

投稿論文 (和文)
PAPERS

回帰分析及びkrigingによる確率雨量の地域 総合化

宝 馨*・岡 明夫**

地域内のいくつかの観測地点のデータから、観測データのない地点の推定量を求める方法について検討する。本研究では、特に流域内任意地点の確率雨量を対象として、それを推定するのに、回帰分析法とkriging法を用いる。これらの方法によれば、任意地点の確率雨量の推定値のみならず、その推定精度も得られる。地形効果を考慮するために、回帰分析法とkriging法を組み合わせた方法を試みる。野洲川流域を対象として、上記の方法の推定精度を比較検討して、その利害得失を明らかにしている。

Keywords : regionalization, probable rainfall, regression analysis, kriging, orographic effect

1. 序 論

地域総合化 (regionalization) とは、気象学・水文学的な観点から一様な性質をもつとみなし得る地域について、その地域内の豪雨・洪水などのデータの確率的特性を総合化し、同じ地域内での観測データのない(比較的少ない)地点についてもその確率特性が利用できるようにする手法である。「地域総合化」の代わりに「地域解析 (regional analysis)」と呼ぶこともある。こうした手法は、古水文学的解析 (paleohydrologic analysis) と並んで、データ不足の問題を解消する可能性のある手段として、最近の水文頻度解析の一つの大きな研究分野となっている¹⁾。

豪雨や洪水の規模や頻度は、確率水文学量 (100年確率洪水流量など) として評価され、種々の水工計画の基本量となる。本研究では、豪雨極値に基づく確率雨量の地域総合化の問題を取り扱う。地域総合化への回帰分析法とkriging法の適用について検討する。

回帰分析では、地域内のいくつかの雨量観測点のデータをもとに、その観測点の属性を説明変数 (独立変数) とし、確率雨量を目的変数 (従属変数) とする回帰式を求める。地域内の任意の地点の確率雨量を、この回帰式によって推定しようとするものである。この場合、回帰式の精度がその地域全域にわたっての推定精度を与えることとなる。

また、kriging法とは地域内の観測されている地点の状態のデータをもとに観測されていない任意の地点の状態を推定する手法である。特に、kriging法は観測地点間の相互相関を考慮したもので、推定値のみならずその推定精度の空間分布までも明らかにできる点で有望な手法であり、それらのコンターマップを客観的に描けるという利点を持つ。

2. 地域回帰分析

地域総合化を行おうとする水文学量 (降雨量あるいは河川流量) を目的変数とし対象地点の特性量を説明変数として、回帰分析によって地域内任意の地点の水文学量の推定値を得ようとする手法がある。こうした方法は regional regression analysis と呼ばれる²⁾が、ここではこれを「地域回帰分析」と呼ぶことにする。用いる(重)回帰式の係数を決めるには最小二乗法 (least squares method) が用いられる。Stedinger and Tasker (1985) は、地域回帰分析における最小二乗法について、通常の方法 (Ordinary Least Squares, OLS), 重み付最小二乗法 (Weighted Least Squares, WLS), 一般化最小二乗法 (Generalized Least Squares, GLS) を比較検討している。WLSはデータの信頼度に応じてその標本データに重み付けをするものであり、OLSよりも一般的である。ただし、各データは独立と見なされる。GLSは、WLSをさらに一般的にしたもので、データ間の相互相関を考慮することができるというものである。ただし、計算過程が多少煩雑になる。WLSおよびGLSで得られる回帰式は一般にOLSの結果よりもよい予測を与える。また、Stedinger and Taskerらの検討で示されているように、WLSとGLSの結果の差は余り大きくない。

ここでは、確率雨量を目的変数とし対象地点の特性量を説明変数として最小二乗法を用いた回帰分析によって地形的、気候的特性と雨量特性を関係付ける。この際、OLSとWLSの二通りの方法を用いることとした。

目的変数を Y , 説明変数を X_1, \dots, X_M (M : 説明変数の数) とすると、重回帰式は

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_M X_M \dots \dots \dots (1)$$

で与えられる。 $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_M$ はパラメタ (定数) である。次に実測値 (観測値) を y_i , ($i = 1, \dots, n$; n : 観測地点数) とすると、

$$y_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \dots + \hat{\beta}_M x_{iM} + e_i \dots \dots \dots (2)$$

* 正会員 工博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科
(〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

** 学生会員 岐阜大学大学院 工学研究科博士前期課程

と表せる。ここで、 $\hat{\alpha}$: α の推定値、 $\hat{\beta}$: β の推定値、 e_i : 誤差となる。

OLS 法では次の誤差平方和 (SSE) を最小にするパラメータを推定する。

$$SSE = \sum_{i=1}^n e_i^2 \dots\dots\dots (3)$$

一方、WLS 法とは、第 i 地点の目的変数 Y_i をそれぞれ等しく扱わずデータ期間の長さの違いによるそのデータの信頼性等で重み付けを施した回帰分析である。つまり重み付誤差平方和 (WSSE) を最小にする (1) 式のパラメータを推定する。

$$WSSE = \sum_{i=1}^n w_i e_i^2 \dots\dots\dots (4)$$

3. kriging 法

kriging 法とは任意地点の確率変量を観測地点からの距離で推定した内挿処理である。他の内挿処理と kriging 法と大きく違うところは、内挿誤差の精度も算定できることである。また、地点データに基づいて手作業的にコンターマップを描く際には解析者の主観が入り込んでくるといふ問題がある。客観的なコンターマップの描画アルゴリズムはいくつかあるが、地点データどうしの相関関係というのには考慮にいていないのが普通である。kriging 法は地点データの空間的相互相関を考慮しながら、客観的にコンターマップが描けるという大きな利点をもっている。

