

流線の曲率を考慮した蛇行水路の河床変動計算

西本直史*・清水康行**・青木敬三***

蛇行水路の薄い流れを対象とした2次元浅水流モデルによる河床変動計算において、らせん流強度式に流路の曲率を用いた場合には、最大洗掘深とその位置が十分に表現されない。そこで、河床変化に伴う流れの変化を表現できる流線に着目し、らせん流強度式に流線の曲率を用いる計算手法を提案するとともに、その有効性を確認した。なお、本計算では砂州の発達による局所的な河床の陸地化について対処している。

Keywords : numerical model, curvature of stream line, secondary flow, meandering channel

1. はじめに

従来、河床変動計算として1次元河床変動計算手法が用いられ、河床低下の予測やその対策工の評価、あるいは大規模な河道掘削等により河道条件が変化する場合の河床高変化とその影響の予測といった、河川計画上重要な目的において多く実施されている。

河川における移動床の現象の予測としては、上記のように比較的对象区間や対象期間が長い縦断的な予測だけではなく、彎曲部や砂州の局所洗掘、水制の効果といった局所的かつ2次元河床変動予測も河川の維持・管理上重要である。治水上はもとより、近年では河川環境整備の進捗とともに河川の維持・管理に対して、より高い精度の予測が求められるようになってきている。

このような必要性に対して、2次元浅水流モデルや3次元流れのモデルによる主に掃流砂を対象とした河床変動シミュレーションについて研究がなされてきている。

清水ら^{1),2)}は2次元浅水流モデルを用いた平面2次元河床変動計算手法を開発し、長谷川³⁾による蛇行水路実験結果を良好に再現するとともにこの手法を石狩川等の実河川に適用し、最深河床高とその位置および河床横断形状がほぼ再現可能であるとしている。さらに清水らはこの手法を用いて直線水路における砂州の発生や移動のシミュレーションを行い、水理条件や水路形状の違いにより異なった河床形態や砂州の移動形態が生じることを示している。また、芦田・江頭ら⁴⁾は2次元浅水流モデルを用いた河床変動計算手法を混合砂礫からなる蛇行水路に適用し、流砂の sorting プロセスの特性および粗粒化による河床洗掘の抑制効果を明らかにしている。

これらの手法では、主流と2次流の相互作用といった本来3次元的な現象を水深方向に積分したモデルに取り込む必要上そのモデル化が計算精度に大きく影響する。特に河床底面近傍の流速は流砂量と密接な関係にあるため、そのモデル化が非常に重要となる。この問題を解決する手法として、3次元流れのモデルを用いた河床変動シミュレーションがある。

森⁵⁾は複断面河川の彎曲部を対象とした3次元蛇行流による河床変動計算を行い、彎曲部の河床形状の形成に対する2次流と主流の相互干渉効果(非線形効果)を明らかにしている。一方、清水¹⁾は特に実用性を重視してより簡潔な3次元流れのモデルを基にした河床変動計算を行い、蛇行水路実験結果³⁾について2次元浅水流モデルによるものよりも高い再現性を有することを示し、さらに浮遊砂をも考慮した計算も行っている。また、道上・檜谷⁶⁾は河床剪断力を底面での流速分布から求め、単彎曲を対象とした河床変動計算を行った結果、内岸側の堆積および外岸側の洗掘の時間的変化をほぼ再現している。

このように平面2次元河床変動シミュレーションはかなりの進歩をみている。なかでも2次元浅水流モデルによる河床変動計算手法は現在の計算機性能の水準からみて実用的であり、実河川の河床変動を容易に予測できる手法として期待されるところである。さらに、扇状地河川のように薄い流れを生ずる河川での洪水1波形による河床変動や中小洪水による河床変動を予測する場合には、局所的に砂州頂部が水面から露出した流れも取り扱う必要があるが、これに対しても水深方向に格子網の無い2次元浅水流モデルを用いた計算の方が有利である。しかし、前述のようにこの手法では河床底面近傍の流速の算定が重要であり、蛇行流路の場合には特にらせん流による底面流速の評価が重要となる。

そこで本研究は、蛇行流路における2次元浅水流モデ

*正会員 工修 日本建設コンサルタント(株) 技術1部技師 (〒141 品川区東五反田5-2-4)

**正会員 工博 北海道開発局開発土木研究所 水工部 河川研究室室長

***正会員 日本建設コンサルタント(株) 技術1部部长

ルを用いた河床変動計算について特にらせん流の評価に着目し、洗掘深、洗掘位置および全体的な河床形状の予測精度の向上を目的として実施されたものである。

らせん流による河床近傍の流速としては曲率に比例する形式を採用するが、この算定に流路の曲率あるいは流線の曲率を用いた場合の再現計算精度を2重フーリエ解析等により考察している。

なお、再現計算の対象は Marco Colombini ら⁷⁾の蛇行水路実験結果のうちの一つであるが、この実験の最終的な平衡河床形状は蛇曲部内岸側で局所的にほぼ水深が0となるものであるため、局所的に河床が陸地化しても計算を行えるようにしている。その際には、局所的に非常に水深の小さい流れを取り扱う必要上、付随的に流水抵抗の場所的変化を考慮した河床変動計算も行い、その結果の違いについて若干の考察を行っている。

2. 既往の手法による河床変動計算

(1) 2次元浅水流方程式

図-1に示す座標系において、 s 軸、 n 軸方向の運動方程式および連続式は式(1)~(3)に示すとおりである。

$$\frac{u}{1+N} \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{uv}{(1+N)R} = -\frac{g}{1+N} \frac{\partial H}{\partial s} - \frac{\tau_s}{\rho h} + \frac{2}{1+N} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\epsilon}{1+N} \frac{\partial u}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\epsilon \frac{\partial u}{\partial n} \right) \dots (1)$$

$$\frac{u}{1+N} \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} - \frac{u^2}{(1+N)R} = -g \frac{\partial H}{\partial n} - \frac{\tau_n}{\rho h} + \frac{1}{1+N} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\epsilon}{1+N} \frac{\partial v}{\partial s} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial n} \left(\epsilon \frac{\partial v}{\partial n} \right) \dots (2)$$

$$\frac{1}{1+N} \frac{\partial (uh)}{\partial s} + \frac{vh}{(1+N)R} + \frac{\partial (vh)}{\partial n} = 0 \dots (3)$$

