープニングとアニーリングという手法を用いている．シャープニングとは，計算中に式（3）の感度パラメーター α を，ゆっくりと減少させてローカルミニマムを避ける方法で，アニーリングは式（1）にガウス分布にしたがうノイズ項 ε を加えて（式（5）），ローカルミニマムから脱出させる方法である．

$$u_i=\sum_{i'}W_{ii'}\cdot X_i+h_i+\varepsilon \quad\cdots\cdots(5)$$

3. ニューラルネットワークによる組合わせ最適化問題の定式化

前述したように，ニューラルネットワーク理論によって資源配分を考慮したスケジューリング問題を解くためには，式（4）に示したHopfieldのエネルギー関数との対応から評価関数を0-1整数型の二次の最小化問題として定式化する必要がある．この場合，考慮すべき項目として以下に示すものがある．

（1） 工種間の技術的先行後続関係が記述できること．

（2） 資源投入量の制約が考慮できること．

すなわち，技術的先行後続関係のみで記述されたスケジューリングネットワークに対し，（2）の資源制約を満足するような管理的順序関係を新たに追加する問題と考えることができる．したがって，（1），（2）を制約条件とした上で，全体の工期が最短となるネットワーク

が求められるスケジューリングネットワークとなる．

表—1 に示したように資源配分問題は，全部で 4 つのケースに分類できるが，ケース 1（1 種 1 資源問題），ケース 3（1 種 n_k 資源問題）は，それぞれケース 2（m 種 1 資源問題），ケース 4（m 種 n_k 資源問題）の特殊な場合と考えることができるため，以下の定式化はケース 2 とケース 4 について行うものとする．またいずれの場合も作業の中断は認めないものとする．

（1） m 種 1 資源配分問題

m 種 1 資源配分問題は，使用する資源が複数種類あり，そのそれぞれの資源の投入量が 1 単位ずつの場合に生じる配分問題である．この問題を定式化するために，まず工種の開始日を 0-1 整数型の二次元変数 X_{ij} によって以下のように表現する．

$$X_{ij}=\begin{cases}1：工種\ i\ を\ j\ 日目に開始する場合\\0：工種\ i\ を\ j\ 日目に開始しない場合\end{cases}\cdots\cdots(6)$$

ただし，$1\leqq i\leqq I$　I：工種の総数

$1\leqq j\leqq J$　J：十分大きな整数値

式（6）のように定めた変数 X_{ij} を使用し，各制約条件および目的関数を定式化し，評価関数を決定する．したがって，式（4）のエネルギー関数も二次元の変数による関数に拡張しておく．

$$E=-\frac{1}{2}\sum_i\sum_j\sum_{i'}\sum_{j'}W_{iji'j'}\cdot X_{ij}\cdot X_{i'j'}-\sum_i\sum_j h_{ij}X_{ij}\cdots\cdots(7)$$

a） 基本的な制約条件

工事における各工種は一度しか行われない．このことを本研究では基本的制約条件と呼ぶことにする．基本的制約条件を X_{ij} で表現する場合，工種 i に関して設定した J 個の X_{ij} のうち 1 をとるのは一つであり，他はすべて 0 となる．すなわち式（8）のように表現できる．

$$\sum_{j=1}^{J}X_{ij}=1\cdots\cdots(8)$$

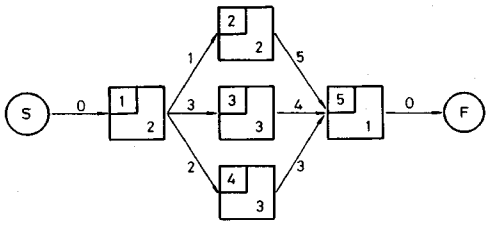
式（8）をすべての工種についてまとめ，さらに二次の最小化問題とするため，式（9）のように変形する．

