土木学会論文集 No.458／Ⅳ-18, pp.17～26, 1993.1

合理的期待形成を考慮した経路選択モデルに関する研究

小林潔司*・藤高勝己**

本研究では，不完備情報下でのドライバーの学習行動を明示的に考慮した経路選択行動モデルを提案し，ドライバーが学習行動を通じて合理的期待を形成するメカニズムについて考察する．さらに，ドライバーの学習ルールを定義し，経路所要時間に関する任意の主観的期待が合理的期待に収束する学習ルールが存在することを示す．また，ベイズ推論を用いた主観的期待の更新モデルを定式化し，数値実験により合理的期待形成過程について考察する．

Keywords : *Bayesian learning process, rational expectations formation, incomplete information, travel route choice*

1. はじめに

近年，経路情報の不確実性に着目したドライバーの経路選択行動や交通均衡モデルに関する研究が進展してきた[1)~3)]．これらの研究は，ドライバーの経路条件に関する期待形成の役割や，経路情報がドライバーの経路選択行動に及ぼす影響に関する分析枠組みを提示しており，道路ネットワークの信頼性や経路誘導方策の効果を検討するための基礎的な研究として評価できる．しかし，これら研究の多くは，1)ドライバーが学習行動を通じて経路条件に関する期待を自ら形成するという事実を無視している，2)ドライバーの期待形成に関するad hocな行動仮説に基づいているという問題を有している．

小林[4)]は，不完備情報下におけるドライバーの合理的期待形成に着目した新しい交通均衡モデルを提案した．すなわち，「ドライバーは主観的経路情報に基づいて各経路の走行状態を合理的に予測し，期待効用を最大にするような経路を選択する」という合理的期待（Rational Expectations：以下，REと略す）形成仮説を設けるとともに，RE仮説の下で実現する交通均衡を求める合理的期待均衡(Rational Expectations Equilibrium：以下，REEと略す)モデルを提案している．REEモデルでは，ドライバーが形成するREをモデルの均衡解として操作的に求めることができる．しかし，REEモデルはドライバーが長期的学習の結果として，すでにREを形成していることを想定しており，学習行動を通じたRE形成メカニズムは不問に付している．

本研究では，不完備情報下で経路選択を繰り返すドライバーの学習行動について考察する．ドライバーが経路走行条件に関する経験情報を蓄積し，経路条件を予測するシステムを自ら構築する過程を期待形成メカニズムとして定義する．ドライバーの経路情報に関する学習過程を，経路の走行条件に関する主観的期待の更新過程としてモデル化する．そして，ドライバーが経路条件に関してどのような初期期待を形成していても，学習行動を繰り返すことにより最終的にはREを形成し，その結果として長期的にはREEが実現することを示す．

本研究の最終的な目的は，公共主体が提示する経路情報がドライバーの経路選択行動に及ぼす影響を検討するための新しい方法論を開発することにある．本論文では，そのための基礎研究として，ドライバーの学習行動とREの形成メカニズムの分析に焦点を絞ることとする．以下，2.では，本研究の基本的な考え方を明らかにする．3.では，不完備情報下でのドライバーの経路選択行動をモデル化し，4.では，学習行動を通じたドライバーのRE形成メカニズムを分析する．5.では，ベイズ学習を行うドライバーの経路選択行動について考察する．6.では，数値計算事例について考察する．

2. 本研究の基本的な考え方

(1) ドライバーの期待形成仮説

従来よりドライバーの経路効用値が確率変動するような確率論的交通均衡（SUE)理論が提案されている．前稿[4)]で論じたように，ドライバーの経路走行時間に対する事前予測（期待形成）の問題を明示的に考慮しているか否かがSUEモデルとREEモデルの重要な相違点である．SUEモデルは，ドライバーの期待形成の問題を捨象している．SUEの枠組みの中でドライバーの学習行動を取り扱った研究[5)]があるが，ドライバーの期待形成と学習行動の関連が明確でない．ドライバーの期待形成の問題を期待効用理論と整合のとれた形で明示的に考慮するためには，REEモデルによる分析枠組みを用いる必要がある．期待とは経路走行条件に対して，ドライ

*正会員　工博　鳥取大学教授　工学部社会開発システム工学科（〒680　鳥取市湖山町南4-101）
**正会員　工修　(株)日本工営

バーが行う予測の結果である．ドライバーが，不確実な環境の下で経路選択を行う以上，不確実な経路の走行条件に関して期待を形成せざるをえない．不完全情報下におけるドライバーの経路選択モデルはいくつか提案されている[6]．しかし，ドライバーが想定する経路走行時間の主観的分布を先験的に与えるなど，ドライバーの期待形成に関してad hocな仮定をおいている研究が多い．

ドライバーの期待形成に関して，1)静的期待形成，2)適応期待形成，3)合理的期待（RE）形成の３つの行動仮説がある．1)は，ドライバーは走行条件に関してある固定的な期待を形成すると考える立場である．この仮説に基づく経路選択モデルとしてDial法[7]があるが，ドライバーがどのように静的期待を形成したかに関して何も説明していない．不完全情報下における経路選択モデル[8]～[10]の多くが，2)を採用している．そこでは，ドライバーが有する次期の経路走行時間の予測メカニズムを，今期の走行結果や過去の経験の差分方程式として記述している．このことは，走行条件に関する期待が過去の経験の重み付き平均として表現されることに他ならない[11]．しかし，ドライバーがどのように重みを推計したのかに関して何も言及しておらず，行動モデルとしての明確な基礎を有しているとは言い難い．

一方，3)では，ドライバーは，実際に実現するであろう客観的な走行条件分布を予測すると考える．ドライバーは，日々の経路選択を通じて主観的期待を逐次修正する．この時，１つの長期的な均衡概念[11]～[13]として，「ドライバーが考える主観的な期待が実際に実現する走行条件の変動と一致する」ような状態を考えることができる．長期学習行動を経てREを形成すれば，ドライバーは主観的期待を修正する誘引を持たない．著者の知る限り，RE形成仮説に基づいた交通均衡モデルは小林[4]（1990）があるのみである．RE形成仮説の利点は，ドライバーの期待形成と経路選択行動を１つの合理的行動の枠組みの中で統一的にモデル化できる点にある．のちに5.（３）で考察するように，ドライバーは仮に短期的に適応期待を有していても，ドライバーが合理的主体である限り学習行動を通じて主観的期待を修正し，最終的に合理的期待を形成することが保証される．

（２） 学習行動とRE形成

ドライバーが経路選択に先だって予測する経路の走行条件として，1)期待走行時間，2)走行時間の分散，3)走行時間の確率分布等があげられる．高次の確率モーメント程，期待形成メカニズムも複雑になり，REEモデルも複雑になる．一方，ドライバーの危険回避行動をモデル化しようとすれば，確率分布の期待形成メカニズムをモデル化することが要求される．以下では，議論の一般性を確保するために，ドライバーは走行時間の確率分布に関してREを形成すると考える．期待走行時間に関してのみREを形成する場合は，以下の議論における特殊ケースとして取り扱うことができる．

期待形成メカニズムは，ドライバーの過去の経験や現時点で獲得した経路情報に基づいて，経路の走行条件を予測する関数として表現できる．Mahmassani[8]，飯田[9],[10]等は，過去の時点での走行時間の予測結果と実績値とのかい離等を説明変数として，ドライバーが経路走行時間を予測するシステムをモデル化している．経路選択に関する室内実験に基づいて，予測システムのパラメータを推計している．これらパラメータ値は，ドライバー自身が経験を通じて推計したものである．ドライバーによるパラメータの推定行動が何らかの行動仮説により説明されなければならないが，既存の研究はそれについて何も言及していない．また，パラメータ値が時間的に安定的であるためには，それは長期学習の結果として定常値に収斂したものでなければならない[14],[15]．

ドライバーの学習行動とは，経路走行時間の予測システムを経験を通じて逐次修正していくメカニズムである．経路選択経験が未熟な場合にはREを形成しえない．予測システムは過去の偶然的な履歴に依存するため，その時々の不安定な予測システムを記述することは不可能である．ドライバーが経験情報を蓄積しREを形成すれば，それをREEモデルにより推計することが可能となる．本研究では，学習行動を通じて彼の主観的期待が最終的にREに収束することを理論的に示す．公共主体による経路情報の提示がドライバの経路選択行動に及ぼす影響を分析するためには，経路誘導情報に対して，ドライバーがどのようなREを形成するかを分析する必要がある．この意味で，学習を通じた期待形成の分析は，ドライバーの経路誘導問題にアプローチするための基礎研究として位置づけることができる．

