

波による正四角柱の後流渦および波力に関する研究

石田 啓*・北山 真**

波動場に鉛直に設置した正四角柱周辺の流況と波力について、離散渦点法を用いた解析を行い、実験値との比較を行ったが、本解析法により、比較的簡単に波動場の後流渦領域の表現が可能であり、その流体場が与える波力は、実験値と比較的良好一致する。この波力の計算値をモリソン公式に適用すると、慣性係数は円柱の場合に近い $C_M=2.1\sim 1.7$ となり、後流渦による抗力係数は、円柱の場合より大きな $C_D=3\sim 4$ となった。

Keywords : point vortex, square cylinder, Blasius formula, wave force, drag and inertia coefficients

1. 緒 論

小口径柱体に働く波力は、実用的には慣性力と抗力との和で表されるモリソン公式を用いて算定されるが、この際、式中の抗力係数 C_D と慣性係数 C_M が流体場の特性および柱体の断面形状により複雑に変化することが問題点である。

柱体周辺の流況や抗力係数は、定常流の場合には、一般に、断面形状および Reynolds 数 (以下 Re と略す) によって決定されるが、振動流や波動のような非定常流の場合は、定常流よりも一層複雑である。

たとえば波動中に設置された円柱壁面上の境界層は、波の位相変化に伴い、成長・消滅の過程をたどるが、粘性力のために主流域よりも常に位相が進み、非剥離流の場合であっても、主流の流向が反転する少し前から、境界層内の流向が主流と逆転すると言ふ一見剥離に近い流況を呈する¹⁾。

また Keulegan-Carpenter 数 (以下 KC 数と略す) が増加すると、定常流の場合に近い剥離が発生するが、この場合でも、剥離点は後方よどみ点から前方よどみ点方向へと移動し、さらに場合によっては、半周期間に生成された剥離渦が、流向の反転後に境界層を攪乱し、次の剥離の発生状況を変えることも観察される。このような流況の複雑な変化が、 C_D や C_M の値の複雑な変化や分散の主原因になっているが、円柱を対象とした場合は、従来より比較的多数の研究が集積されており、 C_D や C_M の変化特性なども、かなり詳細に解明されて来ている^{2),3)}。

一方、板や角柱あるいは H 型鋼などは、海岸港湾構造物にしばしば使用されており、特に最近の海洋構造物

の多様化を考えると、これらを対象とした研究が一層重要になって来たと言えるが、現在までのところ、十分な研究が行われているとは言えない。

板や角柱のように断面に隅角部がある場合には、通常剥離点はその隅角部に固定されるため、理論解析は円柱などの鈍頭物体よりも容易になる反面、断面形状が複雑になると、数式による主流場の表現が難しくなる。

振動流中の平板を対象とした研究には、比較的早い時期に沢本⁴⁾が行った理論的研究がある。これは平板の背後に一对の渦糸を配置し、平板から円への写像変換を利用することにより、平板に働く流体力および C_D と C_M を算出したものである。その結果、平板に働く流体力は、Keulegan ら⁵⁾の実験結果と良く一致し、渦対モデルの有用性が実証されたが、一方、後流域を一对の渦糸で表現する方法には、ある程度限界があることを指摘している。

角柱を対象とした研究には、グリーン関数法とわき出し分析法および渦糸流下法を併用して角柱列開口部の流況と波力を対象とした中村⁶⁾の研究があり、すでにその解析法を確立しているが、流況の表現法や波力の解析結果などに今後の検討の余地がある。また、水素気泡法により、波動場の角柱背後の渦を可視化した石田・桑山⁷⁾の実験的研究があるが、従来概して、流体場は一樣流を対象としたものに限定されている。

Okajima⁸⁾は、一樣流場に一边が流れに平行になるように設置した長方形柱体の周りの流況を、実験および理論の両面から考究した結果、ストローハル数は Re 数と断面の縦横比によって決定され、特に、流れに平行な辺長が他辺の 2~3 倍になると、ある臨界レイノルズ数以上で、前縁からの剥離が後縁からの剥離に変化すること、あるいは、 $Re \leq 10^3$ では、可視化法により得られた非対称後流渦列は、数値計算で求めた流線と良く一致することなどを明らかにしている。

* 正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科
(〒920 金沢市小立野 2-40-20)

** 工修 鹿島建設株式会社

Nakamuraら^{9)~11)}は、風による橋梁の横振動の発生機構を解明するため、角柱、H型およびT型柱を対象とした実験的研究を行い、前縁からの剥離せん断層が渦列を形成する状況および後流域に形成されるカルマン渦列を可視化すると共に、これらの渦が誘起する柱の横振動特性を種々の面から考究している。

流況の数値解析に関する研究として、Jackson¹²⁾は、種々の断面形状柱体を対象とした有限要素解析法を提示しているが、計算可能な領域が $Re < 10^2$ 程度と極めて低いため、この方法は必ずしも実用的ではない。

これに対し、坂田ら¹³⁾が用いた離散渦点法は、任意形状物体に適用できるのみならず、 Re 数によらず使用できるという利点があり、さらに非定常流場への拡張が容易である。

以上のような研究状況を踏まえ、本研究では、任意形状断面を有する柱体に働く波力の解析法を確立するための第一段階として、波動場に設置された正四角柱周辺の流況およびその柱体に働く波力について、上述の離散渦点法を用いた解析を行う。特に、波力については実験を行い、 KC 数による C_D および C_M の変化について、計算値との比較を行ない、本解析法の妥当性を検討する。

2. 離散渦点法による流況の解析

(1) 離散渦点法

本解析法は、物体壁面および剥離渦を多数の渦糸で置き換え、これらの渦糸による流速と、物体が存在しない場合の流速場とを重ね合わせることににより、物体が存在する場合の流況を表す方法である。Fig.1に、座標系および迎え角(対角線と波の進行方向との成す角) β で設置された正四角柱と、これを表現するために配置した渦点(渦糸)とを示すが、壁面上の j 番目の渦点の循環を $\Gamma_j (j=1 \sim M)$ で、また剥離点AおよびBから放出された渦糸の循環をそれぞれ Γ_{Ak} および $\Gamma_{Bk} (k=1 \sim N)$ で表す。

波の理論として、微小振幅波理論を用いると、物体が存在しない場合の入射波の速度ポテンシャル ϕ_w 、流れ関数 ψ_w 、および水面波形 η は、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \phi_w &= ac \frac{\cosh k(h+z_p)}{\sinh kh} \cos(k(x \cos \beta + y \sin \beta) - \sigma t) \\ \psi_w &= ac \frac{\cosh k(h+z_p)}{\sinh kh} \cos(k(-x \sin \beta + y \cos \beta) - \sigma t) \\ \eta &= -a \sin(k(x \cos \beta + y \sin \beta) - \sigma t) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 a は振幅、 c は波速、 k は波数、 h は水深、 σ は角周波数、 t は時間である。 z_p は静水面をゼロとした鉛直上向きの座標であるが、現象を水平2次元平面 (x, y) 内で解析するため、ここでは、対象とする水平断面の位置を表すパラメータとなる。この取り扱い、水粒子速

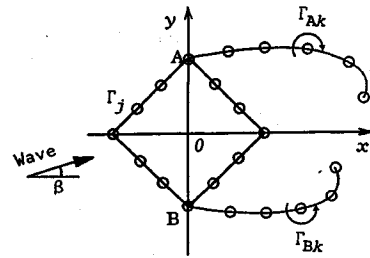


Fig.1 Coordinate system and point vortices.