$$\sum_{i=1}^{I}\left(\sum_{j=1}^{J}X_{ij}-1\right)^2=0\cdots\cdots(9)$$

b） 技術的先行後続関係による制約条件

技術的先行後続関係はネットワーク図によって表現すると便利である．本研究では次項の資源制約の定式化との関連からネットワークとして Precedence Network（以下 PN とする）を使用する．PN の例を図—4 に示す．PN ではノードが工種を，アローが工種の相互関係を示している．このネットワーク図の特徴は，各工種の工期と工種間の FS 値（先行工種終了—後続工種開始）を分離して表現できる点にある．ノード内の数値がその工種の工期（d_i）であり，アロー上の数値は FS 値（$FS_{ii'}$）を意味する．

このPNの中から一つの工種 i を取り出し，開始日を



図—4　PN の例

j 日目と仮定する．このとき工種 i' を工種 i の先行工種とすれば工種 i' の開始日は（$j-di'-FS_{i'i}+1$）日目以降になることはない．また工種 i' を後続工種とすれば工種 i' の開始日は（$j+di+FS_{ii'}-1$）日目以前になることはない．したがって，先行後続関係に関する制約条件式は，式（10）のように表現できる．

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}X_{ij}\sum_{i'\in F_i}\sum_{j'=JF}^{J}X_{i'j'}=0\\&\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}X_{ij}\sum_{i'\in B_i}\sum_{j'=1}^{JB}X_{i'j'}=0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(10)$$

ただし，F_i：工種 i の先行工種番号の集合

$JF=j-d_{i'}-FS_{i'i}+1$

B_i：工種 i の後続工種番号の集合

$JB=j+d_i+FS_{ii'}-1$

c） 利用可能資源量による制約条件

利用可能資源量に比べその資源を使用する工種が多い場合，同じ資源を使用する工種に順序をつけて資源を各工種に効率的に配分する必要がある．m 種 1 資源配分問題では各種資源の利用可能量は 1 単位であるから，同じ種類の資源を使用する複数の工種は同時に行うことはできない．これは工種 i と同じ資源を使用する工種 i' の工期が重なり合うことができないということであるから，利用可能資源量による制約条件式は，式（11）のように表現できる．

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}X_{ij}\sum_{i'\in R_i}\sum_{j'=j'_1}^{j'_2}X_{i'j'}=0\cdots\cdots(11)$$

ただし，R_i：工種 i と同じ種類の資源を使用する工種の番号の集合

$j'_1=j-d_{i'}+1$

$j'_2=j+d_i-1$

d） 目的関数の設定

目的関数は，式（9），（10），（11）の制約条件を満足した上で各工種の最早開始時刻を求めるものとして，式（12）のように定める．

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}j\cdot X_{ij}\rightarrow\min\cdots\cdots(12)$$

e） 評価関数とエネルギー関数の比較

以上より，式（9）から式（12）を合わせて m 種 1 資源問題の評価関数（E）として定義する（式（13））．

この定式化では，技術的制約と資源的な制約は式(10)，式（11）の形から同質のものとして扱っている．しかし，同一の資源を使用する工種の中には技術的先行後続関係によりすでに順序が決定されているものもある．この場合には，技術的制約による式を優先し資源制約による式を棄却する．

E＝(目的関数)＋(基本的制約)
　＋(技術的制約と資源的制約)

$$=A\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}j\cdot X_{ij}+B\sum_{i=1}^{I}\left(\sum_{j=1}^{J}X_{ij}-1\right)^2$$
$$+C\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}X_{ij}\sum_{(i',j')\in S_{ij}}\sum X_{i'j'}\cdots\cdots(13)$$