3. 不完備情報と経路選択行動

（１） 情報構造の定式化

本論文では前稿[4]と同一のモデルを用いるが，論述の便宜上，モデルの概要を簡単に記述する．経路情報をドライバーが認知する外的状況や嗜好の状態と考え，その内容を状態変数で表す．ある時点で利用可能な経路情報の集合を$\mu\in\Psi$，ドライバー集合を$S=\{1,\cdots,Q\}$と表す．Ψは経路情報集合のクラスである．ドライバー$s\in S$が利用可能な経路情報を対応関係$\Phi_s:\mu\to\{\mu_s\}\in\Psi$により表現する．任意の$s\in S$と$\mu\in\Psi$に対して$\mu-\Phi_s(\mu)\neq 0$の時，経路集合$\Phi_s(\mu)$は不完備であると呼ぶ．情報集合$\mu$を排他的な２つの部分集合$\eta$（共有情報集合）と$\xi$（私的情報集合）に分類する．$\eta\cap\xi=0$，$\eta\cup\xi=\mu$である．共有情報集合$\eta$はすべての部分集合$\Phi_s(\mu)$ $(s\in S)$に含まれる．私的情報は個々のドライバーが私的に専有する情報であり，その値はその時々の気分や偶然性に

よって変動する．他人があるドライバーの私的情報の内容を知ることは不可能である．すなわち，個人の私的情報集合は互いに排他的であり，任意の $s, s' \in S(s \neq s')$ に対して $\Phi_s(\xi) \cap \Phi_{s'}(\xi)=0$ が成立する．ドライバーが有する情報の組 $\omega \in \Omega$ を

$$\omega=\{\mu,(\Phi_1(\mu),\cdots,\Phi_Q(\mu))\} \cdots\cdots (1)$$

と定義する．$\omega \in \Omega$ は経路情報の不完備性を明示的に表現した情報集合であり情報構造と呼ぶ．本研究では私的情報を確率変数としてモデル化する．したがって，情報構造自体が確率的に変動する．ある時点でドライバー s が利用した経路情報の実現値を $\bar{\omega}_s(=\Phi_s(\bar{\mu}))$ と，実現した情報構造を $\bar{\omega}=\{\bar{\mu},(\Phi_s(\bar{\mu}))_{s\in S}\} \in \Omega$ と表す．ドライバー s が利用可能な経路情報は $\bar{\omega}_s$ だけであり，どのような情報構造 $\bar{\omega}$ が実現しているかは誰も知らない．情報構造は各時点で変化し，それに応じてドライバーの経路選択行動も各時点で多様に変化する．

（2） 不完備情報下での経路選択行動

ドライバー $s \in S$ が選択可能な経路集合を δ_s と表す．記述の便宜上，ネットワーク構造を明示的に表現せずに議論を進める．ドライバー s の経路情報を ω_s とする．彼が考える経路 $a \in \delta_s$ の走行時間に関する主観的期待を条件付き確率密度関数 $\pi_{as}(\tau_a|\omega_s)$ により表現する．ドライバー s は主観的期待 $\pi_s=\{\pi_{as}(\tau_a|\omega_s)\}_{a\in\delta_s}$ を用いて走行時間分布を予測する．RE 仮説の下では，ドライバーの期待 π_s が「彼がそれを修正する意志を持たない」ような RE$\pi^*=\{\pi^*_{as}(\tau_a|\omega_s)\}_{a\in\delta_s}$ に一致する．ドライバー s が主観的期待 π_s の下で想定する経路 a の期待効用 V_{as} を次式のように定義する．

$$V_{as}(\omega;\pi)=E_\pi[U(\tau_a,\omega_s)|\omega_s]$$
$$=\int_{\tau_a} U(\tau_a,\omega_s)\pi_{as}(\tau_a|\omega_s)d\tau_a \cdots\cdots (2)$$

ここで，効用値は走行時間 τ_a，私的情報 ω_s の双方に依存する．$E_\pi[\cdot|\omega_s]$ は主観的期待 $\pi(\tau|\omega_s)$ に関する期待値を意味する．U はノイマン=モルゲンシュテルン型効用関数であり，$\partial U/\partial\tau_a \leq 0$，$\partial^2 U/\partial\tau_a^2 \geq 0$ を仮定する．ドライバー s は，期待効用を最大にする経路

$$\gamma^*_s(\omega_s;\pi_s)=arg\max_a E_\pi[U(\tau_a,\omega_s)|\omega_s] \cdots\cdots (3)$$

を選択する．記号 arg は，式（3）の右辺を最大にする経路を指示する．情報構造 ω の下で，各ドライバーが選択した経路の集合を $\gamma^*(\omega;\pi)=\{\gamma^*_s(\omega_s;\pi_s)\}_{s\in S}$ と定義する．すべてのドライバーが RE$\pi^*_s=\{\pi^*_{as}(\tau_a|\omega_s)\}_{a\in\delta_s}$ を形成した場合の選択経路を次式で表わす．

$$\gamma^*_s(\omega_s;\pi^*)=arg\max_a E^*[U(\tau_a,\omega_s)|\omega_s] \cdots\cdots (4)$$

ただし，$E^*[\cdot|\omega_s]$ は π^* に関する期待値を意味する．

（3） 合理的期待均衡（REE）

情報構造 ω が確率分布すると考える．経路 a の走行時間 τ_a を集合関数 $\tau_a(\gamma^*(\omega;\pi^*)) : \Omega \to R$ により表現する．ドライバー s は経路情報 ω_s の生起分布 $\bar{\phi}(\omega_s)$ を知ることができると仮定する．この時，ω の客観的同時確率密度関数 $\Pi(\omega)$ と ω_s の下での ω の条件付確率密度関数 $\phi(\omega|\omega_s)$ の間に次式が成立する．

$$\phi(\omega|\omega_s)=\Pi(\omega)/\bar{\phi}(\omega_s) \cdots\cdots (5)$$

ここに，$\bar{\phi}(\omega_s)=\int_{\omega^s\in\Omega s}\Pi(\omega^s,\omega_s)d\omega^s$，$\omega^s=\{\omega/\omega_s\}$（私的情報 ω_s を除く私的情報の集合）である．ドライバーが RE を形成する時，彼が予測する経路走行時間の分布は客観的に実現する走行時間分布に一致する．この時，任意の ω_s に対して次式が成立する．

$$E^*[U(\tau_a,\omega_s)|\omega_s]=E^\circ[U\{\tau_a(\gamma^*(\omega;\pi^*)),\omega_s\}|\omega_s] \cdots\cdots (6)$$

式(6)は，RE に基づく期待効用（左辺）と客観的に実現する走行時間分布を用いて算定した期待効用（右辺）が一致するという均衡条件を表している．$E^\circ[\cdot|\omega_s]$ は確率密度関数 $\phi(\omega|\omega_s)$ に関する期待値を表す．ドライバーの RE を求める問題は，任意の $\omega \in \Omega$ に対して，常に式（6）を満足する π^* を求める問題に帰着する．REE モデルでは，このような RE がモデルの均衡解として内生的に求まる．ドライバーは，学習行動を通じて均衡条件（6）を満足する RE を形成し，式（4）により経路を選択する．すべての $\omega \in \Omega$ に対して式（6）を満足するような π^* が存在する時，均衡解 $\{\pi^*,\gamma^*(\omega;\pi^*)\}$ を REE（合理的期待均衡）と呼ぶ．