ここに、 u, v は s, n 方向の鉛直平均流速、 R は流路中心の曲率半径、 $N=n/R$ 、 g は重力加速度、 H は水位、 h は水深、 ρ は流体の密度である。

τ_s, τ_n は s, n 方向の河床せん断力で式(4)のように与える。

$$\tau_s = \rho c_f u V, \quad \tau_n = \rho c_f v V \dots (4)$$

ここに、 $V = \sqrt{u^2 + v^2}$ であり、 c_f に次の対数型抵抗則を用いる。

$$c_f = \left\{ \frac{1}{6.0 + 2.5 \ln(h/k_s)} \right\}^2 \dots (5)$$

ここに、 k_s は相当粗度であるが本研究では河床波のない状況を対象としているので平均粒径 d の2~3倍⁸⁾の平均として $k_s = 2.5d$ を与える。また h としては、後述の計算ケース1, 2においてのみ平均水深の実測値1.4

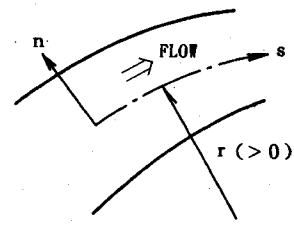


図-1 座標系の定義

cmを与えるが、ケース3, 4においては砂州の陸地化を取扱う必要上後述のように各地点の水深を考慮したものをを用いている。

渦動粘性係数 ϵ についても水深方向に対数則を仮定し次のように与える。

$$\epsilon = \frac{\kappa}{6} u_* h \dots (6)$$

ここに、 κ はカルマン定数(=0.4)、 u_* は摩擦速度であり $u_* = \sqrt{c_f} V$ 、 h は計算点における水深である。

式(1)~(3)の計算は、流路を格子状に細分し流下方向に後退差分、横断方向に中央差分を用いることにより行う。この詳細については文献1)に記載されている。

(2) 河床変動計算方法

式(1), (2)で得られた u, v から、河床近傍の流速をEngelund⁹⁾と同様に次のように求める。

$$u_b = \gamma u, \quad v_b = \gamma v \dots (7)$$

ここに、 $\gamma = 3(1-\beta)/(3-\beta)$ 、 $\beta = 3/(\phi_0 \kappa + 1)$ 、 ϕ_0 は流速係数(= u/u_*)である。

さらに流路は蛇行流路であるので、水深方向の遠心力の差に起因するらせん流を考慮する必要がある。これには、一様な彎曲部において十分に発達したらせん流の底面流速を表す式(8)を仮定し、らせん流による横断方向(n 方向)の流速成分 v'_b を求めることとする。

$$v'_b = -N_* \frac{h}{r} u_b \dots (8)$$

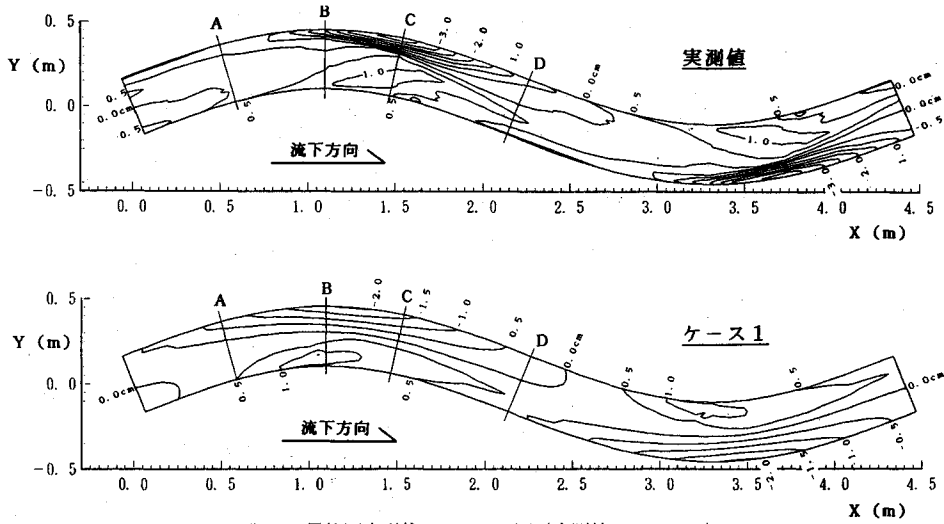
ただし、 N_* はEngelund⁹⁾と同じく7とし、 r は流路の曲率半径とする。

流砂量については、 s 軸方向にM.P.M¹⁰⁾による式(9)、 n 軸方向に長谷川⁹⁾による式(10)を用いる。

$$\frac{q_{bs}}{\sqrt{sgd^3}} = 8(\tau_*' - \tau_{*c})^{3/2} \dots (9)$$

$$q_{bn} = q_{bs} \left(\frac{v_b + v'_b}{u_b} - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*'}} \frac{\partial z}{\partial n} \right) \dots (10)$$

ここに、 q_{bs} は s 軸方向の単位幅当りの流砂量、 s は河床材料の水中比重(=1.65)、 d は河床材料の粒径(=0.76 mm)、 τ_*' は無次元有効掃流力であるが河床波のない状況を対象とするため $\tau_*' = \tau_* = c_f V^2 / sgd$ とする。 τ_{*c} は無次元限界掃流力である。 τ_{*c} について芦田・江頭⁴⁾は、河床の縦横断勾配の影響によりこの値が変化するこ



図—2 最終河床形状のコンター図 (実測値とケース1)

表—1 実験 W25Q14 の条件

| | |
|-------------------------|-------------|
| 水路幅 B (cm) | 35 |
| 蛇行長 L _x (cm) | 440 |
| 振幅 a _y (cm) | 28 |
| 河床平均粒径 d (cm) | 0.076 (一様砂) |
| 河床勾配 I _b | 0.006 |
| 流量 Q (l/s) | 1.39 |
| 通水時間 T (分) | 240 |

とを示しているが、ここでは岩垣の式¹¹⁾による $\tau_{*c} (= 0.035)$ を用いる。また、 q_{bn} は n 方向の単位幅当りの流砂量、 $\mu_s (= 1.0)$ および $\mu_k (= 0.45)$ はそれぞれ河床材料の静止および動摩擦係数である。

