

イボ粗度による跳水の制御

ヒシャム S モハメド アリ*・石原安雄**・
中村俊六***・和田 清****

イボ粗度上に生起する跳水によるエネルギー減殺の機構について理論的に考察するとともに、粗度集中密度 $I=10\%$ 、粗度長さの割合 $L_R/h_b=28$ のときの跳水に関する種々の水量を実験的に検討し、①イボ粗度上の跳水によるエネルギー損失は、滑面上でのそれに比して、 $4 < F_1 < 10$ の範囲で約 20% 大きく、その中でイボ粗度に起因するエネルギー損失は、30~60% に達する、②イボ粗度の場合は滑面の場合に比して、跳水後の水深が 10~20% および跳水の長さが 30~40% 小さくなり、跳水の位置も安定する、などを示した。

Keywords : irrigation systems, hydraulic jump, spot roughness stilling basin

1. 序 論

エジプト国などの広い平野部で農耕が盛んに行われているところでは、灌漑水路が発達して、途中に設けられたスルース・ゲートの直下流部で強制跳水型減勢工によって水流のエネルギーをできるだけ減殺させなければならないことが多い。この場合、灌漑水路系内であるために、スルース・ゲートを通過する水量には上限があって、大きく変動しないという特徴がある。このような条件の下で、できるだけ簡素でかつ維持が容易であり、しかも全体規模が小さい強制跳水型減勢工の開発が望まれている。

一般に、水路内で強制的に跳水を起こさせる補助的構造物としては、シル、バップル・ピア、段上り床が提案されている¹⁾。しかし、シルと段上り床は水路への給水を停止したときに、これらの補助的構造物の上流部に残った水は自然には排水されにくい。バップル・ピアでは自然排水が可能であるが、より大きな減勢効果があるように改善できないかなど検討の余地がある。本文は、より効率的な補助的構造と考えられる水路の底面の一部にイボ粗度 (spot roughness) を付けた場合に生起する跳水を対象として、そのエネルギー減殺への貢献の度合と跳水位置等、跳水制御に関連する事項について理論的・実験的に検討したものである。

水路の底面にイボ粗度を設置したときの跳水現象については、Abdellateef²⁾や Hughes&Flack³⁾の先駆的な実験的研究がある。彼らの研究は底面粗度の効果を実験に

よって調べたものであったが、その後、筆者の一人は粗度面の長さを変化させる実験によって、減勢効果を高める上で最適な粗度面の長さは、粗度の減勢効果が最も大きいと考えられる粗度集中密度 $I=10\%$ の場合に対して、初期フルード数には無関係に、粗度高さの 28 倍程度であることを見出した⁴⁾。しかし、上述の課題は未だ解決されていない。なお、ここで、粗度集中密度 (intensity of concentration : I) とは、粗度要素 1 個当りの水路底面の面積 S に対して、粗度要素 1 個の流れに直交する平面に対する投影面積 F の割合として定義したものである ($I=F/S$)。

2. 跳水の減勢機構の検討

2 次元的水流の場合について考え、流下方向を x 軸、底面より鉛直上向きに y 軸を設定すると、水流の連続の式は次式であり、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

運動方程式は、水平床の場合、以下のものである。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \rho \overline{u'u'} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right) \dots\dots\dots (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} - \rho \overline{v'u'} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \rho \overline{v'v'} \right) - g \dots\dots\dots (3)$$

ここに、(x 方向の流速) $= u+u'$ 、(y 方向の流速) $= v+v'$ 、 p : 圧力、 ρ : 密度、 μ : 粘性係数、 g : 重力加速度。

さて、式 (2) において、通常の場合右辺第 2 項は他の項に比して微小と仮定してよいためこの項を無視し、 y について、 $y=0$ (底面) から $y=h$ (水面) まで積分すると運動量に関する次式を得る。

* (当時) 学生員 豊橋技術科学大学院総合エネルギー工学専攻

(〒441 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1)

** 正員 滋賀職業訓練短期大学 校長 (当時 豊橋技術科学大学工学部 教授 建設工学系)

*** 正員 豊橋技術科学大学工学部 教授 建設工学系

**** 正員 豊橋技術科学大学工学部 助手 建設工学系

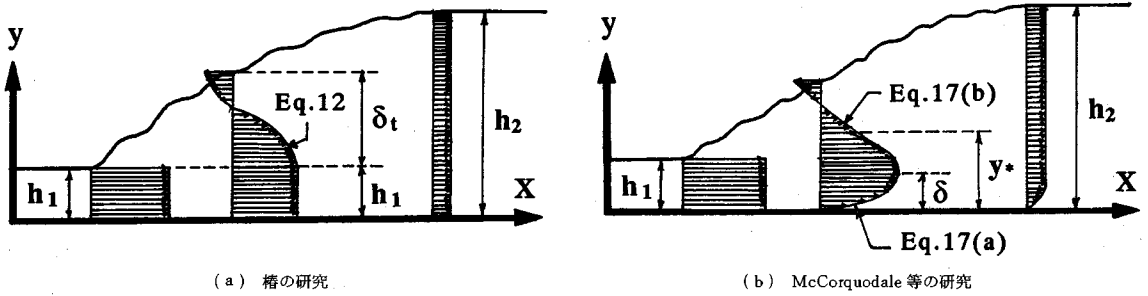


図-1 従来の研究で使われている流速分布と記号

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int_0^h u^2 dy + \frac{1}{\rho} \int_0^h p dy \right\} = -\frac{\tau_0}{\rho} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\tau_0 = |\tau_v + \tau_r|_{y=0}$

$$\tau_v = \mu \partial u / \partial y, \tau_r = -\rho \overline{u'v'} \dots\dots\dots (5)$$