ただし，S_{ij}：式（10），式（11）における i，j に対応した i'，j' の組合せの集合

A，B，C：各項の重みを表す正の定数

式（13）を X_{ij} の二次項と一次項に分け（定数項は無視），それぞれを式（7）のエネルギー関数と係数比較することによりニューラルネットワークの結合荷重としきい値を以下のように定める．ただし，定数項は削除している．

$$\left.\begin{array}{l} W_{iji'j'}=-2B\delta_{ii'}(1-\delta_{jj'})-C \\ (\text{注：}-C\text{ の項は }(i',\ j')\in S_{ij}\text{ のときのみ}) \\ h_{ij}=-A\cdot j+B \end{array}\right\}\cdots\cdots(14)$$

ただし，δ はクロネッカーのデルタ

このとき，$W_{iji'j'}=W_{i'j'ij}$，$W_{ijij}=0$ は保証される．

（2） m 種 n_k 資源配分問題

m 種 n_k 資源配分問題は，使用する資源の種類が複数で，それぞれの資源の投入量も複数単位（n_1, n_2, …, n_m）である場合に生じる配分問題である．この場合には同じ資源を使用する工種は同種の資源投入量の範囲では同時に行うことができる．そこで資源一単位毎に番号をつけて区別し資源の配分を行うものとする．したがって m 種1資源配分問題の定式化で使用した変数 X を三次元に拡張し，定式化をはかる．

$$X_{ijk}=\begin{cases}1：\text{工種 } i \text{ を } j \text{ 日目に資源 } k \text{ を使用して開始する} \\ 0：\text{工種 } i \text{ を } j \text{ 日目に資源 } k \text{ を使用して開始しない}\end{cases}\cdots\cdots(15)$$

したがって，式（4）のエネルギー関数も三次元の変数に拡張する必要がある（式（16））．

$$E=-\frac{1}{2}\sum_i\sum_j\sum_k\sum_{i'}\sum_{j'}\sum_{k'}W_{ijki'j'k'}\cdot X_{ijk}\cdot X_{i'j'k'}$$
$$-\sum_i\sum_j\sum_k h_{ijk}\cdot X_{ijk}\cdots\cdots(16)$$

次に，前述した m 種1資源配分問題と同様に各種制約条件を定式化する必要があるが，基本的には変数 X の次元が二次元から三次元へと拡張されているだけであるため，以下においては説明を省き，定式化の結果のみ記述する．

a） 基本的な制約条件

$$\sum_{i=1}^{I}\Big(\sum_{k\in k_i}\sum_{j=1}^{J}X_{ijk}-1\Big)^2=0\cdots\cdots(17)$$

ただし，k_i：工種 i で使用する種類の資源につけた番号の集合

b） 技術的先行後続関係による制約条件

技術的先行後続関係は，使用する資源によらず守られなければならない制約であるから，式（18）のようになる．

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k\in k_i}X_{ijk}\sum_{i'\in F_{ik}}\sum_{k'\in k_{i'}}\sum_{j'=jF}^{J}X_{i'j'k'}=0$$
$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k\in k_i}X_{ijk}\sum_{i'\in B_{ik}}\sum_{k'\in k_{i'}}\sum_{j'=1}^{jB}X_{i'j'k'}=0$$
$$\cdots\cdots(18)$$

c） 利用可能資源量による制約条件

同じ種類の資源を使用する工種は，資源の番号が違っても同じ種類の資源であれば使用することができる．したがって，式（19）のようになる．

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k\in k_i}X_{ijk}\sum_{i'\in R_i}\sum_{j'=j'_1}^{j'_2}X_{i'j'k}=0\cdots\cdots(19)$$

d） 目的関数の設定

目的関数は，式（20）のようになる．

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{k\in k_i}\sum_{j=1}^{J}j\cdot X_{ijk}\rightarrow\min\cdots\cdots(20)$$

e） 評価関数とエネルギー関数の比較

以上より，m 種 n_k 資源配分問題の評価関数を式（21）のように定義する．

$$E=A\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k\in k_i}j\cdot X_{ijk}+B\sum_{i=1}^{I}\Big(\sum_{j=1}^{J}\sum_{k\in k_i}X_{ijk}-1\Big)^2$$
$$+C\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k\in k_i}X_{ijk}\sum_{(i',j',k')\in S_{ijk}}\sum\sum X_{i'j'k'}$$
$$\cdots\cdots(21)$$