流砂の連続式は式 (11) のようであり、 q_{bs} については s 軸方向に対して後進差分、 q_{bn} は n 軸に対して中央差分、 z は時間 t に対して前進差分を用いて河床変動計算を実施する。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \left(\frac{1}{1+N} \frac{\partial q_{bs}}{\partial s} + \frac{\partial q_{bn}}{\partial n} + \frac{q_{bn}}{(1+N)R} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

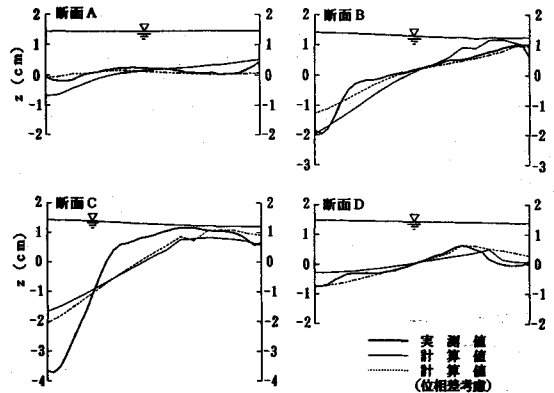
ここに、 z は河床高、 λ は河床材料の空隙率 ($= 0.4$) である。

(3) 再現計算結果 (ケース1)

表—1 は、Marco Colombini ら⁷⁾ による蛇行水路実験 W25Q14 の条件である。この矩形水路の平面形状は sine curve で水路中央の座標は式 (12) で表される。

$$y = a_y \sin\left(\frac{2\pi x}{L_x}\right) \quad \dots\dots\dots (12)$$

実験では初期河床を平坦として通水し、河床が平衡状態に達したあとに停水して河床高の測定が行われている。この実験は黒木ら¹²⁾ による中規模河床形態の領域区分図から判断して ($\tau_* = 0.067$, $B/hi^{0.2} = 9.0$)、単列砂州の領域に属する。



図—3 最終河床形状の横断面図 (実測値とケース1)

再現計算は、 s 方向に 88 分割、 n 方向に 16 分割の格子網を用いて初期河床を平坦として実施された。本計算は周期性をもつ蛇行水路 1 波長についての計算であるので、境界条件として上流端および下流端の流速、水深、河床変動高を等しくしている。また、側壁においては式 (13) に示す条件を与えている。

$$\frac{\tau}{\rho} = \varepsilon \frac{\partial u}{\partial n} = c_d u_w |u_w| \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 τ は側壁のせん断力、 u_w は側壁に接する計算点の s 方向流速、 c_d は側壁の摩擦係数 ($= 0.005$ とする) である。

なお、流水抵抗式 (5) の h には実測の平均水深 (1.4 cm) を用いているが、計算初期から最終状態に至るまでの平均水深の計算値は約 1.4 cm で実測値とほぼ等しい。

図—2 は実測および計算の最終河床形状をコンター図で比較したものである。計算値はほぼ実測値の洗掘・堆積傾向を示している。しかし洗掘深についてみると計算

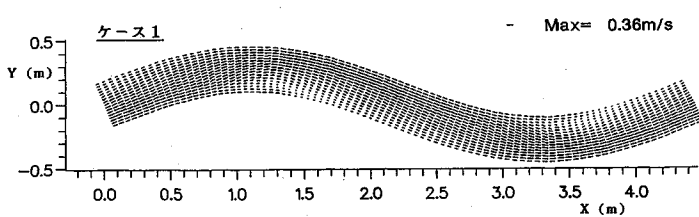


図-4 最終時点の計算流速ベクトル図(ケース1)

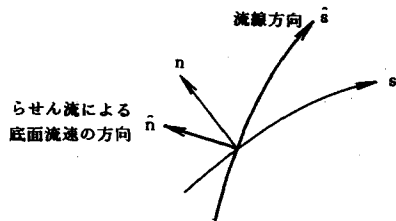


図-5 底面流速の方向

値はかなり小さな値となっており、最大洗掘深は実測値の半分程度しかない。また、全体的な河床形状の位相が異なっており、計算値は上流側に少しずれている。

図-3は実測および計算の最終河床形状を横断面図と比較したものである。横断測線位置は図-2に示すとおりである。なお、両者の河床形状の位相が異なっていることから、最大洗掘位置の位相が等しくなるように機械的に計算値の位相をずらした横断面形状も図-3に示してある。

まず位相差を考慮しない計算結果に着目すると、この結果は実測値の傾向を示しているが、断面Cの洗掘・堆積形状については実測値との違いが特に大きいことがわかる。つぎに位相差を考慮した計算横断面形状に着目すると、断面A, B, Dでは実測値と良く一致するようになるが、断面Cでは依然として実測の洗掘・堆積形状を十分に表現できていないことがわかる。

これらから、本計算の問題点は以下のように整理される。

- 河床形状の位相がずれている。この位相のずれを最大洗掘位置の蛇曲頂部からのx方向距離(下流方向に+)を蛇行流路半波長(220cm) L_x で無次元化した量 δ で評価すると、実測の+0.19に対しこの計算では+0.05しかない。
- この位相差を考慮した横断面比較では、洗掘地点付近を除いて良好な再現性を示しているのに対し洗掘地点付近では再現性が悪い。

これらの原因としては、本計算ではらせん流式(8)の評価によるところが最も大きいと考えられる。そこで単純に係数 N_* を大きくすることを考えてみる。芦田・江頭ら¹³⁾は蛇行水路を対象とした2次元浅水流モデルを用いた河床変動計算において、 N_* を変化させたときの最終河床形状の違いについて考察を行っている。これによれば、 N_* の増大とともに洗掘深は増大する一方、洗掘位相の流路位相からのずれは小さくなり、洗掘位置が蛇曲頂部に近づく傾向があるとしている。これより、本計算において N_* を増大させて最大洗掘深を表現しようとしても、最大洗掘位置はさらに蛇曲頂部に近づいて、河床形状の位相差は一向に改善されないことが予想される。

