

二次圧密を考慮した沈下予測と予測精度推定法

協田英治

本論文は施工中の現場観測データから将来の圧密沈下を予測する方法に関するものである。圧密による沈下-時間関係について二次圧密の影響を考慮した新しいモデルを提案した。そして、そのモデルも含めて、各種モデルの未知パラメーターの最尤法による同定法を示した。さらに、沈下観測中の複数モデルの中から予測精度の最も高いモデルを選びだす方法を2つ提案した。そして、現場実測例にこれらの方法を適用して、その有用性を確認した。

Keywords : consolidation, observational method, prediction, settlement, soft clay, secondary consolidation

1. はじめに

圧密沈下に関する事前設計は室内土質試験結果を用いて行われるが、その精度がかなり低いので、そのみでは充分満足な結果が期待できない。したがって、施工中の観測によって事前設計を修正しながら将来沈下を予測する観測法が併用されるのが一般的である。

測定された沈下量と時間のデータから将来の沈下予測を行う手法としては双曲線法¹⁾、星埜法²⁾、浅岡法^{3),4)}、門田法⁵⁾など現在までにさまざまな方法が提案されている。それらのうち、双曲線法、星埜法などは簡便な点で優れているが、フィッティングする曲線式に対し、地盤工学的背景がないため常に高い精度が期待できる保証がない。つまり、土質や施工条件により、よく合ったり合わなかったりする。また、浅岡法、門田法などは圧密理論に基づいて導かれたものであり、優れた方法ではあるが、予測値は実測値を過少評価する傾向がある^{6),7)}。これは、圧密度が高くなるに従って二次圧密の影響の比率が増すため、これに対して無理に二次圧密を考慮していない手法を適用しようとする精度が悪化するためと考えられる。粘性土地盤では一次圧密が終了した後も二次圧密沈下が継続する。この二次圧密による沈下は時間の対数に比例するので、未改良地盤のような一次圧密に長時間を要する場合には、その背後に隠れ実用上あまり問題とならない。しかし、パーティカルドレーンなどで地盤改良を行なったような地盤では、一次圧密が早期に終了するので、二次圧密の沈下量が早い時期に顕著になり無視しえない値となることが多い。

二次圧密沈下成分の値は通常、全沈下量の10~20%であり、その値自体は無視しても大勢に影響しない場合も多い。それにもかかわらず、二次圧密を考慮した沈下

予測が重要なのは次の理由においてである。すなわち、従来の予測法では盛土放置期間中の沈下観測データに二次圧密成分がどの程度の割合で含まれ、推移しているのか推定できないが、そのような場合、一次圧密がほぼ終息していても二次圧密の影響で、あたかも一次圧密が進行中であるかのように見えることもある。そのような沈下を一次圧密沈下として評価して、余盛土を撤去すると、二次圧密が実際には大きく、竣工後の残留沈下として問題になるCaseが多い。また、その逆のCaseの場合は実際には余盛土を撤去できるのに、判断が遅れることとなる。このように、盛土の放置期間の終了時期を判断するために、二次圧密を考慮した沈下予測が必要である。ここでは、二次圧密の影響を考慮した新しい沈下-時間関係のモデルを提案する。しかし、各現場毎の特性により、万一、提案するモデルが合わない事態がないとは言えない。また、適用するモデルが本当に将来予測値を保証するものであるかどうか施工中に確認する方法があればなおよい。ところが、従来、観測終了後の沈下データについてどの解析法が一致度がよかったかを検討した報告は多いが、観測途上において、将来の予測精度を確率論により推定したものはほとんどない。そこで、沈下観測中に他のモデルも含めた多くのモデルの中からその現場の将来の沈下予測精度の最も高いモデルを特定する方法も合わせて提案する。

2. 二次圧密を考慮した沈下-時間関係式の誘導

(1) 浅岡法について

本論文の構成上、従来沈下解析法として、最も広く用いられている方法の一つである浅岡法について簡単にふれておく必要があるので、以下に結論のみを示す。

浅岡法では沈下観測の結果、得られた一連のデータ(観測ピッチ一定)のj番目の沈下量の値を S_j 、j+1番目の値を S_{j+1} として、 S_i をX軸に、 S_{j+1} をY軸にとり、

* 正会員 技術士 清水建設(株)大崎研究室 主任研究員
(〒100千代田区内幸町2-2-2 富国生命ビル27F)

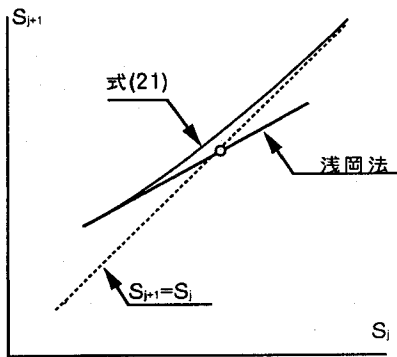


図-1 提案式と浅岡法の比較

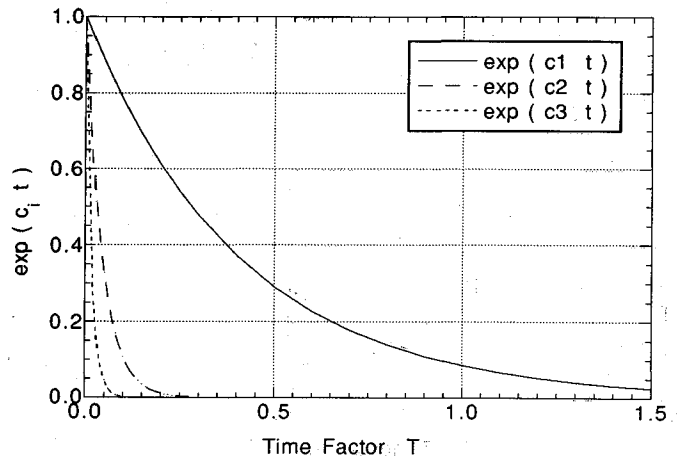


図-2 T の変化に対する式 (3) の各項の変動

両者の関係をプロットする。そして、その関係が直線関係になるとしている。つまり、式で表わせば、次式である。

$$S_{j+1} = \alpha S_j + \beta \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 α 、 β はパラメーターである。

