

投稿論文(和文)
PAPERS

ひし形剛体介在物の界面はく離進展特性の破壊力学的研究

上田 稔*・長谷部宣男**・児島清隆***・
中村卓次****

ひし形剛体介在物を対象に、はく離発生前、さらにはく離が隅角部に対称あるいは非対称に2ヶ所、また片側に1ヶ所ある状態を平面弾性混合境界値問題として解析する。一軸荷重や荷重比を変えた二軸荷重のもとで隅角部角度やはく離の大きさ、ならびにポアソン比を変え、破壊力学的特異性値である隅角部の応力の強さやはく離先端の応力の強さを求めて、はく離発生の可能性やはく離進展特性について考察する。

Keywords : fracture mechanics, debonding, stress intensity of debonding, rhombic rigid inclusion, uniaxial load, biaxial load, mixed boundary-value problem, plane elastic problem

1. ま え が き

コンクリートの粗骨材とモルタルのはく離、高強度鋼の硬い介在物まわりのはく離、繊維強化複合材料の繊維端のはく離など、材料の強度において母材と介在物の界面はく離及び介在物を起点とするクラック発生の問題は重要であり、その破壊メカニズムの解明が材料の強度変形特性の把握をより明確にするものと期待される。とくに介在物の界面はく離進展特性の問題は、介在物を起点とするクラック発生やその進展特性に関わり、はく離発生後の材料の内部破壊に大きく影響する。

本研究は、ひし形剛体介在物を対象に、はく離発生前の隅角部の応力の強さを求め、はく離発生の可能性や、隅角部に対称あるいは非対称に2ヶ所、また、片側に1ヶ所のはく離がある状態の応力解析を行い、隅角部角度やはく離の大きさを変えて、破壊力学における応力特異性値であるはく離先端のはく離の応力の強さを系統的に求め、はく離進展特性の解析的研究を行う。隅角部の応力の強さ、はく離の応力の強さはそれぞれ隅角部先端及びはく離先端近傍の応力場の応力特異性の大きさを示す値で、クラックの場合の応力拡大係数に相当する。

介在物を剛体とすることは、介在物が母材より十分硬い場合のよい近似を与える。また介在物と母材の接着性が弱い場合、母材と介在物の連成挙動が小さい低荷重段階ではく離進展が生じるため、介在物を剛とみなしても比較的よい近似を与えると考えられる。一般に介在物にはく離が生じるのは、介在物が母材より硬い場合である

が、一般の弾性介在物の場合の応力状態は、介在物を剛体とした場合、介在物と母材が同一材料の場合、及び介在物が孔になった場合のいずれかの中間に存在すると考えられる。したがって介在物を剛体とした一つの極限の応力状態を解析することにより、一般の弾性介在物の場合の応力状態を推察することも可能となる。

実際の介在物には角を持つ形状のものも多く存在し、その隅角点近傍における引張応力の集中により、優先的に角のある界面からはく離が発生する例が多いと考えられる。既に介在物を円形あるいは楕円形として、界面に1ヶ所または2ヶ所のはく離がある場合の応力解析は幾つかなされている[文献4)、5)の参考文献参照]。しかし円形及び楕円形の介在物の場合、はく離の進展とともに、はく離の進展方向(界面の方向)と作用荷重の方向のなす角が少しずつ変化するが、ひし形介在物の場合、はく離の進展方向が作用荷重の方向に対し一定である。したがって界面のはく離の進展が円形や楕円形の介在物と異なる事が予想され、隅角部を有する介在物のはく離の進展特性に関する研究は極めて重要である。その研究としては、1ヶ所のはく離を有する長方形剛体介在物¹⁾、多角形剛体介在物²⁾の応力解析などが見受けられる程度でその数は多くない。これは円形や楕円形と異なり、応力特異点となる隅角部をもつ形状の応力解析が難しくなるためであろう。しかし著者らの方法によれば、介在物は剛体とするものの、比較的任意形状の介在物に1ヶ所^{3),4)}、2ヶ所⁵⁾のはく離のある状態の応力解析と、破壊力学における応力特異性値であるはく離先端の応力の強さの解析が可能である。

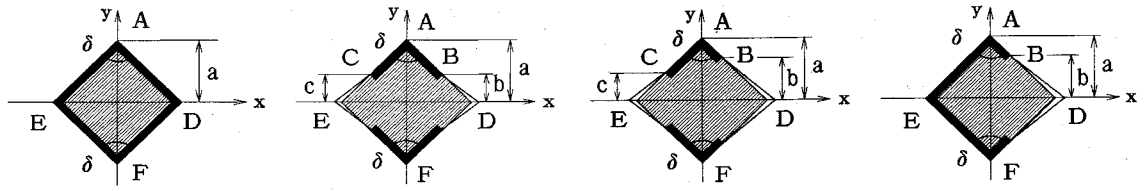
荷重条件として一軸荷重(引張、圧縮)と荷重比を変えた二軸荷重の場合を解析する。介在物が母材より硬い場合、引張荷重の場合は介在物の概ね荷重の方向に面する位置に、圧縮荷重の場合は概ね荷重の方向と直交する方向に面する位置に引張応力が生じる。圧縮荷重により