そこで図-4に示す最終時点における計算流速ベクトルに着目すると、流路の曲率と流線の曲率がかなり異なっていることがわかる。すなわち、蛇行の変曲点($x=0.0$ m)からやや蛇曲部外岸に向けた流れは、蛇曲頂部の直下流で水衝部を生じるとともにその流れの向きを変え、蛇行の変曲点($x=2.2$ m)で次の蛇曲部の外岸にやや向いた流れを生じていることである。

らせん流は流れの水深方向の遠心力差に起因するものである。したがって、本計算のように薄い流れでしかも平均水深より洗掘深の方が大きいような場合には、流れに河床形状の影響が強く現れるため式(8)の曲率半径 r に流路形状のそれを用いることは適切ではないと考えられる。

池田・西村¹⁴⁾は2次流に関する渦度方程式を基に理論的考察を行い、蛇行水路における2次流の算定式を提案するとともに2次流の蛇行水路平面形に対する位相遅れを示している。しかしここでは、河床変化に伴う流れの変化を表現するひとつの要素として流線に着目し、らせん流の算定に流線の曲率を用いる計算を行うこととする。

3. 流線の曲率を用いた河床変動計算

前節で述べた計算結果の問題点に鑑み、流線の曲率が流路のそれに対して位相差をもつうえに大きさも異なるという観点から、らせん流の算定に流線の曲率を用いる計算法を提案する。なお、水面計算は前述と同様である。

(1) 河床変動計算方法

ここで述べるらせん流による底面流速はn軸方向の流れではなく、長谷川¹⁵⁾と同様に図-5に示すような流線に直交する断面内の流れであると定義する。この底面流速についても式(8)に示した式形を仮定し式(14)を得る。なお、流線方向およびこれと直交する方向からなる座標系で定義される量には $\hat{}$ を付してある。

$$\hat{v}_b = -N_* \frac{h}{r} \hat{V}_b \dots \dots \dots (14)$$

ここに、 r は流線の曲率半径、 \hat{V}_b は流線方向の底面流速で式(7)と同様に $\hat{V}_b = rV$ で表せる。ただし N_* は先と同じく7とする。

流線の曲率は図-6において式(15)で与えられる。

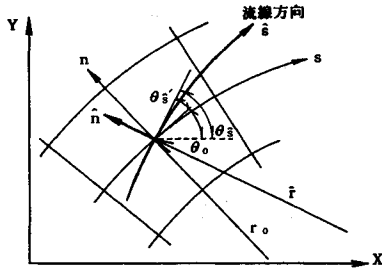


図-6 流線方向の表現

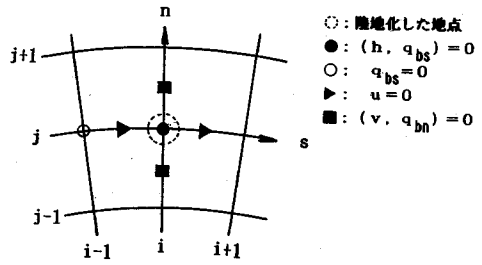


図-7 河床が陸地化した場合の対処

$$\frac{1}{r} = -\frac{\partial \theta_s}{\partial s} = -\left(\frac{\partial \theta_s}{\partial s} + \frac{\partial \theta_0}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial s}\right) = -\frac{\partial \theta_s}{\partial s} + \frac{1}{r_0} \frac{\partial s}{\partial s} \quad (15)$$

ここに、 θ_s は xy 座標系からみた流線方向 s の角度、 θ_0 は xy 座標系からみた流路 s 軸の角度、 θ_s は流線方向 s の s 軸からのずれを表す角度であり、これらはすべて反時計方向に正の値をもつ。 r_0 は流路 s 軸の曲率半径である。

式 (15) 中で s 方向と s 方向の関係をその地点の流速を用いて表すと、式 (15) は式 (16) のようになる。

$$\frac{1}{r} = -\frac{\partial \theta_s}{\partial s} + \frac{1}{r_0} \frac{u}{V} \quad (16)$$

ただし、 $V = \sqrt{u^2 + v^2}$ であるが、 u, v はそれぞれ s, n 方向の流速である。

式 (16) 右辺第 1 項については、 θ_s が式 (17) のように表されるため、結局式 (18) のように与えられる。

$$\theta_s = \tan^{-1}\left(\frac{v}{u}\right) \quad (17)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial s} = \frac{1}{V^3} \left\{ u \left(u \frac{\partial v}{\partial s} - v \frac{\partial u}{\partial s} \right) + v \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) \right\} \quad (18)$$

したがって、流線の曲率は式 (16)、式 (18) により求められる。式 (18) の算定において、右辺第 1, 4 項には風上差分、右辺第 2, 3 項には中央差分を用いる。

流砂量については、らせん流を流線と直交する方向 (n 軸方向) に与えるため、流線方向およびこれに直交する方向とに分けて考えその流砂量を算定する。まず流線方向は先と同じく M. P. M⁽¹⁾ による式 (19) を用いる。

$$\frac{q_{bs}}{\sqrt{sgd^3}} = 8(\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \quad (19)$$

ここに、 q_{bs} は流線 s 軸方向の単位幅当たりの流砂量、 τ_* は流線方向の無次元有効掃流力で $\tau_* = c_f V^2 / sgd$ である。 n 軸方向についても先と同様に長谷川⁽²⁾による式 (20) を用いるが、流線と直交する方向の流砂量であるため先の式 (10) 中の v_b が無くなり、また u_b が \hat{V}_b に置換えられたものとなる。さらに右辺第 2 項では流線と直交する方向の河床勾配を用いている。

$$q_{bn} = q_{bs} \left(\frac{\hat{V}_b}{V} - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \frac{\partial z}{\partial n} \right) \quad (20)$$

ここで、右辺第 2 項の $\partial z / \partial n$ は式 (21) で与えられるが、この算定には中央差分を用いる。

$$\frac{\partial z}{\partial n} = \frac{1}{V} \left(u \frac{\partial z}{\partial n} - v \frac{\partial z}{\partial s} \right) \quad (21)$$