この手法は Matheron (1963,1965) と Krige(1966) によって開発され、当初は地質学分野で用いられてきたもので、主に鉱山における鉱量・品位の推定に用いられてきた。Lawrence Dingman らは、水文学的应用として、水頭圧と透水係数のマッピング³⁾、土壌特性、地形効果のある地域での豪雨、平坦な地域での平均年降水量などを挙げている⁴⁾。わが国では例えば、藤間ら⁵⁾ が透水係数、原田⁶⁾ が地下水位の空間分布の推定に kriging 法を用いている。また、中村ら⁷⁾ は 1 時間及び 3 時間地点雨量から面積雨量への変換に kriging 法を用い、レーダ雨量の空間分布との相関を調べている。

本研究では、面積雨量の推定ではなく、観測地点において推定された確率雨量を基に、観測されていない地点の確率雨量を kriging 法によって求めようとする点に特徴がある。筆者らの知る限り、この種の適用は試みられていない。

さて、kriging 法を適用する際には、対象とする空間の確率的特性に応じて、種々の手法がある。本章では、最も基本的な定常確率場における kriging 法と、非定常確率場における方法の一つである universal kriging 法について、原田の文献⁶⁾の pp.98-102 の記述をもとに述べる。これらの手法の適用例は、5. において示される。

(1) 定常確率場での kriging

地点 P (P : 位置ベクトル) における状態変数を $Z(P)$ とおくと、 $Z(P)$ は確率場における確率変量とみなせる。確率場の二次定常の仮定を弱め、 $Z(P)$ の増分が定常であるとする。このとき、任意の二地点 P_i, P_j において、

$$E[Z(P_i) - Z(P_j)] = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{Var}[Z(P_i) - Z(P_j)] = 2\gamma(d_{ij}) \dots\dots\dots (6)$$

となる。ただし、 $d_{ij} = |P_i - P_j|$ である。関数 γ は semi-variogram と呼ばれ $Z(P)$ の統計的な空間分布構造を表す。以下簡単のため semi-variogram を variogram と略称する。真の variogram は実測データを用いて次式の経験的 variogram γ^* で推定される。

$$2\gamma^*(d_{ij}) = \frac{1}{N(d_{ij})} \sum [Z(P_i) - Z(P_j)]^2 \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $N(d_{ij})$ は距離 d_{ij} 離れた観測地点 i, j の組の数であり、 \sum はその組に含まれる i, j の組合せの総和を表す。この経験的 variogram γ^* を理論上の variogram γ のモデルで近似する。この variogram を媒介として n 地点の観測値をもとに観測されていない地点の状態推定を行う手法が kriging 法である。kriging 法は観測値を確率場における実現値と考え、状態変数 $Z(P)$ の推定値 $\hat{Z}(P)$ を次式を満たす最良線形不偏推定値として求めるものである。

$$\text{Var}[\hat{Z}(P) - Z(P)] \rightarrow \min \dots\dots\dots (8)$$

$$\hat{Z}(P) = \sum_{i=1}^n W_i Z_i \dots\dots\dots (9)$$

$$E[\hat{Z}(P) - Z(P)] = 0 \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 W_i : $\hat{Z}(P)$ を推定するための Z_i の荷重係数で、

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1 \dots\dots\dots (11)$$

上記の諸式により次の kriging 方程式が導かれる。

$$\sum_{j=1}^n W_j \gamma(d_{ij}) + \mu = \gamma(d_i), \quad d_i = |P - P_i| \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 μ : Lagrange の未定定数である。式 (11), (12) を連立させた $(n+1)$ 個の方程式を解くことにより任意の推定地点 P における W_i と μ が得られ、式 (9) からその地点の推定値 $\hat{Z}(P)$ が求められる。この $\hat{Z}(P)$ の推定誤差である kriging 分散 (式 (8) の最小値) は次式となる。

$$\text{Var}[\hat{Z}(P) - Z(P)]_{\min} = \sum_{i=1}^n W_i \gamma(d_i) + \mu \dots\dots\dots (13)$$

したがって確率変数 $Z(P)$ として地点 P での確率雨量をとれば上記の方法により確率雨量の空間分布 $\hat{Z}(P)$ とこの誤差が推定できることになる。

(2) 非定常確率場での kriging (universal kriging)

定常確率場と同様に、二次元空間での確率雨量の分布を考える。地点 P (P :位置ベクトル)における確率雨量を状態変数 $Z(P)$ とおく。上述の定常確率場の場合とは異なり、 $Z(P)$ の平均値は空間的に変動し、確率雨量の分布は、drift (ドリフト) をもつ非定常確率場 (nonstationary field) とみなす。ここでは、 $Z(P)$ は式 (14) のように、drift $m(P)$ と残差 $R(P)$ から成っており、 $m(P)$ は小領域では式 (15) のような多項式で表現できるものと仮定する。

$$Z(P) = m(P) + R(P) \dots\dots\dots (14)$$

$$E[Z(P)] = m(P) = \sum_{l=1}^k a_l f^l(P) \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $f^l(P)$: 多項式、 a_l : $f^l(P)$ の係数、 k : drift 項数である。

さて、距離が d_{ij} 離れた2地点 P_i, P_j において、次式のような $Z(P)$ に関する統計量が定義できるものとする。

$$\begin{aligned} \text{Var}[Z(P_i) - Z(P_j)] &= E\{[R(P_i) - R(P_j)]^2\} \\ &= 2\gamma(d_{ij}) \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ただし、 $d_{ij} = |P_i - P_j|$ である。
関数 $\gamma(d)$ は $Z(P)$ の統計的な空間分布構造を表す variogram である。この variogram を媒介として n 地点の観測値をもとに観測されていない地点の状態推定を行う手法が universal kriging 法である。universal kriging 法は定常場の kriging 法と同様、観測値を確率場における実現値と考え、状態変数 $Z(P)$ の推定値 $\hat{Z}(P)$ を式 (8), (9), (10) を満たす最良線形不偏推定値として求めるものであり、kriging 方程式は、drift 関数を含んで次式のように導かれる。

$$\sum_{j=1}^n W_j \gamma(d_{ij}) + \sum_{l=1}^k \mu_l f^l(P_i) = \gamma(d_i), \quad i = 1, \dots, n \dots\dots\dots (17)$$

$$\sum_{i=1}^n W_i f^l(P_i) = f^l(P), \quad l = 1, \dots, k \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $d_{ij} = |P_i - P_j|$, $d_i = |P - P_i|$ で、 μ_l : Lagrange の未定定数である。

