

# 観測データによる圧密沈下の早期予測と設計へのフィードバック法

脇田英治\*

本論文は施工中の現場観測データから将来の圧密沈下を予測する方法に関するものである。盛土施工期間中の観測データは盛土荷重の評価が困難なため、従来はそれを用いての沈下予測は行われていなかった。しかし、工事の所定の工期と工費内で工事を完成させるためには、早期に沈下を予測し、その結果を設計・施工計画へフィードバックさせる技術が必要である。そこで、本研究では盛土施工中の観測データも含めて利用し、観測期間の早期に将来の圧密沈下を予測し、設計へフィードバックする新しい方法を提案する。そして、現場実測例にこれらの方法を適用して、その有用性を確認する。

**Keywords :** consolidation, observational method, prediction, settlement, soft clay

## 1. はじめに

圧密沈下に関する事前設計は室内土質試験結果を用いて行われるが、その精度がかなり低いので、それのみでは充分満足な結果が期待できない。したがって、施工中の観測によって事前設計を修正しながら将来沈下を予測する観測法が併用されるのが一般的である。

観測された沈下データから将来の沈下予測を行う手法としては、現在までにさまざまな方法が提案されている。双曲線法<sup>1)</sup>、星埜法<sup>2)</sup>、浅岡法<sup>3)</sup>、門田法<sup>4)</sup>、浅岡法などで沈下予測を行う場合にカルマンフィルタを援用する村上<sup>5)</sup>、星谷<sup>6)</sup>他による沈下予測法、荒井<sup>7)</sup>他に代表される有限要素法逆解析手法などである。

しかし、一般的に、これらの手法が有効に利用できるのは、盛土の放置期間中の沈下の観測データに関してであると思われる。盛土の放置に入る前の盛土施工期間は大現場ほど長く、一年以上の場合もあるが、この期間中の観測データを用いて、従来法により沈下予測を行うことは、極めて困難であると思われる。なぜならば、盛土施工中においては盛土荷重が複雑に変化し、その変化の影響を考慮して、しかも、圧密の初期の段階に、精度の高い沈下予測を行うことは困難であるからである。このような場合、試験盛土による方法もあるが、試験と実施工では場所が異なるので、沈下性状も異なる場合も多い。また、この方法は一般的に、工期と工費にゆとりがなければ採用しがたい。したがって、従来法による場合、一般的に沈下予測は放置期間の後期に初めて可能である場合が多い。このような場合、盛土高さが過大で沈みすぎ、土量や施工に関して不経済となることもあり、逆に盛土高が不足で、その時点で追加盛土を行い、さらに何ヶ月も工期がのびるようこともある。

\* 正会員 技術士 清水建設(株) 大崎研究室 主任研究員  
(〒100 千代田区内幸町2-2-2 富国生命ビル27F)

このような事態を避け、所定の工期と工費内で工事を完成させるためには、早期に沈下を予測し、その結果を設計・施工計画にフィードバックさせる技術が必要である。盛土施工期間中に沈下予測ができれば、盛土の施工計画を施工中に修正することができ、工期と工費の面で大きなメリットがある。以上のような観点からここでは、主に盛土施工期間中の観測データを用いて、圧密沈下を予測し、盛土の施工計画を修正する方法を提案する。ただし、提案法は盛土施工期間中の観測データにしか適用できないものではなく、その後の放置期間中のデータにも適用可能であり、放置期間中のデータも含めてデータが多くなれば予測精度はより向上する。したがって、一段目盛土の施工時・放置期間中の観測データを用いて、二段目盛土以降の沈下予測なども可能である。

## 2. 状態方程式の誘導とパラメータの同定

### (1) 一次元圧密理論からの沈下状態方程式の誘導

三笠の一次元圧密方程式は次式と等価であることがAsaoka<sup>8)</sup>により示されている。

$$\rho + c_1 \dot{\rho} + c_2 \ddot{\rho} + \cdots + c_n \rho^{(n)} + \cdots = u(t) \quad (1)$$

ここに、 $\rho$ は時刻  $t$  における沈下量、 $u(t)$  は荷重項、 $c_1, c_2, \dots$  は係数である。また、記号の頭の「 $\cdot$ 」(ドット)は時間に関する微分を表わす。式(1)で係数  $c_i$  は  $i$  が大きくなると、急速にゼロに近づくので、式(1)は次式で近似できる。

$$\rho + c_1 \dot{\rho} + c_2 \ddot{\rho} + \cdots + c_n \rho^{(n)} = u(t) \quad (2)$$

