

ALE有限要素流れ解析のためのメッシュ変形パターン生成法

野村卓史*・西村 拓**

ALE有限要素法による流体・構造相関問題の解析に用いるメッシュ変形パターンを汎用的に与える方法を開発した。提案する方法は、節点の移動量を節点変数とする有限要素ラプラス方程式を解き、その解から要素ごとの歪みを計算したのち、歪みの大きさに応じた重みづけをし直した方程式を再び解いて最終的な変形パターンを得る、というものである。この方法により、要素の歪みが局所的に集中することの少ない良好なメッシュ変形パターンを領域形状や物体の数によらず汎用的に生成することができる。

Keywords : *arbitrary Lagrangian-Eulerian method, finite element method, fluid-structure interaction problem, mesh deformation*

1. はじめに

Arbitrary Lagrangian Eulerian 法^{1)~4)}(以下、ALE 法と略記)は、流体構造相関問題や自由表面流れの問題など、移動境界を有する問題の数値解析に対し、近年よく用いられつつある。ALE 法では解析領域内で現象を支配する方程式の Euler 的記述、Lagrange 的記述、あるいは両者の中間的な記述を適当に組み合わせることによって、(1)境界の移動を解析メッシュの節点の移動で表現することにより、純粋に Euler 的な解析では表現不可能な移動境界上の境界条件を表現することができること、(2)解析領域内のメッシュ変形を適当に制御することにより、純粋に Lagrange 的な解析が陥る過度に歪んだメッシュを回避することができること、の2つの特徴を有する数値解析法を構成することが可能となる。ここで、(1)については解析対象の物理的条件からその取扱いが決まることになるが、(2)の、どのようにメッシュを変形させるかについては解析をする者に任されている。しかし良好な ALE 解析を行うためには、歪みの少ない適切なメッシュの変形様式を与えることが不可欠であるから、その取扱いが重要である。

ALE 有限要素解析に関する既往の文献によれば、メッシュの変形パターンの与え方は、対象とする問題のカテゴリに対応しておよそ2つの場合に分けることができる。1つは振動する物体まわりの流れの解析を典型とする剛体の運動と流れの相関問題の場合である^{5)~12)}。この場合は移動境界は相対的な変形をせず、その位置は剛体の並進変位成分や回転変位成分など限られた自由度によって決まる。通常、剛体を取り巻く解析領域内の節点はこれらの変位に比例して移動させている。その移動

量は「剛体からその節点までの距離」の関数で、距離が遠くなるに従って減少し、十分遠方でゼロとなるように与えられる。与える関数はほとんどの場合線形分布であるが、Huerta と Liu による振動円柱まわりの流れの解析⁵⁾では例外的に余弦関数が用いられている。

もう1つの場合は、タンク内の液体のスロッシング解析を典型とする自由表面流れの問題の場合である^{13)~15)}。この場合は移動境界の変形の自由度が大きいので境界形状の変化が比較的複雑である。タンクの形状が長方形で水位があまり大きくなければ、直交メッシュを用い、領域内の節点の移動量を水面における節点の移動量に比例させるようなメッシュ変形様式を与えることができるが、任意のタンク形状や水面形が多価関数となるような問題にまでは対応できない。そこで例えば Okamoto らは Lagrange 法による節点の移動とスムージングを組み合わせ節点位置を更新し、さらに必要に応じてメッシュの再生成も取り込むアルゴリズムを提案している¹⁵⁾。また、Liu らは塑性加工の問題に対して、ラプラス方程式を解いてスムーズなメッシュパターンを得る技法を適用している¹⁶⁾。このようにこの後者のタイプの問題では一般的なメッシュ生成技法まで駆使する必要があるといえる。

本研究では、前者の流体・構造相関問題を対象とした汎用的なメッシュ変形パターン生成法の開発を試みた。前述したようにこの種の問題の既往のメッシュ変形様式は、ほとんどの場合、節点の移動量を「物体の変位」および「物体と節点との間の距離」の関数として与えている。しかしそのような関数を陽に与えるには直交格子など何らかの規則的なメッシュパターンを用いることを前提とする。有限要素解析では任意の要素分割によって任意の境界形状を表現することが当然期待されるわけであるが、そのような任意の不規則なメッシュパターンの問題にまで適用できる関数を与えることは困難であるし、

*正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科
(〒113 東京都文京区本郷7-3-1)

**正会員 運輸省(研究当時、東京大学工学部学生)

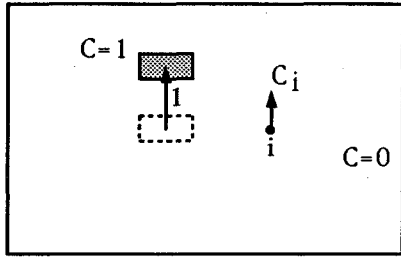


図-1 剛体の変位にともなう節点変位を与える比例係数 C_i

メッシュが変わるたびに何らかの関数を設定すること自体わずらわしいことである。また物体が複数あるような問題では「物体と節点との距離」を変数とすること自体困難となる。本研究では、これらの問題点に対処できるメッシュ変形パターン生成法を開発した。その手法は、解析に用いる有限要素メッシュを用いて節点の移動量に関するラプラス方程式を解き、得られた移動量分布から要素ごとの歪みを評価し、その歪みに基づいて要素ごとに重みを付けてラプラス方程式をもう1度解くことによって、要素の歪みが局所的に集中しないような移動量分布を定めるというものである。この手法によって要素分割や物体の数によらず汎用的に ALE 解析のためのメッシュ変形パターンが得られることを具体的な数値解析によって確認した。

2. 節点の移動量を与える比例係数

ここではまず物体の変位にともなって解析領域内の節点を移動させるということを具体的に説明し、さらに実際の解析で用いられたメッシュの変形パターンを後の参考のために示す。図-1は並進運動する剛体まわりの流れの2次元解析を想定した模式図である。領域の外縁は固定境界としている。ここで剛体が y 方向に単位の変位をするときの節点 i の y 方向の変位量を C_i とする。いいかえれば C_i は節点 i の移動量を与える比例係数であり、移動量は剛体の変位を v とすると $C_i v$ と表される。この比例係数は剛体表面では1、固定境界では0でなければならない。このようにして領域内の節点の移動量がある関数で与えるということを比例係数 C_i の分布がある関数で与えることに置き換えることができる。