上式を連立して解くことにより、任意の推定地点 P での重み係数 W_i と μ_l が得られ、 $Z(P)$ の最適推定値、すなわち $\hat{Z}(P)$ が求められる。 $\hat{Z}(P)$ の推定誤差である kriging 分散は次式となる。

$$\text{Var}[\hat{Z}(P) - Z(P)]_{\min} = \sum_{i=1}^n W_i \gamma(d_i) + \sum_{l=1}^k \mu_l f^l(P) \dots\dots\dots (19)$$

したがって確率変数 $Z(P)$ として地点 P での確率雨量をとれば上記の方法により確率雨量の空間分布 $\hat{Z}(P)$ とこの誤差が推定できることになる。

(3) variogram モデル

kriging 法を適用するためには、状態変数の統計的空間分布構造として variogram を定めなければならない。このとき実測データを用いて式 (7) で推定される経験的 variogram を理論 variogram で近似することによ

Table 1 Mathematical expression of common variogram models.

Model	Formula	Sill	Range
Gaussian	$\omega\{1 - \exp[-(\frac{d}{a})^2]\}$	ω	$\sqrt{3}a$
exponential	$\omega[1 - \exp(-\frac{d}{a})]$	ω	$3a$
spherical	$\omega[\frac{3}{2}(\frac{d}{a}) - \frac{1}{2}(\frac{d}{a})^3]$	ω	a
		$d < a$	
		$d > a$	

d : Distance

て variogram を定める。経験的 variogram を近似する理論 variogram のモデルとして Table 1 の3つのモデルを用いる (Delhomme (1978) ³⁾).

ここで、経験的 variogram を理論的 variogram に近似する際の適合性に問題が出てくる。variogram 推定の良否を判定する基準として以下に述べる KAE (Kriged Average Error) と KRMSE (Kriged Reduced Mean-Square Error) がある。本研究では、理論 variogram がこの基準を満たすかどうかの確認を行う。その手順は次のようである。

1. n 個の観測地点のデータを用いて経験的 variogram を求める。
2. 非線形最小二乗法により経験的 variogram に variogram モデルをあてはめ、モデルパラメタを定める。
3. n 個の観測地点からある一つの地点 (i 番目の地点、 $i = 1, \dots, n$) を取り除く。
4. 取り除いた地点以外の $(n - 1)$ 個のすべての地点のデータを用いて取り除いた地点の雨量 Z_i を推定する。こうして得た第 i 地点の雨量推定値を \hat{Z}_i とする。
5. kriging による推定誤差 $Z_i - \hat{Z}_i$ と標準偏差 σ_z を算出する。ここで σ_z は、定常確率場では式 (13) の平方根、非定常確率場では式 (19) の平方根である。
6. 上記の方法をすべての地点について繰り返し計算し、

$$\text{KAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_i - \hat{Z}_i) \dots\dots\dots (20)$$

$$\text{KRMSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{Z_i - \hat{Z}_i}{\sigma_z} \right)^2 \dots\dots\dots (21)$$

を求める。

7. $\text{KAE} \approx 0$, $\text{KRMSE} \approx 1$ であれば、そのモデルパラメタでよい。この基準が満たされなければ、モデルパラメタを調整して、3.以降の処理を行う。

非線形最小二乗法であてはめたモデルが直ちに上記基準を満たすとは限らない。また、パラメタの再調節も必ずしも容易でない。したがってここでは、初期パラメタの周辺でモデルパラメタの組み合わせを多数試み、7.の基準を満たす組み合わせを検索することにする。

(4) 地形効果の考慮

地形が降雨に与える効果を評価しようとした研究は多数ある^{8),9),10),11)}。地形効果や方位、その他の局地的な条件が降雨に与える影響は地域によっては大きい場合がある。

Lawrence Dingman ら (1988) は、1981 年の彼らの研究によって年平均降水量 (MAP) と標高との関係が強いと知られているアメリカのニューハンプシャーとバーモントで地形効果を考慮した MAP の面的分布の推定を行っている⁴⁾。彼らは地点のデータを用いて MAP と標高 H の単回帰を行い、回帰式を求めた。

$$R_y = A + BH \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 R_y は年平均降水量の推定値、 A, B は回帰係数である。上式は、標高値に応じて降水量が変わることを意味する。よって、Lawrence Dingman らは、この右辺第 2 項を用いて、以下のように降水量に与える地形効果を考慮している。すなわち、年平均降水量 $Z(P)$ から地形効果を除いた降水量 $\delta Z(P)$ として次のようなものを考える。

$$\delta Z(P) = Z(P) - BH \dots\dots\dots (23)$$

この $\delta Z(P)$ の値を用いて kriging を行うことにより雨量推定値 $Z^*(P)$ を求めたのち、先に除いた地形効果を加えて地点 P の雨量推定値とした。

$$\hat{Z}(P) = Z^*(P) + BH \dots\dots\dots (24)$$

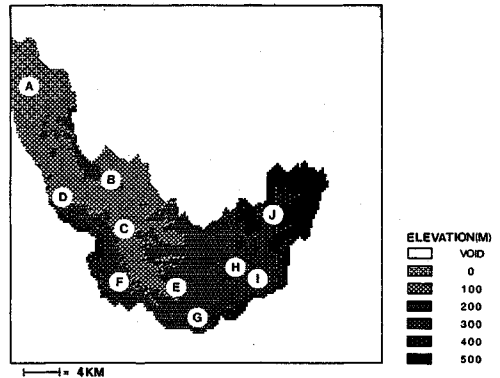
ここで、 $\hat{Z}(P)$ は最終的な推定値、 $Z^*(P)$ は kriging による推定値である。