4. 学習行動と RE 形成過程

（1） 学習行動の定式化

ドライバー s の主観的期待 π_s が，長期的な学習行動を通じて REπ^* に収斂することを示す．ドライバーの学習行動をモデル化するために，時点 t $(t=0,1,2,\cdots)$ を導入する．ドライバーが経路選択を行わない時，架空の経路を選択すると考え，ドライバーは各時点で必ずいずれかの経路を選択すると考える．ここで，経験情報という概念を導入しよう．経験情報とは，ドライバーが経路選択を通じて入手する情報であり，1)経路選択で利用した事前情報 $\omega_s^{(t)}$，2) t 期にドライバー s が選択した経路 $\gamma_s^{(t)}$，3) 選択経路の走行時間 $\tau_{\gamma s}^{(t)}$，を意味する．時点 t で獲得した経験情報を $\sigma_s^{(t)}=(\gamma_s^{(t)},\tau_{\gamma s}^{(t)},\omega_s^{(t)})$ により記述する．t 期までに獲得した経験情報の集合を $\Xi_s^{(t)}=\Pi_{z=1}^{t-1}\{\sigma_s^{(z)}\}$ と表す．ドライバー s の初期期待を $\pi_s^{(0)}=\{\pi_{as}^{(0)}(\tau_a|\omega_s)\}_{a\in\delta_s}$ とする．彼の t 期における主観的期待 $\pi_s^{(t)}$ は経験情報集合 $\Xi_s^{(t)}$ に基づいて，彼自身が形成したものである．そこで，t 期の主観的期待を，過去の経験情報 $\Xi_s^{(t)}$，初期期待 $\pi_s^{(0)}$ の関数として表現する．

$$\pi_s^{(t)}(\tau|\omega_s^{(t)})=\phi_s^{(t)}(\tau|\omega_s^{(t)};\Xi_s^{(t)},\pi_s^{(0)}) \cdots\cdots (7)$$

$\phi_s^{(t)}$ は過去の経験情報と初期期待を用いて主観的期待を形成するモデルであり，期待形成メカニズム（expectations formation mechanism）と呼ぶ．ドライバーは主観的期待を形成するシステムを過去の経験情報に基づいて構築するとともに，構築されたシステムを用いて主観的期待を形成する．ドライバーが新しい経験情報 $\sigma_s^{(t)}$ に基づいて主観的期待 $\phi_s^{(t)}$ をベイズ的に逐次更新すると考え，主観的期待形成メカニズム(7)を展開する．

$$\begin{aligned}\phi_s^{(t)}(\tau|\omega_s^{(t)};\Xi_s^{(t)},\pi_s^{(0)})\\ &=\Lambda\{\sigma_s^{(t-1)},\phi_s^{(t-1)}(\tau|\omega_s^{(t-1)};\Xi_s^{(t-1)},\pi_s^{(0)})\}\\ &\vdots\\ &=\Lambda\{\sigma_s^{(t-1)},\Lambda\{\sigma_s^{(t-2)},\cdots,\{\Lambda\{\sigma_s^{(1)},\pi_s^{(0)}\}\}\cdots\}\quad\cdots(8)\end{aligned}$$

以下，Λ を学習ルール（learning rules）と呼ぶ．

(2) RE 形成過程

RE 形成過程の収束性を考察するために，まず走行時間分布 $\upsilon(\tau)$ が外生的に与えられ，学習ルール Λ により主観的期待を形成する理想的な状況を考える．すなわち，経路選択により確率分布 $\upsilon(\tau)$ に従う走行時間の中から1つのサンプルを獲得し，式(8)により主観的期待を更新する状況を考える．この時，任意の $\varepsilon>0$ に対してある n_ε が存在し，$t>n_\varepsilon$ なるすべての t に対して

$$\|\pi_s^{(t)}(\tau|\omega_s^{(t)})-\upsilon(\tau)\|<\varepsilon\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

が成立する時，学習ルール Λ は合理的であると定義する．確率密度関数 υ，π が連続であると仮定し，ノルム $\|\cdot\|$ を，$\|\pi_s^{(t)}(\tau|\omega_s^{(t)})-\upsilon(\tau)\|=sup_\tau\{|\pi_s^{(t)}(\tau|\omega_s^{(t)})-\upsilon(\tau)|\}$ と定義する．学習ルールが合理的であれば，過去の経験を将来の期待形成に用いて，最終的には客観的な走行時間分布を知ることができる．のちに5.で言及するようなベイズ学習過程をはじめとして，式(9)を満足する学習ルールは数多く存在する．

RE 形成過程が複雑なのは，走行時間の客観分布 $\upsilon(\tau)$ が外生的に与えられるのではなく，すべてのドライバーの主観的期待に依存して内生的に決定される点にある．学習行動により主観的期待が変化すれば，経路交通量も変化し，それにより走行時間の客観分布自体も逐次変化する．このことを明示的に表記するために，主観的期待 $\pi^{(t)}(\tau_a|\omega)=\{\pi_s^{(t)}(\tau_a|\omega_s^{(t)})\}_{s\in S}$ の下で実現する客観的走行時間分布を $\upsilon(\tau_a|\omega,\pi^{(t)})$ と表そう．REE では，主観的期待 $\pi^{(t)}(\tau_a|\omega)$ と客観的走行時間分布 $\upsilon(\tau_a|\omega,\pi^{(t)})$ の双方が同時に RE$(\pi^*(\tau_a|\omega)=\upsilon(\tau_a|\omega,\pi^*))$ に収束する．主観的期待が RE に収束するためには，合理的学習ルールが存在するだけでは不十分であり，走行時間分布がある連続性の条件を満足しなければならない．

RE 形成過程の収束性を議論するために，すべてのドライバーが合理的学習ルールを持っていると仮定しよう．この仮定は本質的ではない．のちに6.で言及するように，合理的ドライバーは非合理的ドライバーの行動により生じる走行時間の変動も考慮に入れて走行時間に関する RE を形成することができる．ここで，走行時間分布のリフシッツ（Lipschitz）条件[16]を仮定しよう．主観的期待分布 $\pi^{(t)}(\tau|\omega)$ の任意の近傍 $\beta(\pi^{(t)})$ と，それに属する任意の期待分布 $\pi'^{(t)}(\tau|\omega)$ に対して，

$$\|\upsilon(\tau_a|\omega,\pi^{(t)})-\upsilon(\tau_a|\omega,\pi'^{(t)})\|\leq\lambda\|\pi^{(t)}-\pi'^{(t)}\|\cdots(10)$$

を満足するような $\lambda>0$ が，すべての $\omega\in\Omega$ と $t\geq0$ に対して存在する時，客観的走行時間分布 $\upsilon(\tau_a|\omega,\pi^{(t)})$ はリフシッツ条件を満足すると定義する．リフシッツ条件(10)は，数学的にはノルム $\|\cdot\|$ に関して走行時間の確率密度関数が連続であることを要求している．本条件は，走行時間関数の連続性に関する弱い条件であり，従来の研究で用いられてきた走行時間関数はこの条件を満足する．学習ルール Λ を逐次適用し主観的期待 $\pi_s^{(t)}$ が π^* に収束する時，学習ルール Λ は成功的であると呼ぶ．ドライバー s のほとんどすべての無限サンプル $\Xi^{(\infty)}=\Pi_{z=1}^{\infty}\{\sigma_s^{(z)}\}$ とすべての経路 $a\in\delta_s$ に対して

$$\lim_{t\to\infty}\|\phi_{as}^{(t)}(\tau_a|\omega_s^{(t)};\Xi_s^{(t)},\pi_s^{(0)})-\pi_a^*(\tau_a|\omega_s)\|=0\cdots\cdots\cdots(11)$$

が成立する時，学習ルール Λ は，「ほとんど確実に成功的」(successful almost surely (a. s.)) であると定義する．「ほとんどすべての無限サンプル」(almost every infinite samples) とは，起こり得るすべての情報構造 $\Pi_{z=1}^{\infty}\omega^{(z)}$ に対して実現する経験情報集合 $\Xi_s^{(\infty)}=\Pi_{z=1}^{\infty}\{\sigma_s^{(z)}\}$ を意味する．この時，以下の定理が成立する．

[収束定理]　υ がリフシッツ条件(10)を満足する時，合理的学習ルール Λ はほとんど確実に成功的である．

定理の証明は一括して付録に示す．収束定理は，交通管制ルールの変更等，交通環境の変化がない限り，任意の主観的期待を RE に収束させる学習ルールが存在することを保証する収束定理は RE が達成可能であることを保証するが，それが一意であるとは限らない．また，任意の学習ルールが主観的期待を RE に収束させるわけではない．しかし，ドライバーが合理的主体である限り，獲得した経験情報を次期の期待形成に合理的に利用する．合理的な学習動機が働く限り，ドライバーの主観的期待は RE に収束する．なお，学習ルールが一意的でない場合，ドライバーはより合理的な学習ルールを選択すると考えることができる．すなわち，式(8)中の Λ は，ドライバーが選択すべき関数である．学習ルールの決定を内生化したような問題設定も可能であるが，問題が過度に複雑になるという難点がある．ドライバーに過度の合理性を要求する危険性もある．以下では，学習ルールとしてベイズ推定を採用するが，学習過程の選択問題に関する議論は今後の研究の進展に委ねたい．