すなわち、 τ_0 は底面における摩擦応力である。

次に、同じ式 (2) において、上記と同じ仮定のもとに、両辺に u を乗じて $y=0$ から $y=h$ まで積分すると、エネルギーに関する次式が与えられる。

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \int_0^h u^3 dy + \frac{1}{\rho} \int_0^h u \frac{\partial p}{\partial x} dy = -\frac{1}{\rho} \int_0^h (\tau_v + \tau_r) \frac{\partial u}{\partial y} dy \dots\dots\dots (6)$$

最後に、連続の式 (1) を同様に $y=0$ から $y=h$ まで積分すると、

$$\frac{d}{dx} \int_0^h u dy = 0, \text{ または}$$

$$q = \int_0^h u dy = \text{const.} \dots\dots\dots (7)$$

となり、定常流に対する周知の式が得られる。

(1) 槽の研究⁵⁾

跳水の内部機構を考察し、跳水によるエネルギー減殺過程を議論した最初の試みは槽の研究と思われる。この研究においては底面が滑らかで水平床の場合を取扱い、式 (3) を、

$$0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \dots\dots\dots (8)$$

と仮定した。すなわち、静水圧分布、

$$p = \rho g (h - y) \dots\dots\dots (9)$$

を式 (4) に使い、底面摩擦がない場合、すなわち $\tau_0 = 0$ と置いて次式を用いた。

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int_0^h u^2 dy + \frac{gh^2}{2} \right\} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

また、エネルギーの式である式 (6) においては、 τ_v を小さいものとして無視し、式 (9) を用いた次式を採用している。

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int_0^h \left(\frac{u^3}{2} + gh u \right) dy \right\} = -\frac{1}{\rho} \int_0^h \tau_r \frac{\partial u}{\partial y} dy \dots\dots\dots (11)$$

式 (10)、式 (11) および連続の式 (式 (7)) を基礎式

として、流速分布ならびに表面渦に起因する乱れの構造を仮定した解析を行い、跳水の長さなどの実験結果との良好な一致を報告している。すなわち、図-1 (a) の記号を用いて、流速分布として次式を用い、

$$\frac{u}{u_0} = \begin{cases} 1 + (3\eta^2 - 2\eta^3)(1 - \Gamma), & 1 \geq \eta \geq 0 \\ 1, & 0 > \eta \end{cases} \dots\dots\dots (12)$$

[ここに、 $\eta = (y - h_1) / \delta_i$, $\delta_i = h - h_1$, および Γ : 流速分布状況を表わす係数],

表面渦に起因するせん断応力については、

$$\tau_r = -\rho \overline{u'v'} = \rho l v' \frac{\partial u}{\partial y} = \rho k \delta_i u_{oc} \frac{\partial u}{\partial y} \dots\dots\dots (13)$$

[ここに、 l : 混合距離、 k : 実験定数 (0.0139~0.0145), $u_{oc}: M^2 = (1/h) \int_0^h u^2 dy / (gh) = 1$ となる場所での u_0 の値],

と表現している。この仮定を式 (11) に適用すると、右辺の積分を、

$$\frac{1}{\rho} \int_0^h \tau_r \frac{\partial u}{\partial y} dy = \frac{1}{\rho} \int_0^{h_1} \tau_r \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{1}{\rho} \int_{h_1}^h \tau_r \frac{\partial u}{\partial y} dy \dots\dots\dots (14)$$

としたとき、上式右辺第1項は零となる。すなわち、エネルギー損失は表面渦に起因する乱れによって $y = h_1$ より上部の領域において起こるということを仮定していることになる。

H. Rouse 等⁶⁾は、跳水現象を測定が容易な空気の流れによって再現し、そのときの渦の諸性質を測定して、槽の仮定が妥当なものであることを明らかにした。

(2) J. A. McCorquodale and A. Khalifa の研究⁷⁾

J. A. McCorquodale 等は、①表面渦に連行される空気が静水圧と乱れによるせん断応力 (turbulent shear) に及ぼす影響、②水面における動力学的境界条件の採用、③乱れによる圧力 (turbulent pressure)、④遠心力、等を調べるために、次のような解析を行った。

式 (2) において、右辺第2項を無視した式、

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_*}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (\tau_v + \tau_r) \dots\dots\dots (15)$$