図-2(a)は筆者らが以前に円形領域内で振動する円柱まわりの流れの解析を行った際に用いたメッシュの変形パターンである⁷⁾。この場合には円柱から放射方向の直線上に節点が並んでいることを利用して、各節点の比例係数を次の式によって与えた(図-2(b)参照)。

$$C_i = \frac{r_i}{R} \dots \dots \dots (1)$$

ここで r_i は変形していないメッシュ (ALE 法でいうところの参照領域) における外周から節点 i までの距離、

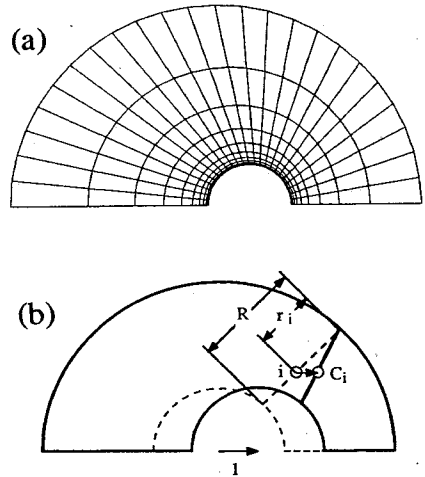


図-2 (a)円形領域内で振動する円柱まわりの流れの解析に用いた有限要素メッシュの変形パターン；(b)節点移動に関する比例係数 C_i の与え方

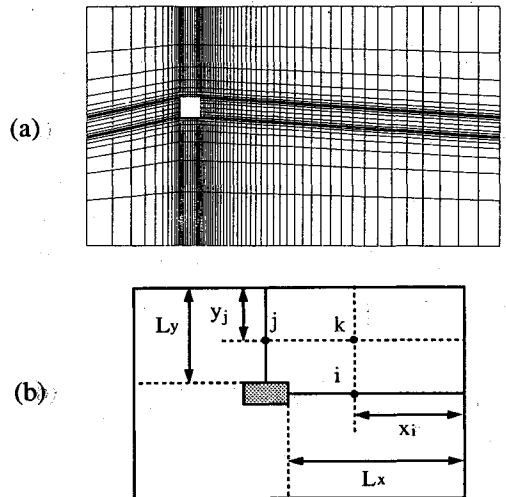


図-3 (a)角柱の渦励振解析に用いたメッシュ変形パターン；(b)節点移動に関する比例係数を算出するために用いた諸量

R は外周から円柱表面までの距離である。なお、Huerta と Liu は次のような関数を用いている⁵⁾。

$$C_i = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \frac{\pi(R-r_i)}{R} \right] \dots \dots \dots (2)$$

また図-3(a)は筆者らが正方形角柱の渦励振解析を行ったときのメッシュ変形パターンである⁷⁾。このときの比例係数の分布は次のように与えた。すなわち図-3(b)の点 i あるいは点 j のような位置にある節点に対しては、

$$C_i = \frac{x_i}{L_x}, \quad C_j = \frac{y_j}{L_y} \dots \dots \dots (3 \text{ a, b})$$

とした。ここで、 x_i, y_i はそれぞれ変形していないメッシュにおける節点 i あるいは j から固定境界までの距離、 L_x, L_y は剛体表面から固定境界までの距離である。また、点 k のような位置にある節点に対しては、

$$C_k = C_i C_j \dots \dots \dots (3c)$$

とした。ちなみに角柱が (u, v) の並進 2 自由度を有する運動をするときには、節点 n の変位は $(C_n u, C_n v)$ と表される。なお、回転運動の場合については後で改めて議論する。

以上のメッシュ変形パターンによる解析結果は妥当なものであるから、パターンそのものは悪くないといえる。事実、後に具体的に示すように、これらのメッシュ変形パターンでは局所的に特に歪んだ要素を生じることがなく、その意味でも好ましい。しかし、これらの係数分布を節点ごとに求める作業はかなり手間のかかるものである。しかも係数を算出する前提として規則的なメッシュ（放射状の格子線、直交格子など）と規則的な節点番号づけが必要であるが、有限要素解析のメッシュにこれらを期待することは有限要素解析の利点を損ねることになる。また、剛体の形状がもっと複雑であったり、剛体が複数あったりする場合には何をもって剛体や固定境界と節点との間の距離とするのか定かでない。何よりも、境界形状の異なる問題を扱うごとに、あるいは同じ問題であってもメッシュ分割を変更するたびに、新しく係数分布を決定するための労力を要することは大変にわずらわしいことである。したがって比例係数 C_i の分布を決める汎用的な手法が望まれるのである。

3. 比例係数分布の決定法

(1) 基本的な着想とアルゴリズム

本研究では、節点移動量に関する比例係数 C_i の分布を決めるために、次のようなラプラスの方程式を考える。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(t \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(t \frac{\partial C}{\partial y} \right) = 0 \dots \dots \dots (4)$$

ここで $C = C(x, y)$ は比例係数 C_i に対応する連続関数であり、 $t = t(x, y)$ は後に議論する「重み」の関数である。境界条件は、

$$C = 1 \text{ (剛体表面)}, \quad C = 0 \text{ (固定境界)} \dots \dots \dots (5)$$

である。この問題を流体・構造相関問題の解析に用いる有限要素メッシュをそのまま使用して解いて、図-1で概念を示した節点の比例係数 C_i の分布を求め、メッシュ変形パターンとするのである。

ラプラス方程式は有限要素法、差分法を問わず、メッシュ生成の基本となる方程式である¹⁷⁾。関数 C を「変位」と対応づけて考えれば、式(4)の意味は「変位の変化」すなわち「ひずみ」の変化をゼロとする、ということであるから、少なくとも局所的には要素の歪みが急変しない係数分布が期待される。事実 1次元の場合の式(4)の