そこで、その直線の延長線と $S_{j+1} = S_j$ の直線との交点を最終沈下量として求める (図-1 参照)。

この方法は図解法であり、複雑な数値計算を必要としない利点がある。しかし、観測部分でフィットさせた直線が予測部分にもあてはまることを仮定しているが、予測部分では同一の直線とならないかあるいは曲線となる場合はこの方法では沈下量を過少評価することになる。本論文ではこの最終沈下量に至る過程が観測部分と同一の直線にはのらなないと考え、それを証明すると共に、その主要な原因が二次圧密にあると考え、二次圧密を考慮した沈下-時間関係を以下で提案する。

なお、図-1 は「浅岡法」と「提案法」の関係を示すためのものであり、二次圧密を考慮することにより、曲線の位置と形が「浅岡法」から「提案法」の方へ変化することを表わしている。「浅岡法」の場合、「 $S_{j+1} = S_j$ 線」と観測データの直線との交角が小さく、最終沈下量を図上で推定することがむづかしいことが欠点として指摘されている⁶⁾。一方、「提案法」は $S_{j+1} \sim S_j$ 関係の作図による沈下予測法ではないので、そのような問題は生じない。

(2) 沈下-時間関係式

一次元の弾性理論に基づく圧密方程式としては三笠の式や Terzaghi の式が著名であるが、それらのうち、三笠の式⁸⁾は次式である。

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial z^2} \dots \dots \dots (2)$$

ここに ϵ は時間 t 、深さ z における粘土の圧密荷重に

よる圧縮ひずみであり、この式から時間 t における圧密沈下量 $F(t)$ 次のように導かれる⁹⁾。

$$F(t) = S_f - \sum_{i=1}^n b_i \exp(c_i t) \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 S_f は一次圧密の最終沈下量、 b_i 、 c_i は係数であるが、 c_i は次のように与えられる。

$$c_i t = -\left(\frac{2i+1}{2} \pi\right)^2 \cdot T \dots \dots \dots (4)$$

図-2 は時間係数 T の変化に対する式 (3) の中の $\exp(c_i t)$ 部分の変動を表わしている。この図によると、時間係数 $T > 0.10$ の領域においては級数部分の第二項以降は無視しても、結果に影響がないことがわかる。しかも、 b_2 は b_1 よりも約 1 オーダー小さく、 b_3 は b_2 よりもさらに小さい。

また、実際の工事において、盛土施工が終了して、放置期間が開始する時点の T の値は $T > 0.10$ である場合が多く (後述の実測例でもこの時、 $T = 0.20$)、それ以後のデータを用いて予測が行われる。以上のことから式 (3) は実用上、次式に書き改めることができる。

$$F(t) = S_f - b \exp(ct) \dots \dots \dots (5)$$

以上是三笠の式からの誘導である。

一方、Terzaghi の式の場合も 間隙水圧によって記述された式ではあるが、同様に、沈下量と間隙水圧で定義した圧密度が比例すると仮定すれば、式 (3) の形に整理できる。なお、以上の沈下式では二次圧密は考慮されていないので、これを以後、一次圧密沈下と呼ぶことにする。

二次圧密による沈下については時間の対数に比例することが一般的に知られており、 $(de/d \log t)$ と二次圧縮指数 (二次圧密係数) C_α との間に次の関係が示されている¹⁰⁾。

$$\frac{d\varepsilon}{d \log t} = \frac{C_\alpha}{1+e_0} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 ε は二次圧密による供試体の軸ひずみ、 e_0 は自然間隙比である。そこで、二次圧密の開始時期を t_0 としてこれを未知数にとり、その時期を逆算により求めることにすれば、二次圧密による沈下量は次式で表わされる。

$$\varepsilon = \int_{t_0}^t \frac{C_\alpha}{1+e_0} d(\log t) = \frac{C_\alpha}{1+e_0} \log \frac{t}{t_0} \dots\dots\dots (7)$$

$$R(t) = \int_0^H \varepsilon dH = \frac{C_\alpha}{1+e_0} \log \frac{t}{t_0} \int_0^H dH \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 t は観測開始時からの時間、 H は粘性土層の層厚である。

ここでは、一様な正規圧密状態の飽和粘性土層に一様な盛土をする場合の圧密沈下を対象とする。また、軟弱地盤の全沈下量は一次圧密沈下量と二次圧密沈下量およびその他の沈下量の合計であると考えられるので、式(5)、式(8)より圧密沈下量-時間関係の基本型を次のように設定することができる。

$$\text{全沈下量 } S(t) = F(t) + R(t) + D \dots\dots\dots (9)$$

$$\text{一次圧密沈下量 } F(t) = a - b \exp(ct) \dots\dots\dots (10)$$

$$\text{二次圧密沈下量 } R(t) = d \log(et) \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 t は測定開始からの時間であり、 a, b, c, d, e はパラメーターであり、土質係数との関係は次のとおり。

$$a = S_r, d = \frac{C_\alpha}{1+e_0} H, e = \frac{1}{t_0} \dots\dots\dots (12)$$

また、式(9)の D はその他の沈下量を表わしているが、それは盛土が完成して放置期間に入る前までに終了している即時的な沈下量や沈下測定開始が何等かの理由により遅れた場合の測定開始以前の沈下量に対する補正值などの合計である。