および式 (3) を y について積分して得られる近似式、

$$p_* = p + \rho \overline{u'u'} + \gamma' C_e \dots\dots\dots (16)$$

[ここに、 C_e : 曲線流による圧力水頭、 $p = \gamma'(h' - y)$,

γ' : 空気と水の混合物の比重量, K' : 空気と水の混合物表面までの水深,

と連続の条件式 (1) とを用いた. 解析の方法は wall jet に関する M. B. Glauert の研究⁸⁾と同様に, 壁に近い領域は壁面上の流れ, 最大流速点より上部の領域では自由ジェットの流れとしている. すなわち, 流速分布として最大流速点の位置を $y = \delta$ として (図-1 (b) 参照),

$$\frac{u}{u_m} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}, 0 \leq y \leq \delta \dots\dots\dots (17 a)$$

$$u = u_\infty + u_i \cdot \exp[-4C\{(y-\delta)/(h-\delta)\}^2], \delta < y < h \dots\dots\dots (17 b)$$

[ここに, u_m : x 方向の最大流速, u_∞ : $y \rightarrow \infty$ としたときの仮想的流速, $u_i = u_m + u_\infty$, h : 水深, $C = 0.693$, u_m , δ , u_∞ および h は x の関数],

を用い, 式 (15) を strip-integral method に従って,

$$\left. \begin{array}{l} \text{i) } y=0 \text{ から } y=\delta \text{ まで積分} \\ \text{ii) } y=\delta \text{ から } y=y_* \text{ まで積分} \\ \text{iii) } y=\delta \text{ から } y=h \text{ まで積分} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

$$\text{ここに, } y_* = (1/\sqrt{8C})(h-\delta) + \delta \dots\dots\dots (19)$$

(最大の turbulent shear が生じる点)

の3つの式と連続の条件とを連立させて数値計算によって解析した. その結果は実験値との比較において, 水面形状, 流速分布, 跳水の長さ, 対応水深 (図-1中の h_1 に対応する水深 h_2 ; 「共役水深」と呼ばれることもあるが, ここでは水理公式集¹⁰⁾の表現に従って「対応水深」と呼ぶことにした) などが, とともに良い一致を示している. さらに, 連行空気と遠心力の効果は小さいが, turbulent pressure は跳水直前のフルード数が大きい場合には無視できなくなることを示した.

この解析において注目すべきことは, strip-integral method という近似的解法を採用しているが, 条件式 (18) の内,

i) は $y = 0 \sim \delta$ までの積分であって, 底面摩擦の影響だけが存在する領域,

ii) および iii) は, $y \geq \delta$ 領域の積分であって自由ジェットのときと同種の表面渦や水面変動に起因する乱れの影響だけが存在する領域,

と考えていることである.

(3) エネルギー損失

以上, 2つの研究はいずれも比較的滑らかな底面をもつ水路に生起する跳水を対象としており, それぞれ実験結果を良く説明する結果を得ている.

そこで, 両者の研究内容を同時に考慮すると次のことがいえよう.

①跳水によって生じる表面渦および水面変動によって運動エネルギーが乱れのエネルギーに変わり, やがて流体粘性によって消失するが, それは主として最大流速

点より上部の領域で起こると考えてよい.

②底面に摩擦が働いたり, 抵抗物が存在する場合には, 乱れエネルギーと摩擦エネルギーへの変換を経てエネルギーが消失されるが, それは主として底面と最大流速点との間の領域で起こると考えてよく, 滑らかな底面の場合には無視できるほど小さい.

このことを用いると, 式 (6) の右辺が分解されて, 最大流速点の位置を $y = \delta$ とすると,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \int_0^h u^3 dy + \frac{1}{\rho} \int_0^h u \frac{\partial p}{\partial x} dy = & -\frac{1}{\rho} \int_0^\delta (\tau_v + \tau_i) \frac{\partial u}{\partial y} dy \\ & -\frac{1}{\rho} \int_\delta^h (\tau_v + \tau_i) \frac{\partial u}{\partial y} dy \end{aligned} \dots\dots\dots (20)$$

と書くことができる. さらに, 静水圧分布を仮定すると,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left\{ \int_0^h \left(\frac{u^3}{2} + gh u \right) dy \right\} = & -\frac{1}{\rho} \int_0^\delta (\tau_v + \tau_i) \frac{\partial u}{\partial y} dy \\ & -\frac{1}{\rho} \int_\delta^h (\tau_v + \tau_i) \frac{\partial u}{\partial y} dy \end{aligned} \dots\dots\dots (21)$$

となる. 式 (21) において, 右辺第1項はいわば底面摩擦に起因するエネルギー損失, 第2項はいわば表面渦に起因するエネルギー損失を示すものであるということができる.

3. 跳水による減勢量

式 (20) または式 (21) を用い, $0 \leq y \leq \delta$ の壁面領域における摩擦と乱れの構造, $y > \delta$ の自由ジェット領域における乱れの構造とを仮定することによって, それぞれの領域でのエネルギー損失量を求めることができる (もちろん連続の条件式とともに). しかし, 上述の2つの研究においてさえも, 自由ジェット領域における乱れの構造は必ずしも同じものを使用していない. そこで, 以下では上述の研究成果を勘案しつつ, 跳水による減勢量について検討する.