度に関しては鉛直水粒子速度を無視したことになるが、波力に関しては、線形理論の範囲の近似³⁾となる。

入射波の複素速度ポテンシャル f_w は、式(1)の ϕ_w および ψ_w を用い、虚数単位を i で表すと、次式で与えられる。

$$f_w = \phi_w + i\psi_w \dots \dots \dots (2)$$

角柱の壁面上に配置した全渦点および剥離点から流下する渦糸群を重ね合わせた複素速度ポテンシャル f_v は、

$$f_v = \phi_v + i\psi_v = \frac{i}{2\pi} \left[\sum_{j=1}^M \Gamma_j \log(z - z_j) + \sum_{k=1}^N \{ \Gamma_{Ak} \log(z - z_{Ak}) + \Gamma_{Bk} \log(z - z_{Bk}) \} \right] \dots \dots \dots (3)$$

で与えられる。ここに、 $z = x + iy$ であり、 z_j は壁面上の各渦点 ($j=1 \sim M$) の位置を、また、 z_{Ak} および z_{Bk} は、それぞれ、剥離点であるA点およびB点から放出された各渦糸 ($k=1 \sim N$) の位置を表す座標である。なお、各循環 Γ_j, Γ_{Ak} および Γ_{Bk} は、時計回りを正とする。

以上より、角柱が存在する時の複素速度ポテンシャル f は、式(2)と式(3)の和として、次式で与えられる。

$$f = f_w + f_v = (\phi_w + \phi_v) + i(\psi_w + \psi_v) = \phi + i\psi \dots \dots \dots (4)$$

(2) 壁面上の渦点の循環

壁面上に配置した M 個の渦点の循環の値 Γ_j は、流れの場全体の循環の総和がゼロというケルビンの循環定理、

$$\sum_{j=1}^M \Gamma_j + \sum_{k=1}^N (\Gamma_{Ak} + \Gamma_{Bk}) = 0 \dots \dots \dots (5)$$

および、渦点間の中点における壁面に鉛直な速度成分がゼロという境界条件により決定することができる。

後者の条件を、Fig.2に示す z_i および z_{i+1} の両渦点間の中点 z_{ci} について表すと、式(4)を x および y で微分して得られる x 方向水粒子速度 u および y 方向水粒子速度 v ならびに渦点間距離 Δs を用いることにより、

$$u_{ci} \cdot (y_{i+1} - y_i) / \Delta s + v_{ci} \cdot (x_i - x_{i+1}) / \Delta s = 0$$

となるが、この条件式を、さらに具体的に書くと、

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^M \Gamma_j \frac{(y_{i+1} - y_i)(y_{ci} - y_j) - (x_i - x_{i+1})(x_{ci} - x_j)}{(x_{ci} - x_i)^2 + (y_{ci} - y_j)^2} \\ = 2\pi \{ (y_{i+1} - y_i) \cos \beta + (x_i - x_{i+1}) \sin \beta \} \end{aligned}$$

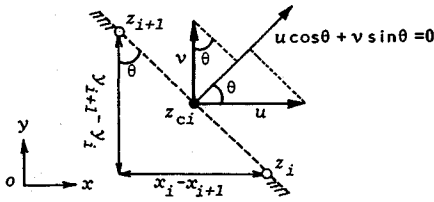


Fig.2 Boundary condition on the surface.

$$\begin{aligned} & \times a_0 \frac{\cosh k(h+z_p)}{\sinh kh} \sin \{k(x_{ci} \cos \beta + y_{ci} \sin \beta) - \omega t\} \\ & + \sum_{k=1}^N \left\{ \Gamma_{Ak} \frac{(y_{i+1} - y_i)(y_{ci} - y_{Ak}) - (x_i - x_{i+1})(x_{ci} - x_{Ak})}{(x_{ci} - x_{Ak})^2 + (y_{ci} - y_{Ak})^2} \right. \\ & \left. + \Gamma_{Bk} \frac{(y_{i+1} - y_i)(y_{ci} - y_{Bk}) - (x_i - x_{i+1})(x_{ci} - x_{Bk})}{(x_{ci} - x_{Bk})^2 + (y_{ci} - y_{Bk})^2} \right\} \\ & \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

となる。ここに、添字 c_i は i と $i+1$ の渦点の中点を意味しており、 c_i は c_1 から c_M までの M 個存在する。したがって、式 (5) および式 (6) を合わせると、 Γ_i を求めるための条件式が $M+1$ 個となり、1個多すぎることになるが、ここでは、坂田ら¹³⁾に習い、波峰時の後方よどみ点の壁面条件を外した M 元連立方程式により、 Γ_i を求めることとする。この際、 Γ_i 以外の諸量は、あらかじめ求めておく必要がある。

(3) 剥離渦の循環および流下位置

A 点および B 点から放出する渦糸の循環の値 Γ_{Ak} および Γ_{Bk} を総称して Γ_k と書くが、 k 番目の時間ステップにおいて、剥離点から流下する渦糸の循環の時間変化率 $d\Gamma_k/dt$ は、剥離断面を通過する渦度 ω のフラックスの総和に等しいと見なすことが出来るため^{3),14)}、次式

$$\frac{d\Gamma_k}{dt} \doteq \int_0^\delta \omega u_s dn = \frac{1}{2} U_B |U_B| \dots\dots\dots (7)$$

が成り立つ。ここに、 u_s は壁面上の境界層内の壁面方向水粒子速度、 n は壁面に垂直外向きの座標であり、 δ は境界層厚、 U_B は境界層外縁の流速である。いま、境界層厚として、動粘性係数 ν および波の周期 T を用いた $\delta = \sqrt{\nu T/\pi}$ を用いると、各時間ステップごとの U_B を求めることは容易である。したがって Γ_k は、式 (7) に渦糸の放出時間間隔である時間ステップ間隔 Δt を掛けることにより、 $\Gamma_k = (1/2) U_B |U_B| \Delta t$ で求めることができる。

式 (6) 右辺に含まれる渦糸の位置 (x_{Ak}, y_{Ak}) および (x_{Bk}, y_{Bk}) は、一つ前の時間ステップにおけるそれらの位置と場の流速とから、近似的に求めることができる。ここでは、4 次のルンゲ・クッタ法を用いた³⁾。