本研究でも上述した Dingman らと同じ手順で、(すなわち、主として標高によって) 地形効果を考慮する。

4. 対象流域

本研究では、滋賀県南部の野洲川流域 (面積 387 km²) を対象地域とする (Fig.1)。この流域の各観測地点 (10 地点) での 100 年確率 2 日雨量と標高、北緯、東経を基本データとする (Table 2)。100 年確率 2 日雨量は、各雨量観測地点での日単位雨量データから年最大極値を求め、その極値データに頻度解析を施して得たものである。頻度解析における母数推定には最尤法を用い、11 種の確率分布モデルをあてはめてその適合度を SLSC (標準最小二乗規準)、MLL (最大対数尤度)、AIC (赤池の情報量規準)、COR (相関係数) などの客観的評価規準¹²⁾ により評価し、AIC の値のよいモデルを選択して 100 年確率に相当する雨量推定値を求めた。各観測点におけるこの推定値の確からしさは、データ期間長に依存しているが、本研究では、回帰分析の WLS 法においては、データ期

The Yasu Basin



A: 野洲, B: 春日, C: 水口, D: 東寺,
E: 甲賀, F: 新田, G: 油日, H: 土山,
I: 笹路, J: 大河原

Fig.1 The Yasu basin.

間長による重みを付けることにより、その確度の違いを考慮している。また、観測地点以外の任意地点の雨量を推定するため、国土数値情報 KS-110-1 のメッシュ標高データを用いる。

5. 適用と考察

(1) 回帰分析による地域総合化

目的変数を対象地点 (地域内での任意の地点) の確率雨量 R_y とし、説明変数を対象地点の特性量 Q_1, \dots, Q_N として回帰分析を行う。ここでは確率雨量が標高 (H)、北緯 (N)、東経 (E) という 3 つの説明変数で表現できると仮定する。これらの説明変数は流域内の任意の地点で得ることができるものである。そこでそれぞれを組み合わせて回帰式

$$R_y = A + B_1H + B_2N + B_3E \dots\dots\dots (25)$$

を OLS 法及び WLS 法によって求める。WLS 法における重み付けの方法としては各観測地点の観測期間に比例する重みをつけることにした。こうすることにより、観測期間の長い地点においては、そのデータの確かさがより強調される。逆に観測期間の短い地点においては、そのデータの値がもし特異値である場合その影響は多少軽減される。

なお用いる観測地点数は水口を除いた 9 地点とした。水口を除いたのは、適用結果の良否の検証のためであり、10 地点の中では観測期間が長く、データに信頼がおけるからである。

OLS 法、WLS 法は統計解析パッケージ SAS で容易に計算できる。その解析結果を Table 3 に示す。重相関係数 R をみると、説明変数が北緯、東経、標高を用いた

Table 2 Characteristic values at each observatory in the Yasu basin.

	Points	Period(year)	Elevation[m]	North latitude	East longitude	Rainfall
A	Yasu	1912 ~ 1981(70)	95	35° 04' 30"	136° 00' 24"	301.4
B	Kasuga	1961 ~ 1981(21)	165	35° 00' 35"	136° 09' 41"	235.4
C	Minakuchi	1912 ~ 1981(70)	174	34° 58' 06"	136° 10' 09"	316.6
D	Higashidera	1961 ~ 1981(21)	190	34° 59' 04"	136° 03' 57"	230.5
E	Kouga	1963 ~ 1981(19)	230	34° 54' 07"	136° 13' 18"	361.4
F	Shinden	1958 ~ 1981(24)	250	34° 54' 07"	136° 08' 09"	341.3
G	Aburabi	1953 ~ 1978(26)	263	34° 52'	136° 15'	693.9
H	Tsuchiyaama	1912 ~ 1981(70)	263	34° 55' 07"	136° 18' 00"	468.5
I	Sozoro	1963 ~ 1981(19)	310	34° 54' 45"	136° 20' 19"	472.0
J	Ohkawara	1958 ~ 1981(24)	355	34° 58' 24"	136° 20' 45"	433.4

Rainfall: 100-year 2-day rainfall[mm]

回帰式がよく、次に F 検定値から判断した場合は説明変数が北緯のみの回帰式があまりがよい。しかし重相関係数は説明変数を増やせば増やすほど値が良くなる傾向がある。

また、OLS 法、WLS 法の両者を比較すると WLS 法の方が重相関係数、F 検定値ともに全般的に適合がよい。WLS 法が OLS 法と比べて値が良かったのは、油日の観測期間が 26 年間で他の観測地点と比べて少ないため、重み付けをすることにより、100 年確率 2 日雨量の値 (693.9mm) が他の観測地点の値より多少特異だとしても、影響が緩和され、全体として回帰モデルの適合性が良くなったと考えられる。

Table 3 の水口の推定結果 \hat{Z} 及び残差 δZ をみると、OLS 法より WLS 法の方が、若干過大評価をしている。しかしながら、表中 σ の欄に示されているように、回帰式の全体的な精度は WLS の方がよい。

WLS 法の説明変数を北緯のみとした場合と、北緯、東経、標高の 3 変数を用いた場合の回帰結果のコンターマップを Fig. 2 に示す。

結局、回帰分析の適用に関して、以下のことがいえる。

1. 重相関係数では説明変数を北緯・東経・標高とした回帰式が良い。
2. F 検定値では説明変数を北緯とした回帰式が良い。
3. OLS 法と WLS 法を比べると、観測期間年数で重み付けをした WLS 法が良い。

非定常確率場での kriging 法において drift の除去のために回帰分析の結果を用いる (Case3, Case4) が、その際 WLS 法の中で F 検定値のよい回帰式、すなわち北緯 (N) を説明変数とした回帰式を採用することとする。