ここで、状態変数ベクトル  $x_m(t)$  を次式で定義する。

$$x_m(t) = [\rho(t) \dot{\rho}(t) \cdots \rho^{(n-1)}(t)]^T \quad (3)$$

これから、

$$x_m(t) = [\dot{\rho}(t) \ddot{\rho}(t) \cdots \rho^{(n)}(t)]^T \quad (4)$$

となる。したがって、式(2), (3), (4)をまとめて、ベクトル表示すると、次式が得られる。







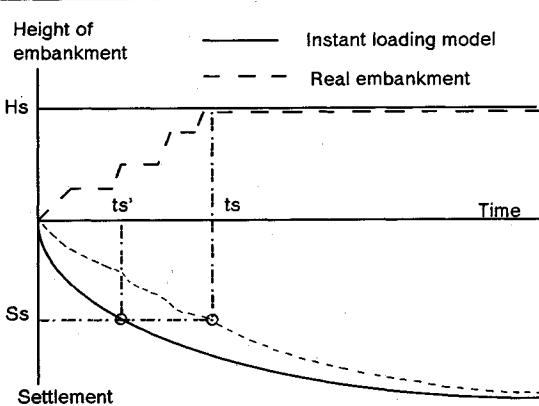


図-2 瞬時載荷モデルと実際の盛土との時間のずれ

となる。ここで、 $y = S_s$ ,  $t = t'_s$ ,  $u = H_s$  と置くと、式(44)は次式となる。

$$S_s = CA^{-1}(e^{At'_s} \mathbf{B} - \mathbf{B})H_s \quad \dots \dots \dots (45)$$

上式より  $t'_s$  を求めればよいが、式(45)で、 $\mathbf{B}$  や  $\mathbf{C}$  は正則でないので、この式を  $t'_s$  について解くことはできない。式(45)を解く方法として、以下の3つの方法が考えられる。

[方法1：作図法] ( $t-y$ ) 平面上に  $y=S_s$  の直線と  $y=CA^{-1}(e^{At'_s} \mathbf{B} - \mathbf{B})H_s$  の曲線を描き、それらの交点として、 $t'_s$  をグラフ上で求める。

[方法2：テーラー展開法]  $f(t)$  を次のように設定する。

$$f(t) = S_s - CA^{-1}(e^{At} \mathbf{B} - \mathbf{B})H_s \quad \dots \dots \dots (46)$$

$f(t'_s)$  はテーラー展開により、次式で近似できる。

$$f(t'_s) = f(t_s) + f'(t_s)(t'_s - t_s) + \frac{f''(t_s)}{2!}(t'_s - t_s)^2 + \dots \quad \dots \dots \dots (47)$$

ところが、 $f(t'_s) = 0$  である。したがって、この方程式を  $(t'_s - t_s)$  について、解けばよい。

[方法3：簡便法]  $t'_s$  を次式により推定する。

$$t'_s = \frac{t_s}{2} \quad \dots \dots \dots (48)$$

以上のいずれかの方法により  $t'_s$  を求め、 $t_s$  との時間の差  $(t'_s - t_s)$  分の時間補正を考慮すると、式(42)は次のように書き改めることができる。

$$H_0 = \frac{(1 + CA^{-1}\mathbf{B})^{-1} - 1}{CA^{-1}(e^{A(t_r+t'_s-t_s)} \mathbf{B} - \mathbf{B})} L \quad \dots \dots \dots (49)$$

つまり、この高さ  $H^0$  の盛土を行い、 $t_r$  時間まで放置した時、沈下量が  $S_f$  であり、その時点で余盛り高さ  $H_b$  分を撤去すれば、その後の残留沈下は 0 となる。

$S_f$  は式(36)から求めることができ、撤去高さ（余盛り高さ） $H_b$  は次式により求めることができる。

$$H_b = H^0 - L - S_f \quad \dots \dots \dots (50)$$

## (2) フィードバック設計法とその設計手順

実際の設計に適用する場合の手順を示すと以下のようになる。

1) 盛土施工中の観測データを用いて、ARMA モデル（式(17)）のパラメーターを最小二乗法により同定する。

2) 以上の処理により離散系沈下モデル（式(20)）のパラメーターも確定するので、次にそれを連続系状態方程式（式(30)）のパラメーターに変換する。

3) 式(36)より最終沈下量  $S_f$  を求める。

4) 「作図法」、「テーラー展開法」、「簡便法」のうちのいずれかの方法により、瞬時載荷モデルと実際の段階施工との時間のずれ  $(t_s - t'_s)$  を計算する。

### [作図法]

沈下観測データを設計へフィードバックしようとする時点の  $t_s$  とその時の盛土高さ  $H_s$ 、沈下量  $S_s$  は既知なので、これを用いて、 $(t-y)$  平面上に  $y=S_s$  の直線と  $y=CA^{-1}(e^{At'_s} \mathbf{B} - \mathbf{B})H_s$  の曲線を描き、それらの交点として  $t'_s$  をグラフ上で求める。