* 正会員 工修 中部電力(株) 電力技術研究所
(〒459 名古屋市緑区大高町字北関山 20-1)

** 正会員 工博 名古屋工業大学教授 工学部 社会開発工
学科

*** 正会員 工修 石川島播磨重工業(株)

**** 正会員 工修 名古屋工業大学助教授 工学部 社会開発
工学科



(a) はく離のないひし形剛体介在物 (b) 2ヶ所対称はく離 (c) 2ヶ所非対称はく離 (d) 1ヶ所片側はく離

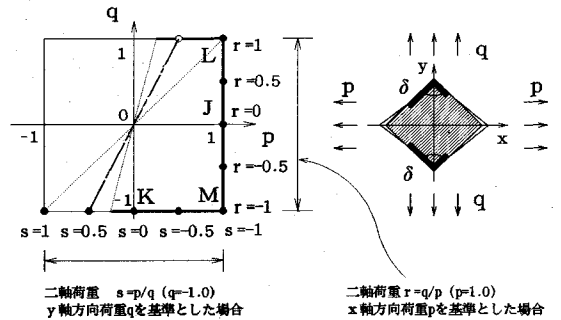
図—1 解析モデル

生じる引張応力は、引張荷重によるものより小さくなるが、隅角部を有する介在物の場合、隅角部近傍の応力集中により比較的大きな引張応力が生じ、隅角部にはく離が発生しやすい。コンクリートにおいては圧縮荷重が主要な荷重である。また割裂試験の供試体、アーチダムコンクリートなどにおいては、一次主応力が圧縮、二次主応力が引張である二軸応力状態が問題となる。これらのことから本研究では、圧縮荷重並びに圧縮荷重と引張荷重の二軸荷重が作用し、圧縮荷重の方向と直交する位置の隅角部からはく離が発生、進展した状態の解析も行う。このような圧縮荷重が作用する場合の解析は2ヶ所の対称なはく離を有する円形及び楕円形剛体介在物の解析が見当たる程度^{6),7)}、あまり見受けられない。また、二軸荷重におけるはく離進展特性に関しては、等二軸引張荷重が作用する場合の、2ヶ所のはく離を有する円形弾性介在物⁸⁾、楕円形剛体介在物⁹⁾、と1ヶ所のはく離を有する多角形剛体介在物²⁾の解析がなされているが、二軸荷重の場合、一軸荷重に比べて実験的研究がむずかしく、解析的研究を行いはく離進展特性を知ることは極めて重要なことと考えられる。

2. 解析モデルと解法

図—1に示すとおり、ひし形剛体介在物の隅角部先端[図—1(a) D, E点]付近の引張応力の集中により、隅角部に発生したはく離を扱う[図—1(b), (c), (d)]。ひし形介在物は x 軸、 y 軸に関し対称形、はく離は x 軸に対称である。

以下各解析モデルごとに解析条件を記す。図—2には、横軸に x 軸方向一様荷重 p を、縦軸に y 軸方向一様荷重 q をとり、引張荷重を正、圧縮荷重を負で表し、 $p = \pm 1, q = \pm 1$ の線を示す。この線上の点で全ての荷重の比が示される。すなわち $-1 \leq r = q/p, s = p/q \leq 1$ の荷重比により荷重の向きを含め $-\infty < p < \infty, -\infty < q < \infty$ の荷重が表される。図—2において原点に対称な点(例えば図—2の原点を通る一点鎖線で結ばれた白丸印と黒丸印)は荷重全体の符号のみが違うので、 $p=1, q=-1$ の線上の荷重比を考えればよい。解析する荷重条件を黒丸印で示す。荷重条件についてはこの図の記号を引用しながら説明する。



図—2 荷重条件と解析ケース

(1) ひし形剛体介在物の隅角部の応力の強さ [図—1(a)]

はく離の解析を行うまえに、はく離発生の原因となる隅角部の引張応力の集中に関して、ひし形剛体介在物の隅角部の応力の強さ(隅角部の応力の強さについては3節参照)を解析する。荷重条件は二軸荷重の場合とし、 x 軸方向と y 軸方向の荷重比を変えた場合を考える。 x 軸方向一様引張荷重($p > 0$)を基準とした場合と、 y 軸方向一様圧縮荷重($q < 0$)を基準とした場合とする。特別の場合として一軸荷重の場合も解析される。介在物の隅角部角度($\delta = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$)ごとに荷重比($-1 \leq r = q/p \leq 1, -1 \leq s = p/q \leq 1$)を変えて解析する。 κ はポアソン比 ν の関数で $\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$ (一般化された平面応力状態、 $\kappa = 3-4\nu$ (平面ひずみ状態)で、解析には $\kappa = 2$ (平面応力のとき $\nu = 1/3$, 平面ひずみのとき $\nu = 0.25$)が用いられる。

(2) 2ヶ所対称はく離 [図—1(b)]