5. ベイズ学習過程モデル

(1) 経路選択行動モデルの特定化

ドライバーの期待形成問題を考える場合，彼の走行時間の変動リスクに対する態度を明示的に記述する必要が

ある．ドライバーが危険中立的（走行時間の確実性を考慮しない）であれば，経路走行時間に関する期待形成のみが問題となる．危険回避的であれば，経路走行時間分布に関する期待形成をモデル化する必要がある．本研究ではドライバーの危険回避行動を考慮するために，走行時間分布に対する期待形成を明示的に考慮する．

いま，ドライバー s の効用関数が絶対的危険回避度一定で，かつ経路走行時間が正規分布に従うと仮定する．この時，経路 a に対する期待効用 V_{as} を，経路 a の所要時間 τ_a に関する主観的期待値 $\pi_{1a}(\omega_s)$，主観的分散 $\pi_{2a}(\omega_s)$ を用いて表現できる[4]．経路情報 ω_s を，共有情報 η と私的情報 ξ_s に区別し，ドライバーの私的情報が互いに独立（$E[\xi_{as},\xi_{a's'}]=0(a,a'\in\Theta,s,s'\in S)$）であると仮定する．私的情報が独立な場合，私的情報は他人の行動に関する情報を伝達しない．私的情報はドライバーのその時々の経路選択に影響を与える偶然的・局所的な確率的要因を表わす．このような確率変数を導入することにより，ドライバーの偶発的な経路変更を表現できるようになる．私的情報 ξ_{as} は経路を選択する各期の期首にその値が確定する．ドライバーは私的情報により当該期における各経路の効用の期待効用水準からのかい離の程度を判定すると考える．私的情報はドライバーの心理的要因の効果を表わしており，その時点のドライバーの経路選択行動のみに影響を及ぼすと考える．以上の仮定のもとに，ドライバーの期待効用を

$$V_{as}(\omega_s^{(t)},\pi_s^{(t)})=-\pi_{1a}(\eta)(t)-\frac{1}{2}\zeta\pi_{2a}(\eta)(t)+\xi_{as} \quad\cdots\cdots(12)$$

と定式化する．ここに，$\pi_{1a}(\eta)(t),\pi_{2a}(\eta)(t)$：経路 a の走行時間の平均値・分散に関する t 期の主観的期待，$\zeta=-U''/U'$：ドライバーの絶対的危険回避度，ξ_{as}：私的情報（確率変数）である．ドライバーは，期待効用 (12) を最大にする経路

$$\gamma^*(\omega_s^{(t)};\pi_s^{(t)})=arg\max_a\{V_{as}(\omega_s^{(t)},\pi_s^{(t)})\}\cdots\cdots\cdots(13)$$

を選択する．ドライバーは，共有情報 η に対して条件付主観的期待 $\pi_{1a}(\eta)(t)$，$\pi_{2a}(\eta)(t)$ を形成する．公共主体による経路情報 η の提示がドライバーの経路誘導に及ぼす効果を検討するためには，η に対してドライバーがどのような条件付期待を形成するかを分析すればよい．しかし，本稿ではドライバーの期待形成問題に分析に焦点を絞り，共有情報による RE 誘導効果の詳細は別の機会に発表する．

（2） 主観的期待のベイズ推定

ベイズ推論を用いて期待形成メカニズム $\phi_s^{(t)}$ を特定化する．ベイズ推論は，1）事前分布及び標本情報と論理的整合性を保ちうる事後分布を数学的に導出できる，2）事後分布に基づいて各種の統計的推論が可能となる等の特徴を持つ．ドライバーの経路選択確率が互いに独立であれば，リンク交通量の分布を正規分布により近似できる[4]．線形走行時間関数の場合，客観的走行時間が正規分布に従うと仮定できる．非線形走行時間関数の場合，客観的走行時間が正規分布に従う保証はないが，正規分布は任意の確率分布の 2 次モーメントまでの近似関数としての意味を持つ．そこで，客観的走行時間分布と主観的期待をともに 1 次元正規分布により表現する．ドライバー s の経路 a の走行時間分布に関する t 期の主観的期待を 2 つの母数（平均値 π_{1as} と分散 $\pi_{2as}/2$）

$$\pi_{1as}(t)=\phi_{1as}^{(t)}(\Xi_s^{(t)},\pi_{as}^{(0)})$$

$$\pi_{2as}(t)=\phi_{2as}^{(t)}(\Xi_s^{(t)},\pi_{as}^{(0)})\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

により表現する．ここに，$\phi_{1as}^{(t)}$，$\phi_{2as}^{(t)}$ は，それぞれ t 期におけるドライバー s の主観的期待の平均 $\pi_{1as}(t)$ と分散 $\pi_{2as}(t)/2$ を表現する母数推定モデル（parameters estimation models）である．期待形成メカニズムは，過去の経験情報 $\Xi_s^{(t)}$ と初期期待 $\pi_{as}^{(0)}$ を用いて主観的期待の母数を推定する母数推定モデルとして表わされる．

ドライバーにとって，客観的走行時間分布の母数（平均と分散）は未知である．ドライバー s が t 期までに経路 $a\in\delta_s$ を n_a 回利用し，経験情報集合 $\tilde{\tau}_a(t)=\{\tilde{\tau}_{1a},\tilde{\tau}_{2a},\cdots,\tilde{\tau}_{na}\}$ を獲得し，主観的期待 $\pi^{(t)}=(\pi_{1as}(t),\pi_{2as}(t))$ を形成したと考える．ドライバーは主観的期待 $\pi^{(t)}$ のもとで期待効用を最大にする経路 a を選択し，新しい経路情報 $\tilde{\tau}_{n+1a}$ が $\tilde{\tau}_a(t)$ に付加される．新しい $\tilde{\tau}_a(t+1)$ に基づいてドライバーは主観的期待 $\pi^{(t)}$ を更新し，$t+1$ 期の主観的期待 $\pi^{(t+1)}$ を形成する．以上のドライバー意志決定行動をベイズ推論を用いて記述する．以後，表記の便宜上，添字 s,a 及び時点 t を省略する．t 期の主観的期待 $\pi^{(t)}$ の下で実現する客観的走行時間が，期待値 θ_1，分散 $\theta_2/2$ の正規分布 $N(\theta_1,\theta_2/2)$ に従うと仮定する．θ_1 と θ_2 は未知であり，$\Theta=\{(\theta_1,\theta_2)|\theta_1>0,\theta_2>0\}$ と定義する．厳密にはドライバーの主観的期待が逐次更新され，客観的走行時間の確率分布は時間とともに変動するが，長期にはある定常分布に収束すると考える．いま，ドライバーが t 期までに実現した経路 a の走行時間の標本が，確率密度関数 $N(\theta_1,\theta_2/2)$，$(\boldsymbol{\theta}=(\theta_1,\theta_2)\in\Theta)$ からのランダム標本であると考えたと仮定しよう．$\tilde{\tau}$ の同時確率密度関数 $f(\tau|\boldsymbol{\theta})$ は，次式のようになる．

$$f(\tau|\boldsymbol{\theta})=(\pi)^{-\frac{1}{2}}\theta_2^{-\frac{1}{2}}\exp[-\theta_2^{-1}(n(\theta_1-\bar{\tau})^2+s^2)] \quad\cdots\cdots(15)$$

$\bar{\tau}=1/n\cdot\sum_{i=1}^{n}\tau_i, s^2=\sum_{i=1}^{n}(\tau_i-\bar{\tau})^2$ である．正規分布 $f(\tau|\boldsymbol{\theta})$ を $\boldsymbol{\theta}$ の関数と考える．未知母数 θ_2 を既知と仮定すれば，条件付正規分布 (15) の未知母数 θ_1 に関する共役事前分布は正規分布 $N(\mu,\theta_2/2\nu)$ で表せる[17]．条件付き正規分布 $f(\tau|\boldsymbol{\theta})$ を，θ_1 に関して $\boldsymbol{R}$ 上で積分すれば，条件付正規分布 (15) の θ_2 に関する共役事前分布を，逆カイ 2