(1) 対応水深

静水圧分布を仮定すると, 式 (4) は次のようになる.

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int_0^h u^2 dy + gh^2/2 \right\} = -\frac{\tau_0}{\rho} \dots\dots\dots (22)$$

いま,

$$\beta = \int_0^1 \left(\frac{u}{V} \right)^2 \cdot d \left(\frac{y}{h} \right), V = \frac{1}{h} \int_0^h u dy \dots\dots\dots (23)$$

と置くと, 式 (22) は次式となる.

$$\frac{d}{dx} \left\{ \beta h V^2 + gh^2/2 \right\} = -\frac{\tau_0}{\rho} \dots\dots\dots (24)$$

さらに, 跳水の始点および終点における水理量に下付き添字 1 および 2 を付して表わし, 跳水の長さを L_j として, 式 (24) を x について跳水の始点から終点まで積分すると, 次式が得られる.

$$\begin{aligned} & (\beta_2 h_2 V_2^2 + gh_2^2/2) - (\beta_1 h_1 V_1^2 + gh_1^2/2) \\ & = - \int_0^{L_j} (\tau_0/\rho) dx \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

跳水の始点と終点において、 $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ と仮定し、連続の条件、

$$V_1 h_1 = V_2 h_2 \equiv q \dots\dots\dots (26)$$

を用い、

$$F_1^2 = V_1^2 / gh_1 \dots\dots\dots (27)$$

とおくと、式 (25) は次式となる。

$$\beta F_1^2 - \frac{h_2}{h_1^2(h_2-h_1)} \frac{T}{g} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2 + \left(\frac{h_2}{h_1} \right) \right\} \dots\dots\dots (28)$$

$$\text{ここに、} T = \int_0^{L_j} (\tau_0/\rho) dx \dots\dots\dots (29)$$

これを h_2/h_1 について解くと、

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left[-1 + \left\{ 1 + 8 \left(\beta F_1^2 - \frac{h_2}{h_1^2(h_2-h_1)} \frac{T}{g} \right) \right\}^{1/2} \right] \dots\dots\dots (30)$$

が得られる。すなわち、跳水の初期水深 h_1 と対応水深 (sequent depth) h_2 との関係を示す式である。とくに、底面の粗度が無視でき ($T=0$)、流速分布が一樣と見なせる場合は $\beta=1$ であるので、このときの対応水深を h_{2s} とすると、周知の次式となる。

$$\frac{h_{2s}}{h_1} = \frac{1}{2} \left[-1 + \left\{ 1 + 8 F_1^2 \right\}^{1/2} \right] \dots\dots\dots (31)$$

(2) エネルギー損失

式 (21) において、跳水の始点から終点まで積分すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_0^{h_2} (u^3/2 + ghu) dy - \int_0^{h_1} (u^3/2 + ghu) dy \\ & = - \int_0^{L_j} E_i \cdot dx \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} E_i &= E_f' + E_f'' = \frac{1}{\rho} \int_0^s (\tau_v + \tau_t) \frac{\partial u}{\partial y} dy \\ & + \frac{1}{\rho} \int_s^h (\tau_v + \tau_t) \frac{\partial u}{\partial y} dy \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

$$\text{また、} \alpha = \int_0^1 \left(\frac{u}{V} \right)^3 \cdot d \left(\frac{y}{h} \right) \dots\dots\dots (34)$$

と置くと、式 (32) は次のようになる。

$$\begin{aligned} E_L &= \left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + h_1 \right) - \left(\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_2 \right) \\ & = \frac{1}{gq} \left[\int_0^{L_j} E_f' \cdot dx + \int_0^{L_j} E_f'' \cdot dx \right] \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

ここに、 $q = V_1 h_1 = V_2 h_2$ である。

一方、上式の左辺は跳水前後の比エネルギー (specific energy) の差を表わしている。そこで、

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \dots\dots\dots (36)$$

と仮定すると、次式が得られる。

$$E_L = F_1^2 \cdot \frac{\alpha h_1 (h_2^2 - h_1^2)}{2h_2^2} + (h_1 - h_2) \dots\dots\dots (37)$$

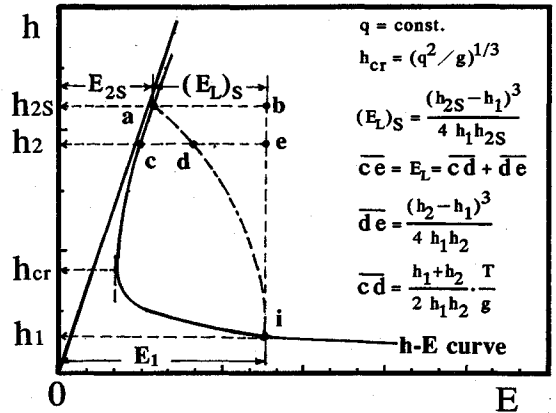


図-2 水深 h と比エネルギー E の関係

この式に式 (28) を用いると、式 (35) 式とは異なる表現として次式を得る。

$$E_L = \frac{\alpha}{\beta} \left\{ \frac{(h_2 - h_1)^3}{4 h_1 h_2} + \frac{h_1 + h_2}{2 h_1 h_2} \frac{T}{g} \right\} + (\alpha/\beta - 1) \cdot (h_2 - h_1) \dots\dots\dots (38)$$