### [テーラー展開法]

a)  $a=f(t_s)$ ,  $b=f'(t_s)$ ,  $c=f''(t_s)/2$  を次式より求めよ。

$$f(t_s) = S_s - CA^{-1}(e^{At_s} \mathbf{B} - \mathbf{B})H_s$$

$$f'(t_s) = Ce^{At_s} \mathbf{B} H_s$$

$$f''(t_s) = CAe^{At_s} \mathbf{B} H_s \quad \dots \dots \dots (51)$$

b) 次の方程式を  $a (=t'_s - t_s)$  について解く（テーラー展開を2次の項まで考慮した場合）。

$$a + ba + ca^2 = 0 \quad \dots \dots \dots (52)$$

ただし、 $t_s$  と  $t'_s$  が離れすぎている場合は  $\alpha$  の実根が求まらない。その場合は  $t_s$  を実根が求まる位置まで小さくしていく。

c) さらに、精度を上げたい場合はテーラー展開をより高次の項まで考慮するか、求まった  $t'_s$  を式(51)の  $t_s$  に置き換えて、a), b) の処理を再び行う。

5) 式(49)より  $H^0$  を求め、 $t_r$  との関係をグラフに表わし、その図から工期に合う撤去時期  $t_r$  と盛土高さ  $H^0$  を決定する。

6) 式(50)より余盛り撤去高さ  $H_b$  を求める。

図-3は式(49)の  $t_r$  と  $H^0$  の関係をプロットした一例（後述のA現場の例）である。

このように、 $t_r$  と  $H^0$  の関係を図にプロットすることにより工期に合わせて任意に余盛り撤去時期  $t_r$  を設定し、その時の最適盛土高さ  $H^0$  や撤去高さ  $H_b$  を決定することができる。なお、以上の一連の処理はプログラムにしておけば、施工時沈下予測の実務は、主に、等間隔は時間ピッチの沈下観測値  $q(j)$  と盛土荷重値  $r(j)$  の任意の  $N$  組の観測データ  $[q(j), r(j)]$  を入力して、最終

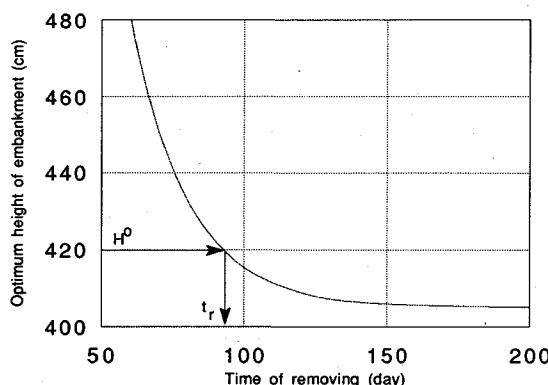


図-3 余盛り撤去時期と最適盛土高の関係（A 現場）

結果を得る処理に簡略化することができる。

### (3) 盛土の破壊と除荷時リバウンドの考慮

以上のようなフィードバック設計法による解析の結果、図-3のようなグラフが得られるが、この図では盛土の破壊とリバウンドの影響が考慮されていない。そこで、以下でそれらの考慮法について述べる。

#### 盛土の破壊の考慮

たとえば、図-3において、 $t=50$ 日付近の盛土高さを選択しようとした場合、図-3を用いれば、それに対する余盛り撤去時期が得られるが、実際はそのCaseは盛土破壊を生じる。したがって、図-3のような検討と同時に、別途、盛土の安定解析、支持力の検討を行い、両者と共に満足する高さを採用すべきである。

#### 余盛り撤去によるリバウンドの影響の考慮

余盛り荷重による圧密の圧密度が低い段階で除荷を行うと、地層の中心付近の過剰間隙水圧は、依然として正の値で残るが、排水面に近い部分のそれは負の値になる。この過剰間隙水圧の負の部分が正の部分より大きいと、結果として、地盤は一時的にリバウンド現象を起こす。しかし、リバウンド現象は長続きせず、やがて、過剰間隙水圧の負の部分が減少して、ふたたび沈下現象に転ずる場合が多い。また、リバウンド量自体も最大でも除荷時沈下量の3%程度である。また、以上の問題は圧密度が低い段階の除荷時の問題（図-3でいえば、 $t=50$ 日に近いほど現象が顕著）であるが、一般的に、設計の実務では主に経済上の理由から、除荷時の圧密度は高く設定される場合が多い。また、本論文の目的は高い精度の予測ではなく、多少、予測精度は落ちても、施工の極めて早い時期に予測を行い、フィードバックすることである。

以上のような理由から、除荷時のリバウンドは誤差として、無視してよいと思われる。もし、より厳密に扱う必要のある場合には、図-3のような検討の他に、余盛り荷重による圧密度の検討を別途行い、両者を満足する高さを採用すればよいと思われる。

A 現場		B 現場	
GL		GL	
砂層 (N=6)	4.5m	腐植土層 (Pt)	4.3m
シルト層 (Fc)	6.1m	シルト層 (Ac)	4.5m
シルト層 (Ac)	5.4m		