ただし，S_{ijk}：式（18），式（19）における（i, j, k）に対応した（i', j', k'）の組合せの集合

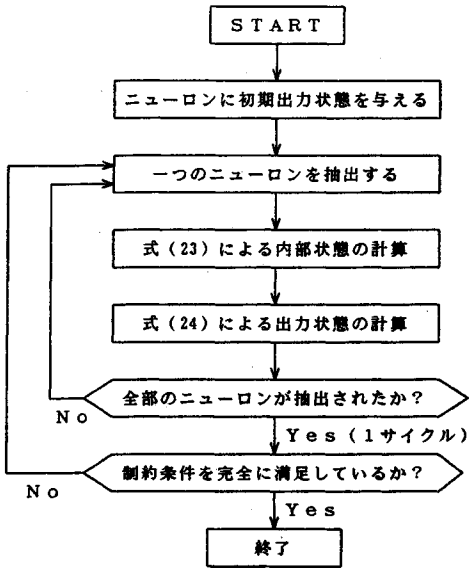
式（21）と式（16）の比較から，結合荷重としきい値を以下のように定める．

$$\left.\begin{array}{l} W_{ijki'j'k'}=-2B\delta_{ii'}(1-\delta_{jj'})-C \\ (\text{注：}-C\text{ の項は }(i',\ j',\ k')\in S_{ijk}\text{ のときのみ}) \\ h_{ijk}=-A\cdot j+B \end{array}\right\}\cdots\cdots(22)$$

このとき，$W_{ijki'j'k'}=W_{i'j'k'ijk}$，$W_{ijkijk}=0$ は保証される．

4. 計算機による数値シミュレーション方法

本章では3章の定式化によって決定した結合荷重とし



図—5　状態変化のフロー

きい値を用いて，計算機の数値シミュレーションによってニューラルネットワークの状態変化を行い最適解を求める方法について述べる．なお，本研究では最適解への収束性の高いガウシアンマシンを採用する．

式（5），式（2）の形からわかるようにネットワークの状態変化は，それぞれのニューロンが他のニューラルンからの出力値を利用して自分の出力を計算する並列処理方式で行われねばならない．したがって，解析は本来ニューラルコンピューターのような並列処理型の計算機によらなければならず，現在一般に普及している直列処理型の計算機で各ニューロンの状態変化を時間的に連続として行うことは困難である．そこでネットワークの状態変化を一般の計算機で行うために，式（5），式（2），を便宜的に時間軸に関して離散化した離散時間モデルに変形する（式（23），式（24））．

$$u_i(t)=\sum_{i'}W_{ii'}\cdot X_{i'}(t-1)+h_i+\varepsilon(t) \quad\cdots\cdots(23)$$

$$X_i(t)=f[u_i(t)]=\frac{1}{2}\left(1+\tanh\left(\frac{u_i(t)}{\alpha(t)}\right)\right) \quad\cdots\cdots(24)$$

ただし，$\varepsilon(t)=\left[0,\ \sqrt{\frac{8}{\pi}}\cdot T(t)\right]$

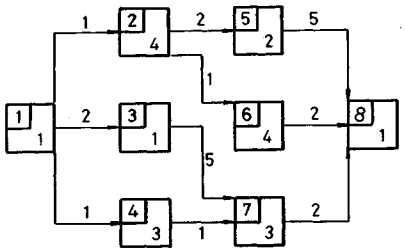
ここで，シャープニングのスケジュール $\alpha(t)$ とアニーリングのスケジュール $T(t)$ を以下のように定める．