式 (38) において、 α/β は 1 に近い値であるので、右辺の最後の項は他の項に比して小さい。そこでこの項を無視すると次式が得られる。

$$E_L = E_p + E_f \dots\dots\dots (39)$$

ここに、

$$E_p = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{(h_2 - h_1)^3}{4 h_1 h_2}, E_f = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{h_1 + h_2}{2 h_1 h_2} \frac{T}{g}$$

である。

式 (39) において、 E_f は T を含むことから底面摩擦 (粗度) に起因するエネルギー損失と言ってよい。また、 E_p は、底面摩擦に無関係な (表面渦に起因する) エネルギー損失を表していると考えられる。因みに、式 (39) において、 $T=0$ 、すなわち底面摩擦が無視でき、流速分布が一樣とみなせる場合には、 $\alpha = \beta = 1$ とおけるので、周知の次式となる。

$$(E_L)_s = \frac{(h_{2s} - h_1)^3}{4 h_1 h_{2s}} \dots\dots\dots (40)$$

式 (39)、式 (40) の関係を、図上での理解を容易にするために、 $\alpha = \beta$ として図示すると図-2 のようである。流量を一定とすると、水深 h と比エネルギー E の関係は図中の aci の曲線で表される。いま、跳水の始点の水深を h_1 とするとそのときの比エネルギーは E_1 である。もし、滑面上で跳水が起こっていると仮定すると、式 (40) の関係が成立するので跳水後の水深 h_{2s} と比エネルギー E_{2s} は a 点で与えられる。粗面の場合には、対応水深 h_2 は式 (30) で与えられ、

$$\left[\frac{h_2}{h_1^2 (h_2 - h_1)} \right] \cdot (T/g) > 0$$

であるので、 $h_2 < h_{2s}$ となり、このときの比エネルギーは図中の c 点で与えられる。したがって、式 (39) の関

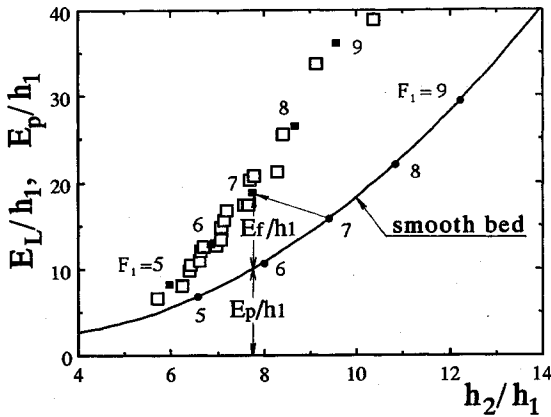


図-6 エネルギー損失と対応水深の関係

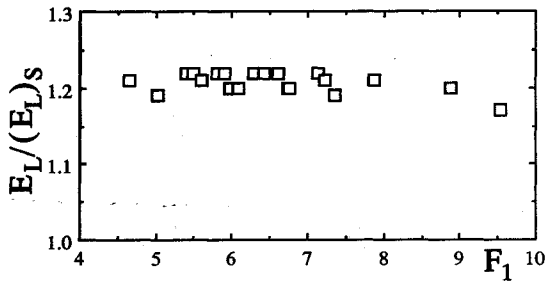


図-7 (a) エネルギー損失の増加率 $[E_L/(E_L)_s]$

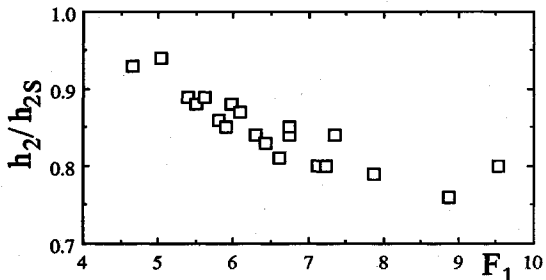


図-7 (b) 対応水深の低減率 $[h_2/h_{2s}]$

立の式⁹⁾

$$\frac{V}{V_*} = 10.6 \cdot \log_{10} \frac{h}{h_0} + 5.40 \cdot \log_{10} \frac{S}{F} - 5.47 \dots \dots (43)$$

を用いれば、 $S/F=10$ ($I=10\%$) の場合、 $h/h_0=4, 5$ ($h=6.4, 8$ cm) に対して、 $V/V_*=6.30, 7.34$ を得る。