つぎに、流砂量 q_{bs} および q_{bn} を流路に即した $s-n$ 座標系への変換を行う。その結果 s 軸方向流砂量は式 (22)、 n 軸方向流砂量は式 (23) で与えられる。

$$q_{bs} = q_{bs} \frac{u}{V} - q_{bn} \frac{v}{V} \quad (22)$$

$$q_{bn} = q_{bs} \frac{v}{V} + q_{bn} \frac{u}{V} \quad (23)$$

これらの流砂量 q_{bs}, q_{bn} を用いることにより、河床高変化は流砂の連続式 (11) から算定される。

本計算は蛇曲部内岸側砂州の局所的な陸地化も取り扱うものである。この対処方法として、流水および土砂の連続性を満たすように図-7 に示す地点の流速、水深および流砂量を 0 としている。

(2) 再現計算結果

a) ケース 2

再現計算は、以上に述べた流線の曲率を用いる方法により、先と全く同じ条件で行われた。

図-8 は計算の最終河床形状のコンター図である。最大洗掘深は 3 cm 程度となりケース 1 に比べて大きくなり、実測値に近づいたことがわかる。しかし、実測値との河床形状の位相差はケース 1 に比べて逆に大きくなっている。

図-9 は最終時点における計算流速ベクトルである。蛇曲部内岸側で白くなっている部分は、砂州が陸地化していることを示す。砂州の陸地化のために外岸側で流水の集中が強くなる結果となったが、この陸地化は内岸の広い範囲にわたって細長く不自然な形状を呈している。そこで計算過程を調べてみると次のことがわかった。

- 本計算ではケース 1 よりも顕著に洗掘・堆積が進行し、約 1 時間経過時点で砂州の陸地化が生じる。
- この時点では洗掘および堆積の中心部は最終河床形状よりもかなり下流側にある。

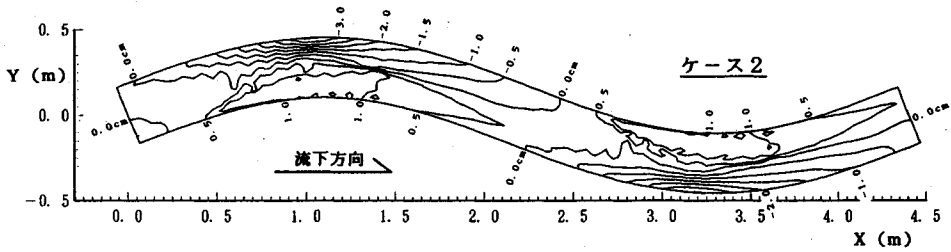


図-8 最終河床形状のコンター図 (ケース 2)

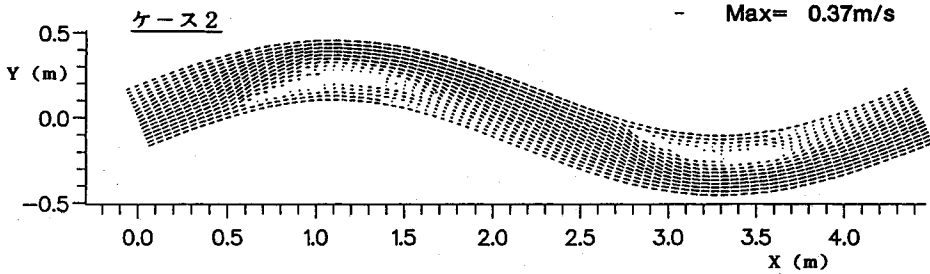


図-9 最終時点の計算流速ベクトル図 (ケース 2)

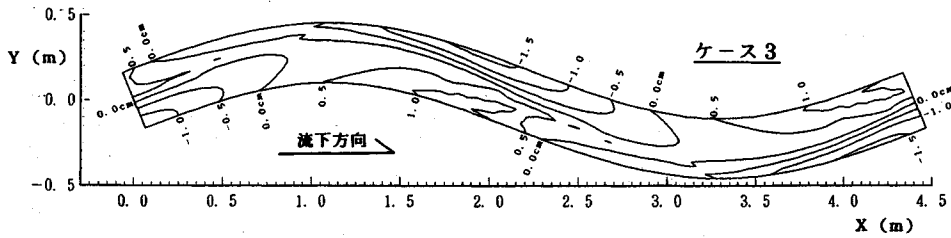


図-10 最終河床形状のコンター図 (ケース 3)

・その後砂州の陸地化は上流に伝播するとともに流線の曲率の大きい部分が上流に移動していった。このため洗掘位置が上流へ移動したと考えられる。

このように、本計算では陸地化した砂州の形状が計算精度に大きい影響を与えることがわかった。砂州の陸地化の上流への伝播は以下の要因で生じたと考えられる。

・流水抵抗を水路全体にわたって一定としたため、内岸砂州上の薄い流れの流速を過大に評価し、流砂量を過大としてしまった。

・その結果、陸地化した地点の直上流地点では多くの砂が供給され堆積傾向が過大となり陸地化しやすくなった。

以上の考察から、本計算のように砂州上の薄い流れを対象とする場合、その流水抵抗を適切に与えることが計算精度の向上につながると予想された。そこで次に流水抵抗に着目して再度計算を行うこととした。

b) ケース 3

蛇行水路の移動床実験における横断面の流速分布について芦田・江頭¹³⁾は、洗掘部の鉛直方向流速分布はら

せん流による影響で底面付近で最大となり対数型分布からずれるとしている。このような問題はありますが、ここでは流水抵抗を場所的に変化させるために対数型抵抗則式(5)に各地点の水深を用いて算定される流水抵抗を各地点に与えた計算を行った。なお、計算初期から最終状態に至るまでの平均水深の計算値は約1.4 cmで実測値にほぼ等しい。

図-10は計算の最終河床形状のコンター図である。これより、河床形状は敏感に変化し洗掘および堆積の中心部は実測値よりも下流側にずれるとともに、洗掘深はかなり小さくなることがわかる。この計算では砂州の陸地化は約2時間経過時点で生じたが、その上流への伝播はほとんど認められずに最終状態に至っている。砂州の陸地化の上流への伝播は、上述のような流水抵抗の取扱いで解決されるのではないかと考えられるが、洗掘深をうまく表現できない問題がある。この問題の原因として、実際には洗掘部底面付近の鉛直方向の速度勾配は対数型流速分布のものより大きい状況にあるにもかかわらず、単純に式(5)を用いて水深の増加により抵抗係数 c_f