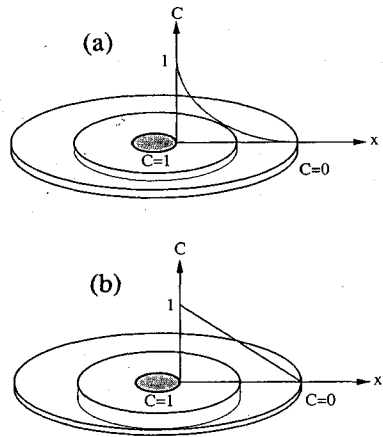


図-4 (a)重み一定のときのラプラス方程式の解；(b)剛体に近いほど重みを増したときの解(いずれも概念図)

解は領域全体に渡って要素のひずみが一定という解である。ALE 解析では境界の移動にともなう要素変形を避けることはできないが、要素の歪みが局所的に集中するよりも、領域全体でできるだけ一様に歪むほうが望ましい。またその方がより大きな移動境界の変位を許容できる。この意味で ALE 有限要素解析で理想とするメッシュ変形パターンは領域全体で歪みが一定な変形パターンで、それに近いほど好ましい変形パターンといえる。

2次元問題の場合には、一般に領域の中央部に剛体が位置するので、「 $t(x, y) = \text{一定}$ 」のときの式(4)の解は、図-4(a)に示すように、剛体の近傍で勾配の大きい分布となる。この解に基づく変形パターンは、剛体付近でひずみが大きく境界付近でひずみが小さいものとなるので、このような比例係数 C_i の分布は好ましくない。

ラプラス方程式(4)からこのような分布の解が得られる理由は次のように説明できる(直感的に考え易いという理由から、ここでは、式(4)を熱伝導問題の支配方程式と見なして述べることにする)。すなわち、剛体から固定境界に向けて流れる熱流の保存則のため、剛体を囲む任意の閉曲線を通して熱流束の総和が一定でなければならないから、固定境界に近づくにつれ熱流束が弱くなり、温度勾配が小さくなってしまふのである。

ここで、仮に剛体に近づくにつれて媒体の板厚あるいは熱伝導係数が大きくなっていくような問題を考えれば、その解は、図-4(b)のように放射方向の温度勾配が一定となるような温度分布に近づくことが予想される。

このような考察に基づき、好ましい比例係数分布を求めるための次のようなアルゴリズムを考えた。すなわち、
[1] 与えられた有限要素メッシュを用いて、式(4)、(5)の境界値問題を標準的な有限要素法によって解き、比例係数 C の節点値 C_i を求める。このと

き、式(4)の重み t は領域全体で 1 とする。

- [2] 求められた節点比例係数 C_i から、剛体が単位量変位したときの各節点の変位が決まるので、それを用いて各要素の「歪み」を算出する。「歪み」の尺度については次節で述べる。
- [3] 要素間の「歪み」の比を要素ごとの重み t_e として、式(4)、(5)の問題をもう一度解き、節点比例係数を修正する(修正された値を \bar{C}_i とする)。

[3]の操作は、先述の熱伝導問題の記述を続ければ、温度勾配の大きい要素の板厚ないし熱伝導係数を大きくして温度勾配を減少させ、領域内の温度勾配の差がより少ない温度分布を求めることに相当する。この[1]~[3]の操作によって、要素の歪みが領域内でなるべく均一になるメッシュ変形パターンを得ようとしているわけである。

なお、[2]、[3]の手順を何回か反復することも考えられるが、実際に計算を行ったところ、いったん修正値 \bar{C}_i を求めた後は節点比例係数に大きな変化がなかった。そのため、[1]~[3]の手順を 1 度行うだけで計算を終えることにした。

(2) 要素の歪みの評価

前節の計算段階[2]で用いる要素の「歪み」の尺度として本研究では次式で表わされる「ひずみのノルム」を用いた。

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \gamma^2} \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 ε_x 、 ε_y は直ひずみ、 γ はせん断ひずみである。本研究の解析では 4 節点 4 角形要素を用いたので式(6)の $\bar{\varepsilon}$ は各要素の中心で評価し、要素ごとに 1 つの値で代表した。高次のアイソパラメトリック要素では、ひずみ $\bar{\varepsilon}$ と重み t をガウスの積分点で評価することになる。

前節の計算段階[2]では、式(6)の計算を要素ごとに行い、各要素の歪みの尺度 $\bar{\varepsilon}_e$ を求める。続く計算段階[3]では $\bar{\varepsilon}_e$ の最小値 $\bar{\varepsilon}_{min}$ を求め、 $\bar{\varepsilon}_{min}$ を与える要素の重み $t_{min}=1$ とし、その他の要素の重みは $t = \bar{\varepsilon}_e / \bar{\varepsilon}_{min}$ で与える。このようにして境界値問題(4)、(5)の有限要素方程式を解いて、修正された節点値 \bar{C}_i が求められる。

4. 提案するメッシュ変形パターン生成法の検討

前章 3. で述べたアルゴリズムによって、具体的な有限要素メッシュの変形パターンを求め、その特性を調べた。

(1) 並進変位する剛体まわりのメッシュへの適用

a) 1 剛体 1 自由度の例

図-5(a)に示すような、円形領域内で振動する円柱まわりの流れの解析を想定した有限要素メッシュに、提案する方法を適用した。円柱は x 方向のみに運動するものとし、対称性により領域の半分のみを扱っている。図

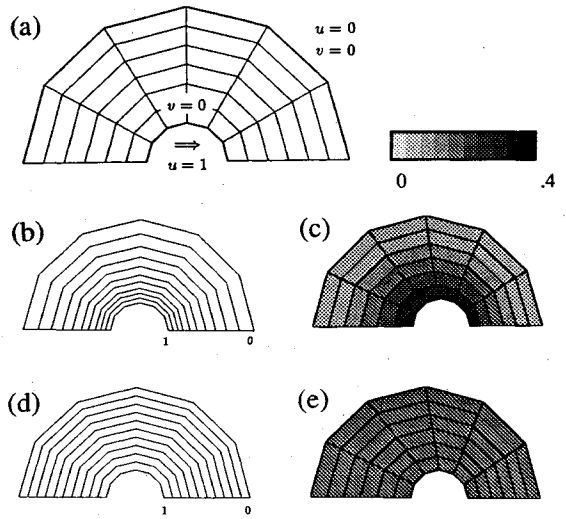


図-5 1 剛体 1 自由度の例; (a)変形前のメッシュと境界条件; (b)重み一定のときの比例係数 C_i の分布; (c)重み一定のときのメッシュ変形パターンと要素の重み; (d)重み操作後に修正された比例係数 \bar{C}_i の分布; (e)重み操作後のメッシュ変形パターンと要素の歪み