3. 流況に関する結果および考察

Fig.3 および Fig.4 に、それぞれ対称渦対および非対称渦列の場合について、(a) 放出された渦糸の挙動と (b)

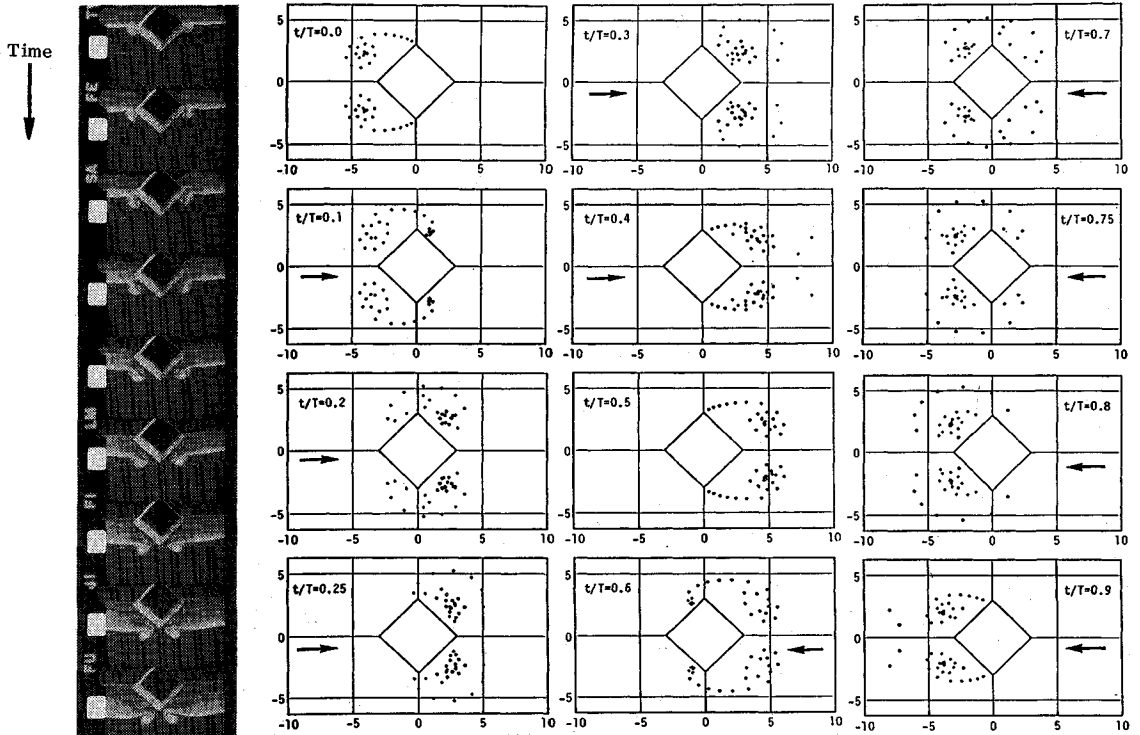
流線とを示す。

計算条件は、後述する実験条件と同一の値である $h = 45$ cm, $z_p = -9$ cm および角柱対角線長 $D = 6$ cm を用いた。波の位相は、角柱中心軸上に波峰および波谷が来るときが、それぞれ $t/T = 0.25$ および 0.75 である。壁面上の渦点数は $M = 128$ とし、時間ステップ間隔は、放出渦糸数が流況に応じた適当な個数になるように、 $\Delta t/T = 0.1/KC$ を用いた。ただし、 $KC = U_{max} T/D$ (U_{max} は進行波の水粒子速度振幅) である。また放出した渦糸には、粘性による渦の減衰拡散効果を考慮した粘性渦モデルを適用し¹³⁾、さらに互いに δ 以内に接近した渦糸は、特異点への近接が生み出す不自然な両渦糸の挙動を避けるために合成し、境界層内 δ へ入った渦糸は、壁面の粘性効果により消滅すると見なして消去するという処置を行った。

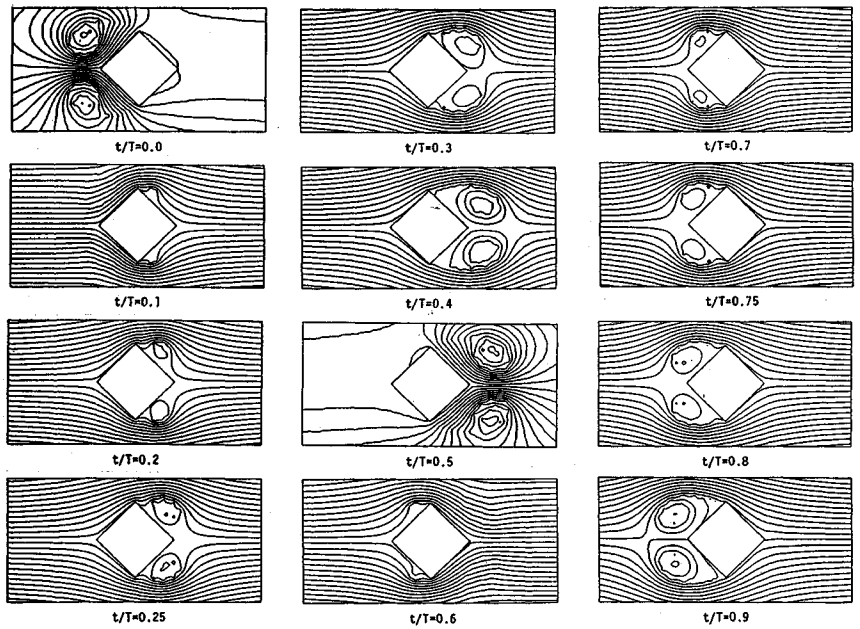
Fig.3 は、 $\beta = 0^\circ$, $T = 2$ s, $KC = 5$ の場合である。渦糸の図より、 $t/T = 0$ で柱の左側に存在する渦対が、流向の反転に伴い、 $t/T = 0.5$ までの間、右側へ流されると共に、新たに発生する渦糸が柱の右側に次の渦対を形成すること、さらに $t/T = 0.6$ 以後、同様の現象が柱の左側に生じることが分かる。また流線の図では、後流渦のスケールや流下距離などが一層明確に分かるが、特に、 $t/T = 0$ および 0.5 で柱の左側および右側に存在する渦対が、流向の反転に伴い逆側へ流される際、隅角部から剥離する流線を壁面側へ押し付ける働きをすることが分かる。なお、流線が完全には上下対称でない理由は、式 (5) と式 (6) の連立方程式を解く際の計算誤差による。