後述する沈下モデルのパラメーターの同定ではパラメーターの数は極力少なくした方が有利である。したがって、式(9)~(11)を整理して、パラメーターの同定と沈下予測に用いる沈下モデル式を次のように設定する。

$$\begin{aligned} S(t) &= a - b \exp(ct) + d \log(et) + D \\ &= (a + d \log e + D) - b \exp(ct) + d \log t \\ &= a' - b \exp(ct) + d \log t \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

(3) 一次圧密部分の展開

提案法と浅岡法との比較のため、式(10)の変形を試みる。まず、沈下の観測時間ピッチを Δt として時間 $(j+1)\Delta t$ における一次圧密沈下量を F_{j+1} として、式(10)を Z 変換すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}\{F_{j+1}\} &= \mathcal{Z}\{a - b \exp\{c(j+1)\Delta t\}\} \\ &= z[\mathcal{Z}\{a - b \exp\{cj\Delta t\}\} - a + b \exp\{c \cdot 0\}] \end{aligned}$$

$$= \frac{az}{z-1} - \frac{bz \exp\{c\Delta t\}}{z - \exp\{c\Delta t\}} \dots\dots\dots (14)$$

一方、時間 $(j\Delta t)$ における一次圧密沈下量を F_j として、式(10)を Z 変換すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}\{F_j\} &= \mathcal{Z}\{a - b \exp\{cj\Delta t\}\} \\ &= \frac{az}{z-1} - \frac{bz}{z - \exp\{c\Delta t\}} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

式(15)より、

$$\frac{bz}{z - \exp\{c\Delta t\}} = \frac{az}{z-1} - \mathcal{Z}\{F_j\} \dots\dots\dots (16)$$

となる。そこで、式(16)を式(14)に代入して

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}\{F_{j+1}\} &= -\left[\frac{az}{z-1} - \mathcal{Z}\{F_j\}\right] \exp\{c\Delta t\} + \frac{az}{z-1} \\ &= \exp\{c\Delta t\} \cdot \mathcal{Z}\{F_j\} \\ &\quad + \frac{az}{z-1} \{1 - \exp\{c\Delta t\}\} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

となる。つぎに、式(17)を逆 Z 変換すると、次式を得る。

$$F_{j+1} = \exp\{c\Delta t\} \cdot F_j + a \{1 - \exp\{c\Delta t\}\} \dots\dots\dots (18)$$

ここで、上式の右辺の $\exp\{c\Delta t\}$ および $a \{1 - \exp\{c\Delta t\}\}$ は時間の変化に対して、定数であるので F_{j+1} と F_j の関係は直線式となり、式(18)は浅岡法の式(1)と同じものであることがわかる。つまり、式(18)は、

$$F_{j+1} = \alpha F_j + \beta \dots\dots\dots (19)$$

と表わすことができる。ここに、 α, β は定数である。

(4) 二次圧密部分の展開

時間 $(j+1)\Delta t$ における二次圧密沈下量 R_{j+1} を時間 $j\Delta t$ における沈下量 R_j のまわりに、式(11)をテーラー展開すると次のようになる(3次以降の項は微小なので無視する。実際、値を入れて計算してみると、3次の項は1次の項の0.01~0.05%)。

$$\begin{aligned} R((j+1)\Delta t) &= R(j\Delta t) + \left. \frac{dR(t)}{dt} \right|_{j\Delta t} \cdot \Delta t \\ &\quad + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2R(t)}{dt^2} \right|_{j\Delta t} \cdot \Delta t^2 = R_j + \frac{d(2j-1)}{2j^2} \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

式(20)の第2項は j の変化に対して、直線ではなく、曲線的に変化する。

(5) 浅岡法との比較

式(9)、(19)、(20)より、時間 $(j+1)\Delta t$ における全沈下量 S_{j+1} はつぎ式で与えられる。

$$\begin{aligned} S_{j+1} &= \alpha F_j + \beta + R_j + \frac{d(2j-1)}{2j^2} \\ &= \alpha S_j + \beta + (1-\alpha)R_j + \frac{d(2j-1)}{2j^2} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

そこで、浅岡法の式(1)と式(21)を比較すると、式(1)は直線式であるのに対して、式(21)は二次圧密による第3項、第4項の影響で図-1に示すような曲線となる。

なお、図-1で観測データによる直線と $S_{j+1}=S_j$ の直線の交点 (○印) が最終沈下量を表わしている。つまり、二次圧密を考慮すると、最終沈下量に至る過程で、 $S_{j+1} \sim S_j$ 関係の勾配はしだいに変化し、最終沈下量は浅岡法で予測する値よりも大きくなる。

3. パラメーターの同定方法と各モデル式の予測精度比較法の提案

(1) パラメーター同定法

モデルのパラメータの同定に最尤法を用いる。最尤法によれば、パラメーターの真値の推定値は尤度関数を最大にすることにより得られる。

そこで、各時間における観測値および測定真値の関係を次のように考える。

$$\text{システム方程式 } x(t) = f(t; \theta) + w_s(t) \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\text{観測値 } y(t) = x(t) + w_o(t) \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 $x(t)$ は測定真値、 $f(t; \theta)$ は沈下と時間の関係を表わすモデル式、 θ はパラメーター、 $w_s(t)$ はシステムノイズであり、 $N[0, V_s]$ の正規分布に従うとする。また、 $w_o(t)$ は観測ノイズであり、 $N[0, V_o]$ の正規分布に従うとする。

このとき、ベイズの定理より次の関係が成立することを考慮すれば、尤度は式 (24) で表わすことができる。

$$l(x|y) \propto l(y|x) \cdot l(x)$$

$$l(x|y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{V_s V_o}} \exp \left[-\frac{1}{2} \{x(t) - f(t; \theta)\}^2 V_s^{-1} - \frac{1}{2} \{y(t) - x(t)\}^2 V_o^{-1} \right] \quad \dots\dots\dots (24)$$