はく離は x, y 軸に対称な同じ大きさで、基本的なケースとして、幾何学的条件、荷重条件ともに対称な場合のはく離進展特性について調べる。

- ① 荷重条件は一軸荷重の場合として、 x 軸方向一様引張(図—2のJ点、以下同様)と y 軸方向一様圧縮(K点)、等二軸荷重の場合として $x \cdot y$ 軸方向一様引張(L点)、 x 軸方向一様引張 $\cdot y$ 軸方向一様圧縮(M点)の4ケースを考える。各荷重条件ごとに、 $\kappa = 2$ で介在物の隅角部角度($\delta = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$)、はく離の大きさ($0 \leq b/a = c/a \leq 1$)

を変えて解析する。

② 二軸荷重の場合の荷重条件として、 x 軸方向と y 軸方向の荷重比を変えた場合を考える。 x 軸方向一様引張荷重 ($p > 0$) を基準とした場合と、 y 軸方向一様圧縮荷重 ($q < 0$) を基準とした場合とする。この2つの場合に対しそれぞれ、 $\kappa = 2$ で介在物の隅角部角度 ($\delta = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$) ごとに荷重比 ($r = q/p = -1, -0.5, 0, 0.5, 1$ または $s = p/q = -1, -0.5, 0, 0.5, 1$)、はく離の大きさ ($0 \leq b/a = c/a \leq 1$) を変えて解析する。

③ 介在物の隅角部角度 ($\delta = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$) に対し、 $\kappa (\kappa = 1, 5/3, 2, 3)$ を変えて解析する。一般化された荷重条件は上記①と同様、一軸荷重と等二軸荷重の場合の4ケース (図-2のJ, K, L, M点) を考える。

(3) 2ヶ所非対称はく離 [図-1(c)]

はく離は x 軸に対称、 y 軸に非対称である。

荷重条件は上記 (2) ①と同様、一軸荷重と等二軸荷重の場合の4ケース (図-2のJ, K, L, M点) である。各荷重条件に対し、 $\kappa = 2$ で隅角部角度 ($\delta = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$) ごとに、一方のはく離の大きさ ($c/a = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$) に対し、もう一方のはく離の大きさ ($0 \leq b/a \leq 1$) を変えて、2ヶ所のはく離の応力の強さを解析する。大きさの異なる2ヶ所のはく離の介在物の隅角部角度や荷重条件による進展特性について調べる。

(4) 1ヶ所片側はく離 [図-1(d)]

はく離は x 軸に対称で1ヶ所片側にのみ存在する。上記 (3) の特別な場合と考えることができる。

荷重条件、隅角部角度等は上記 (2) の①, ②, ③と同じである。応力集中の生じやすい介在物隅角部や、コンクリートの粗骨材隅角部のブリージングなど、介在物の非接着部を起点として進行するはく離のモデルと考えることもできる。

実際の介在物の形状は非対称形が一般的で、はく離の起点となる隅角部の位置、隅角部の角度、荷重の方向、母材と介在物の接着の強さの不均一などの関係から最も優先的にはく離が発生、進展を開始する位置や、はく離が進展しやすい位置が存在する。そこで上記 (3), (4) の非対称なはく離について解析することは、一般の形状の非対称な介在物のはく離進展特性を解明するためにもたいへん重要である。モデルの形状は解析を単純化するため対称形としているが、非対称なはく離の進展特性を考察する上でも有意義であると考えられる。

解法として写像関数 $\omega(\zeta)$ と複素応力関数 $\phi(\zeta)$, $\psi(\zeta)$ を用いる^{3), 5)}。境界条件は母材と介在物が接着している境界を変位の無い剛境界、はく離の境界を応力自由境界として解析する。(1) の隅角部の応力の強さは変位

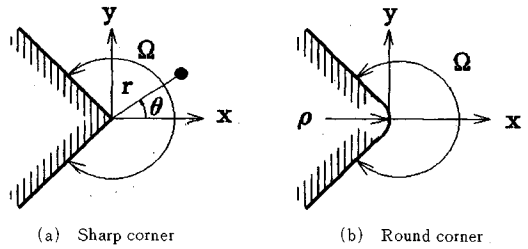


図-3 隅角部先端の座標系

境界値問題として、(2) の2ヶ所対称はく離および(3) の2ヶ所非対称はく離の場合は、剛境界と応力自由境界がそれぞれ2ヶ所ずつ存在する混合境界値問題として、(4) の1ヶ所片側はく離の場合は、剛境界と応力自由境界が1ヶ所ずつ存在する混合境界値問題として解析される。ひし形孔を有する無限領域を単位円外に写像する分数式の和の形の写像関数⁵⁾を用いる。この写像関数を用いて境界条件、荷重条件を満足する複素応力関数 $\phi(\zeta)$, $\psi(\zeta)$ を閉じた形で求めることができる。写像関数の表わす形状に対して厳密解である。この複素応力関数により隅角部の応力の強さやはく離の応力の強さを求めることができる。紙面の都合上写像関数の作り方¹⁰⁾、解法^{3), 5)}については文献に譲る。