(2) kriging による地域総合化

確率場を定常とみなすか、非定常とみなすか、地形効果を考慮するかしないかで種々の適用方法が考えられる。本研究では以下の 5 つの異なる方法を適用する。

Case 1: 定常確率場で kriging を行う。

Case 2: 地形効果を除いたのち、定常確率場で kriging を行う。

Case 3: 非定常確率場で universal kriging を行う。

Case 4: 非定常確率場 (北緯を drift とする) で地形効果を除いたのち、universal kriging を行う。

Case 5: 非定常確率場で、標高を drift として地形効果を導入した universal kriging を行う。

また回帰分析同様に適用結果の良否の検証のために、観測地点 (10 地点) のうち水口の地点を予め除き、残り 9 地点の観測値によって解析を行う。

ここで、地形効果を除く場合は、先ほどの回帰分析の結果より説明変数を標高とした WLS 法を用いて、

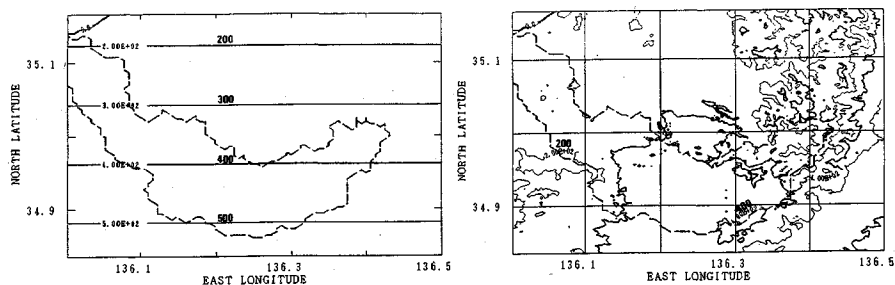
$$R_y = 171.14 + 0.996H \dots\dots\dots (26)$$

になる (H : 標高, R_y : 標高 H をもつ地点 P での確率雨量)。前節 (4) での考え方より上式の第 2 項を用いて、雨量 $Z(P)$ から地形効果を除いた確率雨量 $\delta Z(P)$ は次のようになる。

$$\delta Z(P_i) = Z(P_i) - 0.996H_i, \quad i = 1, \dots, n \dots\dots (27)$$

その雨量 $\delta Z(P_i)$ を用いて kriging を行い、解析した結果に先ほど除いた地形効果 $0.996h$ を加え、任意地点 P の雨量推定値とする。

$$\hat{Z}(P) = Z^*(P) + 0.996H \dots\dots\dots (28)$$



N only
N: North latitude, E: East longitude, H: Elevation

Fig.2 Contour maps obtained by regression analysis.

Table 3 Regression results obtained by OLS and WLS.

Method	*1	PROB>F	R	Ẑ	δZ	σ
OLS	H	0.104	0.576	325.3	8.8	126.4
	N	0.044	0.680	359.6	43.0	113.5
	E	0.067	0.634	361.8	45.2	119.6
	HN	0.131	0.702	340.0	23.5	119.1
	HE	0.214	0.634	353.0	36.5	129.2
	NE	0.095	0.737	354.6	38.1	113.3
	HNE	0.225	0.743	364.1	47.5	122.4
WLS	H..	0.076	0.619	344.4	27.9	113.3
	N	0.033	0.709	375.7	59.1	103.3
	E	0.046	0.676	370.1	53.6	106.8
	HN	0.118	0.713	362.8	46.2	101.7
	HE	0.160	0.676	362.3	36.5	106.8
	NE	0.095	0.737	354.6	38.1	97.2
	HNE	0.210	0.752	374.1	57.6	95.5

The estimate at Minakuchi is 316.6[mm].

The column *1 indicates the combination of explanatory variables.

Ẑ: Estimate[mm], δZ: Residual[mm],

H: Elevation, N: North latitude, E: East longitude.

ここで、Ẑ(P) は地点 P の雨量推定値、Z*(P) は δZ(P) を用いて kriging によって推定した値である。

非定常確率場における universal kriging では、まず、drift m(P) を求める必要がある。drift m(P) は (15) 式で定義される。(15) 式中の a_ifⁱ(P) をここでは重回帰式により与えることとする。すなわち、fⁱ(P) を説明変数とし、a_i を回帰係数とみなす。本研究では、説明変数を北緯(N)、東経(E)、標高(H)とした重回帰分析の結果に従って最適な drift 項数を決定した。最適な重回帰式は WLS 法によって得られた説明変数を北緯としたものであり、次式で与えられる。

$$m(P) = 544.4938 - 3.4738N \dots\dots\dots (29)$$

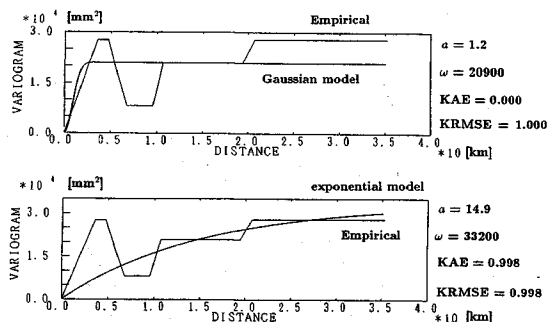


Fig.3 Theoretical variogram fitted to the empirical variogram (stationary kriging).

すなわち、drift が北緯で、drift 項数 k は k = 2 である。ただし、N の値は北緯 35° 50' を基準とし、そこからの緯度差 (10 秒単位) とした。こうして求められた drift を各観測点の確率雨量から差し引いて、(14) 式より