したがって、その対数尤度関数は N 個の観測値に対して次のようになる。

$$L = \ln \prod_{i=1}^N l(x_i|y_i) = -\frac{N}{2} \ln(2\pi V_o) - \frac{N}{2} \ln(2\pi V_s) - \frac{1}{2V_s} \sum_{i=1}^N \{x(t_i) - f(t_i; \theta)\}^2 - \frac{1}{2V_o} \sum_{i=1}^N \{y(t_i) - x(t_i)\}^2 \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここで、次の平方和についてさらに式を展開する。

$$\sum_{i=1}^N \{x(t_i) - f(t_i; \theta)\}^2$$

$$= \sum_{i=1}^N \{x(t_i) - y(t_i) + y(t_i) - f(t_i; \theta)\}^2$$

$$= \sum_{i=1}^N \{x(t_i) - y(t_i)\}^2 + \sum_{i=1}^N \{y(t_i) - f(t_i; \theta)\}^2 + 2 \sum_{i=1}^N \{x(t_i) - y(t_i)\} \{y(t_i) - f(t_i; \theta)\}$$

$$= \sum_{i=1}^N w_o(t_i)^2 + \sum_{i=1}^N \{y(t_i) - f(t_i; \theta)\}^2 + 2 \left\{ \sum_{i=1}^N w_o(t_i)^2 + \sum_{i=1}^N w_o(t_i) \cdot w_s(t_i) \right\}$$

$$= 3NV_o + \sum_{i=1}^N \{y(t_i) - f(t_i; \theta)\}^2 \quad \dots\dots\dots (26)$$

式 (26) を式 (25) に代入して整理すると、尤度関数は次のようになる。

$$L = \frac{N}{2} \ln(2\pi V_o) - \frac{N}{2} \ln(2\pi V_s) - \frac{1}{2V_s} \left[3NV_o + \sum_{i=1}^N \{y(t_i) - f(t_i; \theta)\}^2 \right] - \frac{N}{2} \quad \dots\dots\dots (27)$$

そこで、 $\frac{\partial L}{\partial V_s} = 0$ として、その式を V_s について解いて、その値を式 (27) に代入すると、次式となる。

$$L = -\frac{N}{2} \ln(2\pi(V_o)) - \frac{N}{2} \ln \left[\frac{2\pi}{N} \left\{ 3NV_o + \sum_{i=1}^N \{y(t_i) - f(t_i; \theta)\}^2 \right\} \right] - N \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここで、観測ノイズの分散 V_o を与条件であると考えれば、式 (28) の尤度関数を最大化することは以下の目的関数 J を最小化することと等価である。

$$J = \sum_{i=1}^N \{y(t_i) - f(t_i; \theta)\}^2 \quad \dots\dots\dots (29)$$

つまり、観測ノイズ、システムノイズがパラメーターの同定結果に一応影響しないことを意味する。ただし、以上のことはノイズの分散が正規分布にしたがっている場合に限り成立することである。したがって、現場のトラブル等で観測値に極端な異常値が含まれているような場合には適用できず、異常値の除去処理が必要である。

観測データに含まれる異常値の除去方法として、「ロバスト推定法」¹¹⁾を用いることができる。そのうち、最も簡便なものは、残差に重みを付けて、残差がしきい値 $\pm c$ を越える時、重みをゼロとするものである。式 (29) にこの方法を適用すると、次式となる。

$$J = \sum_{i=1}^N w_i \{y(t_i) - f(t_i; \theta)\}^2 \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここに、 w_i は重み、 $[y(t_i) - f(t_i; \theta)]$ は残差である。しきい値 $\pm c$ の値は技術者の経験により設定する必要がある。たとえば、観測誤差の $\pm 3\sigma$ (σ は標準偏差) をしきい値として設定するののも一つの方法である。

以上の処理に近い処理は Lagrange 補間法によっても可能である。Lagrange 補間法は本来は欠測値の補間法であり、[時間, 観測データ] の多数の組に対して、補間しようとする日の前後数点の値に対して高次多項式をあてはめ、その「間差」が最小となるよう補間に用いるデータ個数と補間多項式の次数を決め、補間値を求めるものである。たとえば、FACOM の科学サブルーチンライブラリー SSL II ではこの一連の処理が一つのサブルーチンとして用意されている。そこで、各観測値を欠測値と見なした時の推定値と観測値との残差を求め、その値がしきい値以上となる観測値は異常値として除外することができる。

パラメーター同定法とその手順

1) 沈下モデル式を設定する。

----- 後述の表—3の3列目は設定された沈下モデル式の一列である。モデル式は不特定である。つまり、システムを支配する法則やメカニズムが不明な場合においても、仮にモデル式の型を設定して、そのパラメーターを決定することができる。そして、その式の適合度は後述の検定法によりチェックすることができる。

2) 各パラメーターの値の範囲と初期値の範囲を設定する。

3) 1), 2) において設定した入力データおよび制約条件を用いて、非線形最適化手法により、式 (30) の最小化を行い、パラメーターの値を同定する。

----- 非線形最適化のプログラムやそれに関する文献は数多く市販されているので、それらを利用することができる。ここでは、FACOMの科学サブルーチン・ライブラリー SSL II の「多変数関数の極小化」(準ニュートン法)を使用した。このサブルーチンの主な入力データは目的関数と各パラメーターの初期値であり、出力として目的関数が極小値をとる時の各パラメーターの値が得られる。ここでの目的関数は式 (30) である。また、式 (30) の中の $f(t_i; \theta)$ は沈下モデル式であり、表—3の3列目は設定されたモデル式の一列である。解析上、注意を要するのは次の点である。すなわち、各パラメーターの初期値としてでたらめな値を設定すると、目的関数が極小値には到達するが、最小値に到達せず、パラメーターの最確値が得られない。このような事態を避けるためには、次のような処理が有効であると考えられる。すなわち、土質係数と各パラメーターの関係式(たとえば、式 (12) のような)や過去の解析例より各パラメーターの値のとりうる値の範囲は設定できる。そこで、パッケージ・サブルーチンと呼ぶ自作のメインプログラムの方で、各パラメーターの値の範囲とそれらの初期値の範囲を指定する。そして、初期値を指定された範囲内で一定の間隔で変えた複数回の計算を行い、その結果、目的関数の残差平方和が最小となるものを採用すればよい。