3. 隅角部の応力の強さ

(1) 隅角部の応力の強さの定義

図-3(a) に示す、鋭角な隅角部先端に原点をとり、原点からの距離を r とした場合、剛な隅角部先端近傍対称軸上の、法線方向応力 σ_r は次式で表わされる^{10), 12)}。

$$\sigma_r = f_1 r^{m_1} + f_2 r^{m_2} + f_3 r^{m_3} + \dots \dots \dots (1)$$

上式の右辺第1項の、べき乗の指数 m_1 は隅角部角度 Ω が $360^\circ \sim 180^\circ$ の場合に対して負の値となる。第1項の係数 f_1 値は特異性の大きさを表す値と考えることができる。 f_1 値は法線方向応力 σ_r により隅角点にはく離を発生させようとする応力の大きさに対応し、 f_1 値を隅角部の応力の強さと定義する。 f_1 値は次式により求めることができる^{10), 12)}。

$$f_1 = C_r \sigma_{\max} / \rho^{m_1} \dots \dots \dots (2)$$

ここに σ_{\max} は図-3(b) に示すような小さな丸みのある隅角部頂点の応力 (本解析に用いる有理写像関数が表す隅角部の形状は小さな丸みを有する)、 ρ はその丸みの曲率半径、 C_r は隅角部の角度とポアソン比によって定まる定数^{10), 12)} である。 ρ と σ_{\max} の値は使用する写像関数と応力解析から得られる。

(2) 解析結果と考察

はく離が生じていないひし形剛体介在物に対して、上記、隅角部先端 [図-1(a) D点] の f_1 値を求めた結果を図-4 に示す。CASE-I : x 軸方向一様引張荷重 ($p > 0$)

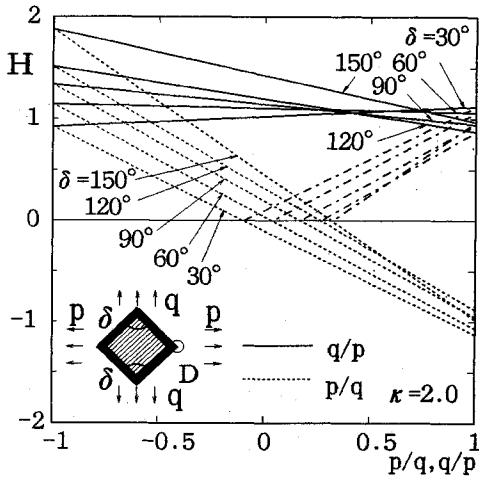


図-4 D点の隅角部の応力の強さ ($\kappa=2$)

を基準とした場合 (横軸 q/p) と, CASE-II: y 軸方向一様圧縮荷重 ($q < 0$) を基準とした場合 (横軸 p/q) をそれぞれ実線と点線で隅角部角度 δ ごとに示す. 横軸が二軸荷重の荷重比 ($q/p, p/q$), 縦軸が次式で表される f_r 値を無次元化した H 値である.

$$H = f_r / (p a^{-m_1}) \quad (\text{CASE-I})$$

$$H = f_r / (|q| a^{-m_2}) \quad (\text{CASE-II})$$

a は介在物の大きさを示す値 (図-1 参照) である.

CASE-I, II いずれの場合も, 概ね隅角部角度 δ が大きい程 [即ち H 値を求めている隅角点 (図-1 の D 点) の隅角部角度 (図-1 の $\angle ADF$) が小さい程], 大きくなっている. これは $\angle ADF$ が小さい程, 応力の集中が大きいためである^{10), 12)}. しかし一部分, この隅角部角度 δ の大きさに対する H 値の大きさの大小が, 上記と異なる部分がある. これは二軸荷重のうち基準とした荷重は ($p > 0, q < 0$) は, いずれも隅角点 (図-1 の D 点) に引張応力をもたらす方向であるが, これに対してもう一方の荷重は隅角点に圧縮応力をもたらす方向で, その大きさが大きい場合であり, この場合単位の大さの荷重に対して, x 軸方向荷重と y 軸方向荷重による H 値の大きさが隅角部角度 (図-1 の $\angle ADF$) により異なるためである.

CASE-I の方が CASE-II の場合に比べ H 値のとなる範囲が小さくなっているが, これは x 軸方向荷重の方が y 軸方向荷重に比べ H 値に及ぼす影響が大きいためである. その程度は $q/p = p/q = 0$ の位置での CASE-I と II の H 値の値を比較すればわかるが, その比は 3 倍以上であり, 対象としている隅角点 (D 点) の隅角部角度が小さい程この比は小さくなっている. 言い換えれば, 対象としている隅角点 (D 点) の角度が鋭角であれば, 圧縮荷重によっても引張荷重の場合の 1/3 程

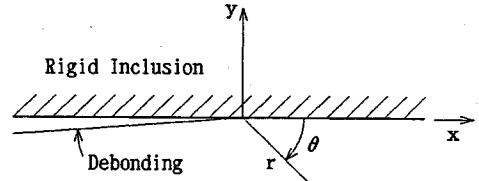


図-5 はく離先端の座標系

度の比較的大きな引張応力が生じる.