Fig.4 は、 $T = 7$ s, $KC = 30$ であるが、迎え角を $\beta = 5^\circ$ とし、渦対が非対称になるように設定した場合である。図には、 $t/T = 0.1 \sim 0.45$ までの約半周期間の流況を示すが、 $t/T = 0.1$ で発生している渦対のうちの上側の渦から流下し始め、 $t/T = 0.45$ では、4~5 個の渦から成るカルマン渦列に近い交番渦列が生じる。

Fig.5 は、流況の解析手法の妥当性を検討するため、Fig.3 と同様の計算から得られる対称渦の直径 d を、Photo.1 に示すような連続写真から読み取った実験結果⁷⁾と比較したものであり、縦軸は d/D を、横軸は KC 数を表す。計算条件は、 $D = 6$ cm, $T = 2$ s と固定し、波の水粒子速度を変えることにより KC 数を 1, 3, 5 および 7 と変えたが、それに伴い、 Re 数は 1700, 5100, 8500 および 11900 と変化している。ただし、 $Re = U_{max} D/\nu$ である。図より、 KC 数が小さい場合には実験値と計算値は比較的良く一致しているが、 $KC = 4$ 付近における実験値は、 Re 数が小さい場合に非対称渦対になり易く、また Re 数の増加に伴い、実験値の渦径の方が計算値よりも大きくなる。前者の特性については、粘性力の増加が渦対の非対称性に及ぼす効果と言う観点か



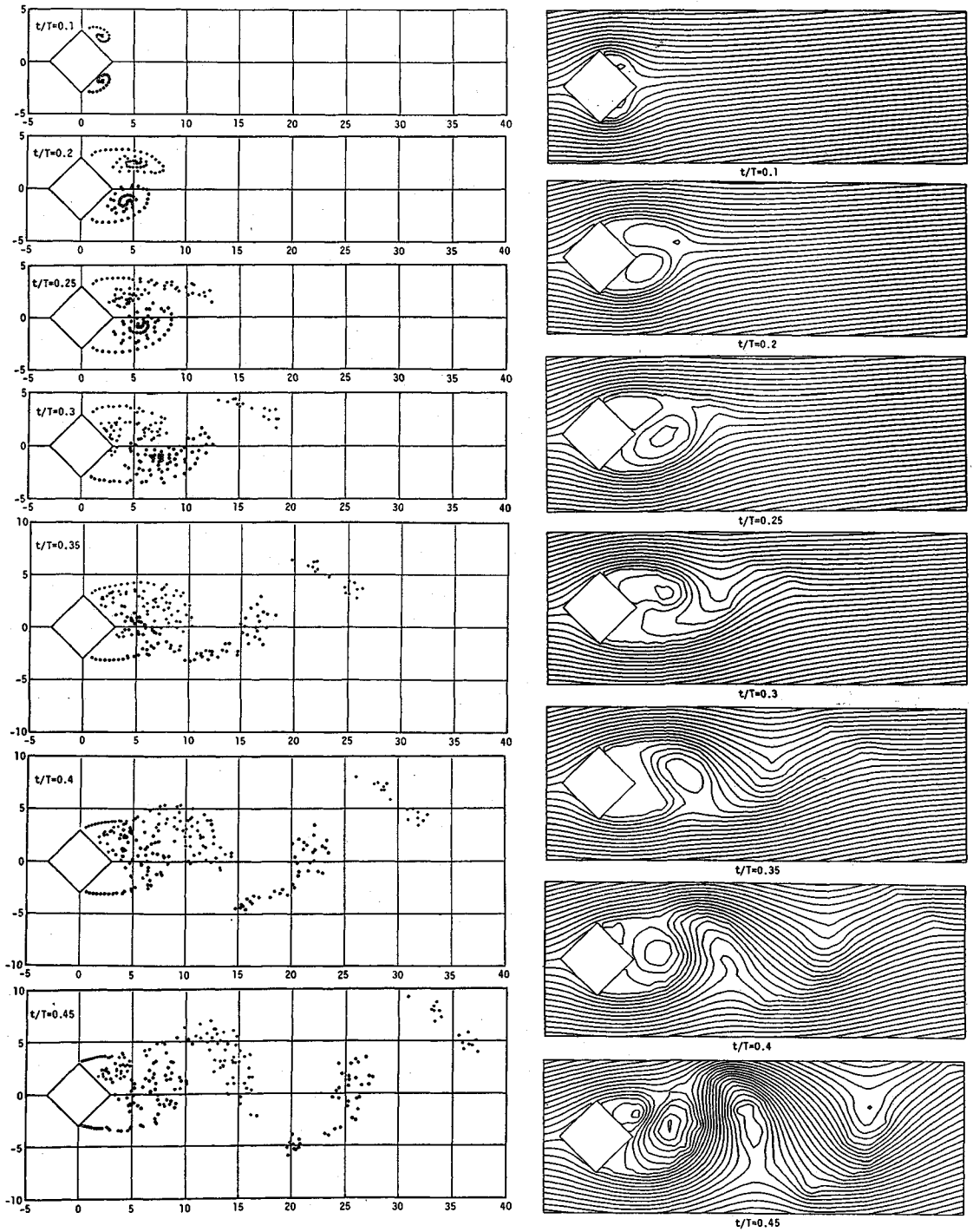
(a) Point vortices shed out from two separation points.



(b) Stream lines.

Photo.1 Visualization of vortices ($KC=2.8$).

Fig.3 Symmetric vortices behind a square cylinder in wave field.



(a) Point vortices shed out from two separation points.

(b) Stream lines.

Fig.4 Asymmetric vortices behind a square cylinder in wave field.

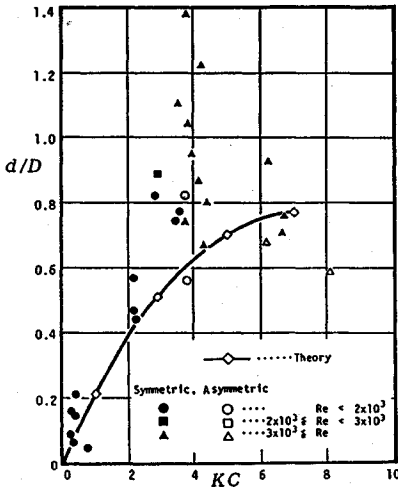


Fig.5 Diameter of vortex.