図-4 地層構成

表-1 室内土質試験結果

単位	A 現場		B 現場	
	中層 (Fc)	下層 (Ac)	上層 (Pt)	下層 (Ac)
自然含水比 %	79	73	320	72
一軸圧縮強さ MPa	$3.1 \times 10^{-2}$	$5.7 \times 10^{-2}$	$3.2 \times 10^{-2}$	$5.5 \times 10^{-2}$
体積圧縮係数 $\text{cm}^2/\text{kgf}$	$9.7 \times 10^{-2}$	$7.9 \times 10^{-2}$	$3.6 \times 10^{-1}$	$4.6 \times 10^{-2}$
圧密係数 $\text{cm}^2/\text{day}$	100	170	340	150

（註）体積圧縮係数、圧密係数は対数平均値、その他は平均値である。

## 4. 現場実測例への適用

### (1) 土質条件および工事概要

現場観測例について、以上で提案した方法を適用し、その適用性と有用性を調べる。ここで、取り上げる観測例は2例あり、それらを以後、A 現場、B 現場と呼ぶこととする。

A 現場は愛知県の臨海部の造成現場のものであり、当地区の地盤は正規圧密状態の飽和粘性土が成層状態をなすものである。地層構成および土質は図-4および表-1に示すとおりである。

B 現場は千葉県の内陸部の造成現場のものであり、当地区の地盤は洪積台地の侵食された谷部を冲積層が埋めて形成されたものであり、地層構成および土質は図-4および表-1に示すとおりである。なお、両現場ともに地盤が軟弱なため盛土施工に先立って地盤改良が施された。工事の主な仕様を表-2に示す。また、両現場とも盛土範囲が広く、地層も比較的水平なので、一次元状態の圧密沈下が進行したと考えられる。

### (2) 離散系沈下モデルのパラメーター同定

沈下予測においては沈下の初期段階の同定結果により、その後の沈下がどの程度まで予測できるかが重要である。したがって、ここでは主に、盛土施工完了時点までの観測データによりその後の盛土放置期間中の沈下および最終沈下量の予測がどの程度可能であるかを中心に示す。

ARMA モデルのパラメーターの同定に用いる観測データの測定時間間隔はモデル（式（17））の性質上、

表-2 工事の主な仕様

	A 現場	B 現場
地盤改良工法	袋詰サンドドレーン	袋詰サンドドレーン
砂杭径, ピッチ	φ120, □1.15m	φ120, □1.5m
サンドマット厚さ	t = 80 cm	t = 60 cm
盛土高, 工程	図-6, 7に示す	図-8, 9に示す

等間隔でなければならない。ところが、ここで適用現場の例では、週2回の観測を継続しており、1週間が7日である関係上、観測ピッチが3日と4日の交互の繰り返しとなっている。また、悪天候や休日の関係で観測日が多少ずれている部分もある。したがって、このようなデータにARMAモデルを適用するため、何等かの補間が必要である。

ここでは、解析上の観測時間間隔 $\Delta$ を3.5日として、その周期に当たる日に沈下量の観測データがない部分についてはLagrange補間法によりデータを補間した。この補間法は補間しようとする日の前後数点の値に対して高次多項式をあてはめ、その「間差」が最小となるよう補間に用いるデータ個数と補間多項式の次数を決め、補間値を求めるものである。ここではFACOMの科学サブルーチンライブラリーSSLⅡを使用した。そして、補間後のデータに対して、最小2乗法を適用して、式(17)のパラメーターを同定した。結果の一部を表-3に示す。なお、盛土高(盛土厚さの意味)についてはLagrange補間法を適用していない。その理由は、盛土厚さは沈下量ほど変動するものではなく、解析上、データが不足している部分については、必要な値を補間することは容易だからである。

### (3) 同定モデルの最適次数の決定

実際の設計や工事への適用においてはいろいろな次数のARMAモデルが考えられるが、それらの中から最適なものを一つ選択する必要がある。最適次数の決定にはFPE<sup>15)</sup>(Final Prediction Error)が適用できる。FPEの定義は次のようである。

$$FPE(k) = \bar{s}_k^2 \left(1 + \frac{k+1}{N}\right) \left(1 - \frac{k+1}{N}\right)^{-1} \quad \dots \dots \dots (53)$$