$$R(P_i) = Z(P_i) - m(P_i) \quad , \quad i = 1, \dots, n \dots\dots\dots (30)$$

を求める。この R(P_i) に基づいて、経験的 variogram を求める。すなわち、(7) 式は

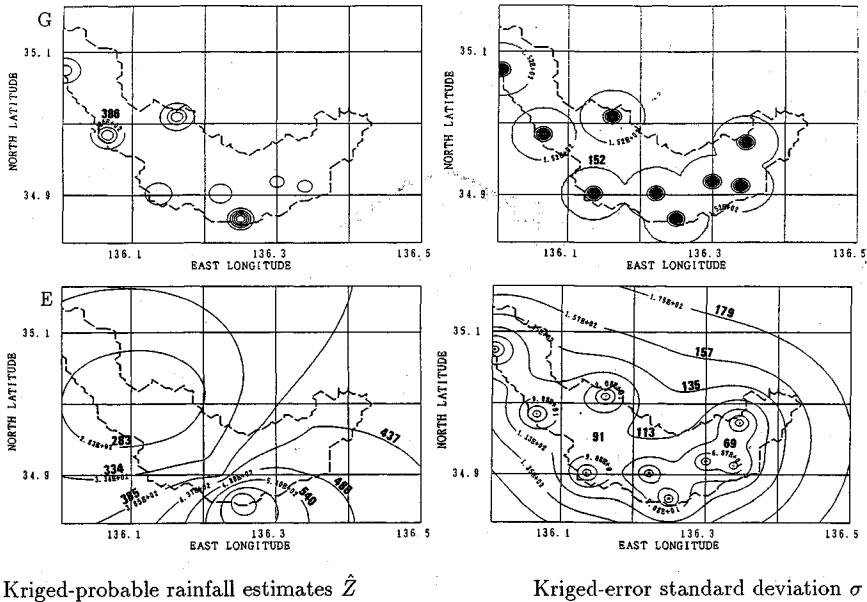
$$2\gamma(d_{ij}) = \frac{1}{N(d_{ij})} \sum [R(P_i) - R(P_j)]^2 \dots\dots\dots (31)$$

と等価となるので、この式より経験的 variogram を求めることになる。

まず定常確率場での kriging 法 (地形効果を考慮しない) 場合 (Case 1) の結果を Table 4 の最上段に示す。

Table 4 中の Gaussian, Exponential, Spherical モデルを以下では、G, E, S モデルと略称する。3 モデルとも KAE, KRMSE がそれぞれ基準値を満たしていることがわかる。そこで E モデルと G モデルの variogram の適合結果を Fig.3 に示す。

これより variogram は距離が増大するに従い、ある一定値に漸近する形状となっている。この一定値は 'sill', sill に到達する距離は 'range' と呼ばれる³⁾。この sill, range をもとにして variogram をみると、G モデルは sill に



Kriged-probable rainfall estimates \hat{Z}

Kriged-error standard deviation σ

Fig.4 Contour maps of kriged estimates \hat{Z} and standard deviation σ for Case 1 [upper: Gaussian model; lower: exponential model].

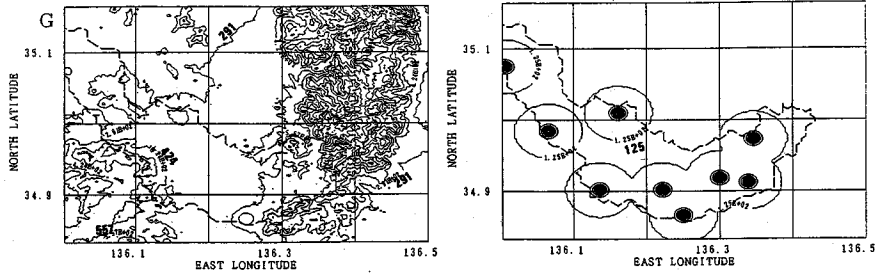
Table 4 Summary of kriging results.

Case	models	a	ω	KAE	KRMSE	\hat{Z}	δZ	σ
Case 1	Gaussian	1.2	20900	0.000	1.000	393.1	-76.5	152.2
	Exponential	14.9	33200	0.001	0.998	274.9	47.7	107.5
	Spherical	3.6	20900	0.001	1.000	393.1	-76.5	152.4
Case 2	Gaussian	1.2	14000	0.000	1.000	331.7	-15.1	124.7
	Exponential	0.2	14000	0.000	1.000	331.7	-15.1	124.7
	Spherical	1.2	13800	0.000	1.015	331.7	-15.1	123.8
Case 3	Gaussian	4.2	17200	13.480	0.998	336.3	-19.7	129.3
	Exponential	2.6	15000	14.670	1.000	341.6	-25.0	125.0
	Spherical	8.6	17000	13.356	1.001	342.4	-25.8	130.1
Case 4	Gaussian	4.6	19750	19.896	1.002	290.9	25.7	134.3
	Exponential	3.8	18300	21.290	0.997	285.8	30.8	130.4
	Spherical	9.4	19100	19.856	1.001	297.5	19.1	135.0
Case 5	Gaussian	0.3	15100	-0.545	1.005	327.0	-10.4	142.8
	Exponential	7.2	20000	0.005	1.003	264.3	52.3	122.9
	Spherical	13.8	20600	-0.135	0.999	234.9	81.7	123.9

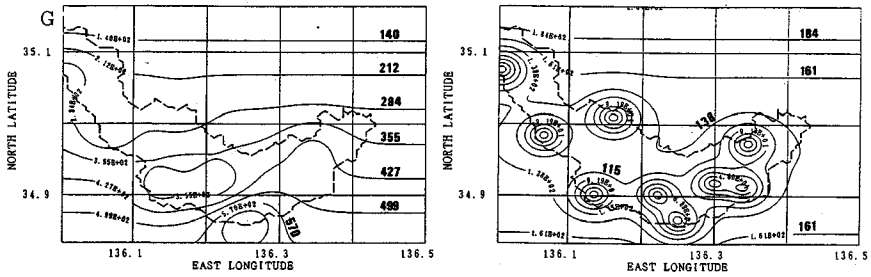
\hat{Z} , δZ , σ : estimate, residual and standard deviation in mm obtained by kriging methods, respectively, while the estimate at Minakuchi by frequency analysis is 316.6mm.