$$\alpha(t)=\frac{A_0}{1+t/\tau} \quad\cdots\cdots(25)$$

$$T(t)=\frac{T_0}{1+t/\tau} \quad\cdots\cdots(26)$$

τ：時定数

この式では，各ニューロンは単位時間に同時に状態を変えるように見えるが，実際にはすべてのニューロンが単位時間内に僅かな時間差で一つずつ取り出され各々一度だけ状態を更新する．このとき，一つのニューロンで更新された出力は次のニューロンへの入力として直ちに使用される．この単位時間内での全ニューロンの更新を1サイクルと呼ぶことにする．図—5にこの状態変化のフローを示す．各ニューロンに適当な初期値を与え，ニューロンを順番に取り上げては状態変化規則を用いてそのニューロンの状態を変化させる．すべてのニューロンがひととおり状態変化を受ける（1サイクル）と，さらにそのサイクルを繰り返す．次第にネットワークの状態は，エネルギー関数の値を減少させるように自発的に変化する．



図—6　技術的先行後続関係のみの工程ネットワーク

なお，式（23），式（24）は，m 種1資源配分問題，m 種 n_k 資源配分問題の定式化に対応してそれぞれ以下のように拡張される．

m 種1資源配分問題

$$u_{ij}(t)=\sum_{i'=1}^{I}\sum_{j'=1}^{J}W_{iji'j'}\cdot X_{i'j'}(t-1)+h_{ij}+\varepsilon(t) \quad\cdots\cdots(25)$$

$$X_{ij}(t)=f[u_{ij}(t)]=\frac{1}{2}\left(1+\tanh\left(\frac{u_{ij}(t)}{\alpha(t)}\right)\right) \quad\cdots\cdots(26)$$

m 種 n_k 資源配分問題

$$u_{ijk}(t)=\sum_{i'=1}^{I}\sum_{j'=1}^{J}\sum_{k'\in ki'}W_{ijki'j'k'}\cdot X_{i'j'k'}(t-1)+h_{ijk}+\varepsilon(t) \quad\cdots\cdots(27)$$

$$X_{ijk}(t)=f[u_{ijk}(t)]=\frac{1}{2}\left(1+\tanh\left(\frac{u_{ijk}(t)}{\alpha(t)}\right)\right) \quad\cdots\cdots(28)$$

5. 適　用　例

本章では，m 種1資源配分問題および m 種 n_k 資源配分問題の簡単な例に，ニューラルネットワークによる解析法を適用し，その結果と問題点を示す．図—6は適用例として採用した工程ネットワークである．このネットワークで示されているのは技術的先行後続関係のみであり，資源による制約は各問題毎に設定するものとする．

表—2 資源と工種の関係

資源	使用する工種
a	③, ④
b	⑤, ⑥
c	③, ⑥

表—3 解析に使用した各パラメーター

評価関数（式(13)）における各項の重み係数	A	0.01
	B	1.0
	C	0.5
システムパラメーター	A_0	0. 4
	T_0	0.01
	τ	2.0

i	j																			
工種	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
①	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
②	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
③	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
④	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
⑤	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
⑥	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
⑦	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
⑧	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

（ ▒▒▒: 工期 ）

図—7 5サイクル目のニューロンの状態

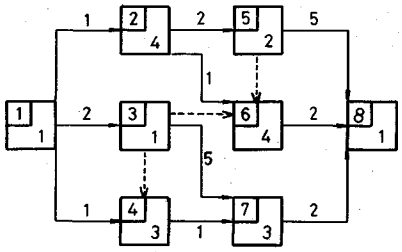
（1） m 種1資源配分問題

いま図—6の工程ネットワークにおいて，3種類の資源a，b，cが各1単位ずつ存在し，かつ各資源を使用する工種は表—2に示すとおりとする．

このようなケースでは，同一種の資源を利用する工種間に技術的先行後続関係はないので，従来の解析法では総当たり的に工種間に資源配分のための順序関係を付加し，PERT計算によって最短工期を与えるスケジュールを求めている．