乗分布 $\chi^{-2}(2\alpha,\beta)$ により表せる[17]．共役事前分布は

$$\xi_1(\tilde{\theta}_1|\tilde{\theta}_2=\theta_2)\sim N(\mu,\theta_2/2\nu)$$

$$\xi_2(\tilde{\theta}_2)\sim\chi^{-2}(2\alpha,\beta) \quad\cdots\cdots(16)$$

となる．また，母数ベクトル（$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_2$）の同時共役事前分布 $\xi(\tilde{\boldsymbol{\theta}})=\xi_1(\tilde{\theta}_1|\tilde{\theta}_2=\theta_2)\cdot\xi_2(\tilde{\theta}_2)$ は，正規・逆カイ２乗分布 $N-\chi^{-2}(\mu_0,\nu_0,\alpha_0,\beta_0)$，$(\mu_0>0,\nu_0>0,\alpha_0>0,\beta_0>0)$

$$\xi(\boldsymbol{\theta})=N(\theta_1|\mu_0,\theta_2/2\nu_0)\cdot\chi^{-2}(\theta_2|2\alpha_0,\beta_0)$$
$$\propto\theta_2^{-\frac{1}{2}}\exp\left[-\frac{\nu_0(\theta_1-\mu_0)^2}{\theta_2}\right]\cdot\theta_2^{-(1+\alpha_0)}\exp\left(-\frac{\beta_0}{\theta_2}\right) \quad\cdots\cdots(17)$$

により表現できる．一方，経験情報 $\tau=(\tau_1,\cdots,\tau_n)$ と統計量 $\bar{\tilde{\tau}}=\bar{\tau}(=\sum_{i=1}^{n}\tilde{\tau}_i)$, $\tilde{s}^2=s^2(=\sum_{i=1}^{n}(\tau-\bar{\tau})^2)$ を観測した時の事後密度は，

$$\xi(\boldsymbol{\theta}|\tau)\propto\xi(\boldsymbol{\theta})f(\tau|\boldsymbol{\theta})$$
$$\propto\theta_2^{-\frac{1}{2}}\exp\left[-\frac{\nu_0(\theta_1-\mu_0)^2+n(\theta_1-\bar{\tau})^2}{\theta_2}\right]$$
$$\cdot\theta_2^{-(1+\alpha_0+\frac{n}{2})}\exp\left[-\frac{\beta_0+s^2}{\theta_2}\right] \quad\cdots\cdots(18)$$

で表わせる．ここで，

$$\nu_0(\theta_1-\mu_0)^2+n(\theta_1-\bar{\tau})^2$$
$$=(\nu_0+n)\left(\theta_1-\frac{\nu_0\mu_0+n\bar{\tau}}{\nu_0+n}\right)^2+\frac{\nu_0 n}{\nu_0+n}(\bar{\tau}-\mu_0)^2 \quad\cdots\cdots(19)$$

が成立することに着目すれば，上式は

$$\xi(\boldsymbol{\theta}|\tau)=\xi(\boldsymbol{\theta}|\bar{\tau},s^2)$$
$$\propto\theta_2^{-\frac{1}{2}}\exp\left[-\frac{\nu_1(\theta_1-\mu_1)^2}{\theta_2}\right]\cdot\theta_2^{-(1+\alpha_1)}\exp\left(-\frac{\beta_1}{\theta_2}\right) \quad\cdots\cdots(20)$$

と変換できる．事後分布も正規・逆カイ２乗分布

$$\xi(\tilde{\boldsymbol{\theta}}|\bar{\tilde{\tau}}=\tau)\sim N-\chi^{-2}(\mu_1,\nu_1,\alpha_1,\beta_1) \quad\cdots\cdots(21)$$

により表わせる．事前分布と事後分布の母数の間には

$$\mu_1=\frac{\nu_0\mu_0+n\bar{\tau}}{\nu_0+n},\ \nu_1=\nu_0+n$$

$$\alpha_1=\alpha_0+\frac{n}{2},\ \beta_1=\beta_0+s^2+\frac{\nu_0 n}{\nu_0+n}(\bar{\tau}-\mu_0)^2 \quad\cdots\cdots(22)$$

が成立する．θ_1，θ_2 を推定するため，$E(\tilde{\theta}_1|\tau)$，$E(\tilde{\theta}_2|\tau)$ を導出しよう．$\tilde{\theta}_1$ の周辺事後密度 $\xi(\theta_1|\tau)$ は

$$\xi(\theta_1|\tau)=\int_0^\infty\xi(\theta_1,\theta_2|\tau)d\theta_2$$
$$\propto\int_0^\infty\theta_2^{-(1+\alpha_1+\frac{1}{2})}\exp\left[-\frac{(\beta_1+\nu_1(\theta_1-\mu_1)^2)}{\theta_2}\right]d\theta_2$$
$$\propto\left(1+\frac{\nu_1\alpha_1}{\alpha_1\beta_1}(\theta_1-\mu_1)^2\right)^{-(\alpha+\frac{1}{2})} \quad\cdots\cdots(23)$$

となる．すなわち，$\tilde{\theta}_1$ の周辺事後分布は，t 分布

$$\tilde{\theta}_1|\tau=\tau\sim\tilde{\theta}_1|(\bar{\tilde{\tau}}=\bar{\tau},\ \tilde{s}^2=s^2)\sim t(\mu_1,\ \alpha_1\beta_1/\nu_1;\alpha_1)\cdot(24)$$

に従う．したがって，次式を得る．

$$E(\tilde{\theta}_1|\tau)=\mu_1 \quad\cdots\cdots(25)$$

同様に，$\tilde{\theta}_2$ の事後周辺分布は $\chi^{-2}(2\alpha_1,\beta_1)$ により表現できる[17]．したがって，次式を得る．

$$E(\tilde{\theta}_2|\tau)=\frac{\beta_1}{\alpha_1} \quad\cdots\cdots(26)$$

（３） ベイズ学習過程モデルの定式化

時点を考慮し期待形成メカニズムを定式化する．（２）の結果より，主観的期待の母数 $\pi_{1as}(t)$，$\pi_{2as}(t)$ は正規・逆カイ２乗分布 $N-\chi^{-2}(\mu_t,\nu_t,\alpha_t,\beta_t)_{as}$ に従う．事後的な母数 $\pi_{1as}(t+1)$，$\pi_{2as}(t+1)$ も，正規・逆カイ２乗分布 $N-\chi^{-2}(\mu_{t+1},\nu_{t+1},\alpha_{t+1},\beta_{t+1})_{as}$ に従う．t 期に経路 a を選択するとともに母数推計モデルを更新し，事後的な母数推計モデル $\phi_{as}^{(t+1)}$ を獲得したと考えよう．t 期の事後的な母数推計モデルは，$t+1$ 期の事前モデルとなる．

ドライバーの学習ルール Λ は，t 期の新しい経験情報 $\sigma_s^{(t)}$ を用いて，主観的期待の母数（$\pi_{1as}(t)$，$\pi_{2as}(t)$）を更新するルールとして記述できる．以下，ドライバー s が t 期に経路 a を選択したと考え，当該経路の主観的期待の学習ルールを導出しよう．記述の便宜上，添字 a,s を省略する．（２）の結果を用いれば，t 期における母数推計モデルは t 期までの経験情報集合 $\Xi^{(t)}$（統計量 $\bar{\tau}_t=1/n^{(t)}\cdot\sum_{j=1}^{n^{(t)}}\tau_j$, $\tilde{s}_t^2=\sum_{j=1}^{n^{(t)}}(\tau_j-\bar{\tau}_t)^2$）の関数として，

$$\pi_1(t+1)=\frac{\nu_0\mu_0+n^{(t)}\bar{\tau}_t}{\nu_0+n^{(t)}}, \quad\cdots\cdots(27)$$

$$\pi_2(t+1)=\left\{\beta_0+\tilde{s}_t^2+\frac{\nu_0 n^{(t)}}{\nu_0+n^{(t)}}(\bar{\tau}_t-\mu_0)^2\right\}/\alpha_t \quad\cdots\cdots(28)$$

と表わせる．$\alpha_t=\alpha_0+n^{(t)}/2$，$n^{(t)}$：$t$ 期末までに当該経路を走行した回数である．式(27)(28) は，ドライバーが過去の経験情報 $\Xi^{(t+1)}$ を用いてベイズ推定した $t+1$ 期の主観的期待の母数を表わしている．ここで，式(27)(28) を展開し，ドライバーが学習ルール Λ により主観的期待の母数 $\pi_1(t)$，$\pi_2(t)$ を逐次更新する過程をモデル化する．まず，式(27) を展開すれば次式を得る．

$$\pi_1(t+1)=\frac{\nu_0\mu_0+n^{(t)}\bar{\tau}_t}{\nu_0+n^{(t)}}=\pi_1(t)-\pi_1(t)$$
$$+\frac{\nu_0\mu_0+(n^{(t)}-1)\bar{\tau}_{t-1}+\tau_t}{\nu_0+n^{(t)}-1}\cdot\frac{\nu_0+n^{(t)}-1}{\nu_0+n^{(t)}}$$
$$=\pi_1(t)-\pi_1(t)+\frac{\nu_0+n^{(t)}-1}{\nu_0+n^{(t)}}\cdot\pi_1(t)+\frac{\tau_t}{\nu_0+n^{(t)}}$$
$$=\pi_1(t)+\frac{1}{\nu_0+n^{(t)}}\cdot(\tau_t-\pi_1^{(t)}) \quad\cdots\cdots(29)$$