ここに、Nはデータ個数、kはモデル次数、 $\bar{s}_k^2$ はモデルと観測値の誤差の2乗平均である。

FPEと同様の考え方にはAICがあるが、FPEは本質的にはAICと同じものであり、ガウス過程のモデルを想定する場合には、それらの間には近似的に次の等式が成立するとされている<sup>16)</sup>。

$$AIC = N \log_e FPE(k) + C_s \quad \dots \dots \dots (54)$$

ここで扱うARMAモデルの場合、FPEの方がAICよりも実用上、適用が簡便であるので、ここでは、FPEを用いた最適次数の検討結果を示す。

表-3 離散系から連続系へのパラメーター変換結果

Site	Case	discrete type		continuous type	
		$A_d$	$B_d (*10^{-2})$	$A$	$B (*10^{-2})$
Site A	n = 2 t = 70 days	[ 1.2348 1 0 ] [ 0.3132 0 0 ]	[ 1.7919 ] [ -0.0586 ]	[ 0.1389 0.4937 ] [ -0.1546 -0.4706 ]	[ 0.3754 ] [ 0.1319 ]
	n = 4 t = 70 days	[ 1.1155 1 0 0 ] [ -0.5098 0 1 0 ] [ 0.3275 0 0 1 ] [ -0.0772 0 0 0 ]	[ 1.3393 ] [ -0.6871 ] [ 2.5844 ] [ -0.2123 ]	[ 0.015 0.269 0.379 0.558 ] [ -0.036 0.062 0.070 -1.309 ] [ 0.016 0.055 0.225 1.078 ] [ -0.006 0.022 0.076 4.566 ]	[ 0.9187 ] [ -0.9769 ] [ 0.9615 ] [ 0.0421 ]
	Ac layer n = 2 t = 185.5 days	[ 1.5831 1 0 ] [ -0.6117 0 0 ]	[ 0.9767 ] [ -0.6776 ]	[ 0.2178 0.3638 ] [ -0.2226 -0.3582 ]	[ 0.2965 ] [ -0.2067 ]
Site B	Pt layer n = 2 t = 217 days	[ 1.5923 1 0 ] [ -0.6143 0 0 ]	[ 2.6174 ] [ -2.2257 ]	[ 0.2191 0.3636 ] [ -0.2228 -0.3583 ]	[ 0.8724 ] [ -0.7503 ]

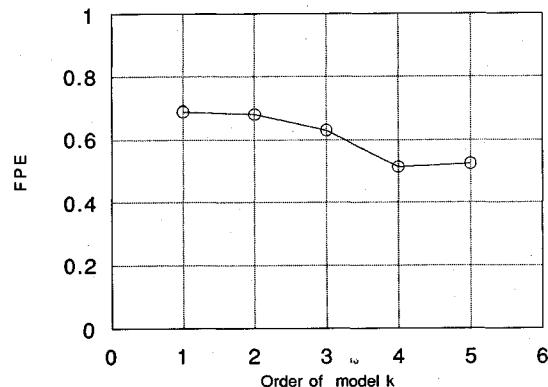


図-5 モデルの次数kとFPEの関係(A現場)

図-5はA現場の観測データに関するFPEとモデルの次数kとの関係を示している。この結果によると、次数k=4の場合が最もFPEが小さくなり、この場合、最適次数はk=4であると考えられる。ちなみに、図-6はk=2に、図-7はk=4に対応しており、図においてもk=4のほうがk=2と比較して、適合度がよい様子が観察される。

しかし、個々のCaseにおいては最適次数は不明なので、その都度FPEを計算し、最適次数を決定する方がよいと思われる。

### (4) 施工途上における将来沈下の予測

施工途上における将来沈下の予測法を2.(5)に示す。図-6~図-9はその方法により、施工途上のある時点において、その後の盛土放置期間中の沈下をどの程度予測できるかを、その後の観測データと対比させて示している。図-6、図-7はA現場のt=70日までの観測データによる予測結果である(k=2, k=4のケース)。また、図-8、図-9は同様に、B現場の予測結果である。B現場の場合は地層の上部が腐植土層、下部がシルト層であり、沈下観測が地表面沈下計と地下の層別沈下計により2層の沈下が分離して観測された。したがって、図-8にシルト層の沈下予測結果、図-9に腐植土層のそれを

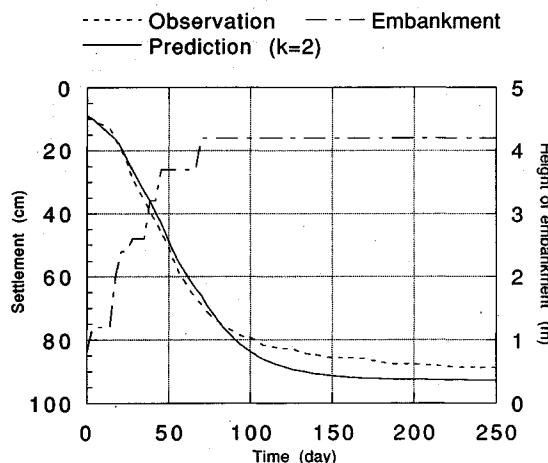


図-6 A 現場沈下予測結果 ( $k=2$ ,  $t=70$  日までのデータ利用)