この例に対しニューラルネットワークによる解析を行った．使用したニューロンは$J=20$として各工種毎に20個，全体で$8\times20=160$個のニューロンを使用しニューロンの初期値は一律に0を与えた．また評価関数（式（13））における各制約項の重み係数およびニューラルネットワークのシステムパラメーターは表—3のように設定した．表—3の重み係数（A, B, C）は，その互いの比率が重要であるため，Bの値を1.0とし，AとCの値を試行的に決定した．

その結果，5サイクル目で評価関数（式13）の値は最小となり，各ニューロンの状態は定常状態になった．この場合の定常状態の基準は，各ニューロンの出力値が0.95を超えた場合を1と整数化し（それ以外は0），ニューロンの出力値（1か0）が全てのニューロンで変化しなくなった時を定常状態と判定している．しかし，定常状態が必ずしも最適解と一致する保証はなく，いわゆるローカルミニマムの状態で定常化することもある．この点に関する詳細は後述する．このときの各ニューロンの出力値を図—7に示す．この図では出力値が1すなわち工種の開始日を表すニューロンを始点としてそのニューロンが表す工種の工期をかさねて示しており，そのままスケジュールを与えるバーチャート工程計画表と見ることができる．このスケジュールは総当たり法による最適スケジュールと一致した．またこの結果から資源配分による順序関係を付加したスケジューリングネットワークは図—8のようになった．



図—8 資源配分を考慮したスケジューリングネットワーク

表—4 資源と工種の関係

資源 種類	資源 投入量	使用する工種
a	2	②, ③, ④
b	2	⑤, ⑥, ⑦

表—5 解析に使用したシステムパラメーター

システムパラメーター	A_0	0. 3
	T_0	0.01
	τ	2.0

（2） m 種 n_k 資源配分問題

m 種 n_k 資源配分問題の例としては，2種類の資源a，bがそれぞれ2単位ずつ投入できるものとし，それぞれの資源は3つの工種で使用されるものとする（表—4）．

この例に対しても同様にニューラルネットワークによる解析を行った．このときシステムパラメーターは表—5の値を使用し（理由は次節で述べる），それ以外の条件はm種1資源配分問題と同じにした．したがって，この場合には$J=20$より$20\times14=280$個のニューロンを使用して解析を行っている．

この場合にも，5サイクル目で評価関数（式21）は最小となり，各ニューロンの出力値が示すスケジュールは，総当たり法による最適スケジュールと一致した．このときの出力状態を図—9に，またスケジューリングネットワークを図—10に示す．

（3） 解析における問題点

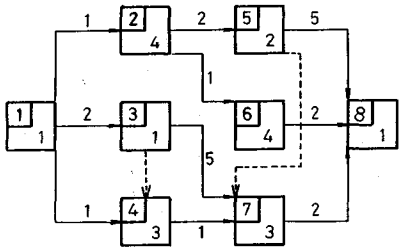
a） 各種パラメーター設定に関する問題

相互結合型のニューラルネットワークを使用した組合

i	k(資源)		j																			
工種	種	No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
①	−	−	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
②	a	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
③	a	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		2	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
④	a	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		2	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
⑤	b	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
		2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
⑥	b	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		2	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
⑦	b	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
		2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
⑧	−	−	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