すなわち，$t+1$ 期における走行時間の主観的期待値は，t 期における主観的期待値 $\pi_1(t)$ と t 期における主観的期待の誤差（走行時間の実績値と主観的期待値との差）を用いて更新される．式(29) において，主観的期待の誤差に関する重み係数 $1/(\nu_0+n^{(t)})$ が時間を通じて一定であると仮定すれば，既存の研究[9),10)] で提案されている経路走行時間の予測モデルと類似の学習モデル（適応期待形成モデル）を得る．重み係数はドライバーが先験

土木学会論文集 No. 458／IV-18, pp. 17~26, 1993. 1

的に知り得るものでなく，経験の蓄積を通じてドライバー自身が推計するものである．適応期待形成モデルの問題は，ドライバーが重み係数をどのようにして知り得たかを説明する明確な行動原理がない点にある．むろん，経路選択の経験がない初期時点では，ドライバーは先験的に重み係数の初期値を設定せざるを得ない．その値は個人によって多様に異なり，すべての個人にわたって一定となる保証はない．式(30)に示すように，重み係数 $1/(\nu_0+n^{(t)})$ は定数ではなく，$n^{(t)}$ が大きくなるにつれて0に近づき，主観的期待 $\pi_1(t)$ の補正量は次第に減少する．ドライバーは学習行動を通じて自己の適応期待形成モデルを逐次修正するとともに，彼の主観的期待はある値に収束していく．同様に，経路走行時間の分散値に関する主観的期待 $\pi_2(t)$ に関しても式(28)を展開することにより，次式を得る（付録2参照）．

$$\pi_2(t+1)=\pi_2(t)+\frac{1}{\alpha_t}\left\{\frac{\nu_{t-1}}{\nu_t}(\pi_1(t)-\tau_t)^2-\frac{\pi_2(t)}{2}\right\} \quad \cdots\cdots(30)$$

ただし，$\alpha_t=\alpha_0+n^{(t)}/2$，$\nu_t=\nu_0+n^{(t)}$ である．$t+1$ 期における分散値の主観的期待 $\pi_2(t+1)$ は，t 期の主観的期待 $\pi_2(t)$ と主観的期待の誤差によって表わされる．経路走行経験を蓄積すれば，重み $1/\alpha_t$ は0に収束する．分散値に関する主観的期待の補正量も次第に減少する．また，t 期で選択しなかった経路 $j(\in\delta_s)\neq a$ の主観的期待は，その経路が利用されるまで更新されない．

$$\pi_{1js}(t+1)=\pi_{1js}(t),\ \pi_{2js}(t+1)=\pi_{2js}(t) \quad \cdots\cdots(31)$$

ここで，主観的期待の収束値を求める．式(27)(28)で t が十分に大きくなれば，主観的期待 $\pi_1(t)$，$\pi_2(t)$ を

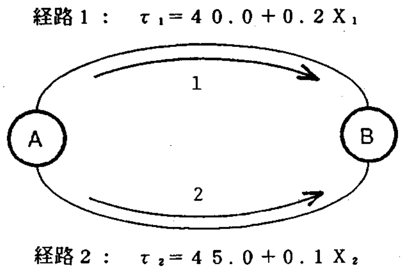
$$\pi_1(t)\simeq\bar{\tau}_t,\ \pi_2(t)\simeq\frac{s_t^2}{n^{(t)}} \quad \cdots\cdots(32)$$

と近似できる．$\bar{\tau}_t$ と $(s_t^2/n^{(t)})$ は，それぞれ標本平均，標本分散である．ドライバーが経路選択を十分多く繰り返せば，彼の平均時間，分散に関する主観的期待は客観的に実現する標本平均，標本分散に漸近する．ドライバーはどのような初期期待を有していても，学習行動を通じて最終的にREを形成することが理解できる．

6. 数値計算事例

(1) 数値計算の概要

ドライバー s の学習成果は彼の主観的期待 $\pi_{1as}(t)$，$\pi_{1as}(t)$ の時間的経過を追跡すれば把握できる．数値計算を繰り返し，ドライバーの主観的期待が，客観的な走行時間分布の期待値・分散に収束すれば，ドライバーはREを形成したと考えることができる．数値実験に用いる交通ネットワークを図—1に示す．リンク走行時間関数を線形関数 $\tau_b=\iota_b+\upsilon_b X_b$ で表わそう．ここに，τ_b：リンク走行時間，X_b：リンク交通量，ι_b, υ_b：パラメータである．各リンク特性を同図に示す．経路1は利便性は高いが混雑しやすい経路，経路2は若干迂回するが混雑が起こりにくい経路となっている．OD交通量は100台で，単位時間内に同時にネットワークを利用すると考える．各ドライバーの各経路に対する初期期待を平均50.0分，分散10.0の正規分布で与える．私的情報も正規分布に従うと考える．シミュレーションにあたっては，各期ごとに各ドライバーの私情報を乱数発生させ，式(13)により選択経路を確定する．次に，各ドライバーの経路選択行動を集計し，各経路の走行時間を確定する．ドライバーは選択した経路に関する走行時間情報を獲得したと考え，彼の主観的期待を式(29)，(30)，(31)を用いて更新する．シミュレーション期間は250回に設定した．