CASE-II の場合, x 軸方向の荷重が圧縮が大きくなると, 隅角点 (D 点) の応力は圧縮となる. この圧縮となる荷重比 p/q は, 隅角点 (D 点) の角度が小さい程, x 軸方向圧縮荷重が大きくなるまで引張応力が生じる. これも上記と同様, 圧縮荷重による引張応力の集中が, 隅角部角度が小さい程大きいためである. 隅角点 (D 点) の引張応力によるはく離発生という点からは, この H 値が負となる p/q の荷重比に対しては, 荷重方向を逆にし, x 軸方向荷重が引張で y 軸方向荷重が圧縮である場合, H 値が正となる. この時の H 値は図-4 において, 点線を $H=0$ に対して対称に折り返した線 (一点鎖線で表示) となる.

解析対象ケースの荷重条件を示す図-2 に, 隅角点 (D 点) の応力が引張応力となる場合の二軸荷重の範囲を太い実線で, すなわち隅角点 (D 点) にはく離を生じさせる可能性のある二軸荷重の比を示す.

4. はく離の応力の強さ

(1) はく離の応力の強さの定義

図-5 に示すように, はく離先端に原点をとり, はく離の進展方向を x 軸, これに直交する方向を y 軸とした場合, はく離先端の界面上の応力は次式で表され, クラック先端近傍の応力場と同じく, はく離先端からの距離に対して -0.5 乗の特異性をもつ^{11), 3)}.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= \frac{1+\kappa}{r^{0.5}} |\beta_0| \cos\{\theta_0 + \lambda \cdot \ln(r)\} \\ \tau_{xy} &= -\frac{1+\kappa}{r^{0.5}} |\beta_0| \sin\{\theta_0 + \lambda \cdot \ln(r)\} \\ \sigma_x &= \frac{3-\kappa}{r^{0.5}} |\beta_0| \cos\{\theta_0 + \lambda \cdot \ln(r)\} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

ここに, $\lambda = \ln \kappa / (2\pi)$, κ はポアソン比 ν の関数 (前記), $\theta_0 = \arg(\beta_0)$ である. 上式においてクラックの応力拡大係数と区別して, ここでははく離先端の特異性の大きさを示す値 $|\beta_0|$ をはく離の応力の強さと定義する. $|\beta_0|$ は複素応力関数の一階微分を用いて求められる^{3), 5)}.

本解析の場合, 次式で無次元化した値を用いる. x 軸方向一様引張荷重 ($p > 0$) を基準とする場合は,

$$G_B, G_C = |\beta_0| / (p\sqrt{a})$$

同様に y 軸方向一様圧縮荷重 ($q < 0$) を基準とする場合

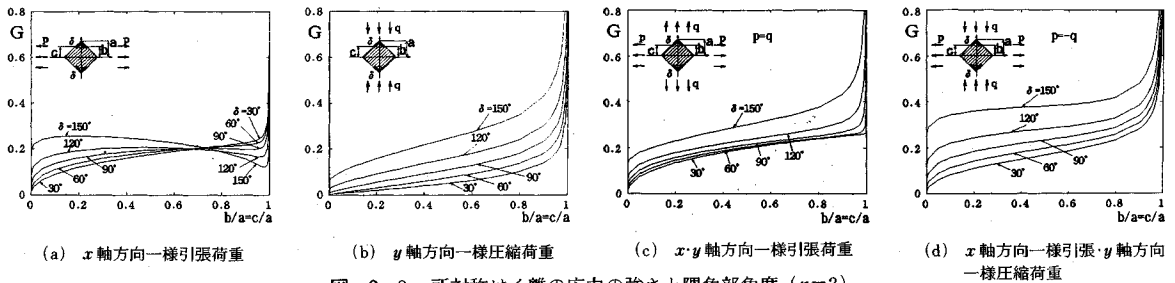


図-6 2ヶ所対称はく離の応力の強さと隅角部角度 ($\kappa=2$)

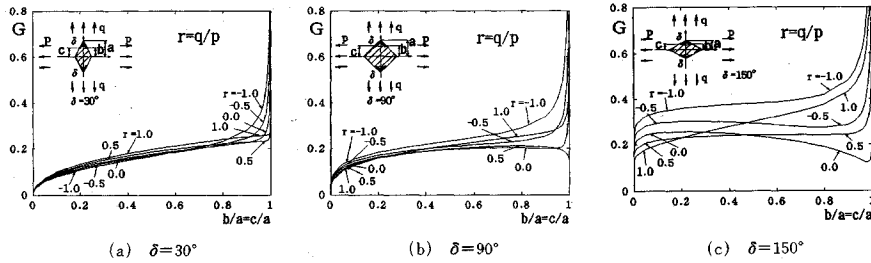


図-7 2ヶ所対称はく離の応力の強さと二軸荷重の荷重比 ($\kappa=2$, x 軸方向一様引張荷重を基準とした場合)