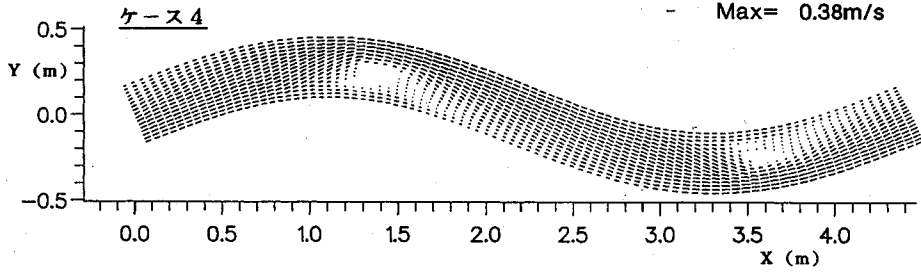


図-11 最終時点の計算流速ベクトル図 (ケース4)

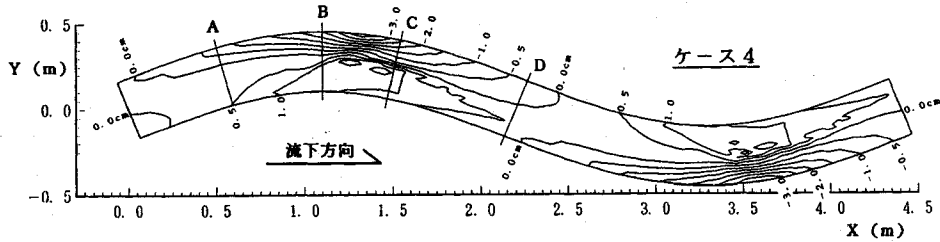


図-12 最終河床形状のコンター図 (ケース4)

表-2 計算ケース

| ケース | らせん流 | 流水抵抗 |
|-----|----------------|---|
| 1 | 流路の曲率を用いた(8)式 | 平均水深を用いた(5)式 |
| 2 | 流線の曲率を用いた(14)式 | 同上 |
| 3 | 同上 | 各地点の水深を用いた(5)式 |
| 4 | 同上 | $h > k_s$ の地点: 平均水深を用いた(5)式 $h \leq k_s$ の地点: その水深を用いた(5)式 |

は減少するとしたことが考えられる。

一方、ケース2では全地点に場の平均的な流水抵抗を与えているが、実測値に近い洗掘深を生ずることから、洗掘部は平均的な流水抵抗によりほぼ表現されたと考えられる。

以上から、基本的に場の平均的な流水抵抗を与えるが、ただ蛇曲部内岸側砂州上の水深の小さい箇所の流れだけに配慮すれば、砂州の陸地化の上流への伝播が抑制されるとともに良好な再現性を得られることが予想された。

c) ケース4

このケースでは、砂州上の非常に薄い流れのみを対象とし、便宜的に相当粗度 $k_s = 2.5d$ を目安として表-2に示す流水抵抗を与えた。ちなみに平均水深と k_s の比は7.4である。

図-11は最終時点における計算流速ベクトルを示したものである。これより蛇曲頂部やや下流の内岸側に、縦横ともに流路幅 B の半分程度でスケールで砂州の陸地化が生じている状況がわかる。これに伴い主流は、外岸側に強い水衝部を生じ流向を大きく変えている。この

陸地化の進行状況を調べた結果、次のことがわかった。

- 本計算では約1時間経過時点までほぼケース1と同様の河床形状を示していたが、砂州の陸地化は約2時間経過時点で洗掘深の増大とともに生じる。
- その後洗掘深は増大し、これに伴って砂州の陸地化箇所は増えていくが、ケース2のような上流への伝播は認められない。

したがって、砂州の陸地化の上流への伝播の問題についてはほぼ解決されたと考えられる。

図-12は計算の最終河床形状のコンター図である。全体的な河床形状は若干の位相差を伴うが実測値とほぼ一致しており、また最大洗掘深もほぼ一致していることがわかる。河床形状の位相差を先と同様に最大洗掘位置の無次元量 δ で表すと、実測の+0.19に対し計算では+0.12と改善されていることがわかった。

図-13は実測および計算の最終河床形状を横断面と比較したものである。横断測線位置は図-12に示すとおりである。なお、図中には両者の河床形状の位相差を考慮した横断形状も示してある。まず、位相差を考慮しない計算結果で断面Cを除く横断面に着目すると、これらはケース1の結果とほぼ同様であることがわかる。しかし、断面Cでは洗掘、堆積ともにケース1のものより増大し、実測値に近づいている。つぎに位相差を考慮した場合をみると、全ての断面において計算値は実測値とかなり良い一致をみせていることがわかる。なお、断面Cの側壁付近の最深部の形状について若干の相違がみられるが、これについては吉川・池田ら¹⁶⁾と同様に側壁の影響をらせん流の算定に考慮することにより解決

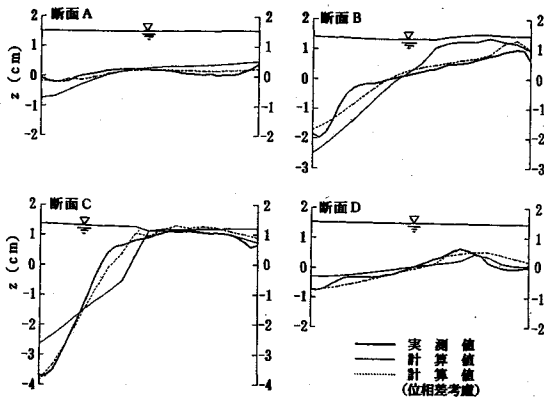


図-13 最終河床形状の横断面図(実測値とケース4)

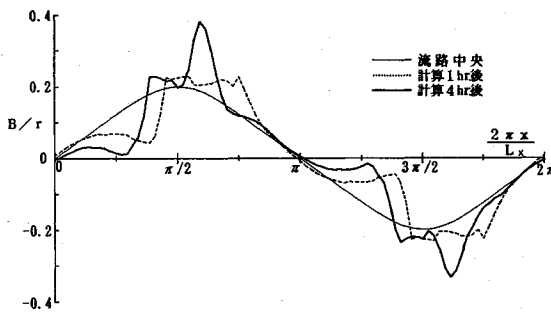


図-14 主流線の曲率の変化(ケース4)