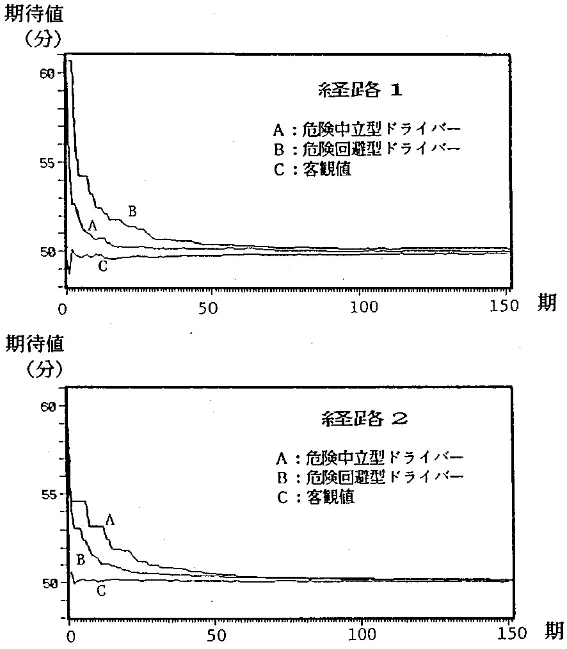


図—1 仮想交通ネットワーク

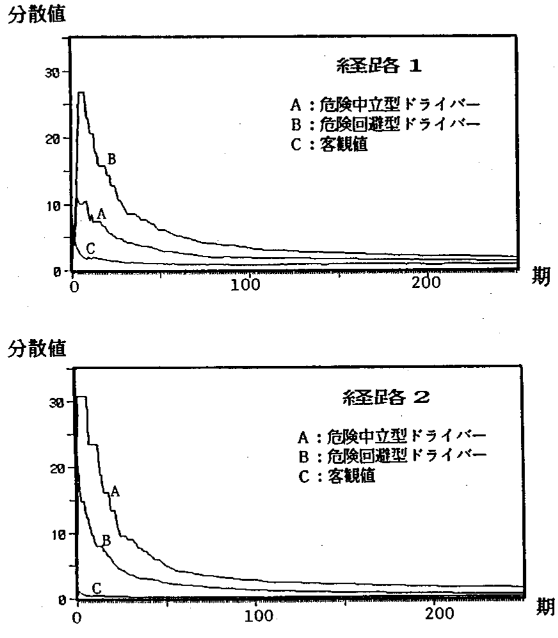
(2) 計算結果の考察

a) 危険回避度の影響（ケースa）

危険回避度 ζ は，経路走行の確実性に対するドライバーの選好の程度を表わすパラメータである．$\zeta=0$ の場合，ドライバーは平均走行時間だけに基づいて経路を選択する．ζ 値が大きくなる程，走行時間の変動リスクを回避し確実性をより志向する．ドライバーを危険中立型（$\zeta=0.0$）50人，危険回避型（$\zeta=1.0$）50人の2つのグループに分類する．すべてのドライバーに対して，ξ_{as} は期待値0.0，分散 $\sigma^2(\xi_{as})=4.8$ の正規分布に従うと仮定し，シミュレーションを実施した．図—2は，それぞれのグループから任意に抽出したドライバーの主観的期待の時間的な変化を示している．図—3は，走行時間の分散値に関する主観的期待の変化を示す．各時点以前に実現した経路走行時間の期待値と分散を求め，それを経路走行時間の客観的分布とした．同図には，各経路の客観的走行時間分布の変化も併記している．同図より，経路1に関しては危険中立型ドライバー，経路2に関しては危険回避型ドライバーの主観的期待の方がREにより早く収斂している．ドライバーは頻繁に利用する経路に関して，より早くREを形成する．経路2は経路走行時間の分散が小さく，危険回避型ドライバーが利用する確率が高い．また，利便性が高いがリスクの高い経路1は，不用不急の交通に代表される危険中立型ドライバーに占拠される．



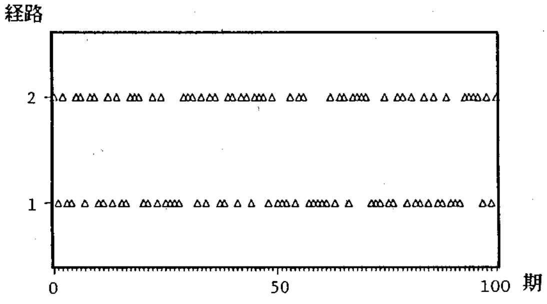
図—2　危険回避の程度が RE 形成に及ぼす影響（期待値の変化）



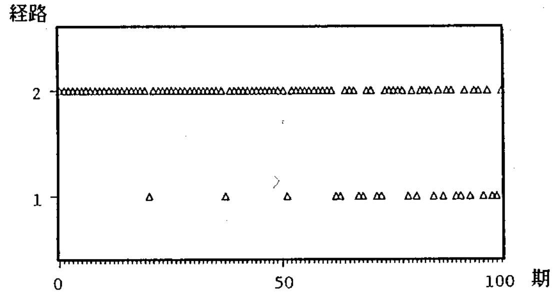
図—3　危険回避の程度が RE 形成に及ぼす影響（分散値の変化）

b）私的情報の影響（ケース b）

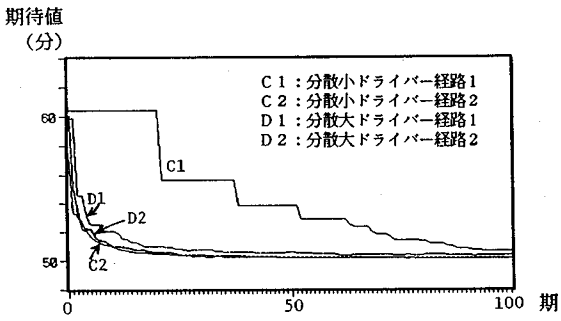
私的情報の分散はドライバーがどの程度経路選択を変更するかを示すパラメータである．私的分散がゼロとなるドライバーは一度決定した経路を一切変更しない．私的分散が大きくなる程，RE を形成した後にも多様な心理的要因が働き，選択経路を頻繁に変更する可能性が大きくなる．100 人のドライバーを 1)私的情報 ξ_{as} の分散



図—4　私的情報の分散が大きいドライバーの経路選択結果

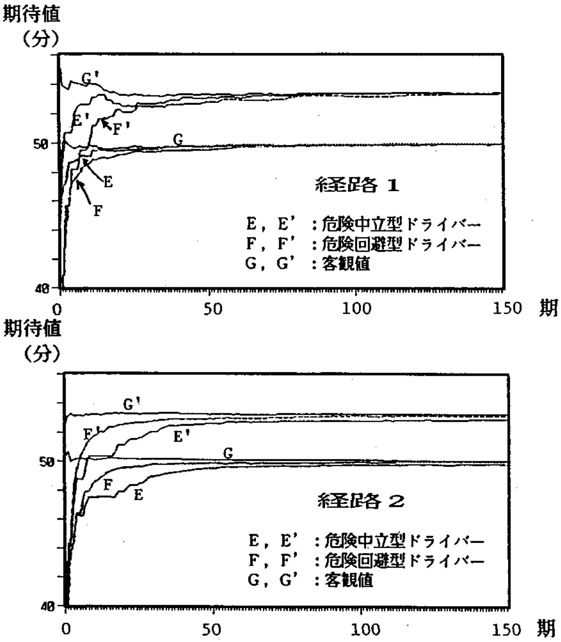


図—5　私的情報の分散が小さいドライバーの経路選択結果



図—6　私的情報の分散の程度が RE 形成に及ぼす影響（期待値の変化）

が小さいドライバー（$\sigma^2(\xi_{as})=2.8$），2)私的情報の分散が大きいドライバー（$\sigma^2(\xi_{as})=4.5$）の 2 つにそれぞれ 50 人ずつグループ分けした．分散値は本来，実証分析を通じて推計すべき値であるが，ここでは仮想値を用いている．図—4，図—5 は各グループから任意に抽出したドライバーが選択した経路の通時的な変化を示している．図—6 はそれぞれのドライバーの主観的期待（走行時間の期待値）の変動状況を示している．図—4 に示すように，私的分散が大きい場合，選択経路は頻繁に変化する．経路選択が他人に知られない私的情報に依存している以上，彼の日々の行動を正確に予測することは不可能である．一方，主観的期待は RE に収束しており，ドライバーの RE を予測することは可能である．私的分散が小さいドライバーは，同一経路を繰り返し選択する傾向が強い．図—6 に示すように，頻繁に選択する経



図—7　非合理的ドライバーが合理的ドライバーの RE 形成に及ぼす影響（注：図中の ' は非合理的ドライバーの流入を考慮した場合を表す）

路の主観的期待は急速に RE に収束する．頻繁に利用しない経路に関しては RE への収束が極めて緩慢である．一方，私的情報の分散が大きく，選択経路を頻繁に変更するドライバーの主観的期待は急速に RE に収束する．ドライバーが RE を形成するためには，経路の反復利用による学習が必要であり，その収束状況はドライバーが有する私的情報の分散と密接な関連がある．

c) 非合理的ドライバーの影響（ケース c）

ドライバーの一部が合理的学習ルールを持たない非合理的ドライバーであると考える．非合理的ドライバーは，他人に知られない私的情報と学習しない予測システムを用いて主観的期待を形成するため，彼の行動を確定的に予測することは不可能である．そこで，非合理的ドライバーによる選択行動の結果を，外生的な交通量の変動として表現する．各経路の非合理的ドライバーによる経路交通量が期待値 25 台，分散 5.0 の正規分布に従うと仮定する．その上で，ケース a) と同様に，合理的ドライバーを危険中立型，危険回避型の 2 つに分類し，各グループに属するドライバーの主観的期待の変化パターンについて分析した．図—7 より，非合理的ドライバーが存在しても，合理的ドライバーは，合理的学習ルールを適用することにより RE を形成することが理解できる．

危険回避度，私的情報の分散は，ドライバーの危険回避行動を表わす重要なパラメータである．同一のドライバーであっても，交通目的等により経路選択行動は多様に異なる．実証分析を行うためには，ドライバーを交通目的・車種等によりグループ化し，パラメータを推計することが必要となる．各ドライバーの経路選択に関するパネルデータを用いてパラメータ値を推計することができるが，推計方法に関しては今後の課題としたい．

7. おわりに

本研究では，ドライバーのベイズ学習を考慮した経路選択モデルを提案した．その際，ドライバーが経路走行条件に関して主観的期待を形成する過程を「期待形成メカニズム」として定式化した．ドライバーの経路情報に関する学習過程を，主観的期待のベイズ更新過程としてモデル化した．本論文で言及したように，ドライバーの期待形成の問題は，ドライバーが考える経路走行時間の分布が学習過程を通じてどのような RE に収束するかという問題として把握できる．公共主体が経路誘導情報を提供した場合，ドライバーは各情報の下で期待を形成する．この時，RE は経路誘導情報に対する条件付確率分布で与えられる．経路誘導情報に対するドライバーの反応行動に関しては，本研究で提案したモデルを若干拡張することによりアプローチできる．本論文は，あくまでも期待形成を考慮した経路選択モデルの開発を主眼としたものであるが，本論文で提案したモデルにより経路誘導問題にアプローチする際に重要となるドライバーの期待形成のモデル化が可能になったと考える．