（ ▒▒▒▒ : 工期 ）

図—9　5サイクル目のニューロンの状態



図—10　資源配分を考慮したスケジューリングネットワーク

せ最適化問題では，常にそのシステムパラメーターおよび各ニューロンに与える初期値の設定法が重要な問題となる．ガウシアンマシンではシャープニングの初期値設定に関する指針があるものの[9]，最終的にはパラメーターの設定は試行錯誤的に行わなければならないのが現状である．今回の解析においてもシステムパラメーターを変化させることによって最適解への収束性が変化することがわかっている．システムパラメーターのうち，アニーリングの初期値 T_0 およびシャープニングの初期値 A_0 を変化させ，各々についてアニーリングのノイズに与える乱数の系列を変化させて100回の試行を行ったとき，20サイクル以内に最適解に収束した回数を表—6に示す．表—6において $T_0=0.0$ の場合は，アニーリングの影響を考慮していないため，各ニューロンの状態は必ず同じ状態，すなわち最適解かそれ以外（ローカルミニマム）に収束することになる．また，$A_0=0.0$ の状態はボルツマンマシンであり，$T_0=0.0$ はホップフィールドマシンと一致することは明らかである．前述した表—3，表—5のシステムパラメーターはこの表をもとに設定したものである．すなわちガウシアンマシン（$T_0=0.0$ を除く）で最適解の出現回数が100の場合の A_0，T_0 の値を採用している．また時定数 τ は，参考文献9）を参考に決定した．またニューロンの初期値については今回は一律に0を与えたが，0に近い値をランダムに与えると最適解への収束性が良いとの報告もある[10]．

さらに評価関数における各項の重み係数の設定法も問題となる．基本的に式（13）の A，B，C の重み係数は値が大きいほどその項による制約の優位度が高くなるが，すべての制約を満足するようにするためには各係数のバランスが重要である．重み係数のオーダーはシステムパラメーターの設定と関連しており厳密な設定をしなくてもシステムパラメーターによって調整が可能である．また，清水ら[2]は土地分級問題をニューラルネットワークによって解く際，評価関数を乗数法による拡張ラグランジュ関数として定式化し，重み係数の代わりにラグランジュ乗数を導入することによって良好な結果を得ている．

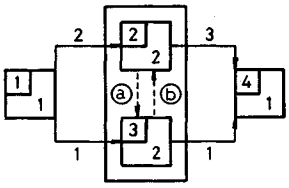
表—6　システムパラメーターの組合せと最適解の出現状況

a）m 種1資源配分問題

T0＼A0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
0.00	0	0	0	100	100	100
0.01	10	0	3	100	100	100
0.02	13	1	8	98	95	85
0.03	16	2	13	78	87	73
0.04	15	3	12	58	73	56

b）m 種 n_k 資源問題

T0＼A0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
0.00	0	0	100	100	0	0
0.01	35	3	100	58	1	0
0.02	24	13	63	38	3	0
0.03	35	8	36	21	3	0
0.04	23	6	26	13	2	0



図—11　全体工期を最小化できない例

b）目的関数の定式化の問題点

本研究においては，作業の中断を認めないとの条件に立って，定式化をしているが，作業の中断を認めた方が，より適切なスケジューリングが作成できることもある．また，全体工期を最小化するために，各工種の開始日の総和の最小化を目的関数としている．しかしこの定式化では全体工期が最小にならない場合もある．図—11にその例を示す．

図—11のスケジューリングネットワークでは工種②と工種③が同一の資源を使用し，その資源の投入量は一単位のみであるためにこの2つの工種間に新たな順序関係を付加する必要があり，付加する順序関係としては図中のⓐとⓑの二つの候補がある．ⓐの候補では全体工期

は9日で各工種の開始日の総和は20となり，ⓑの候補では全体工期は10日で開始日の総和は19となるため，本研究の定式化ではⓑの候補を選択することになる．したがって，全体工期の最小化を図るためには目的関数を改善する必要がある．このような状態は，クリテイカルパス以外の工種のフリーフロートが大きい場合に発生する．この場合の目的関数の改善方法としては，式（12）に示したように各工種の最早開始時刻の最小化と併せて，最終工種（図—4のⓕ）の最小化を目的関数に加えることにより解決できるものと考えられる．

6. 結論と今後の課題

本研究は資源制約を受けるスケジューリング問題の解法としてニューラルネットワークの適用を図り，その適用可能性と問題点を明らかにしたものである．本研究により得られた主な結論と今後の課題は以下のとおりである．