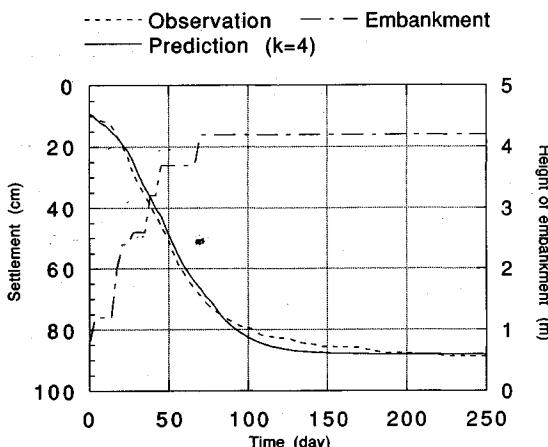


図-7 A 現場沈下予測結果 ( $k=4$ ,  $t=70$  日までのデータ利用)

分離して示した。B 現場の場合には盛土施工のどの段階で将来予測を行うかにより、予測精度が異なり、沈下が進んだ段階ほど精度の高い予測が可能である。図-10はこの様子を示している。

以上のように、提案法によれば、盛土の施工段階においても、施工中の観測データを用いて、その後の沈下を予測できることが確認された。

### (5) 總散系から連續系へのパラメーター変換

ここでは、離散系から連続系へのパラメーターの変換法について、具体的に説明する。

### [離散系→連續系] パラメーター変換過程の例

A 現場の次数  $k=2$  の場合の離散系から連続系への変換過程を例として示す。

$$A_d = \begin{bmatrix} 1.2348 & 1 \\ -3.132 \times 10^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_d = [1.7919 \times 10^{-2} \quad -5.86 \times 10^{-4}]^T$$

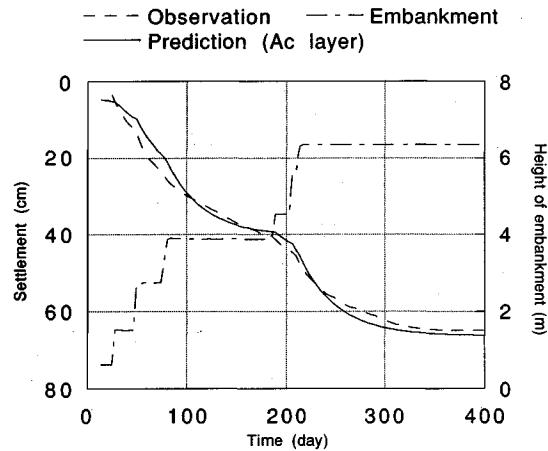


図-8 B 現場沈下予測結果 ( $A_c$  層,  $t=185.5$  日までのデータ利用)

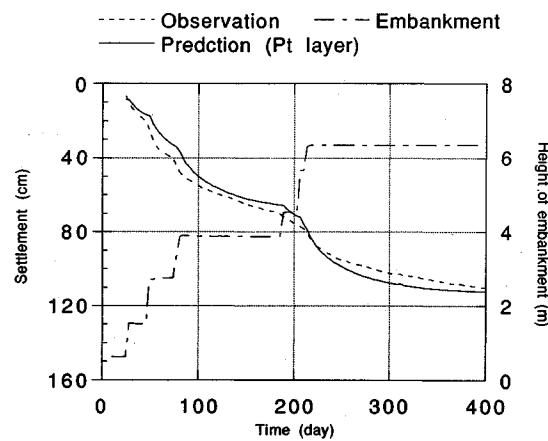


図-9 B 現場沈下予測結果 ( $P_t$  層,  $t=217$  日までのデータ利用)

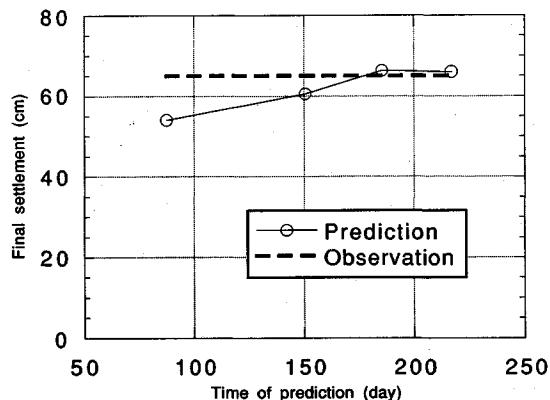


図-10 B 現場の沈下予測精度の推移 ( $A_c$  層)