(2) 計測期間中におけるモデル式の予測精度比較法

盛土による地盤の沈下のメカニズムは現在のところ、必ずしも充分解明されていない。したがって、同一の解析モデルでも土質や施工条件により、よく合ったり合わなかったりさまざまである。そこで、実際の沈下計測中の予測においては各種モデル式の中からその現場の地盤の挙動予測に最も適するものを計測しながら選ぶことができればより好ましい。以下では、そのような観点から各種モデル式の予測精度推定法について考察する。

a) バイズの定理による方法

ある時間 t_i において、各モデル式の予測精度を比較する場合、 t_i 以前の予測精度の実績が仮に表—1 のよう

表—1 沈下予測に関する条件付確率の例

時間 $t = 203$ 日	$P(A_j / C_k)$			
予測 現実	C_1 : 提案法	C_2 : 浅岡法	C_3 : 双曲線法	C_4 : 星釜法
A_1 : 提案法	0.629	0.483	0.524	0.832
A_2 : 浅岡法	0.113	0.305	0.083	0.054
A_3 : 双曲線法	0.220	0.149	0.325	0.052
A_4 : 星釜法	0.038	0.063	0.068	0.062

に明らかになっているとする。この表は予測時点以前の測定データを用いて、各モデル的中率(そのモデルが他のモデルよりも最も観測値に近い確率)の予測と現実との実績を調べ、作成することができる。

表—1において、 $P(A_j|C_k)$ は予測が C_k の時、現実が A_j であった条件付き確率である。そして、 $P(C_k)$ は現実が不明な時予測される C_k の生起確率(そのモデルが他のモデルよりも最も観測値に近い確率であり、ここでは事前確率に相当する)である。この時、現実が時間 t_i において A_j の時、次段階 t_{i+1} において C_k が予測される確率 $P(C_k|A_j)$ は次のバイズの定理を利用して求めることができる。

$$P(C_k|A_j) = \frac{P(A_j|C_k)P(C_k)}{\sum_{k=1}^m P(A_j|C_k)P(C_k)} \dots\dots\dots (31)$$

任意時間 t_i におけるバイズ法適用手順

- 1) 時間 t_i において、|観測値-モデル値|の最も小さいモデル A_j を見つける。
- 2) A_j の出現を考慮して、 $P(A_j|C_k)$ 、 $P(C_k)$ を再計算する。
- 3) 以上で求めた $P(A_j|C_k)$ 、 $P(C_k)$ の値を用いて、式 (31) により A_j のモデルについて、 $P(C_k|A_j)$ を計算する。
- 4) $k=1 \sim m$ について、 $P(C_k|A_j)$ を比較し、最も大きい $P(C_k|A_j)$ のモデルを次段階の予想モデル C_k とする。
- 5) 以上で求めた $P(C_k|A_j)$ を Y 軸に、時間を X 軸にとってグラフにプロットする。最終段階に近づくにしたがって $P(C_k|A_j)$ が最も高くなるモデルが最適予測モデルと判定できる (図—6 参照)。

b) AIC による方法

もう一つ、モデル式の検定法として AIC (Akaike's Information Criterion 赤池の情報量規準)¹²⁾ と呼ばれる規準を適用する。これは、複数個のモデルの中から適切なモデルを選択する必要がある時、各モデルの平均対数

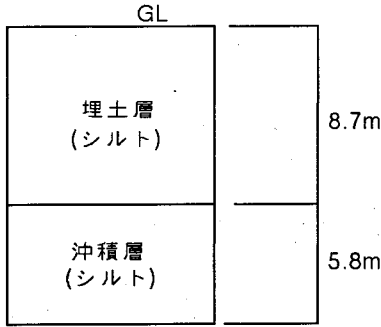


図-3 地層構成

尤度のデータに関する期待値が大きいほどそのモデルが真の分布に最も近いとする考え方である。この期待値(期待平均対数尤度)の不偏推定量 AIC は次式で定義される。

$$AIC = (-2) \cdot (\text{最大対数尤度}) + 2 \cdot (\text{パラメータ数}) \quad (32)$$

AIC の値の小さい程良いモデルと考えられる。そこで、現場測定データにさまざまなモデル式を適用して、そのパラメータを求めた時、どのモデル式が最も適合度がよいか調べるためには、それぞれのモデル式に対して AIC を求め、最小の AIC を与えるモデルを最適モデルと判定することができる。

モデル式の最大対数尤度は次式で表わせると考えられる。

$$\begin{aligned} L &= \ln \prod_{i=1}^N P(x) = \ln \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi V_s}} \right)^N \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left[-\frac{1}{2V_s} \sum_{i=1}^N (x(t_i) - f(t_i; \theta))^2 \right] \right] \\ &= -\frac{1}{2V_s} \sum_{i=1}^N (x(t_i) - f(t_i; \theta))^2 - \frac{N}{2} \ln (2\pi V_s) \\ &= -\frac{1}{2V_s} \left[3NV_0 + \sum_{i=1}^N (y(t_i) - f(t_i; \theta))^2 \right] \\ &\quad - \frac{N}{2} \ln (2\pi V_s) \dots \dots \dots (33) \end{aligned}$$

ここで、 $\frac{\partial L}{\partial V_s} = 0$ として、その式を V_s について、解くと、次式を得る。

$$V_s = \frac{1}{N} \left[3NV_0 + \sum_{i=1}^N (y(t_i) - f(t_i; \theta))^2 \right] \dots \dots (34)$$