ら今後検討することが考えられるが、後者の原因としては、渦の可視化に用いた水素気泡が、 Re 数の増加に伴い、一層激しく拡散し、渦領域の判定が不正確になったことが考えられる。ただし、波動場の可視化は一般に難しく、正確な実験値を得ることは必ずしも容易ではない。

なお、この計算には、坂田ら¹³⁾が用いた粘性渦モデルを適用したが、波動場における渦糸の減衰拡散現象については中村・久保¹⁵⁾の研究が報告されており、今後、この結果を踏まえた検討が必要である。

4. 波力の解析方法

(1) 剝離渦が発生する場合の波力

Fig.6 に示すように、柱体および剝離点から流下した渦糸群を含む閉曲線を C とし、その内部領域を S で、また各渦点を含む各微小閉曲線を E で表すと、柱体に働く波力の x および y 方向成分 F_x および F_y は、式 (4) の複素速度ポテンシャル $f = \phi + i\psi$ を用い、非定常流に拡張した Blasius の公式より、 C 内に流入する運動量と C 上に働く圧力による力との和 ($-\int dG$) から C 内の流体の運動量増加分 ($d/dt \iint \rho df/dz dS$) を差し引いたものとして、次式で求めることが出来る^{9), 16)}。

$$\begin{aligned}
 F_x - iF_y &= \left[-\oint_C dG \right] - \frac{d}{dt} \iint_S \rho \frac{df}{dz} dS \\
 &= \left[\frac{i\rho}{2} \oint_C \left(\frac{df}{dz} \right)^2 dz + i\rho \oint_C \frac{\partial \phi}{\partial t} dz \right] + i\rho \frac{d}{dt} \oint_{C-E} \bar{z} d\phi \\
 &= \left[\frac{i\rho}{2} \oint_C \left(\frac{df}{dz} \right)^2 dz - i\rho \frac{d}{dt} \oint_C \bar{z} d\phi \right] \\
 &\quad + i\rho \frac{d}{dt} \left(\oint_C - \oint_E \right) \bar{z} d\phi = \frac{i\rho}{2} \oint_C \left(\frac{df}{dz} \right)^2 dz \\
 &\quad - i\rho \frac{d}{dt} \oint_E \bar{z} d\phi \dots \dots \dots (8)
 \end{aligned}$$

ここに、 $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$ であり、 ρ は流体密度であ

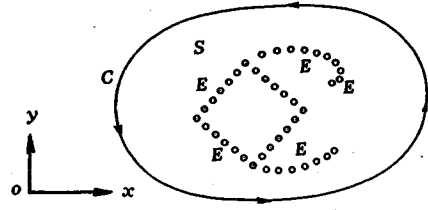


Fig.6 Sketch to explain the momentum equation.

る。

次に、 $df/dz = df_w/dz + df_v/dz$ であるから、入射波による複素速度は $df_w/dz = \bar{W} = U - iV$ と表し、渦糸による複素速度 df_v/dz は、式 (3) を z で微分した後、留数定理を適用すれば、式 (8) 右辺第 1 項の積分は、

$$\begin{aligned}
 \oint_C \left(\frac{df}{dz} \right)^2 dz &= \oint_C \left[\bar{W} + \frac{i}{2\pi} \left\{ \sum_j \Gamma_j (z - z_j)^{-1} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \sum_k \Gamma_k (z - z_k)^{-1} \right\} \right]^2 dz \\
 &= -2 \left(\sum_j \Gamma_j \bar{W}_j + \sum_k \Gamma_k \bar{W}_k \right) \dots \dots \dots (9)
 \end{aligned}$$

となる。ここに \bar{W}_j および \bar{W}_k は、渦点 j および k の位置の複素速度である。また、 $d\phi = d\phi_w + d\phi_v$ であるが、渦点 E の周回積分は、積分範囲が点となるため、特異点を含む $d\phi_v$ の積分のみが残る。さらに、この周回積分は循環になるから、式 (8) 右辺第 2 項の積分は、

$$\oint_E \bar{z} d\phi = \oint_E \bar{z} d\phi_v = -(\bar{z}\Gamma)_E \dots \dots \dots (10)$$

となる。以上、式 (8) に式 (9) および式 (10) を代入すると、波力を与える式として、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 F_x - iF_y &= -i\rho \left(\sum_j \Gamma_j \bar{W}_j + \sum_k \Gamma_k \bar{W}_k \right) \\
 &\quad + i\rho \frac{d}{dt} \left(\sum_j \Gamma_j \bar{z}_j + \sum_k \Gamma_k \bar{z}_k \right) \dots \dots \dots (11)
 \end{aligned}$$

さらに、式 (11) を成分に分けると、次式となる。

$$\begin{aligned}
 F_x &= \rho \frac{d}{dt} \left(\sum_j \Gamma_j y_j + \sum_k \Gamma_k y_k \right) - \rho \left(\sum_j \Gamma_j V_j + \sum_k \Gamma_k V_k \right) \\
 &\quad \dots \dots \dots (12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_y &= -\rho \frac{d}{dt} \left(\sum_j \Gamma_j x_j + \sum_k \Gamma_k x_k \right) + \rho \left(\sum_j \Gamma_j U_j + \sum_k \Gamma_k U_k \right) \\
 &\quad \dots \dots \dots (13)
 \end{aligned}$$

ここに、波による水粒子速度 U および V に下付き添え字があるのは、その添え字の渦点位置における U および V であることを示す。

波力については、以下、 $\beta = 0^\circ$ の場合の F_x を取り扱うが、この場合は、入射波の y 方向速度 V はゼロである。また、 y_j は時間によらず壁面上に固定された点であるため、 $dy_j/dt = 0$ である。さらに、循環の時間変化による力については、ケルビンの定理より、流下した渦糸の拡散減衰に関する $d\Gamma_k/dt (k=1 \sim n-1)$ の部分は無視し、各時間ステップごとに剝離点 A および B で新たに

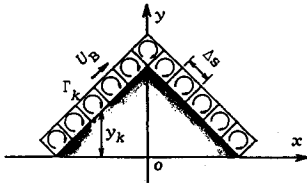


Fig.7 Boundary layer replaced by point vortices.

生まれる循環による項 $d\Gamma_k/dt(k=n)$ のみを考慮すると、 n 番目の時間ステップにおける波力は、次式 (14) で与えられる。

$$F_x = \rho \left\{ \sum_{j=1}^M \frac{d\Gamma_j}{dt} y_j + \left(\frac{d\Gamma_{An}}{dt} y_{An} + \frac{d\Gamma_{Bn}}{dt} y_{Bn} \right) + \sum_{k=1}^{n-1} \left(\Gamma_{Ak} \frac{dy_{Ak}}{dt} + \Gamma_{Bk} \frac{dy_{Bk}}{dt} \right) \right\} \dots\dots\dots (14)$$

式 (14) 右辺第 1 項は、場の非定常性に基づく壁面の Γ_j の時間変化に起因する力であり、後流渦による力を含めた慣性力と言える。右辺第 2 項および第 3 項は、A 点および B 点において、 n 番目の剥離渦が発生するために生じる抗力であり、第 4 項および第 5 項は、A 点および B 点から発生した渦糸が移動するために生じる抗力である。