著者の知る限り，RE 仮説に基づく交通行動モデルに関する研究の蓄積は乏しく，今後に残された研究課題は少なくない．本論文に関連する今後の研究課題を以下にとりまとめる．まず，本稿で提案したモデルは，経路誘導情報の受け手側の行動を分析するための基礎モデルとして位置づけられる．今後は，経路誘導情報の最適な提供方法等，情報の送り手側に関わる問題にアプローチする必要がある．さらに，REE モデルの実用化に関する研究が必要である．本研究で提案したようなシミュレーション手法を大規模ネットワーク問題へ適用することは困難であるといわざるを得ない．この場合，シミュレーションによらず，直接 REE モデル[4]により効率的に均衡解を求めるような実用的解法の開発が不可欠となる．また，学習ルールの選択等，RE 仮説に関する実証的研究も必要である．最後に，ドライバーの厚生をどのように評価すればいいかということも，今後最適経路誘導問題を考察していくうえでの基礎研究となろう．

APPENDIX

（付録 1：収束定理の証明）　RE$\pi^*(\tau|\omega)$ を既知と仮定しよう．学習ルールが合理的であれば，任意の $0<\varepsilon$ とある n_ε が存在し，$t>n_\varepsilon$ なるすべての t に対し

$$\|\pi^{(t)}(\tau|\omega)-\pi^*(\tau|\omega)\|<\varepsilon$$

が成立．走行時間分布のリフシッツ条件より，ほとんどすべての無限サンプル $\Xi^{(\infty)}$ に対して

$$\| \upsilon(\tau|\omega,\pi^{(t)})-\upsilon(\tau|\omega,\pi'^{(t)})\| \leq \lambda \| \pi^{(t)}-\pi'^{(t)}\|$$

を満足する $0<\lambda<\infty$ が存在する．三角不等式より

$$\| \pi^{(t)}(\tau|\omega)-\upsilon(\tau|\omega,\pi^{(t)})\| \leq \| \pi^{(t)}(\tau|\omega)-\pi^*(\tau|\omega)\| + \| \pi^*(\tau|\omega)-\upsilon(\tau|\omega,\pi^{(t)})\|$$

が成立．また，$\upsilon(\tau|\omega,\pi^*(\tau))=\pi^*(\tau|\omega)$ より，

$$\| \pi^{(t)}(\tau|\omega)-\upsilon(\tau|\omega,\pi^{(t)})\| \leq (1+\lambda)\| \pi^{(t)}(\tau|\omega)-\pi^*(\tau|\omega)\| \leq (1+\lambda)\varepsilon$$

任意の ε とある n_ε が存在し，$t>n_\varepsilon$ なるすべての t と $\omega^{(t)}\in\Omega$ に対して上式が成立．ゆえに，次式が成立．

$$\lim_{t\to\infty} \| \pi^{(t)}(\tau|\omega)-\upsilon(\tau|\omega,\pi^{(t)})\| < (1+\lambda)\varepsilon$$

ε の任意性から $\lim_{t\to\infty} \| \pi^{(t)}(\tau|\omega)-\upsilon(\tau|\omega,\pi^{(t)})\|=0$

（付録2：式(30) の誘導）　$\{(\nu_0 n)/(\nu_0+n)\}\cdot(\bar{\tau}_t-\mu_0)^2$ を展開し，式(27) を代入すれば，次式を得る．

$$\{\nu_0 n\}/\{\nu_0+n\}\cdot(\bar{\tau}_t-\mu_0)^2=n\bar{\tau}_t^2-\nu_t\pi_1(t+1)^2+\nu_0\mu_0^2$$

次に，式(28) を上式及び式(29) を用いて展開する．

$$\begin{aligned}\pi_2(t+1)&=\frac{1}{\alpha_{t-1}}\Big\{\beta_0+s_{t-1}^2+\frac{\nu_0(n-1)}{\nu_{t-1}}\cdot(\bar{\tau}_{t-1}-\mu_0)^2\\&\quad+\frac{\nu_{t-1}}{\nu_t}\cdot\pi_1(t)-\tau_t)^2)\Big\}\cdot\frac{\alpha_{t-1}}{\alpha_t}\\&=\pi_2(t)-\pi_2(t)+\frac{\alpha_{t-1}}{\alpha_t}\cdot\pi_2(t)+\frac{1}{\alpha_t}\\&\quad\cdot\frac{\nu_{t-1}}{\nu_t}(\pi_1(t)-\tau_t)^2\\&=\pi_2(t)+\frac{1}{\alpha_t}\Big\{\frac{\nu_{t-1}}{\nu_t}(\pi_1(t)-\tau_t)^2-\frac{\pi_2(t)}{2}\Big\}\end{aligned}$$

参 考 文 献

1) Sheffi, Y.: Urban Transportation Networks, Printice-Hall, Inc., 1985.
2) Daganzo, C. F. and Sheffi, Y.: On stochastic models of traffic assignment, Trans. Sci., 11(4), pp.253～274, 1977.
3) Fisk, C.: Some developments in equilibrium traffic assignment, Trans. Research, 14, B(3), pp.243～255, 1980.
4) 小林潔司：不完備情報下における交通均衡に関する研究，土木計画学研究・論文集，No. 8，pp. 81～88，1990.
5) 宮城俊彦：ベイズ学習過程と確率的利用者均衡モデル，土木計画学研究・論文集，No. 8，pp. 73～80，1990.
6) たとえば，柴田哲史・佐藤馨一・五十嵐日出夫：経路走行時間の標準偏差を考慮した配分交通量推計法に関する研究，第42回土木学会年次学術講演会概要集，1987.
7) Dial, R. B.: A probabilistic multipath traffic assignment algorithm which obviates path enumeration, Transportation Research 5(2), pp. 83～111, 1971.
8) Mahmassani, H.: Dynamic models of commuter behavior, Paper presented at Interl. Conf. on Dynamic Travel Behavior Analysis, Kyoto, 1989.
9) Iida, Y., Akiyama, T. and Uchida, T.: Experimental analysis of dynamic route choice behavior, Paper presented at Interl. Conf. on Dynamic Travel Behavior Analysis, Kyoto, 1989.
10) 飯田恭敬・内田敬・宇野伸宏：ドライバーの経路選択行動パターンを考慮した旅行時間予測機構，土木計画学研究・講演集，No. 14，pp. 287～294，1991.
11) Scheffrin, S. M.: Rational Expectations, Cambridge University Press, 1983.
12) Muth, J. F.: Rational expectations and the theory of price movements, Econometrica, Vol. 29, pp. 315～335, 1961.
13) Lucas, R. E. Jr.: Asset prices in an exchange economy, Econometrica, Vol. 46, pp. 1429～1445, 1978.
14) Fourgeand, C. C. G. and Pradel, J.: Learning procedures and convergence to rationality, Econometrica, Vol. 54, pp. 845～868, 1987.
15) Bray, M. M. and Savin, N. E.: Rational expectations equilibria, learning and model specification, Econometrica, Vol. 54, pp. 1129～1160, 1986.
16) Takayama, A.: Mathematical Economics, Cambridge University Press,1985.
17) 繁桝算男：ベイズ統計入門，東京大学出版会，1985.

（1992. 2. 5 受付）

ROUTE CHOICE MODELS WITH ENDOGENOUS RATIONAL EXPECTATIONS FORMATION

Kiyoshi KOBAYASHI and Katsumi FUJITAKA

This paper is devoted to the question of whether drivers can learn rational expectations from repeated observations of traffic conditions in a stationary environment. The learning problem is placed in the context of an iterative adjustment process which achieves equilibrium if drivers have rational expectations. Route choice models with rational expectations find a new justification if these models appear as limits of drivers' learning procedures. This paper investigates whether drivers can learn how to form rational expectations using standard Bayesian estimation techniques. The main result is that even if drivers begin with no knowledge of their environment, there exists an estimation procedure which converges to rational expectations when the environment satisfies a certain regularity conditions. The regularity conditions is shown to be generic.