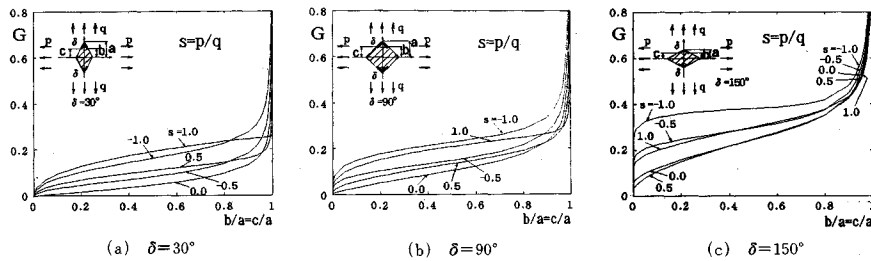


図-8 2ヶ所対称はく離の応力の強さと二軸荷重の荷重比 ($\kappa=2$, y 軸方向一様圧縮荷重を基準とした場合)

は,

$$G_B, G_C = |\beta_0| / (|q|\sqrt{a})$$

ここに G_B ははく離の大きさが b で表される右側のはく離, G_C ははく離の大きさが c で表される左側のはく離の応力の強さである (それぞれ図-1 の B 点と C 点). 対称はく離の場合は $G_B = G_C = G$ である.

(2) 2ヶ所対称はく離 [図-1(b)]

G 値とはく離の大きさ b/a の関係をいくつかの隅角部角度 δ , $\kappa=2$ に対して荷重条件として x 軸方向一様引張と y 軸方向一様圧縮の場合を図-6(a), (b) に, 等二軸荷重の $x \cdot y$ 軸方向一様引張と x 軸方向一様引張・ y 軸方向一様圧縮の場合を図-6(c), (d) に示す. なおはく離の応力の強さは式 (3) に示すとおり絶対値で定義され, また θ_0 を含む三角関数を含むので, 二軸荷重の場合の値を一軸荷重の場合の値の重ね合せで求めることはできない. x 軸方向一様引張の場合, G 値は $\delta=120^\circ, 150^\circ$ の場合には極値を有し, 荷重増加がない場合, あるはく離の大きさではく離の進展が止まる可能性があるが, その他の場合は隅角部角度 δ にかかわらず G 値は

単調増加し, 一旦はく離が発生すると介在物の全周にわたってはく離が進展することがわかる.

G 値と二軸荷重における荷重比の関係を $\kappa=2$ で隅角部角度 $\delta=30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ に対して図-7, 8 のそれぞれ (a)~(c) に示す. $\delta=90^\circ$ で $q/p=0, 0.5$ の場合 [図-7(b)] と $\delta=150^\circ$ で $q/p=0, 0.5, -0.5$ の場合 [図-7(c)] を除いて, 隅角部角度 δ や荷重比にかかわらず G 値は単調増加であり, 一旦はく離が発生すると介在物の全周にわたってはく離が進展する. 図-7 においては q/p による G 値のばらつきは, δ が小さい程小さく, 特に $\delta=30^\circ$ の場合 G 値のばらつきは小さい [図-7(a)]. 一方図-8 においては p/q による G 値のばらつきは比較的大きい. これは x 軸方向一様引張荷重が y 軸方向一様荷重に比べ G 値に及ぼす影響が大きく, しかも δ が小さい程その影響が大きいためである. 上記のとおり 2ヶ所対称はく離の場合, δ が大きくかつ荷重が x 軸方向一様引張荷重 ($r=0.0$) か, 二軸荷重の場合は y 軸方向荷重が x 軸方向荷重の $1/2$ ($r=0.5$) 程度以下である場合を除いて, G 値は隅角部角度, 荷重比にかかわらず単調