できると考えられる。

本結果とケース1との比較では、断面Cで顕著な違いが認められた。これは、洗掘部のらせん流を算定する場合、流路の曲率ではなく流線の曲率が必要であること、その他の箇所では流路の曲率を用いても十分な精度が得られることを意味する。

図-14は最大流速発生箇所における流線の曲率の計算値を縦断的にみたまのである。これより、1時間経過時点の流線曲率は流路曲率に対して蛇曲頂部上流で減少、下流では増加し、最終状態では明瞭なピークを示していることがわかる。1時間経過時点では砂州の陸地化は生じていないため、このピークは洗掘深の増大とともに陸地化した砂州の形状が大きく関与していると考えられる。このピークの発生位置は蛇曲頂部より少し下流側であり、流路の曲率とは位相差をもっている。

このように本計算方法では、洗掘部において主流線の曲率の増大は顕著でありらせん流を大きく評価していること、主流線の曲率のピーク発生位置は流路のそれと位相差をもつことが特徴的である。これらのためにケース1よりも最大洗掘深が増大するとともにその位置がより下流側に現れる結果となったと考えられる。その際には内岸側砂州上の薄い流れの評価がひとつのポイントとなったが、便宜的な抵抗の扱いにより良好な計算を行え

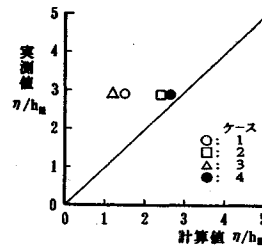


図-15 最大洗掘深の比較

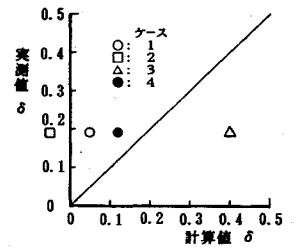


図-16 最大洗掘位置の比較

たとえる。

しかし、このモデルによる計算結果でもまだ河床形状に若干の位相差が生じている。この原因のひとつとして流砂の非平衡性が考えられるが、遅れ距離を $100d=7.6$ cm と仮定しても最大洗掘位置の位相差 15.4 cm の半分程度にしかならない。これより若干の位相差は、本計算モデルによる計算精度の限界を示すものであると考えられる。本計算モデルは主に以下の簡単な仮定に基づくものであるため、より精度の高い計算結果を得るためにはこれらの詳細な検討が必要と考えられる。

- らせん流による底面流速 v_b は、式(14)で流線の曲率を用いて与えられる。
- 流水抵抗として、洗掘深を表現するために場の平均的な抵抗を与えるが、相当粗度以下の水深の箇所では式(5)にその水深を用いた抵抗を与える。
- 河床底面近傍の流速の比 v_b/u_b は平均流速の比 v/u に等しい。
- 流下方向の局所的な河床勾配の影響を特に考慮せず、 $\tau_{*c} = \text{const.}$ とする。
- $N_* = 7$, $\mu_s = 1.0$, $\mu_k = 0.45$

4. 河床形状の比較

(1) 洗掘深と最大洗掘位置

図-15は最大洗掘深 η を平均水深 h_m で無次元化した量について、実測値と計算値の比較を行ったものである。また図-16は最大洗掘位置の蛇曲頂部からの x 方向距離(下流方向に+)を蛇行流路半波長 Lx で無次元化した量 δ の比較を行ったものである。最大洗掘深についてはケース4の結果が最も実測値に近く、良好な一致をみせている。最大洗掘位置についてもケース4の結果が最も実測値に近いが若干の位相差がある。

図-17、図-18はそれぞれ砂州波高 H_s および最大水深 D を平均水深で無次元化した量の比較である。これらについても、ケース4の結果は河床の洗掘・堆積を適切に表現しているため実測値と良く一致している。

(2) 河床卓越波の比較

計算値の全体的な河床形状の良否を評価するために、長谷川³⁾による2重フーリエ解析を実施し、河床卓越波

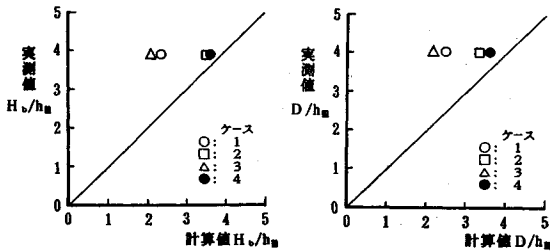


図-17 波高の比較

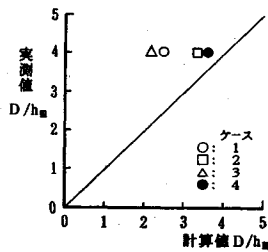


図-18 最大水深の比較

の比較を行った。

この2重フーリエ解析は、河床形状が式(24)で表されるとしたときの振幅 α_{ij} を求めるものである。

$$\eta = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \alpha_{ij} \sin\left(i \frac{2\pi}{2B} n - \frac{\pi}{2} \delta_{ie}\right) \cdot \cos\left\{ \frac{2\pi}{L} (s - \sigma_{ij}) \right\} \dots \dots \dots (24)$$

ここに、 η は平均河床面からの河床形状の変化(洗掘側を正とする)であり、 i, j はそれぞれ基本周期を $2B$ (流路幅の2倍)および L (蛇行波長)とした n 軸および s 軸方向の波数であり、 α_{ij}, σ_{ij} は波数(i, j)の波の振幅および位相、 $\delta_{ie} = (1 + (-1)^i)/2$ である。なおこの解析では最大洗掘位置を s 軸方向の原点とするため、計算値と実測値の卓越波を比較する場合には両者の河床形状の位相差は無いものとして扱っていることになる。

図-19は2重フーリエ解析から得た卓越波の振幅 α_{ij} を平均水深 h_m で無次元化した量 $\tilde{\alpha}_{ij}$ について、ケース1および4と実測値との比較を行ったものである。まず、ケース1に着目すると(1,1)の波が特に卓越して実測値と良い一致をみせているが、他の波の振幅はかなり小さいことがわかる。このケースではらせん流の算定において流路曲率を(1,1)の波で与えていることになるため、その結果として(1,1)の波だけが卓越する河床形状になったと考えられる。