上記の2つの想定結果はいずれも図-5に示した実験結果 ($\tilde{V}/\tilde{V}_*=5\sim 7$) と同程度である。これらのことから、跳水が生起する領域の底面に働く摩擦せん断応力から導かれる平均的な抵抗項 \tilde{V}/\tilde{V}_* は、等流を対象とした足立の結果とほぼ同じであって、マンギングの粗度係数に換算すると、 $n=0.035$ 程度に相当することがわかる。

なお、上記の試算では、 $h=30$ cm の場合 (最初の試算) と $h=8$ cm の場合 (足立の式による試算) とが、 V/V_*

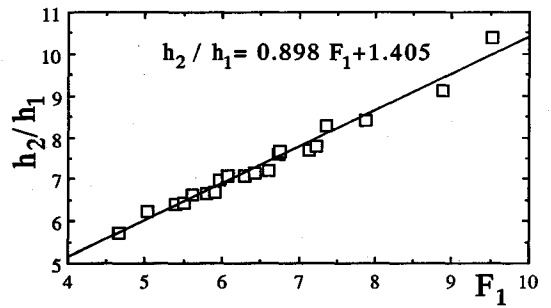


図-8 対応水深とフルード数の関係

についてはほぼ同程度の値となっており、粗度係数算定での粗度効果の算定はあくまで概略値を得るにとどまっている。

(2) エネルギー減殺

図-5から、 $L_R/h_0=31$ の場合には、 $\tilde{V}/\tilde{V}_*=6$ であって、摩擦抵抗力が最も大きいことがわかる。そこで、 $L_R/h_0=31$ の場合について、式 (39) の関係を図-2の関係を考慮して図示したものが図-6である。すなわち、横軸は h_2/h_1 を、縦軸は E_L/h_1 および E_p/h_1 を示している。なお、図中、 $E_L/h_1 \sim h_2/h_1$ の実験値上にはそれらの結果から求めた平均値 (図中■印)、およびその平均値に対応する跳水始点のフルード数 F_1 の値が併記されている。また、 $E_p/h_1 = (\alpha/\beta) \cdot \{(h_2/h_1) - 1\}^3 / \{4 h_2/h_1\}$ であるから、滑面水路の場合のエネルギー損失割合 $(E_L)_s/h_1$ もほぼ同じ曲線で表されるので、この曲線上には滑面水路を仮想したときの初期フルード数が記入されている。

同図から、たとえば初期フルード数 $F_1=7$ のとき、図中に示したように、滑面水路の場合は、 $h_{2s}/h_1=9.41$ 、 $(E_L)_s/h_1=15.81$ であるが、 $I=10\%$ 、 $L_R/h_0=31$ のイボ粗度水路の場合には、 $E_L/h_1=19.5$ と増加し、 $h_2/h_1=7.85$ と減少することがわかる。また、 E_L/h_1 の内訳が、表面渦に起因するエネルギー損失 $E_p/h_1=10.5$ とイボ粗度に起因するもの $E_L/h_1=9.0$ であること、さらに、イボ粗度に起因するエネルギー損失は、 $F_1=5$ で 35%、 $F_1=9$ では 55% にも達すること、などがうかがえる。

上述のエネルギー損失割合の増加率 $E_L/(E_L)_s$ と跳水の対応水深の低減割合 h_2/h_{2s} とを縦軸に、初期フルード数 F_1 を横軸にとって図示したものが図-7 (a) および (b) である。これらの図は、イボ粗度によって、滑面の場合に比して、エネルギー減殺量が約 20% 増加し、共役水深が 10~20% 程度低減することを示している。

次に、 h_2/h_1 と F_1 との関係を示すと図-8のようであり、実用上、式 (30) を h_2/h_1 と F_1 の線形関係とみなせることがわかる。なお、図-8から得られた実験式は、底面粗度の最適設置 ($I=10\%$ 、 $L_R/h_0=31$) について