離散系の係数行列  $A_d$ ,  $B_d$  よりなる行列  $F_d$  は Schur 分解により、次のように変換される（式（27）参照）。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_d &= \begin{bmatrix} [\mathbf{A}_d] & [\mathbf{B}_d] \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1.2348 & 1 & 1.7919 \times 10^{-2} \\ -3.132 \times 10^{-1} & 0 & -5.86 \times 10^{-4} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{Q} \mathbf{Z}_d \mathbf{Q}^T \quad \dots \quad (56) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \begin{bmatrix} 9.419 \times 10^{-1} & -3.359 \times 10^{-1} & 0 \\ -3.359 \times 10^{-1} & -9.419 \times 10^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{Z}_d &= \begin{bmatrix} 8.781 \times 10^{-1} & -1.3132 & 1.7074 \times 10^{-2} \\ 0 & 3.567 \times 10^{-1} & 5.468 \times 10^{-3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$\mathbf{Z}_d$  の対角項の  $\lambda_1 = 0.8781$ ,  $\lambda_2 = 0.3567$  はそれぞれ、 $\mathbf{A}_d$  の固有値である。次に、 $\mathbf{Z}_d$  より  $\mathbf{Z}_c$  を求める（式（29）参照）。行列  $\mathbf{Z}_c$  の各項を  $Z_c(i, j)$  とすると、それらは次のように求まる。

$j=i$  の項

$$Z_c(i, j) = \log_e Z_d(i, j) / \Delta \quad \dots \quad (57)$$

$j=i+1$  の項

$$\begin{aligned} Z_c(i, j) &= Z_d(i, j) \{Z_c(j, j) - Z_c(i, i)\} \\ &/ \{Z_d(j, j) - Z_d(i, i)\} \quad \dots \quad (58) \end{aligned}$$

$j > i+1$  の項

$$\begin{aligned} Z_c(i, j) &= \sum_{k=i+1}^{j-1} (Z_d(i, k) \cdot Z_c(k, j) - Z_d(k, j) \\ &\cdot Z_c(i, k)) + Z_d(i, j) \{Z_c(j, j) - Z_c(i, i)\} \\ &/ \{Z_d(j, j) - Z_d(i, i)\} \quad \dots \quad (59) \end{aligned}$$

このようにして、求まる  $\mathbf{Z}_c$  は次のとおり。

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_c &= \begin{bmatrix} -3.714 \times 10^{-2} & -6.4829 \times 10^{-1} & 3.093 \times 10^{-3} \\ 0 & -2.9457 \times 10^{-1} & -2.503 \times 10^{-3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &\dots \quad (60) \end{aligned}$$

連続系の係数行列  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  よりなる行列  $\mathbf{F}_c$  は式（28）で与えられるから、それを計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_c &= \begin{bmatrix} [\mathbf{A}] & [\mathbf{B}] \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{Q} \mathbf{Z}_c \mathbf{Q}^T \\ &= \begin{bmatrix} 1.389 \times 10^{-1} & 4.937 \times 10^{-1} & 3.754 \times 10^{-3} \\ -1.546 \times 10^{-1} & -4.706 \times 10^{-1} & 1.319 \times 10^{-3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &\dots \quad (61) \end{aligned}$$

つまり、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.1389 & 0.4937 \\ -0.1546 & -0.4706 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = [3.754 \times 10^{-3} \ 1.319 \times 10^{-3}]^T \quad \dots \quad (62)$$

表-3 はこのようにして、得られた離散系から連続系

へのパラメーターの変換結果を示している。

#### (6) 設計へのフィードバック

A 現場の次数  $k=4$  の場合を例にとり、提案法の設計へのフィードバックの具体例を示す。

今、図-7 の盛土施工中の  $t=70$  日の時点での沈下を予測し、フィードバックを行う場合を想定する。なお、設計条件として、[計画地盤高-原地盤高] の値は  $L=320$  cm と与えられているとする。

1) 盛土施工中の観測データを用いて、ARMA モデル（式（17））のパラメーターを最小二乗法により同定する。

2) 離散系沈下モデル（式（20））のパラメーターを連続系状態方程式（式（30））のパラメーターに変換する。以上については、結果を表-3 に示した。

3) 目標最終沈下量  $S_f$  は式（36）より次のようになる。

$$S_f = ((1 + \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} - 1)L = 85.0 \text{ cm}$$

4) 今、 $t_s=70$  日の時点で沈下予測を行おうとしており、その時点の観測沈下量  $S_s$  は 68.8 cm、盛土高は  $H_s=419$  cm である。そこで、モデルと実際の時間のずれ ( $t_s - t'_s$ ) を式（51）、（52）に示した「テーラー展開法」により求めると、 $t_s - t'_s = 34.5$  日となる。一方、同じ値を「簡便法」により求めると、 $t_s = t'_s = t_s/2 = 35$  日であり、両結果に大きな差は生じていない。

5) 次に、これらの値を式（49）に代入すると、最適盛土高さ  $H^*$  と余盛り撤去時期  $t_r$  との関係が求まるので、それをグラフに表わすと、図-3 のようになり、この図から工期に合う撤去時期  $t_r$  と盛土高さ  $H^*$  を決定することができる。

6) 図-3 によると、その時点の盛土高さ 4.2 m で盛土を放置すると、 $t=94$  日の時点で余盛りが撤去可能であることがわかる。余盛り撤去高さは式（50）より、 $H_p = 15$  cm である。もし、それより以前に余盛りを撤去する必要があれば、今後、どの高さまで盛土を継ければよいかは図-3 より知ることができる。