(2) 境界層の形成に伴う抗力

KC 数が小さい場合、剥離渦に基づく抗力は無視できる程度に小さくなるが、一方、境界層の変化に伴う循環の変化に基づく抗力が無視できなくなる。境界層は、Fig.7 に描いたように、壁面上に渦糸を並べたものと考えることが出来るため¹⁷⁾、 k 番目の渦糸の循環を Γ_k 、その中心の座標を y_k とすると、この場合の波力は、

$$F_x = \rho \left\{ \sum_{j=1}^M \frac{d\Gamma_j}{dt} y_j + \sum_k \left(\frac{d\Gamma_k}{dt} y_k + \Gamma_k \frac{dy_k}{dt} \right) \right\} \dots\dots\dots (15)$$

で与えられる。ここに、 Γ_k は境界層外縁の流速 U_B および境界層の分割長 Δs を用いて $\Gamma_k = U_B \Delta s$ により、また $d\Gamma_k/dt$ はその時間差分により求められる。 y_k については、境界層厚 δ の値が不明確なため、これを含めた距離を用いることが困難であり、ここでは、境界層の厚みが角柱スケールに比べて無視できる程度に小さいと仮定し、 y_k の値は、 x 軸から壁面までの距離を用いることとした。 dy_k/dt は境界層厚の変化速度であり、補正係数 c_B を用いて、近似的に次式で与えた³⁾。

$$dy_k/dt = c_B \sqrt{vT/\pi} / (T/2) \dots\dots\dots (16)$$

(3) 波力係数 C_D および C_M の算出方法

進行波の水粒子速度およびその加速度を U および \dot{U} で表すと、モリソン公式による波力 $F_x(t)$ は、次式となる。

$$F_x(t) = (1/2) C_{D\rho} D U(t) |U(t)| + C_{M\rho} A \dot{U}(t) \dots\dots (17)$$

ここに、 D は柱の投影幅、 A は柱の断面積である。

$F_x(t)$ が理論あるいは実験から与えられた場合、 $U(t)$

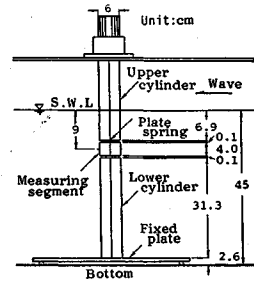


Fig.8 Square cylinder to measure the wave forces.

$=0$ の位相での C_M 、および $\dot{U}(t)=0$ の位相での C_D は、式 (17) を用いて容易に算出できるが、一周期間の C_D および C_M の位相変化を求めるためには、抗力と慣性力とを分離するための工夫が必要である。ここで用いた手法は、 $t=t_n$ および $t=t_n+\Delta t$ の 2 つの位相での $F_x(t)$ 、 $U(t)$ および $\dot{U}(t)$ は異なった値となるが、 C_D および C_M はその時間内では変化しないと仮定することにより、 C_D と C_M に関する連立方程式を立て、各時間ステップごとに、それらの値を求める方法である¹⁸⁾。

5. 波力に関する実験装置および方法

実験に用いた水槽は、幅 45 cm、長さ 14 m、深さ 60 cm であり、造波板から 8 m の位置に波力測定用の正四角柱を $\beta=0^\circ$ で設置した。この角柱の対角線長は 6 cm であり、Fig.8 に示すように、長さ 4 cm の波力測定部のセグメントが板バネにより上部角柱と接続されている。波力は、板バネの表裏に貼り付けた 2 枚のストレインゲージの歪から計測した。水深は $h=45$ cm とし、波力の測定点は $z_p=-9$ cm としたが、使用した波の周期 T は、0.5 s から 1.5 s までの 6 種類であり、各周期の波ごとに断続的に波高を変えて実験を行った。

6. 波力に関する実験結果

抗力と慣性力およびそれらの係数の 1 周期に渡る位相変化を調べるため、周期 $T=1.0$ s の波を用い、KC 数を 1 から 6 まで断続的に増加させた検討を行ったが、典型的な結果の例として、KC=3 の場合を Fig.9 に、KC=5 の場合を Fig.10 に示す。両図共、(a) は、式 (17) のモリソン公式の波力 F_x として、実測の波力の値を用いた場合であり、(b) は、式 (14) に示した理論波力を用いた場合である。(a) および (b) 共、上段の図の実線、破線および一点鎖線は、それぞれ、波力、抗力および慣性力であり、下段の図の実線および破線は、それぞれ、抗力係数 C_D および慣性係数 C_M である。

波力を抗力および慣性力に分離する方法は、4. (3) に述べたとおり、まず、抗力係数 C_D および慣性係数 C_M の位相変化を求め、次に、各位相ごとに、これらの

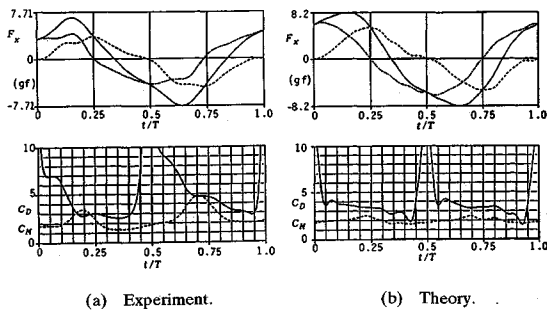


Fig.9 Time variation of wave force, C_D and C_M ($KC=3$).

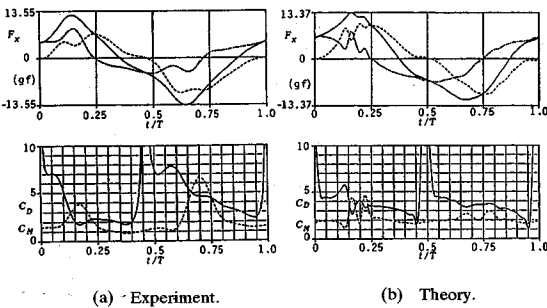


Fig.10 Time variation of wave force, C_D and C_M ($KC=5$).

C_D および C_M の値と、微小振幅波理論による U および \dot{U} の値とを、式 (17) のモリソン公式の抗力項および慣性力項に適用することにより、両項の位相変化を算定した。

両図の (a) から分かるように、実測波力から求めた抗力の値は、 $t/T=0.25$ の波峰および 0.75 の波谷の位相において極値を持つのみならず、それらの位相の少し前にも極値が生じるという特徴があり、これは KC 数が大きい程顕著であった。この特性は、角柱の後流渦の発生・発達の特徴に起因すると思われるが、Fig.9 (b) の理論抗力ではこの傾向は見られず、Fig.10 (b) の理論抗力では、波峰前の $t/T=0.2$ 付近に高周波数の変動が生じており、いずれも実験値の特性を説明するまでには到っていない。しかし、元の波力そのものを見ると、(b) の理論計算値は、(a) の実験値に近い値となっており、本論に示した理論計算法の妥当性が、ある程度、実証されていると言える。また、(b) に示す波力の理論値に基づく C_D および C_M の値は、(a) の C_D および C_M に比べると、 $t/T=0.7$ 付近でかなり大きな値となっているが、全体的な傾向は比較的良く一致していると言える。