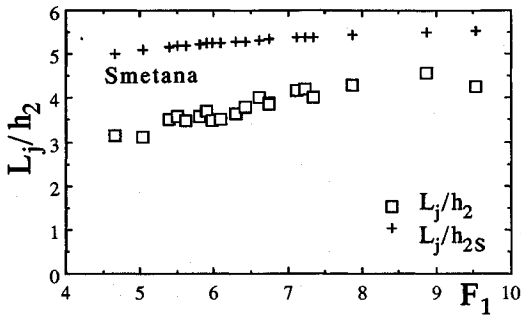


図-9 跳水長比 (L_j/h_2) と F_1 の関係

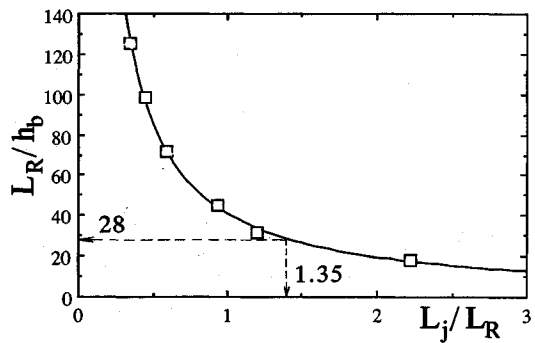


図-11 L_j/L_R (平均値) と L_R/h_b の関係

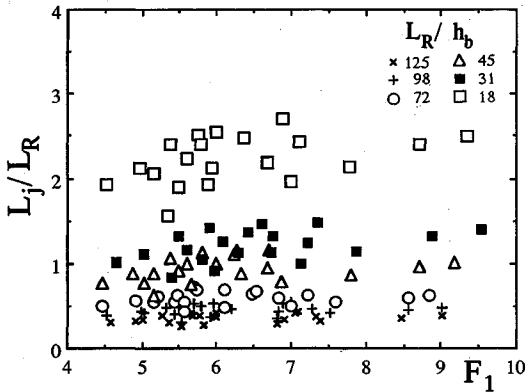


図-10 粗度の配置長さの割合 (L_R/h_b) と F_1 の関係

5. 跳水位置の制御

跳水は3.(1)で述べた対応水深の関係が満足された位置で生起する現象である。一方、跳水を利用した減勢工を設計するに際しては、多少流量が変化しても跳水の位置が変化しないことが望まれる。何故ならば、stilling basinの長さを短くすることができるからである。このような目的に対するイボ粗度の効果について検討してみよう。

前項で説明したように、有用なイボ粗度は $I=10\%$ 、 $L_R/h_b=28$ 、 $L_j/L_R=1.35$ となる場合である。すなわち、跳水が始まる直下流からイボ粗度が配置されており、跳水の終了点にはイボ粗度はないのである。

さて、流量が増加し、初期フルード数 F_1 が大きくなって跳水の始点が若干下流側に移動したとしよう。このときには、跳水前の水流は射流であるので、水面形は上流から下流へと決定される。イボ粗度を配置した区間でも同じであるが、4.(1)で述べたように、底面摩擦がかなり大きいので、水面は下流に行くほど増加するはずである。すなわち、跳水の初期水深 h_1 が大きくなり、フルード数 F_1 が小さくなる。一方、跳水の終了点ではイボ粗度が配置されていないので、下流条件を不変とすると、跳水終了点の対応水深 h_2 は若干増大するが、それは h_1 の増加に比してかなり小さい。よって、跳水の始まりがそれほど下流側にずれなくても、式(30)の関係を満足するようになって跳水が生起すると考えられる。事実、イボ粗度を配置した水路での跳水の実験を行ったとき、下流側的水深を多少変化させても、必ずイボ粗度の先端付近から跳水が始まるような範囲が存在することが確かめられた。

最後に、イボ粗度を配置した減勢工の設計法の一つについて若干説明する。

- ① $I=10\%$ 、 $L_R/h_b=28$ のイボ粗度を採用する。ただし、次の⑥項を除き、 $L_R/h_b=31$ に対して得られた関係が、この場合に代用できるものとする。
- ② $F_1=6.32$ 、 $h_1=0.5$ m の流れを設計条件とする。

のものであり、これ以外の設置条件等に対しては図中の実験式をそのまま用いることはできない。

(3) 跳水の長さ

滑面水路における跳水の長さについては、Smetanaの式¹⁰⁾が有用だといわれている。そこで、 $I=10\%$ 、 $L_R/h_b=31$ の場合について、 L_j/h_2 と F_1 の関係を示したものが図-9である。実験の範囲では L_j/h_2 の値は3.0~4.5の範囲であり、Smetanaの5.0~5.5と比較して小さく、跳水の長さがかなり短くなっている。

次に、跳水の長さ L_j とイボ粗度の配置長さ L_R の比および F_1 との関係を生種々の粗度の配置長さの割合 L_R/h_b について示したものが図-10である。この図から、 L_j/L_R の値は実用的見地からすると F_1 に無関係に一定であるとみてよいようである。そこで、 L_j/L_R の平均値と L_R/h_b との関係を図示すると図-11となる。1章で述べたように、減勢効果を高める上で最適な粗度面の長さは、粗度集中密度 $I=10\%$ の場合、粗度高さの28倍程度なので、その意味での最も有用な最適粗度配置長さ比 L_R/h_b が28のときの L_j/L_R をこの図から読みとると、 $L_j/L_R=1.35$ となる。すなわち、跳水の長さはイボ粗度配置区間長の1.35倍程度と見積ることができる。このことは、イボ粗度の存在範囲が完全に跳水の内部にあることを示している。

(エジプトの施設において、一般的な条件である)

③図-8より, $h_2/h_1=7.1$, よって $h_2=3.55$ m.

④図-9より, $L_j/h_2=3.7$, よって $L_j=13.14$ m.

⑤図-11より, $L_j/L_R=1.35$, よって $L_R=9.73$ m.

⑥ $L_R/h_b=28$ より, $h_b=0.35$ m=35 cm.