そこで、式 (34) を式 (33) へ代入すると、対数尤度は次のようになる。

$$\begin{aligned} L &= -\frac{N}{2} - \frac{N}{2} \ln \left[\frac{2\pi}{N} \left[3NV_0 + \sum_{i=1}^N (y(t_i) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - f(t_i; \theta))^2 \right] \right] \dots \dots \dots (35) \end{aligned}$$

したがって、式 (35) で求めた最大対数尤度を式 (32) に代入することにより、AIC を求めることができる。

表-2 室内土質試験結果

	単位	埋土層	沖積層
自然含水比	%	62.7	73.3
湿潤密度	kN/m ³	16.4	16.1
間隙比		1.60	1.65
一軸圧縮強さ	MPa	3.78 x 10 ⁻²	5.77 x 10 ⁻²
体積圧縮係数	c m ² /kgf	1.35 x 10 ⁻¹	7.46 x 10 ⁻²
圧密係数	c m ² /day	116	154

註) m_v, c_v は対数平均値、その他は平均値である。

4. 現場観測例への適用と二次圧密に関する考察

(1) 土質条件および工事概要

現場観測例に以上で提案した方法を適用し、その適用性と有用性を調べる。ここで、取り上げる実測例は愛知県の臨海部埋立地の造成現場のものである。当地区的地盤は成層状態であり、地層構成および土質は図-3 および表-2 に示すとおりである。当地盤は約 25 年前に埋立てされたものであり、埋立てによる圧密は終了しており、正規圧密状態の飽和粘性土地盤である。そして、そこへ約 4,900 m² の広さで高さ平均 4.2 m の盛土が施工された。なお、盛土に先立ってサンドマット(厚さ 80 cm) が敷かれ、その上から洪積層まで到達する袋詰めサンドドレーン (φ120, □1.15 m 正方形配置, l=14.5 m) が施工された。盛土範囲の広さからみて、ほぼ一次元状態であると考えられる。

ここでの沈下予測法は一次元圧密理論に基づいているが、地盤改良された三次元的な地盤構造に対してそれらが適用可能であるかどうかについて考察しておく。

バーチカルドレーン工法により改良された地盤の圧密沈下は厳密には排水が水平方向のみの脱水ではなく、鉛直方向にも放射方向にも起こるし、ドレーンの配置は三次元的であるので、厳密には三次元の問題として解析すべきである。しかし、実務設計においてはこのような問題に対して一次元圧密理論を適用して設計する 경우가非常に多く、また、そのような設計法による結果と実測例との比較も数多く行われている¹³⁾¹⁴⁾。バーチカルドレーン工法による改良地盤に一次元圧密理論を適用した場合と三次元圧密理論を適用した場合の主な相違点は沈下速度に関するものである。それに関して土質係数に補正を加えることができれば、一次元圧密理論を適用することも可能である。

しかし、ここでの沈下予測法は沈下量や沈下速度に関するパラメータはすべて未知数として観測データの同

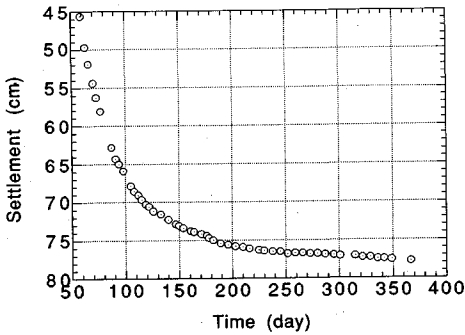


図-4 沈下観測結果 (盛土高一定期間)

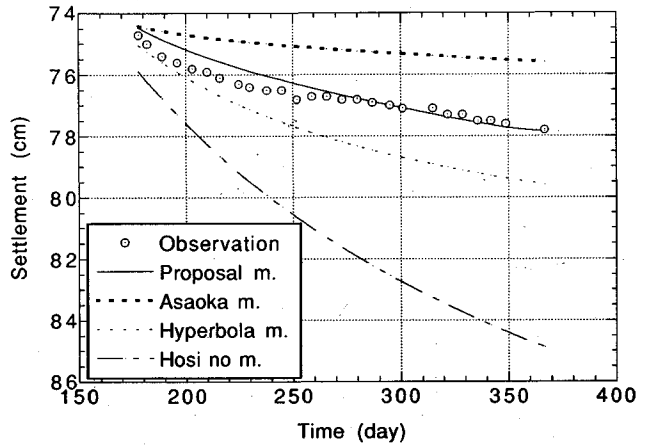


図-5 前半部データによる予測値の後半部適合度

表-3 パラメーター同定に用いたモデル式

Case	モデル名	モデル式	同定結果
1	提案法	$S = a - b \exp(ct) + d \log t$	$a = 52.58$ $b = 193.8$ $c = -3.53 \times 10^{-2}$ $d = 9.889$
2	浅岡法	$S_{j+1} = a S_j + b$ ($\Delta t = 7$ days)	$a = 0.8013$ $b = 14.86$
3	双曲線法	$S = S_0 + \frac{t - t_0}{a + b(t - t_0)}$	$a = 0.8791$ $b = 0.02658$
4	星筈法	$S = S_0 + \frac{ab\sqrt{t-t_0}}{\sqrt{1+b^2(t-t_0)}}$	$a = 51.99$ $b = 0.06571$