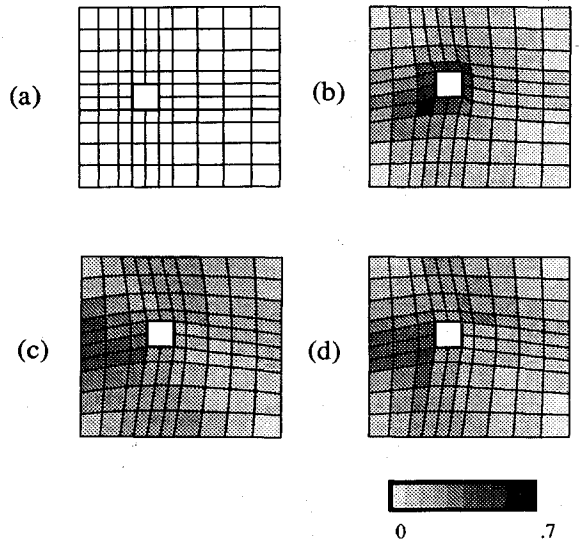


図-6 1 剛体 2 自由度の場合のメッシュ変形パターンと要素の歪み; (a)変形前のメッシュ; (b)重み一定のとき; (c)重み操作後; (d)線形関数(図-3(b))の方法によるもの

—5(b)は 3. (1)の計算手順の[1]で得られた比例係数 C_i の等値線である。すなわち、すべての要素で同じ重み $t_e=1$ としたときの解である。当然であるが円柱に近いほど係数の変化が急である。この係数 C_i によるメッシュの変形パターンを図-5(c)に示す。同図には要素ごとの歪みの尺度 $\bar{\varepsilon}_e$ の分布も濃淡で示してある。円柱に近いほど歪みの度合いが大きいことが表わされてい

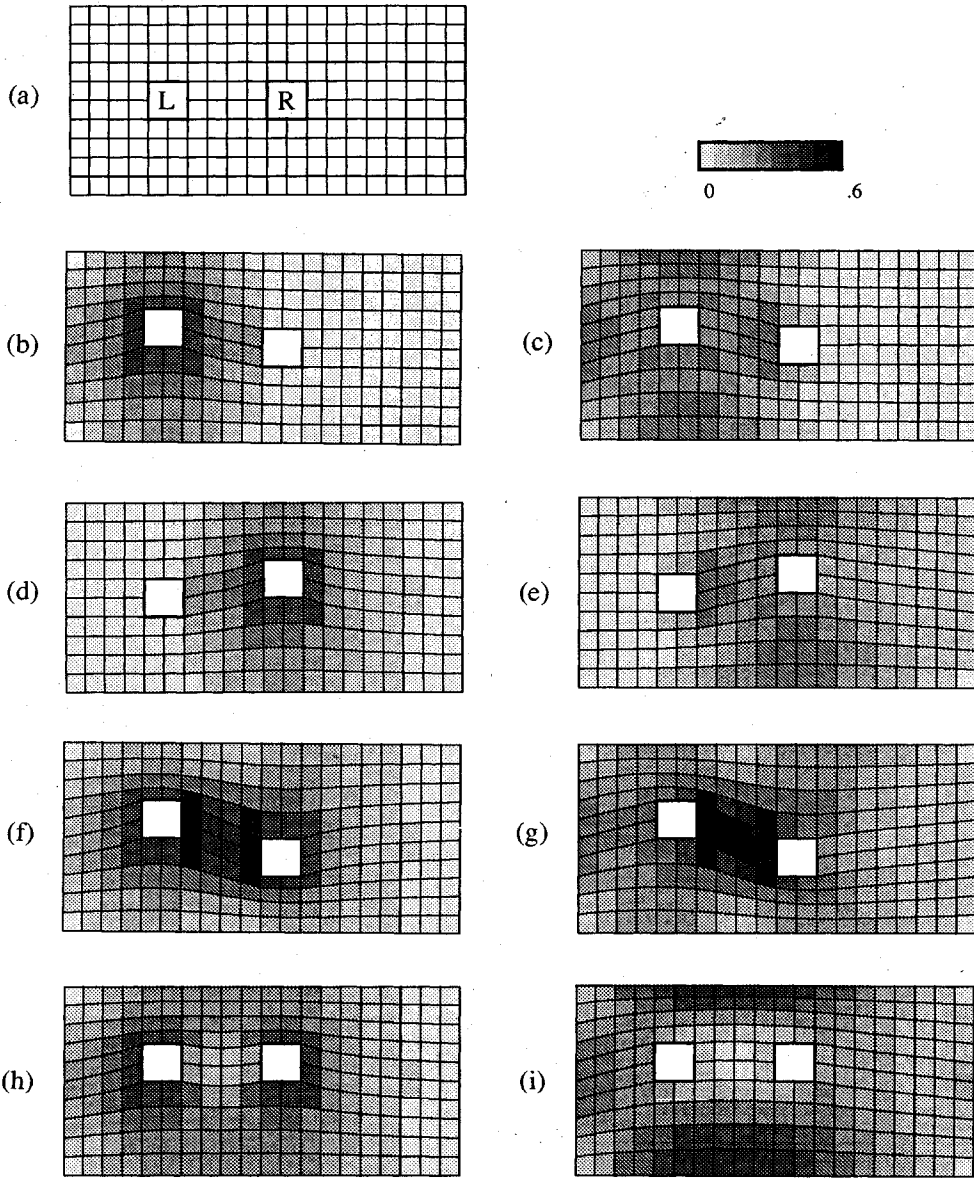


図-7 2剛体各1自由度の場合のメッシュ変形パターンと要素の歪み; (a)変形前のメッシュ; (b) $v_L=1, v_R=0$ (重み操作前); (c) $v_L=1, v_R=0$ (重み操作後); (d) $v_L=0, v_R=1$ (重み操作前); (e) $v_L=0, v_R=1$ (重み操作後); (f) $v_L=1, v_R=-1$ (重み操作前); (g) $v_L=1, v_R=-1$ (重み操作後); (h) $v_L=v_R=1$ (重み操作前); (i) $v_L=v_R=1$ (重み操作後)