すなわち, 1辺35 cmの立方体でイボ粗度を造り, 設計流量を放流したとき, $h_1=0.5$ mとなる位置より, $L_R=9.73$ mの区間にわたって $I=10\%$ となるようにイボ粗度を千鳥に配置し, さらに, この流量に対する下流側の水深 h_2 が3.55 mとなるようにパッフル・ピア状の堰(停水時に自然排水が可能となるような堰)を設置すればよいのである。

滑面水路にシルを設置して跳水を起こさせる場合には, 上記②の条件から, $F_1=6.32$ であるから, 式(31)より $h_{2s}/h_1=8.45$, よって $h_{2s}=4.23$ m, さらに, Smetanaの式より, $L_{js}=6(h_{2s}-h_1)=22.38$ mと計算される。この結果から, 滑面水路にイボ粗度を設置すると, 設置しない場合に比して跳水の長さが9.24 m短くなり, 跳水後の水深も0.68 m低減することになる。その上, イボ粗度を設置した減勢工の場合には跳水の位置がほぼ固定されるので, それがない場合に比して減勢工の長さをかなり短くすることができることになる。

6. 結 論

イボ粗度上に生起する跳水によるエネルギー減殺の機構について理論的に考察するとともに, 最も効率のよい粗度集中密度 $I=10\%$, 粗度長さの割合 $L_R/h_b=28$ のときの跳水に関する種々の水理量を実験的に検討した。得られた成果を要約すると次のようである。

- 1) 跳水の水理学的機構解明についての従来の研究の方法を整理するとともに若干の理論的考察を行った結果, イボ粗度を設置した水路上で生起する跳水によって失われる比エネルギーは, 表面渦に起因して発生する乱れによるものと, イボ粗度に起因して発生する乱れによる(形式的には摩擦力による)ものと大別され, 前者は底面より離れた水流の上部の領域, 後者は底面に近い領域で起こると考えられる。
- 2) 跳水が起こっている領域の底面に働く摩擦せん断応力から導かれる平均的な抵抗項 \tilde{V}/\tilde{V}_* は, 等流を

対象とした足立の結果とほぼ同じであって, マニングの粗度係数に換算すると, $n=0.035$ 程度に相当することが明らかになった。

- 3) イボ粗度上の跳水によるエネルギー損失は, 滑面上でのそれに比して, $4 < F_1 < 10$ の範囲で約20%大きくなるが, その中でイボ粗度に起因するエネルギー損失は, $F_1=5$ で35%, $F_1=9$ で55%にも達することが明らかとなった。
- 4) イボ粗度の場合には滑面の場合に比して, 跳水後の水深 h_2 が小さくなり, 跳水の長さ L_j も小さくなることが確認された。
- 5) イボ粗度を有する減勢工を設計するときに必要な諸関係が実験式あるいは図で求められた。これらを用いてたとえばエジプト灌漑用施設で想定される条件 ($F_1=6.32$, $h_1=0.5$ m)のもとで設計を試みたが, 所定のイボ粗度を設置すると, 跳水の位置が安定し, しかも跳水の長さが短くなる(計算例では40%)ことが明らかにされた。

参 考 文 献

- 1) 例えば, 土木学会編: 水理公式集(昭和60年版), pp.316~317, 1985.
- 2) Abdellateef, M.: Energy dissipation D.S. low head irrigation structures using bed roughness Ph.D. Thesis, Ain Shams Univ., Cairo, Egypt, 1984.
- 3) Hughes, W.C. and Flack, J.E.: Hydraulic jump properties over a rough bed, ASCE, Vol.110, No.12, pp.1755~1771, 1984.
- 4) Mohamed Ali, H.S.: Effect of roughened-bed stilling basin on length of rectangular hydraulic jump, ASCE, Vol.117, No.1, pp.83~93, 1991.
- 5) 椿東一郎: 跳水現象の理論, 九州大学流体力学研究所報告, 第5巻2号, pp.16~33, 1949.
- 6) Rouse, H., T.T. Siao and S. Nagaratnam: Turbulence characteristics of the hydraulic jump, J. of Hy. Division, ASCE, Vol.84, No.HY 1, pp.1~30, 1958.
- 7) McCorquodale, J.A. and Khalifa, A.: Internal flow in hydraulic jump, ASCE, Vol.109, No.5, pp.684~701, 1983.
- 8) Glauert, M.B.: The wall jet, J. of Fluid Mech., Vol.1, pp.625~643, 1956.
- 9) 土木学会編: 水理公式集(昭和60年版), pp.13~14, 1985.
- 10) 同上, p.309.

(1992.1.8受付)

CONTROL OF HYDRAULIC JUMP BY SPOT ROUGHNESS

Hesham S. MOHAMED ALI, Yasuo ISHIHARA, Shunroku NAKAMURA and Kiyoshi WADA

A theoretical macroscopic approach on energy dissipation in hydraulic jump in rough bed channel has been introduced in this paper. The study has been also performed experimentally using spot roughness, mainly under the condition of 10% intensity of roughness with a relative length $L_R/h_b=28$ for $4 < F_1 < 10$, where L_R : length of roughened bed, h_b : height of spot roughness elements. (1) An increase of about 20% in energy dissipation and also an average decrease of 40% in jump length are observed, (2) Between 30% and 60% of the increase in energy dissipation is a direct result of using spot roughness.