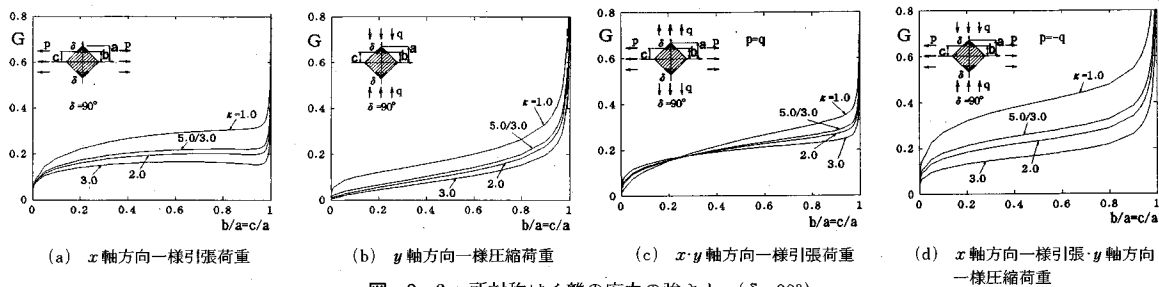


図-9 2ヶ所対称はく離の応力の強さと $\kappa(\delta=90^\circ)$

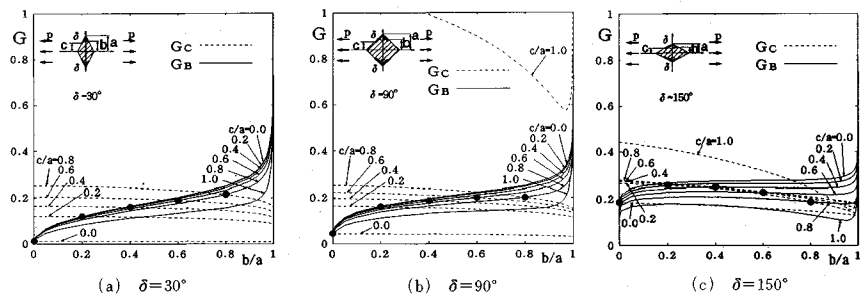


図-10 2ヶ所非対称はく離の応力の強さ ($\kappa=2$, x 軸方向一様引張荷重)

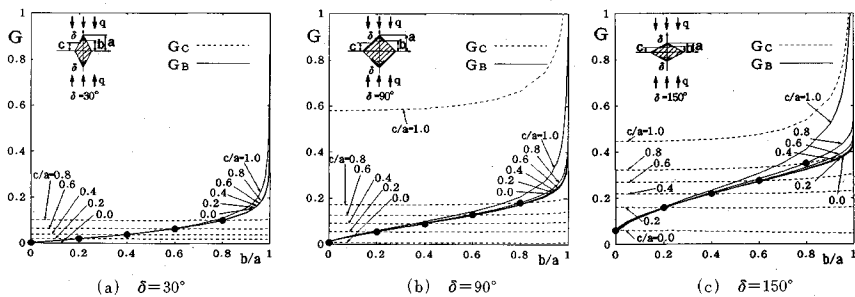


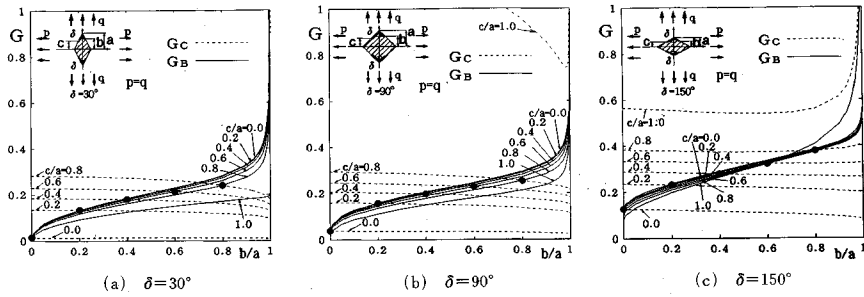
図-11 2ヶ所非対称はく離の応力の強さ ($\kappa=2$, y 軸方向一様圧縮荷重)

増加する。これに対し文献(8), 9)によれば, 介在物が円形弾性体や楕円形剛体の場合(荷重条件は等二軸一様引張と x 軸方向一様引張), はく離先端の応力特異性値は, はく離の大きさに対し極値をもつ。これは, はく離が進展し応力特異性値が大きくなることと, 荷重方向に対しはく離の進展方向が変化することの影響により極値をもつと考えられる。

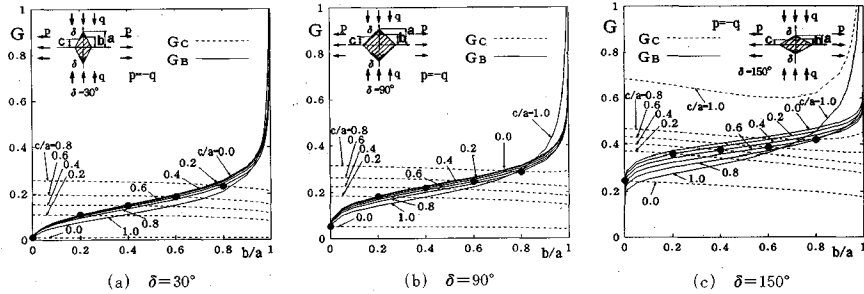
図-9に, G 値の κ による違いを隅角部角度 $\delta=90^\circ$, 荷重条件が一軸荷重の場合[図-9(a), (b)]と等二軸荷重の場合[図-9(c), (d)]に対して示す。紙面の都合上 $\delta=90^\circ$ の場合のみ示したが, $\delta=30^\circ$ と 150° に対しても解析を行っている。等二軸引張荷重ではく離が小さい場合を除いて, 隅角部角度 δ にかかわらず κ が小さい程(ポアソン比が大きい程) G 値は大きい。また x 軸方向一様引張・ y 軸方向一様圧縮荷重の場合, 最も κ の影響を受けやすい。

(3) 2ヶ所非対称はく離[図-1(c)]