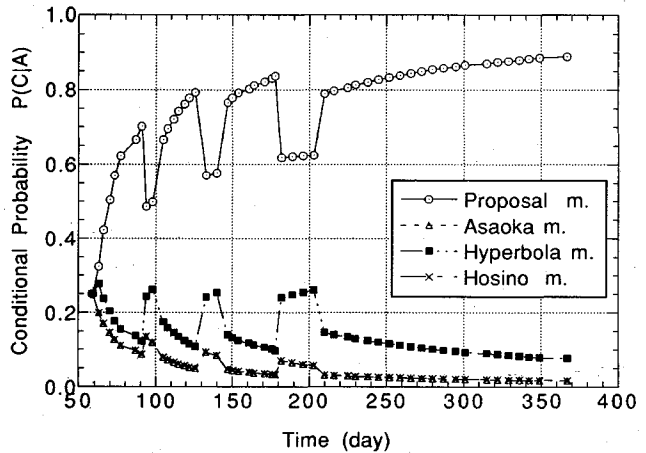


図-6 ベイズ定理によるモデル式検定結果

定により得られるので、三次元を考慮した補正も不要である。したがって、盛土が局部載荷される場合を除けば、「提案法」は一般的な圧密問題に広く適用可能であると考えられる。

盛土は約 300 日間同一の高さのまままで放置され、その間沈下板等による計測がなされ、その後、上部 120 cm 分 (プレロード) が撤去された。図-4 は沈下板により観測された沈下曲線 (盛土前の地表面レベルの沈下測定結果) を表わしている。

(2) パラメーターの同定

ここでは最尤法によりパラメーターを同定する沈下モデル式 $f(t_i; \theta)$ として表-3 に示すものを取り上げた。しかし、本手法の他の実際問題への適用においてはその都度自由に各種のモデル式を選定してパラメーターを同定することができる。対象とした測点に関して、観測は盛土開始から 367 日間行われたが、盛土中のデータは盛土荷重の変化の影響により盛土荷重一定時とは同一の扱いができないので、ここでの解析用データとしては除外

した。そこで、解析に使用できるデータは全部で 52 回分あるが、初期の段階のパラメーター同定により、最終段階の予測がどの程度までできるかが重要である。そこで、前半 26 回 (=52/2) の観測が終了した時点でその後の沈下を予測する場合を想定し、ここで示す解析例では 26 回 (=52/2) のデータを用いる。なお、26 回以外の回数の場合も同様な結果となることは確認済みである。

パラメーターの同定結果を表-3、および図-5 に示す。図-5 は前半 26 回の観測データから同定したパラメーターを用いた予測式による後半部の予測カーブと実測値とを対比させたものである。

(3) ベイズ法の適用

以上で提案したベイズ法により、各時間毎にその時点の出現事象 A_j に応じて $P(C_k | A_j)$ の値を求めて、それをグラフにプロットしたものが図-6 である。この図から最終段階に近づくにしたがって $P(C_k | A_j)$ が最も高くなるモデルが最適予測モデルと判定できる。今回の実

表-4 AIC の計算

	最大対数尤度	パラメータ数	AIC	適合順位
提案法	- 1.15	4	10.3	第1位
浅岡法	- 5.09	2	14.2	第2位
双曲線法	- 13.0	2	30.1	第3位
星筈法	- 40.9	2	85.9	第4位

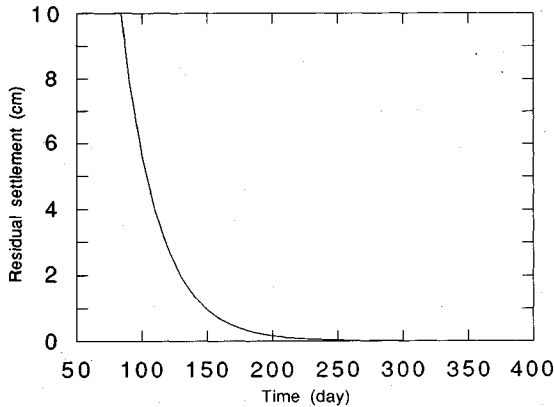


図-7 一次圧密の残留沈下量の予測

測例では図-6 から明らかなように、提案法、双曲線法、浅岡法、星筈法の順に予測精度が高い結果となっている。

(4) AIC 法の適用

前述の AIC 法により、観測例について AIC を求めてみると表-4 のようになる。この結果によると、今回の観測例の場合には、提案法、浅岡法、双曲線法、星筈法の順に適合度が良いことがわかる。ベイズの定理による方法の場合、提案法、双曲線法、浅岡法、星筈法の順であったので、AIC 法の場合は第 2 位と第 3 位 が入れ替った結果となっている。

(5) 残留沈下量の予測法

表-3 にも示したように、 $t=176$ 日までの観測データを用いた「提案法」によるパラメータ同定の結果、対象現場データの圧密沈下量-時間関係は次のように推定される。

$$S(t) = 52.58 - 193.8 \exp(-0.0353t) + 9.889 \log t \quad (36)$$

式 (36) の第 2 項が一次圧密沈下の時間変化を表わす項であり、第 3 項が二次圧密沈下の時間変化を表わす項である。したがって、これらを用いて任意の時点においてその後の残留する一次圧密沈下および、二次圧密沈下を予測することができる。

一次圧密の残留沈下量の予測

任意の時点 t_1 において、残留する一次圧密沈下量 S_{r1} は次式で予測できる。

$$S_{r1} = 193.8 \exp(-0.0353 t_1) \quad (37)$$

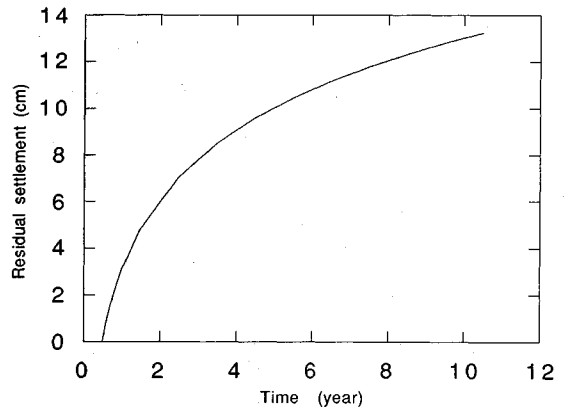


図-8 二次圧密の残留沈下量の予測 ($t=176$ 日の時点での予測)