以上のように、盛土施工中あるいは放置期間の初期の段階において、観測データをもとに将来の圧密沈下を予測し、設計へフィードバックを行うことができる。

## 5. む す び

本論文は軟弱地盤における盛土工事の施工中に、沈下観測データから将来の圧密沈下を予測し、設計へフィードバックする方法として、従来法よりも早い段階に予測可能な方法と設計法を提案し、現場実測例を対象にその適用性と有用性を検討した。その結果、提案法は有効な方法であることが確認できた。

謝辞：本研究を行うにあたり、清水建設（株）大崎研

究室 石井清博士、鈴木誠博士に貴重なご助言をいただきました。ここに、感謝の意を表します。

#### 付録：一般逆行列について

式(14)では行列  $G$  が正方行列でなく、したがって、逆行列が求められない。しかし、Moore-Penrose の一般逆行列を求めることができるので、それを利用することができる。その定義は次のとおりである<sup>17)</sup>。

$m \times n$  の行列  $G$  に対して、次の関係を満足する  $n \times m$  の行列  $G^-$  を  $G$  の一般逆行列という。

$$(GG^-)^T = GG^-$$

$$(G^-G)^T = G^-G$$

$$GG^-G = G$$

$$G^-GG^- = G^-$$

一般逆行列は  $G$  に対して、一意的に定まる。

#### 参考文献

- 1) 軟弱地盤と盛土、土と基礎の設計法(その3)、土質工学会、1963。
- 2) 星埜 和：最近における基礎の諸問題、土木学会誌、Vol. 47, No. 7, pp. 63~67, 1962。
- 3) Asaoka, A. : Observational procedure of settlement prediction, Soils and Foundations, Vol. 18, No. 4, pp. 87~101, 1978.
- 4) Monden, H. : A new time-fitting method for the settlement analysis of foundation on soft clays, Memoir Faculty of Engrg., Hiroshima Univ., 2-1, 21, pp. 21~29, 1963.
- 5) 村上 章・長谷川高士：Kalman フィルタを用いた圧密沈

下量の観測的予測、農業土木学会論文集、No. 120, pp. 61~67, 1985。

- 6) 星谷 勝・酒井邦登：拡張カルマンフィルタを用いた圧密沈下予測について、土木学会第41回年次学術講演会概要集、第3部、pp. 863~854, 1986。
- 7) 荒井克彦・大田英樹他：逆解析に基づく軟弱地盤の沈下および破壊予測、土質工学シンポジウム発表論文集、Vol. 31 st, pp. 33~38, 1986.
- 8) Asaoka, A. : Observational procedure of settlement prediction, Soils and Foundations, Vol. 18, No. 4, pp. 87~101, 1978.
- 9) Zienkiewicz, O.C. and G.N. Pande : Soils and Other Saturated Media under Transient Dynamic Condition, General Formulation and the Validity of Various Simplifying Assumptions, John Wiley and Sons Ltd., pp. 1~16, 1982.
- 10) 嘉納秀明：現代制御工学、日刊工業新聞社、1984
- 11) 赤池弘次・中川東一郎：ダイナミックシステムの統計的解析と制御、サイエンス社、1972。
- 12) Franklin, G.F. and Powell, J.D. : Digital Control of Dynamic Systems, Addison-Wesley, 1980.
- 13) B.T. Smith, J.M. Boyle, J.J. Dongarra : Matrix Eigensystem Routines-EISPACK Guide Lecture Notes in Computer Science, volume 6, second edition, Springer-Verlag, 1979.
- 14) 小郷 寛・美多 勉：システム制御理論、実教出版、1979。
- 15) Akaike, H. : Ann. Inst. Statist. Math., Vol. 22, pp. 203~217, 1970.
- 16) 赤池弘次：情報量規準 AIC とは何か、数理科学（特集情報量規準）、153, 5/11, 1976。
- 17) 半谷裕彦、川口健一：形態解析【一般逆行列とその応用】、培風館、1991。

(1992.3.19 受付)

## SETTLEMENT PREDICTION USING OBSERVED DATA AND ITS FEEDBACK TO DESIGN

Eiji WAKITA

This paper discusses the consolidation settlement prediction based on the observation at the site under construction. Since it is difficult to estimate the effects of the embankment load, the observed settlement data during the period of embankment work has not been used for the future settlement prediction. However, it is necessary to complete a new technique which predicts the settlement in the early stage of observation, and feeds back the result to the design. This technique will satisfy a fixed construction period and will save construction cost. This paper proposes a new method to predict the future settlement in the early stage of observation using observed data during the period of embankment work. It will also describe a new way to feed back the result to design. These methods are applied to some actual observations, and this paper showed the process of analysis concretely. The result indicates that these methods are effective and useful.