る。この $\bar{\epsilon}_e$ から要素ごとの重み t_e を求め、有限要素方程式をもう一度解いて計算し直した結果が図-5(d)と図-5(e)である。修正された比例係数 \bar{C}_i は放射方向に線形に分布する結果となり、先に図-2(b)に示した線形の関数で係数を与える場合と同じ変形パターンが得られている。要素の歪みの度合は領域全体に一樣で、かつその最大値は図-5(c)に比べて相当小さい。したがって図-5(c)の変形パターンよりも図-5(e)の変形パターンを用いる方が円柱をより大きく変位させる解析を行うこ

とができる。

b) 1剛体2自由度の例

図-6(a)に示す様に矩形領域の中に角柱が置かれた場合の有限要素メッシュに本法を適用した。このメッシュは一樣流中に置かれた角柱の渦励振解析を想定した模式的なものである。角柱には x, y 両方向にそれぞれ単位の変位を与えるものとする。比例係数 C_i の計算は、 x 方向変位の場合も y 方向変位の場合も同じ境界条件の問題であるので、同じ \bar{C}_i を両方向で共用する。

図-6(b)は重みづけをしないで求めた比例係数 C_i による変形パターンと歪の尺度 $\bar{\epsilon}_e$ の分布、図-6(c)は図-6(b)の $\bar{\epsilon}_e$ に基づいて重みづけをして求め直した比例係数 \bar{C}_i による変形パターンである。また、図-6(d)は図-3(b)で説明した方法による変形パターンである。

図-6(b)と(c)とを比べると、比例係数を計算し直したことにより、角柱付近に集中していた歪みが、領域全体に分散されていることがわかる。また、提案する方法による図-6(c)の変形パターンは筆者らが以前に採用した方法による変形パターン図-6(d)とあまり変わらず、歪みのレベルも同程度である。

c) 2 剛体各 1 自由度の例

前述したように、領域内に物体が複数ある場合のメッシュ変形パターンを、何らかの関数によって定めることは相当に面倒である。そのような問題に対する本法のアプローチを図-7(a)の有限要素メッシュで示す。このメッシュは例えば風上側の物体の後流によって風下側の物体が振動するような問題を想定した模式的なもので、それぞれの角柱が y 方向に変位できるものとする。ここで左側の角柱を L、右側を R と呼ぶことにする。比例係数の計算は、角柱 L を固定し R に単位の変位 $v_R=1$ を与えた場合の修正係数分布 \bar{C}_L^f と角柱 R を固定し L に単位の変位 $v_L=1$ を与えた場合の修正係数分布 \bar{C}_R^f の 2 通りを求める (それぞれの係数の計算の過程とそれによる変形パターンを図-7(b)~(e)に示す)。ALE 解析のメッシュ変形は各節点の変位量を次式で与えるのである。

$$v_i = \bar{C}_L^f v_L + \bar{C}_R^f v_R \dots \dots \dots (7)$$

この方法によれば、物体の数や配置によらず領域内の節点の動かし方を自動的に決めることができる。

図-7(f)と(g)は、 $v_L=1, v_R=-1$ の変位の時のメッシュの状態で、(f)は重みづけをする前の図-7(b)と(d)を組み合わせた結果、(g)は修正後の図-7(c)と(e)を組み合わせた結果である。また(h)と(i)は $v_L=v_R=1$ の場合である。比例係数を修正した結果、角柱近くの要素の歪みが緩和された変形パターンが得られている。

(2) 回転変位する剛体まわりのメッシュへの適用

a) 1 剛体の例

剛体が回転変位する場合については、まず次のような取扱いを考えた。すなわち、図-8(a)に示すように、回転する剛体表面の節点変位を x 方向成分と y 方向成分に分けると、変位成分の分布は 2 つの方向で異なっている。そこで、 x 方向成分に関する図-8(b)のような境界条件と y 方向成分に関する図-8(c)のような境界条件の 2 種類の問題を解いて、比例係数の分布を 2 組求めた。これらを組み合わせて得られるメッシュ変形パターンを

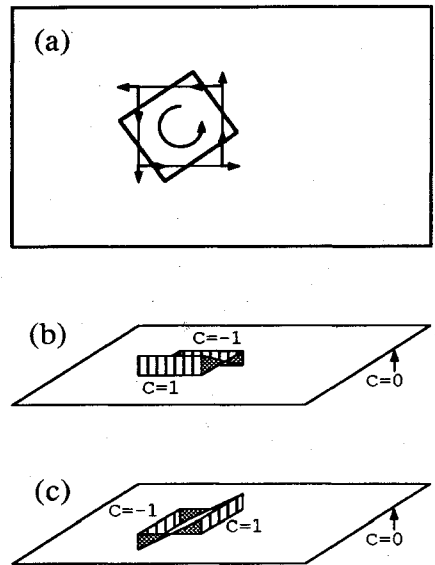


図-8 (a)回転変位する剛体の問題; (b)x方向変位に関する境界条件; (c)y方向変位に関する境界条件

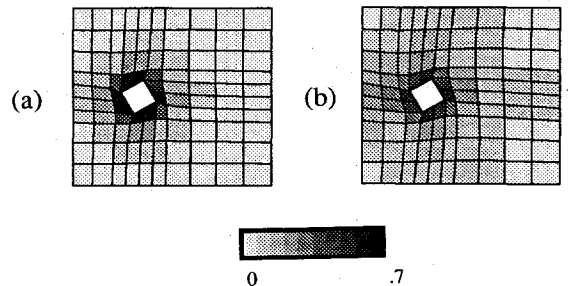


図-9 図-8の境界条件による解を組み合わせ得られるメッシュ変形パターンと要素の歪み; (a)重み操作前; (b)重み操作後

図-9(a), (b)に示す。要素の歪み $\bar{\epsilon}$ に基づいて重みを決めて得られるパターン(図-9(b))は同図(a)と比べて歪みの程度が多少改善されている。しかし、剛体の近くに歪みの大きい要素が集中しているため、このパターンではあまり大きな回転変位の解析は行えないと考えられる。