比べ range が小さく、距離が少し離れるとすぐに一定値をとる。variogram は、range の範囲内では相関があるが、range の外では相関はないことを示している。極端

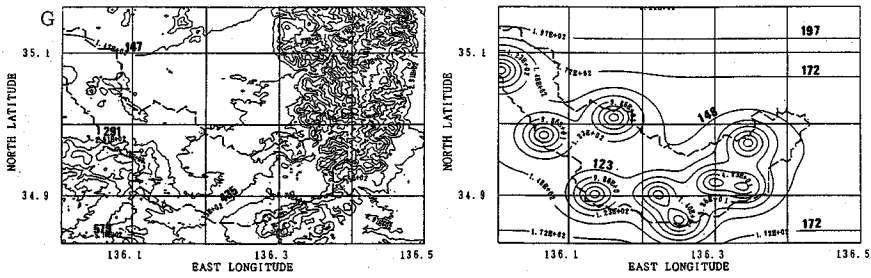
に range の短い variogram の場合は観測点相互の影響(相関)が少なくなり、観測点の近傍のみ推定精度が高くなる。この場合、観測点から少し離れるとまったく無相



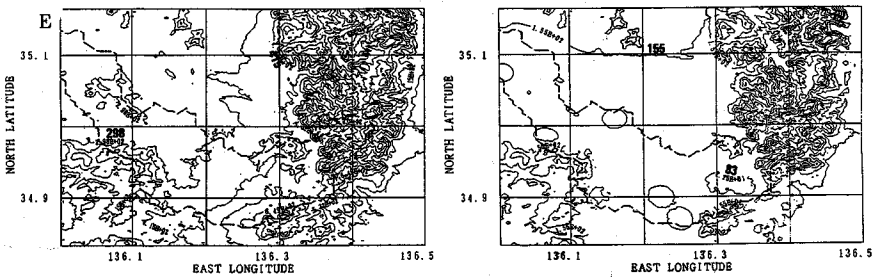
Case 2: Stationary kriging with orographic influence removed.



Case 3: Universal kriging with drift of north latitude.



Case 4: Universal kriging with drift of north latitude and orographic influence removed.



Case 5: Universal kriging with drift of elevation.

Fig.5 Contour maps of kriged estimates \hat{Z} and standard deviation σ for Cases 2, 3, 4 and 5 [left: kriged estimates \hat{Z} ; right: standard deviation σ]

関になるから、その地点での推定値や推定誤差は信頼性が低くなる。この意味で、range の大きい variogram モデル (距離の増大に対してある程度緩やかに variogram が変化していく様子を示すもの) が望ましい。E モデルは、variogram が緩やかに増大していく様子を示しており、Fig. 3 の経験 variogram での相関の高い 7~10km の距離の部分の再現がよい。

ここで Table 4 をみると水口の推定誤差 δZ は、E モデルが 47.7mm と 3 モデルの中で一番よく、また標準偏差 σ をみると E モデルが 107.5mm となっている。

野洲川流域内での推定結果並びに kriging 偏差のコンターマップを Fig. 4 に示す。これをみると、野洲川流域全体を見て G モデルの kriging 偏差は、E モデルに比べて偏差の低い値の領域が小さいことがいえる。そのため推定結果のコンターの形状が G モデルでは観測地点付近以外は全て一定値ということになったのではないかと考えられる。

Table 4 によると、Case 2 では KAE, KRMSE の基準は満たしている。Case 2 は Case 1 と比べて、 δZ , σ の値が総じてよくなった。ただし、E モデルは Case 1 の場合 σ が 107.5mm であったが、Case 2 では 124.7mm となった。これは range の大きさに強くかかわるパラメータ a の推定値が Case 1 の E モデルと比べ、Case 2 の E モデルでは極端に小さくなったことによる。但し、全モデルとも sill と range の関係を考えて sill に比べて range が小さい。その中でも sill と range の形状が 3 モデルの中では緩やかであり、G モデルの推定結果並びに kriging 偏差のコンターマップを Fig. 5 に示す。これをみると推定結果のコンターマップがかなり複雑な形状となっている。これは標高にかかる回帰係数が 0.996 であって、標高の値が流域全体では 85~1200m なのでその値がほとんどそのまま地形効果として評価されるためである。

Case 3 では KAE の値が 14 付近で大きな値を示している。地形効果を考慮した Case 4 をみると、さらに KAE の値が悪くなった。これは確率雨量に対して drift として北緯の影響を除いた上に、さらに標高を考慮したので地形効果を二重に考慮した形となったために、KAE の値が悪くなったのであろう。Case 5 をみると drift を標高としたところ、universal kriging の中では KAE の値が改善された。

Case 2 から Case 4 は G モデル、Case 5 は E モデルの推定結果並びに kriging 偏差のコンターマップを Fig. 5 に示す。これをみると Case 2 では推定結果の形状に北緯の影響がみられる。しかし kriging 偏差は観測点付近の変化が著しく、距離の僅かな変化によって極度に变化し、観測地点から少し離れると一定値をとる。Case 4 は kriging 偏差の形状は Case 3 と比べて穏やかなものの、推定結果をみると標高の影響がダイレクトにでてきてお

り、Case 2 とさほど変わらない形状をしている。Case 5 は drift を標高としたために kriging 偏差がかなり複雑な形状を示した。特に山岳部ではその影響はかなり強い。また推定結果は Case 2, Case 4 と同じ形状であった。

kriging 法の適用結果をまとめると以下のようである。

1. 定常確率場の仮定のもとで、地形効果を考慮しない場合は、exponential モデルを用いた結果が良かった。
2. 定常確率場の仮定のもとで、地形効果を考慮した場合は、3 モデルとも大差はなかったが、その中では Gaussian モデルがやや良かった。
3. 結局、定常確率場の仮定のもとでは、ここで行ったような地形効果の考慮の仕方は必ずしも良くなく、地形効果を考慮しない exponential モデルが良い結果となった。その精度は、観測地点からの距離が数 km 以内の領域で kriging 偏差が 100mm 以内となった。
4. 非定常確率場の仮定のもとで、drift として北緯を取り入れた場合は、地形効果を考慮しない Gaussian モデルが良い結果となった。
5. 非定常確率場の仮定のもとで、drift として標高を取り入れた場合でも、推定精度の向上には、あまり効果はなかった。
6. 標高で地形効果を考慮するにあたっては、95~355m の標高の範囲で求められた回帰分析の結果を 1000m もの標高の地点に適用しようとした点に、問題があったと言える。
7. 本研究で検討したすべての適用方法の中では、定常確率場を仮定して、地形効果を考慮しない exponential モデルを用いた推定法が良い結果となった。