一方、ケース4の振幅はほぼ実測値と対応しており、ケース1では表現できなかった水みちの存在に対応する(2,2)の波³⁾、かまぼこ型の(2,0)の波および(1,3)の波がある程度表現できている。このケースではらせん流の算定において、図-14に示すような主流線の曲率の波形を用いており、これによってらせん流の強度をより適切に表現することができたため、河床波の構造をほぼ表現できたと考えられる。

5. おわりに

本論文では、蛇行水路の薄い流れを対象とした河床変動計算において、らせん流強度式に流路曲率を用いた場合には最大洗掘深および洗掘位置が十分に表現されないことに鑑み、これに流線曲率を用いる計算手法を提案するとともにその有効性を確認した。その結果以下のこと

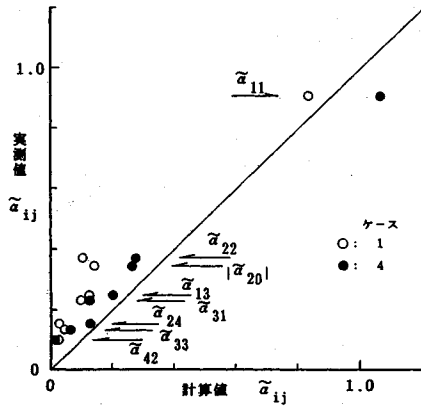


図-19 河床卓越波の振幅の比較

が明らかとなった。

(1) 流線曲率を用いた計算結果は良好な再現性を示し、流路曲率を用いた結果とは洗掘部において顕著な違いをみせる。

(2) 本計算の特徴は、洗掘部において主流線の曲率を流路曲率よりもかなり大きく評価していることと、そのピーク位置が蛇行形状に対して位相差をもつことである。

(3) 本計算法では最終河床形状の河床波の構造をほぼ表現できる。

さらに、蛇曲部内岸側砂州の陸地化の取扱いについて流水抵抗に着目した考察を行った。この結果は次のようである。

- 全地点に場の平均的な抵抗を与えた場合(ケース2)、陸地化の上流への伝播が生じる。これは、砂州上の薄い流れの流速を過大に評価したことによるものである。
- 各地点の水深を用いた対数型の抵抗を与えた場合(ケース3)、陸地化の上流への伝播は生じなくなるが、洗掘部の抵抗係数が水深の増加に応じて小さくなるため、洗掘深が小さくなってしまう。
- 洗掘深に着目すると、平均的な抵抗が洗掘部の抵抗として適当である。ただし、陸地化の対処のために相当粗度をひとつの目安として、これ以下の水深の箇所について水深に応じた対数型の抵抗を与えた場合(ケース4)、陸地化の上流への伝播は生じなくなるとともに良好な再現性が得られる。

以上から本計算手法における有効な流水抵抗の与え方は、以下のように整理される。

- 河床形状を表現するために、基本的に場の平均的な流水抵抗を与える。
- 砂州の陸地化が生じる場合には、小さい水深(ここでは h_0)以下の流れに対して、水深に応じた対数型の流水抵抗を与える。

謝 辞：本研究を進めるに際し北海道大学の長谷川和義先生から有意義な御助言を頂き、さらに2重フーリエ解析について御指導を頂いた。ここに記して、感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 清水康行：沖積河川における流れと河床変動の予測手法に関する研究，北海道大学学位論文，1990.
- 2) 清水康行・板倉忠興・山口 甲：2次元モデルを用いた河床形態変化のシミュレーション，第31回水理講演会論文集，pp. 689～694，1987.
- 3) 長谷川和義：沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究，北海道大学学位論文，1983.
- 4) 芦田和男・江頭進治・劉 炳義：蛇行流路における流砂の分級および河床変動に関する数値解析，水工学論文集，第35巻，pp. 383～390，1991.
- 5) 森 明巨：湾曲流・蛇行流の三次元数値解法と河床変動の数値解法の研究，北海道大学学位論文，1990.
- 6) 道上正規・檜谷 治：単湾曲水路における平面2次元河床変動計算，第8回西日本乱流シンポジウム，1990.
- 7) Marco Colombini・Marco Tubino・Peter Whiting：Topographic Expression of Bars in Meandering Channels, Third International Workshop on Gravel-Bed Rivers, 1990.
- 8) 吉川秀夫：流砂の水理学，丸善，p.192，1985.
- 9) Englund, F.：Flow and Bed Topography in Channel Bends, Jour. of Hydraulic Div., ASCE, Vol.100, No. HY11, pp.1631～1648，1974.
- 10) 水理公式集：河川編，土木学会編，p.203，1971.
- 11) 水理公式集：河川編，土木学会編，p.201，1971.
- 12) 黒木幹男・岸 力：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究，土木学会論文集，第342号，pp. 87～96，1984.
- 13) 芦田和男・江頭進治・足立幸郎：蛇行水路における河床変動に関する研究，京都大学防災研究所年報，第31号B-2，pp. 443～459，1988.
- 14) 池田駿介・西村達也：砂床蛇行河川の三次元流れと河床形状，土木学会論文集，第369号，pp. 99～108，1986.
- 15) 長谷川和義：蛇曲流路における流れと平衡底面形状に関する研究への討議，土木学会論文集，第351号，pp. 251～255，1984.
- 16) 吉川秀夫・池田駿介・北川 明：湾曲水路の河床変化について，土木学会論文報告集，第251号，pp. 65～76，1976.

(1991.12.6 受付)

NUMERICAL SIMULATION OF BED VARIATION CONSIDERING THE CURVATURE OF STREAM LINE IN A MEANDERING CHANNEL

Naoshi NISHIMOTO, Yasuyuki SHIMIZU and Keizou AOKI

A two-dimensional numerical model, in which the curvature of stream line is taken into account to evaluate the intensity of secondary flow, is proposed. The advantage of this model is that it is possible to calculate bed variation even if movable bed is locally dry caused by evolution of bar. This model is applied to the prediction of bed variation in a meandering channel. The results agree well with the measurements. Furthermore, as a result of double fourier analysis it is found that the results have almost the same feature of bed configuration as measurements have.