これを図示すると、図-7 のようになる。

一例として、 $t_1=176$ 日目の時点におけるその後の一次圧密の残留沈下量は $t_1=176$ を式 (37) に代入して、 $S_{r1}=0.39$ cm と予測できる。

二次圧密の残留沈下量の予測

任意の時間 t_1 から t_2 の間の二次圧密沈下量 S_{r2} は次式により推定できる。

$$S_{r2} = 9.889 \log \frac{t_2}{t_1} \quad (38)$$

そこで、一例として上式より $t_1=176$ 日目の時点においてその後の残留沈下量を予測すると次のようになる。

5 年間の沈下量： $S_{r2} = 9.889 \times 1.056 = 10.4$ cm

10 年間の沈下量： $S_{r2} = 9.889 \times 1.337 = 13.2$ cm

この関係を図示すると、図-8 のようになる。

二次圧縮指数の推定

一定期間内の二次圧密沈下量は式 (38) により推定できることを示した。一方、式 (8) によれば同じものを次式により表わすことができる。

$$S_{r2} = \left(\frac{C_\alpha}{1+e_0} \right) H \log \left(\frac{t_2}{t_1} \right) \quad (39)$$

ここで、対象現場の初期間隙比 $e_0=1.6$ 、軟弱層厚 $H=1500$ cm であるので、それらの値を代入し、式 (38) と式 (39) を等しいと置くと、 C_α は次のように推定できる。

$$C_\alpha = \frac{1+1.6}{1500} \cdot 9.889 = 0.0171 \quad (40)$$

以上で求めた二次圧縮指数 C_α の値は通常、室内試験で求められる値の範囲にあり、室内試験と整合性があると思われる。

5. む す び

本研究は施工中の現場計測データから将来の圧密沈下を予測する方法について新たな手法を提案し、現場実測

例を対象にその適用性を検討した。その結果を要約すると次のとおり。

(1) 二次圧密の影響を考慮した新しい沈下-時間関係式を提案した。そして、二次圧密の影響を考慮すると、沈下の $S_{t+1} \sim S_t$ 関係は浅岡法のような直線にならないことを示した。

(2) 各種沈下モデルの沈下-時間関係式のパラメータを同定する方法として、観測ノイズ、システムノイズを考慮した最尤法による定式化を行った。

(3) 観測しながら各手法の予測精度を比較する方法として、次の二つの方法を提案した。

a) ベイズの定理による方法

b) AIC による方法

(4) 同定によって得られた沈下モデル式を用いて、任意の時点において、その後の残留する一次圧密沈下量および二次圧密沈下量を予測する方法を示した。

(5) 以上の手法を現場実測例に適用し、それらの適用性と有用性を確認した。

なお、本研究で提案したモデルは側方移動を考慮していないので、法面付近の沈下データについては適合しない可能性がある。そのような場合も考慮し、予測精度比較法を合わせて提案したので、合わない場合は他の合うモデルで対応することができる。また、実測例への適用では、今回は一現場のデータにとどまったが、今後、他の多くの地盤（泥炭 etc.）の沈下データへ適用すると共に、施工現場におけるより有効な沈下管理法について研究を進めたいと考えている。

謝辞：本研究を行うにあたり、清水建設（株）技術研究所 尾上篤生博士、同 大崎研究室 石井清博士に貴

重なご助言をいただきました。ここに、感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 軟弱地盤と盛土、土と基礎の設計法（その3）、土質工学会、1963.
- 2) 星埜和：最近における基礎の諸問題、土木学会誌、Vol.47, No.7, pp.63~67, 1962.
- 3) Asaoka, A. : Observational procedure of settlement prediction, Soils and Foundations, Vol.18, No.4, pp.87~101, 1978.
- 4) Asaoka, A. and Matsuo, M. : An inverse problem approach to settlement prediction, Soils and Foundations, Vol.20, No.4, pp.53~66, 1980.
- 5) Monden, H. : A new time-fitting method for the settlement analysis of foundation on soft clays, Memoir Faculty of Engrg., Hiroshima Univ., 2-1, 21, pp.21~29, 1963.
- 6) 吉国洋・井上年行・住岡宣博・原久夫：現場計測法による圧密沈下予測法の特性について、土と基礎、Vol.29, No.1253, pp.7~13, 1981.
- 7) 若槻良行・永田孝夫・和泉聡：現場計測による軟弱地盤上の盛土沈下予測法の精度、日本道路公団試験所報告、Vol.25, pp.27~37, 1988.
- 8) 三笠正人：軟弱粘土の圧密、鹿島出版会、1963.
- 9) 松尾稔：地盤工学、技報堂、1984.
- 10) 村山朔郎：土の力学挙動の理論、技報堂、1990.
- 11) 中川徹・小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析、東京大学出版会、pp.163~176, 1982.
- 12) Akaike, H. : A new look at the statistical model identification, IEEE, Trans. A.C., 19, pp.716~723, 1974.
- 13) 竹内敦雄・相京博幸・脇田英治：軟弱地盤上の盛土による圧密沈下の事前予測と現場測定例、土と基礎、Vol.36, No.7, pp.57~62, 1988.

(1991.12.19 受付)

SETTLEMENT PREDICTION CONSIDERING INFLUENCE OF SECONDARY CONSOLIDATION AND A ESTIMATE METHODS OF EXPECTED ACCURACY

Eiji WAKITA

This study investigated the methods to predict future consolidation settlement based on the observation at a site under construction. A new type of model concerning the influence of secondary consolidation and the settlement-time relationship was proposed. This paper also examined a way to identify the unknown parameters of various models including the model by the maximum likelihood method. This paper proposed two methods to select the most accurate type of prediction from many models in the period of settlement observation. These methods were applied to an example of actual observation, and was confirmed to be useful for the settlement prediction.