次に、Fig.11 (a) から (f) に、波の周期別に、 KC 数の変化に伴う C_D および C_M の変化について、理論値と実験値との比較を行うが、(a) は $T=0.5$ s、(b) は $T=0.67$ s、(c) は $T=0.8$ s、(d) は $T=1.0$ s、(e) は $T=1.25$ s、(f) は $T=1.5$ s の場合である。 C_D および

C_M の値は、Fig.9 および Fig.10 から明らかなように、波の位相に伴い大きく変化するため、 C_M については、慣性力が大きな値となる $t/T=0$ の位相の値を、 C_D については、抗力が大きな値となる波峰の位相の値 C_{Dc} および波谷の位相の値 C_{Dt} を取り出して論ずる。図中の黒丸は角柱を用いた本実験値であり、白丸は参考のために示した円柱の場合の実験値³⁾である。 C_M および C_D の図の折れ線は、式 (14) の波力の理論値であり、 KC 数の整数値においてのみ値を計算し、それらを直線で結んだものである。なお、 KC 数が1以下では、剥離点から放出された渦糸は、常に異常に接近し過ぎた状態となり、安定した渦糸群が得られないため、式 (14) を用いた波力の計算値は得られていない。 C_D の図の3本の実直線は、図中の下から順に、式 (16) の c_B を 50、100 および 150 としたときの、式 (15) の境界層の形成に伴う抗力の計算値である。

各図とも、実測値はやや分散の度合いが大きいが、慣性係数 C_M の実測値は、 KC 数の増加に伴い、概して減少する傾向があり、計算値の C_M は、 KC 数が2までは、 KC 数の増加に伴い減少するが、2以上では、ほぼ一定値の $C_M=1.7\sim 1.8$ 程度となる。

次に、抗力係数 C_D については、 KC 数が1程度までは、実測値は KC 数の増加に伴い減少し、境界層の成長に基づく抗力の計算値に良く一致する。この場合、境界層の成長速度の補正係数 c_B の値は、円柱の場合 ($c_B=30$ 程度³⁾) に比べて相当大きな値を用いなければ実験値を説明できないが、この理由は、現在のところ明確ではない。さらに、 KC 数が増加すると、実測値と計算値ともに、剥離後流渦による抗力が増加し、 KC 数が3以上では、計算値の抗力係数は、 $C_D=3.0\sim 4.0$ 程度の値となり、円柱の場合の計算値 ($C_D=1.7$ 程度³⁾) よりかなり大きい。さらに、(d) から (f) の実測値の C_D は、概して、波峰での値 C_{Dc} は計算値より小さく、波谷での値 C_{Dt} は計算値より大きくなる傾向がある。この理由としては、後流渦は水面に近い部分程よく発達しているため、水面の上下動を伴う波動場では、波谷時の渦の方が波峰時よりも測定点に与える影響が大きくなることが考えられる。

その他、実験値と計算値が、十分には一致しない理由としては、実験では、計測した波力が小さく、また、後流渦領域は本質的に乱れ易いため、簡単には除去できない実験誤差が混入していることが考えられる。また一方、理論解析に際しては、 Γ_j の算出および流下渦糸の $d\Gamma/dt$ の評価には、完全流体の仮定に基づくケルピンの循環不変の法則を適用する反面、流下渦糸位置の算定には、減衰渦糸モデルを用いると言う不整合性があり、また、壁面の境界条件は、渦点間の midpoint 以外を考慮できないと言った欠点が考えられる。なお、最後に述べた離

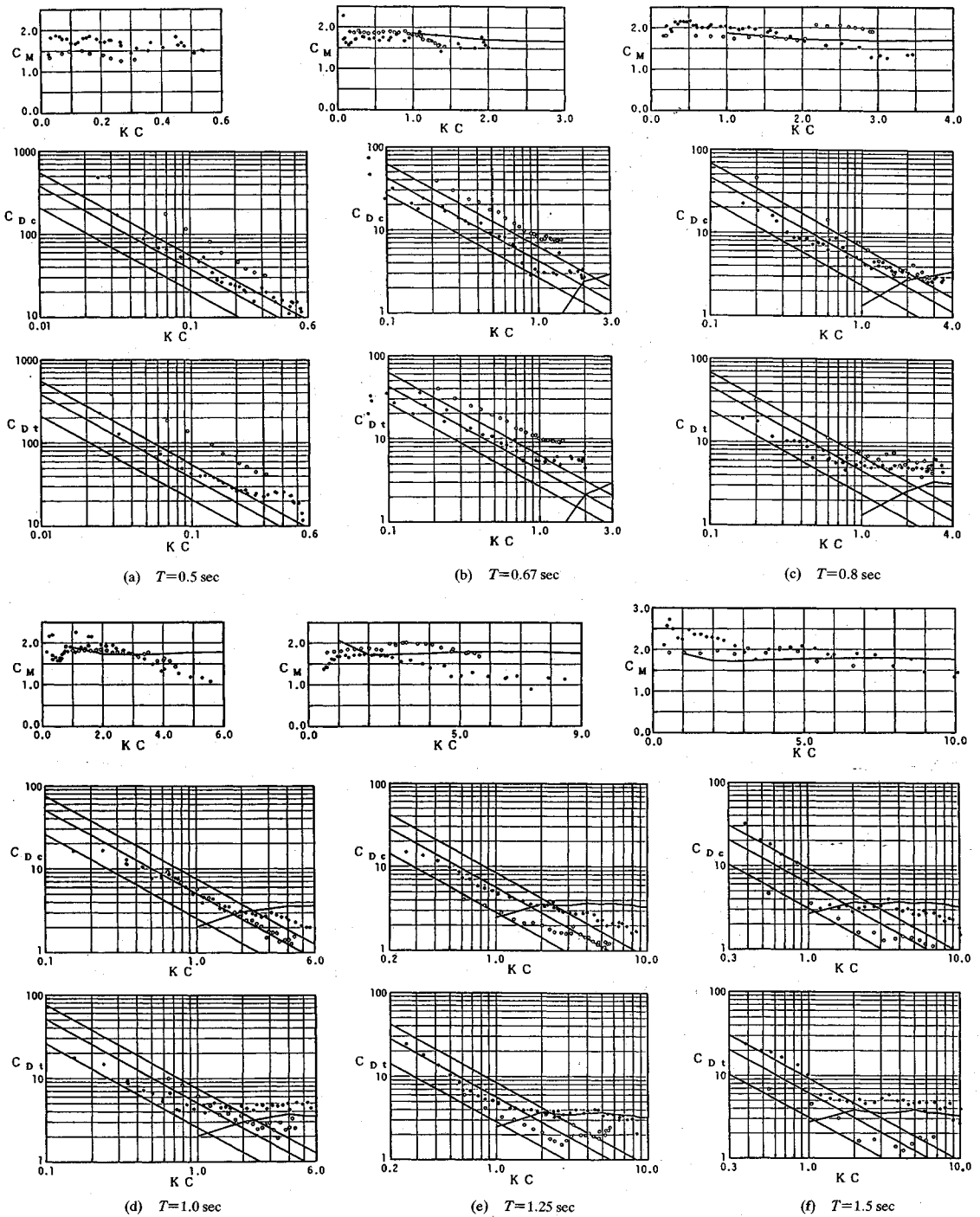


Fig.11 Comparison of theoretical drag and inertia coefficients with the experimental.