（1） 資源配分問題を組合せ最適化問題と考えることによりニューラルネットワークの最適化手法であるHopfieldのエネルギー関数との対応を図り，その解析方法を定式化し，また事例として m 種1資源問題，m 種 n_k 資源配分問題への適用を図った．

（2） 資源配分問題は従来数理計画手法を中心に議論されてきたが，組合せの数が増加するに従い，その解析には限界が生じることがある．しかし，ニューラルネットワークによる方法では，各種の制約条件をエネルギー関数の中に取り込んでいるため，組合せの数の影響は少なく，またその処理時間も減少させることが可能である．ただし，対象とするネットワークの規模や資源数と処理時間との関係は今後とも実証的な検討を進める必要性がある．また本研究では数値シミュレーションによりニューラルネットワークの状態変化を行っているが，ニューラルネットワーク本来の並列処理が可能となれば，さらに処理時間の短縮が可能である．

また今後の課題としては

（3） Hopfieldのエネルギー関数最小化問題における最大の問題は，各種パラメーターの設定方法である．本研究ではパラメーターのマップを作成することにより，エネルギー関数の解の範囲を示したが，今後さらにネットワークの規模や資源数との関係を検討する必要がある．

（4） 建設工事のスケジューリング問題は，必ずしも工期最小化が目的ではなく，そこには考慮すべき要因が多々あるものと思われる．また，それらの要因は相互に関連し合っているため，本研究で提案したニューラルネットワークによる方法が必ずしも十分であるとは言えないが，その適用可能性は高いものと考えられるため，今後ともこの種の研究を進める必要がある．

参考文献

1) 中辻・加来：ニューラルネットワークモデルの交通工学への適用について，土木計画学研究・講演集，No. 12, pp. 297～304, 1989.
2) 清水・河合：分級結果に基づく最適ゾーニング問題，土木計画学研究・講演集，No. 14, pp. 441～446, 1991.
3) 吉川・春名：施工計画における最適ネットワーク作成法に関する一考察，土木学会論文報告集，No. 182, pp. 41～58, 1970.
4) 石堂一成：機械・資源・労務ピークの最小化，オペレーションズリサーチ，Vol. 31, No. 1, pp. 36～42, 1986.
5) 湯沢・須田・平田・長尾：空間的干渉を考慮した最適スケジューリングネットワーク作成方法の開発，土木学会論文集，No. 425, pp. 135～144, 1991.
6) 春名・原田・荒川：ネットワークトポロジーの考え方を用いて最適工期短縮モデルに関する理論的研究，土木計画学研究・講演集，No. 14, pp. 717～724, 1991.
7) 湯沢・須田：ヒューリスティック・アプローチによる建設機械投入台数の決定，土木学会論文集，No. 389, pp. 103～110, 1988.
8) Hopfield, J. J. and D.W. Tank : "Neural" Computation of Decisions in Optimization Problems, Biological Cybernetics, 52, pp. 141～152, 1985.
9) 秋山・山下・梶浦・安西・相磯：ガウシアンマシンによる組合せ最適化電子情報通信学会技術報告，MBE-88-183, 1989.
10) 上坂吉則：ニューラルネットの基礎数理（2），オペレーションズ・リサーチ，Vol. 36, No. 7, pp. 344～348, 1991.

（1992. 1. 25受付）

SOLVING OPTIMAL ALLOCATION PROBLEMS OF RESOURCES IN CONSTRUCTION SCEDULING USING NEURAL NETWORKS

Makoto HIDAKA, Akira YUZAWA and Hiroshi SUDA

The purpose of this paper is to apply the neural network to resource allocation in construction scheduling. It is very difficult to solve the resource allocation using LP and so on. The neural network can calculate the time scheduling and resource allocation simultaneously. The procedure entails that there are different resources with some activities carried out using the same resource.
As a result, we find that the neural network could give the optimal schedule at the shortest possible time.