そこで方針を変えて、並進変位する場合のために求めた比例係数分布 \bar{C}_i を次のように利用することにする。すなわち、図-10に示すように、剛体が角度 θ だけ回転するとき、領域内の節点 i もともに剛体の重心まわりに θ だけ回転するものとし、そのようにして変位すべき量を (u_i, v_i) とする。そして、この (u_i, v_i) にその節点の比例係数 \bar{C}_i を乗じた変位 $(\bar{C}_i u_i, \bar{C}_i v_i)$ を実際の節点変位とするのである。この方法でも、固定境界上の節点は固定されたままとなり、境界条件を満足するメッシュ変形パターンが得られる。

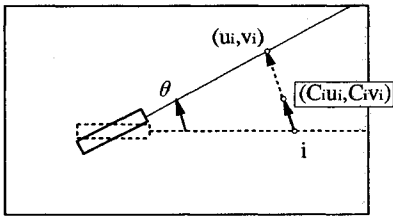


図-10 並進変位の問題で用いた比例係数を回転変位の問題に利用する方法

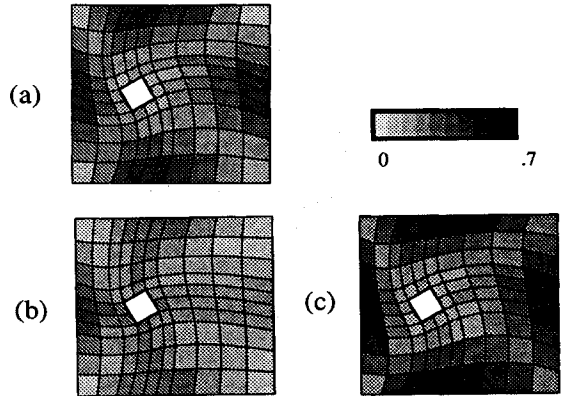


図-11 図-10の方法によるメッシュ変形パターンと要素の歪み; (a)線形関数による比例係数分布(図-6(d))を用いた場合; (b)重み操作前; (c)重み操作後

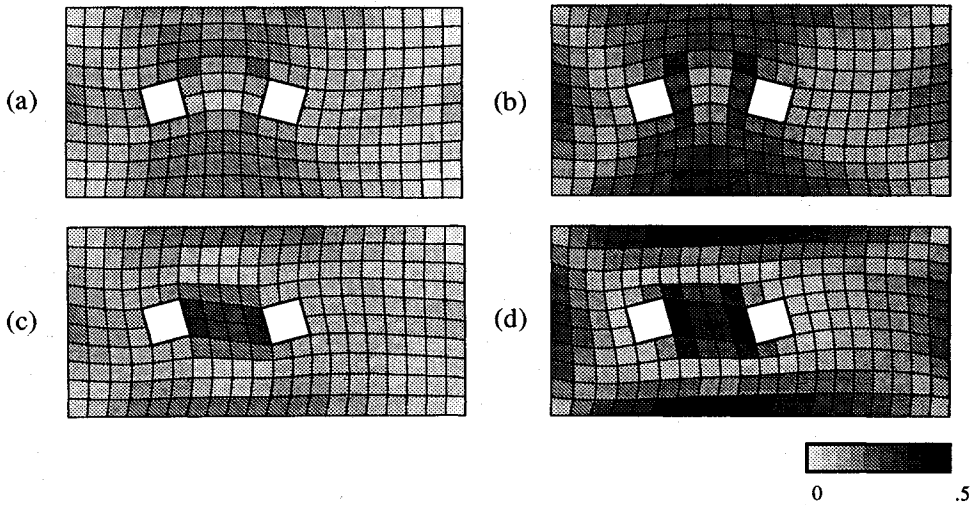


図-12 回転変位する2剛体まわりのメッシュ変形パターンと要素の歪み; (a) $\theta_L=15^\circ, \theta_R=-15^\circ$ (重み操作前); (b) $\theta_L=15^\circ, \theta_R=-15^\circ$ (重み操作後); (c) $\theta_L=15^\circ, \theta_R=15^\circ$ (重み操作前); (d) $\theta_L=15^\circ, \theta_R=15^\circ$ (重み操作後)

このようにして得られるメッシュ変形パターンを図-11(b), (c)に示す。また図-11(a)には、図-3(b)の方法で作成したパターンを示す。いずれも図-9のパターンと異なり、剛体近傍の歪みが小さく、固定境界付近の歪みが大きくなっている。流れの解析では物体周りの分割をより細かくするのが普通であるから、図-9のパターンより図-11のパターンの方が好ましいといえる。

図-11(a)~(c)の3つを相互に比較すると、(b)の重みづけをしなくて求めたもとの比例係数 C_i によるパターンが最も歪みの少ないものとなっている。したがって回転変位の場合については修正後の比例係数 \bar{C}_i ではなく修正前の C_i を用いた方がよいように思われるが、この点をさらに検討するために、次に2剛体の問題を取り扱い扱った。