6. 結 語

観測データの存在しない任意地点の確率雨量を、観測地点のデータから推定する手法について考察した。その際、確率雨量の推定値だけでなく推定精度をも明らかにすることを念頭におき、地域回帰分析法及び kriging 法を適用した。得られた成果は、以下のようである。

地域回帰分析の適用に関して、

(1) 雨量観測所の 3 次元的空間座標 (北緯・東経・標高) を説明変数として確率雨量の推定を試みたところ、F 検定値で 0.033, 重相関係数で 0.75 程度の値を示す (重) 回帰式を得た。また、このような回帰式の推定誤差は、数百 mm の確率雨量に対して 95~130mm であった。

(2) OLS 法と WLS 法を比べると、F 検定値、重相関係数、推定誤差のいずれにおいても、観測期間年数で重み付けをした WLS 法の方がよい結果を与えた。

(3) ここでは、説明変数として最も取り扱い易いものを採用しているため、精度の点で必ずしも満足すべき結果とは言えない。他の地勢因子を考慮することによりさらなる精度向上の可能性があるが、これについては今後の課題とした。

kriging 法の適用に関して、

(4) kriging 法の推定精度に大きな影響を与える semi-variogram のモデルを 3 種類試み、その同定方法を提示するとともに、semi-variogram の形状と得られる推定値、推定誤差のコンターの形状との関係を明らかにした。

(5) 定常確率場を仮定した場合と非定常確率場を仮定した場合を比較したところ、結果としては、前者の方が良かった。非定常性の除去の方法に改善の余地がある。

(6) 回帰分析の結果や標高データを用いてここで行ったような地形効果の考慮の仕方は必ずしも良くなく、その精度は、観測地点からの距離が数 km 以内の領域で kriging 偏差が 100mm 以内となった。標高によって地形効果を考慮しようとしたが、95~355m の標高の範囲で求められた回帰分析の結果を 1000m もの標高の地点に適用しようとした点に問題があったと言える。

(7) 本研究で検討したすべての適用方法の中では、定常確率場を仮定して、地形効果を考慮しない exponential モデルを用いた推定法が良い結果となった。

kriging 法は、複数の観測地点のデータとそれらの地点間の空間的相関を考慮しながら、観測地点以外の任意地点の状態変数の推定値とその精度を明らかにすることができる。したがって、本研究のような適用において有効な手法となり得るものである。特に推定精度の空間分布が得られる点は非常に魅力的である。一方、ここで行ったような地域回帰分析手法では、そのような空間分布は直接的には得られない。しかしながら、地域回帰分析は、kriging 法の精度向上のために、有効な補助手段として利用することも可能である。これらの手法を併用することにより、空間的に変動する種々の水文量の量的把握の向上を図っていくことができるものと考えられる。ここで得られた結果が他流域にもそのまま適用できるわけではないが、用いた手法は、一般性があり他流域でもそのまま使えるものである。

参 考 文 献

- 1) Singh, V.P. (ed.): *Regional Flood Frequency Analysis*, D. REIDEL PUBLISHING COMPANY, 400 pp., 1987.
- 2) Stedinger, J.R. and Tasker, G.D.: Regional Hydrologic Analysis, 1. Ordinary, Weighted, and Generalized Least Squares Compared, *Water Resources Research*, Vol. 21, No. 9, pp. 1421-1432, 1985.
- 3) Delhomme, J.P.: Kriging in the Hydrosiences, *Advances in Water Resources*, Vol. 1, No. 5, pp. 251-266, 1978.
- 4) Lawrence Dingman, S., et al.: Application of Kriging to Estimating Mean Annual Precipitation in a Region of Orographic Influence, *Water Resources Bulletin* VOL. 24, NO. 2, pp. 329-339, 1988.
- 5) Tohma, S. and Kondo, H.: Estimation of Aquifer Parameter from Sparse Data, *Proc. of 6th Congress of APD-IAHR*, Kyoto, Vol. I, pp. 469-475, 1988.
- 6) 原田 守博: 不均質場における不圧地下水状態の時空間変動過程に関する研究, 名古屋大学学位論文, pp. 95-133, 1989.
- 7) 中村興一・堀田哲夫・山下芳浩・星 清: レーダ雨量計精度向上への Kriging 法の活用, 水工学論文集, 第 36 巻, pp. 489-494, 1992.
- 8) 志賀是文: 降雨特性に関する二、三の考察, 土木学会論文集, 第 59 号, pp. 43-48, 1958.
- 9) 裏戸 勉・中村 昭・長谷川 修: 地勢因子による最大日雨量の推定—四国地方および関東地方—, 土木技術資料, 20-7, pp. 334-339, 1978.
- 10) 山田啓一・土屋愛自: 降雨の空間分布に及ぼす地形因子の評価, 第 30 回水理講演会論文集, pp. 439-444, 1986.
- 11) 沖 大幹・虫明功臣・小池俊雄: 地形と風向とによる豪雨時の降水分布の推定, 土木学会論文集, 第 417 号/II-13, pp. 199-207, 1990.
- 12) 宝 馨・高棟琢馬: 水文頻度解析における確率分布モデルの評価規準, 土木学会論文集, 第 393 号/II-9, pp. 151-160, 1988.

(1992. 4. 3 受付)

REGIONALIZATION OF PROBABLE RAINFALL USING REGRESSION ANALYSIS AND KRIGING

Kaoru TAKARA and Akio OKA

This paper describes regionalization of probable rainfall that plays important role in water resources planning, especially in planning of flood prevention facilities. The authors compare some procedures for obtaining estimates of probable rainfall at arbitrary locations that have no observation. The procedures are: (1) simple mm regional regression analysis, (2) stationary kriging, (3) nonstationary (universal) kriging, and (4) regression-kriging combined analysis. Applying these procedures to the Yasu River basin (387 km²) in Japan, they have obtained the estimates and the estimation accuracy for probable rainfall, compared them, and discussed incorporation of orographic effects.