散化に伴う解析上の欠点については、これを改良した研究^(19), 20)がすでに提示されており、現在、こういった解析法の波力問題への適用について検討中であるが、本考察により、従来、理論解析が極めて困難であった後流渦およびそれによる波力が、離散渦点法を用いることにより、

比較的簡単に解析できることが明示され、実際の海岸海洋構造物への適用の緒が開かれたと言える。

7. 結 論

本研究では、離散渦点法を用いることにより、波動場

に設置された正四角柱の後流渦およびその正四角柱に働く波力の解析を行ったが、得られた結果を要約すると以下の通りである。

1) 柱体壁面上に配置した渦糸および剥離点から放出する渦糸により、後流渦を含む物体周辺の流体場を表現する離散渦点法は、定常流のみならず、波動場を含む種々の流体場において、任意断面形状を持つ柱体周辺の流況解析が可能であり、さらに、流体力の解析にも適用できるため、極めて有力な解析手法である。

2) 対角線が波の進行方向と平行になるように設置された場合の正四角柱に作用する波力は、離散渦点法に運動量解析(非定常流に拡張されたブラジウスの公式)を援用することにより、十分妥当な値が得られる。

3) 本理論解析から得られる波力の計算値をモリソン公式により表した場合、本研究の範囲内($Re \leq 24,500$, $KC \leq 10$)では、 KC 数の増加に伴い、慣性係数 C_M は2.1から1.7へと減少し、抗力係数 C_D は、 $KC > 3$ では、3.0から4.0の範囲内となった。また $KC < 1$ の C_D は、 KC 数の減少に伴い急激に増加し、この特性は、境界層の成長に起因する抗力として説明できる。

最後に、本研究を行うに際し、助力を惜しまなかった当時学生の赤坂忠良君(現在、富山県庁)、平野秀次君(現在、北陸電力株式会社)および井上 茂君(現在、五洋建設株式会社)に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 岩垣雄一・石田 啓：波動により円柱上に発達する3次元層流境界層について、第21回海岸工学講演会論文集、pp.1~6, 1974.
- 2) 土屋義人・山口正隆：波による円柱の抗力係数について、第19回海岸工学講演会論文集、pp.379~383, 1972.
- 3) 石田 啓・田村賢一：非剥離流および対称渦対状態における波動場の円柱の抗力係数、土木学会論文集、第393号/II-9, pp.121~130, 1988.
- 4) 沢本正樹：一對の渦を伴った平板の後流モデル、土木学会論文報告集、第216号、pp.29~35, 1973.
- 5) Keulegan, G.H. and Carpenter, L.H. : Forces on cylinder and plates in an oscillating fluid, J. Res. Nat. Bur. Stand.,

- Vol.60, No.5, pp.423~440, 1958.
- 6) 中村孝幸：柱体列まわりの渦流れと作用波力に関する研究、海岸工学論文集、第37巻、pp.664~668, 1990.
- 7) 石田 啓・桑山勝則：円柱および角柱背後の後流渦に関する実験的研究、第26回海岸工学講演会論文集、pp.421~424, 1979.
- 8) Atsushi Okajima : Strouhal numbers of rectangular cylinders, J.F.M., Vol.123, pp.379~398, 1982.
- 9) Nakamura, Y. and Nakashima, M. : Vortex excitation of prisms with elongated rectangular, H and T cross-sections, J.F.M., Vol.163, pp.149~169, 1986.
- 10) Nakamura, Y. and Ohya, Y. : Vortex shedding from square prisms in smooth and turbulent flows, J.F.M., Vol.164, pp.77~89, 1986.
- 11) Nakamura, Y. and Matsukawa, T. : Vortex excitation of rectangular cylinders with a long side normal to the flow, J.F.M., Vol.180, pp.171~191, 1987.
- 12) Jackson, C.P. : A finite-element study of the onset of vortex shedding in flow past variously shaped bodies, J.F.M., Vol.182, pp.23~45, 1987.
- 13) 坂田 弘・足立武司・稲室隆二：渦放出モデルを用いたはく離を伴う非定常流れの一解法、日本機械学会論文集(B編)、49巻、440号、pp.801~808, 1983.
- 14) 石田 啓：柱体の波力の発生機構と波浪振動、土木学会水理委員会、水工学シリーズ91-B-1, pp.1~29, 1991.
- 15) 中村孝幸・久保達郎：はく離渦の減衰特性を考慮したカーテン防波堤まわりの流況の算定法、第35回海岸工学講演会論文集、pp.607~611, 1988.
- 16) 今井 功：流体力学(前編)、pp.404~408, 裳華房, 1975.
- 17) Lewis, R.I. : Surface vorticity modelling of separated flows from two-dimensional bluff bodies of arbitrary shape, J. Mech. Engg. Sci.(1), pp.1~12, 1981.
- 18) 岩垣雄一・酒井哲郎・千田哲雄・津田俊雄：波力に関するモリソン公式の抗力係数および質量係数の位相変化について、関西支部年次学術講演会講演概要、pp. II-57~1-II-57-2, 1973.
- 19) Faltinsen, O.M. and Pettersen, B. : Application of a vortex tracking method to separated flow around marine structures, J. Fluid and Structures, 1, pp.217~237, 1987.
- 20) 福井卓雄・小林章宏：連続渦糸法による角柱まわりの流れの解析、境界要素法論文集、第6巻、pp.173~178, 1989. (1991.10.25 受付)

WAKE VORTICES BEHIND A VERTICAL SQUARE CYLINDER DUE TO WAVES AND THE WAVE FORCES ON THE CYLINDER

Hajime ISHIDA and Makoto KITAYAMA

Flow state around a square cylinder installed vertically in the wave field and the wave forces on the cylinder have been analyzed by using the point vortex method. The wake vortices due to flow separation from the cylinder corner in the wave field can be presented easily from this analytical method, and the wave forces calculated from this flow states agree roughly well with experimental values. Applying the calculated wave forces to Morison formula, the range of inertia coefficient becomes $C_M = 2.1 \sim 1.7$ which is similar to the case of a circular cylinder, and that of drag coefficient becomes $C_D = 3 \sim 4$ which is much larger than in the case of a circular cylinder.