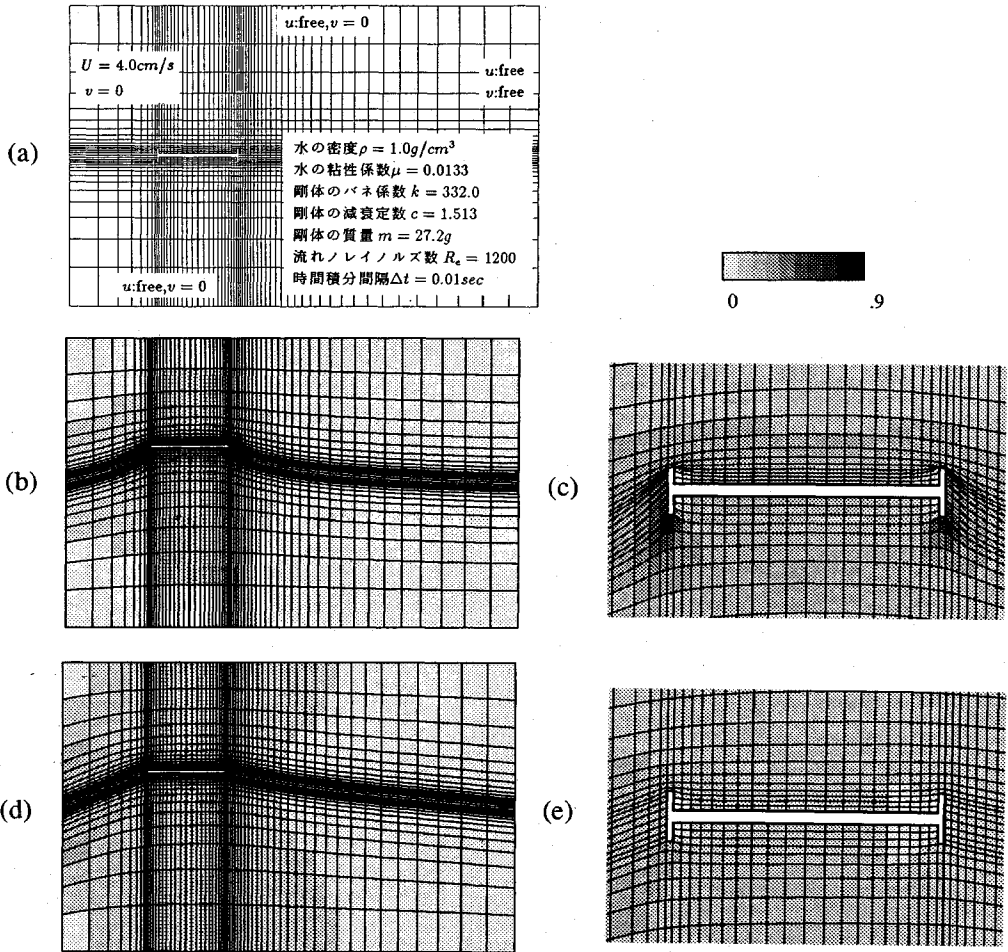
b) 2剛体の例

4. (1)の(c)で取り扱い扱った2剛体のメッシュと比例係数分布を用いて、2つの角柱のそれぞれに回転変位を与えたときのメッシュ変形パターンを図-12(a)~(d)に示す。図から明らかなように、2つの角柱を反対方向に回転させた場合も、同方向に回転させた場合も、重みによる修正後の比例係数 \bar{C}_i ではなく修正前の C_i による変形パターンの方が歪みが小さく、かつ差が少ない。

以上により、回転変位の場合には修正前の比例係数 C_i を用いた方がよいと考えられる。修正後の \bar{C}_i を求めるためには必ず C_i を求める必要があるので比例係数分布を2種類併用することで特別不都合なことは生じない。

5. 提案するメッシュ変形パターン生成法に基づくALE流れ解析例

前章では、模式的な有限要素メッシュにより、提案す

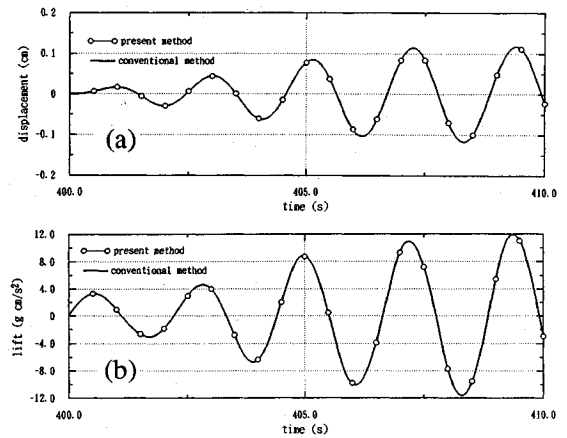


図一13 H型断面柱の渦励振解析: (a)変形前のメッシュと諸定数; (b)重み操作前のメッシュ変形パターンと要素の歪み; (c)同拡大図; (d)重み操作後のメッシュ変形パターンと要素の歪み; (e)同拡大図

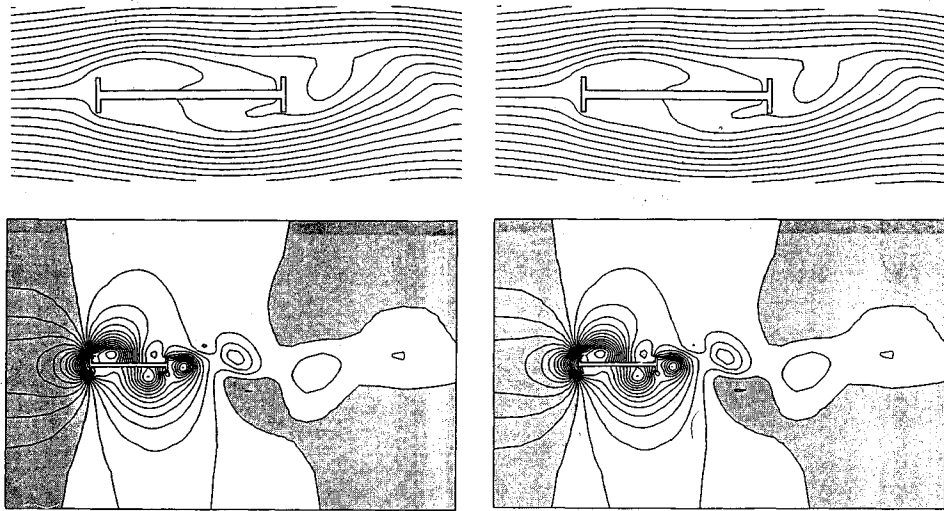
るメッシュ変形パターン生成法の基本的な特性を検討した。本章では、この方法を実際の ALE 流れ解析に適用して既往の解析結果と比較する。

解析した問題は、 y 方向にバネ支持された H 型断面柱の渦励振問題である。変形していない状態の有限要素メッシュ、境界条件、諸定数を図一13(a)に示す。また図一13(b)~(e)に、これまでと同様に提案する方法によって得られる2種類のメッシュ変形パターンとその拡大図を示す。ここで H 型断面柱の変位は断面高さの2.5倍までとっているが、重みによる修正前のメッシュが明らかに計算不可能な状態になっているのに対して、修正後のメッシュには深刻な歪みが認められない。

この図一13(d)のメッシュパターンを用いて行った渦励振解析結果を既往のメッシュパターンによる結果と比較する。ここで既往のメッシュとは、H 型断面に外接する長方形領域を考え、その内側のメッシュは変形させず、外側のメッシュには図一3で説明した方法で求めた



図一14 (a)H型断面柱の鉛直変位の時刻歴の比較; (b)H型断面柱に作用する揚力の時刻歴の比較



図—15 流線および圧力分布の比較; (左) 既往の線形関数(図—3(b))に基づくメッシュ変形パターンによる; (右) 提案するメッシュ変形パターン生成法による(上: 流線, 下: 圧力)

比例係数分布を与えたものである。以前にこのメッシュによって強制振動の解析を行ったが、その際に中村らの可視化実験¹⁰⁾と比較して良好な結果が得られていることはすでに報告している⁶⁾。

比較した結果を図—14, 15に示すが、変位と揚力の時刻歴、および流れ場ともよく一致しており、提案する方法によるメッシュ変形パターンが実際の流れ解析にも使えることが示されている。

6. おわりに

以上、ALE 有限要素法による流体・構造相関問題の解析に必要なメッシュ変形パターンを生成する汎用的な一手法について示してきた。提案する手法について、結論として以下のことがいえる。

- 1) 本方法によって得られるメッシュ変形パターンは、剛体から節点までの距離の線形関数に基づく既往のメッシュ変形パターンと同レベルの要素の歪み分布を与える。
- 2) 本方法は領域の形状や剛体の数によらず、さまざまな有限要素メッシュに自動的かつ汎用的に適用できる。
- 3) 本方法によって得られたメッシュ変形パターンを用いて流体・構造相関問題の解析を実施し、適用可能であることを確認した。

参考文献

- 1) Hirt, C.W., Amsden, A.A. and Cook, J.L.: An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds, *J. Comp. Phys.*, vol.14, pp.227-253, 1974.
- 2) Hughes, T.J.R., Liu, W.K. and Zimmermann, T.K.: Lagrangian-Eulerian finite element formulation for in-

compressible viscous flows, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, vol.29, pp.329-349, 1981.

- 3) Donea, J., Giuliani, S. and Halleux, J.P.: An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element for transient dynamic fluid-structure interactions, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, vol.33, pp.689-723, 1982.
- 4) Belytschko, T. and Flanagan, D.P.: Finite element methods with user-controlled meshes for fluid-structure interaction, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, vol.33, pp.669-688, 1982.
- 5) Huerta, A. and Liu, W.K.: Viscous flow structure interaction, *Trans. ASME, J. Pressure Vessel Technology*, vol.33, pp.15-21, 1988.
- 6) 野村卓史・飯島正義・三橋浩一: 振動する物体まわりの流れの問題の ALE 有限要素解析, 東工大土木工学科研究報告, No. 40, pp.83-95, 1989.
- 7) 野村卓史・飯島政義: ALE 法に基づく粘性流体と構造との相関問題の有限要素解析手法, 土木学会論文集, No. 416/I-13, pp.285-294, 1990.
- 8) 野村卓史: ALE 有限要素法による流れ解析の計算過程について, 第 5 回計算力学シンポジウム報文集, pp.225-230, 1991.
- 9) Nomura, T. and Hughes, T.J.R.: An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for interaction of fluid and a rigid body, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, vol.95, pp.115-138, 1992.
- 10) 野村卓史: ALE 有限要素法による流れ・構造連成解析への予測子・修正子法の適用と計算過程に関する技法, 土木学会論文集, No. 455 / I-21, pp.55-63, 1992.
- 11) Mittal, S. and Tezduyar, T.E.: Computation of unsteady incompressible flows past oscillating cylinder, *Computer Applications in Civil and Building Engineering, Proc. of 4th Int. Conf. on Computing in Civil and Building Engrg.*, pp.95-102, 1991.
- 12) Shimura, M. and Zienkiewicz, O.C.: Interaction analysis

- between structure and fluid flow using the direct Laplacian method, *Computer Applications in Civil and Building Engineering*, Proc. of 4th Int. Conf. on Computing in Civil and Building Engrg., pp.267-274, 1991.
- 13) Ramaswamy, B. and Kawahara, M.: Arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for unsteady, convective, incompressible viscous free surface flow, *Int. J. Numer. Methods for Fluids*, vol.7, pp.1053-1075, 1987.
- 14) Huerta, A. and Liu, W.K.: Viscous flow with large free surface motion, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, vol.69, pp.277-324, 1988.
- 15) Okamoto, T. and Kawahara, M.: Two-dimensional sloshing analysis by the arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method, *Proc. of JSCE*, No.441/I-18, pp.39-48, 1992.
- 16) Liu, W.K., Chang, H., Chen, J.S. and Belytschko, T.: Arbitrary Lagrangian-Eulerian Petrov-Galerkin finite elements for nonlinear continua, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, vol.68, pp.259-310, 1988.
- 17) Brackbill, J.U. and Saltzman, J.S.: Adaptive zoning for singular problems in two dimensions, *J. Comput. Phys.*, vol.46, pp.342-368, 1982.
- 18) Nakamura, Y. and M. Nakashima: Vortex excitation of prisms with elongated rectangular, H and I-cross sections, *J. Fluid Mech.*, vol.163, pp.149-169, 1986.

(1992.4.6 受付)

A METHOD TO GENERATE MESH DEFORMATION PATTERNS FOR ALE FINITE ELEMENT FLOW ANALYSIS

Takashi NOMURA and Taku NISHIMURA

A numerical method is proposed in order to generate mesh deformation patterns for ALE finite element analysis of fluid-structure interaction problems. Nodal proportional constants to give a mesh deformation pattern are obtained by solving the Laplace equation using the same finite element mesh for the fluid-structure interaction analysis. From this initial set of the proportional constants, distortion is evaluated element by element. The Laplace equation is solved again using the element distortion as the weight for each element. Numerical examples show that the proposed method generates mesh deformation patterns with less element distortion for arbitrary finite element meshes.