G_B, G_C 値とはく離の大きさの関係を, 片側のはく離の大きさ $b/a(0 \leq b/a \leq 1)$ を横軸にとり, もう一つのはく離の大きさ $c/a(0 \leq c/a \leq 1)$ ごとに, $\delta = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ で $\kappa=2$, 荷重条件として x 軸方向一様引張と y 軸方向一様圧縮の場合をそれぞれ図-10, 11に, 等二軸荷重の場合として x ・ y 軸方向一様引張と x 軸方向一様引張・ y 軸方向一様圧縮の場合を図-12, 13に示す。 $c/a=0$ は片側にはく離がある場合である。なお図-10~13において, $\delta=30^\circ$ と図-13(b)の $\delta=90^\circ$ の場合の $c/a=1.0$ の G_C 値は, 図の範囲外のところに値がある。図中の黒丸印は, 両側のはく離の大きさが同じ場合 ($b/a=c/a$) 即ち, 同じ c/a の場合の G_B 値と G_C 値の線の交点で表わされる。この c/a が同じ線の任意の交点の位置から, 片側のはく離の大きさ b/a が大きくなったときの G_B 値と G_C 値の変化をみると, G_B 値は荷重条件, 隅角部角度 δ にかかわらず, x 軸方向一様引張荷重で δ



図—12 2ヶ所非対称はく離の応力の強さ ($\kappa=2$, $x \cdot y$ 軸方向一様引張荷重)



図—13 2ヶ所非対称はく離の応力の強さ ($\kappa=2$, x 軸方向一様引張・ y 軸方向一様圧縮荷重)

=150°, $c/a=0.6 \sim 1.0$ の場合、即ち隅角部角度 δ が大きく片側のはく離の大きさが大きい場合を除いて単調増加であり、かつ荷重条件、隅角部角度 δ にかかわらず G_c 値より大きい。 G_c 値は x 軸方向一様引張の場合は、 $c/a=1.0$ の場合を除いて隅角部角度 δ と c/a にかかわらず b/a に対して単調減少である。等二軸荷重の場合は、 $c/a=1.0$ 及び $\delta=150^\circ$ で $c/a=0.8 \sim 1.0$ の場合を除いて、隅角部角度 δ と c/a にかかわらず単調減少である。 y 軸方向一様圧縮荷重の場合の G_c 値は、 c/a が極めて小さい場合 ($c/a=0$) を除いて極めてゆるやかな単調増加である。以上より、一方のはく離が進展しても、進展しない方のはく離の G_c 値はあまり影響を受けない。上記のことから荷重条件にかかわらず、非対称に存在するはく離は、大きい方のはく離が進展し、小さい方のはく離はそのまま停止していることがわかる。なお文献 8), 9) によれば、介在物が円形弾性体や楕円形剛体の場合 (荷重条件は等二軸一様引張と x 軸方向一様引張) に対しても一方のはく離が大きくなると、もう一方のはく離先端の応力特異性値は単調減少することが示されており、一方のはく離が進展し始めると、優先的にそのはく離はある範囲まで進展すると思われる。

上述のとおり圧縮荷重のときは (図—11) 片側全体にわたってはく離が進展した結果、ほんのわずかだが進展しなかった方のはく離の応力の強さ (G_c 値) も大きくなり、はく離が進展しやすくなるのに対し、引張荷重 (図—10), 等二軸荷重 (図—12, 13) の場合は、片側全体にわたりはく離が進展した結果、進展しなかった方は

はく離の応力の強さ (G_c 値) は小さくなり、荷重増加がない限りはく離が進展しない。しかし片側全体にわたってはく離が進展した後、即ち図—10~13において、 $c/a=1.0$ の場合 (片側のはく離している) もう一方のはく離の G_B 値に注目するとこの値は単調増加であるため、小さい方のはく離も一旦進展し始めると片側全体にわたって進展することがわかる。

G_B 値について荷重条件の違いによる比較を行う。進展するはく離の G_B 値にもう一つのはく離の大きさ c/a が及ぼす影響は、圧縮荷重の場合 (図—11) は c/a が大きい程 G_B 値は大きい、 $c/a=0.8$ 程度まではほとんど G_B 値に影響を及ぼさず、 c/a が小さい程、隅角部角度 δ が小さい程影響を受けない。 δ が小さい程影響を受けないのは、荷重の方向とはく離の進展方向とのなす角が小さくなるためと考えられる。一方、引張荷重、等二軸荷重 ($c/a=1.0$ を除く) の場合 (図—11, 12, 13) は c/a が小さい程 G_B 値は大きい。圧縮荷重の場合と引張荷重の場合を比較すると、圧縮荷重の場合にはく離が進展するにつれて G 値が徐々に大きくなるのに対し、引張荷重の場合は比較的小さいはく離で G_B 値が大きくなっている。その上引張荷重の場合の方がもう一方のはく離がかなり大きな場合を除いて、はく離の大きさ b/a にかかわらず G_B 値は圧縮荷重の場合より大きい。このことから引張荷重の場合、圧縮荷重の場合に比べて初期欠陥としての母材と介在物の界面の非接着部が比較的小さくても、界面のはく離進展ひいては材料の強度に及ぼす影響が大きいと考えられる。

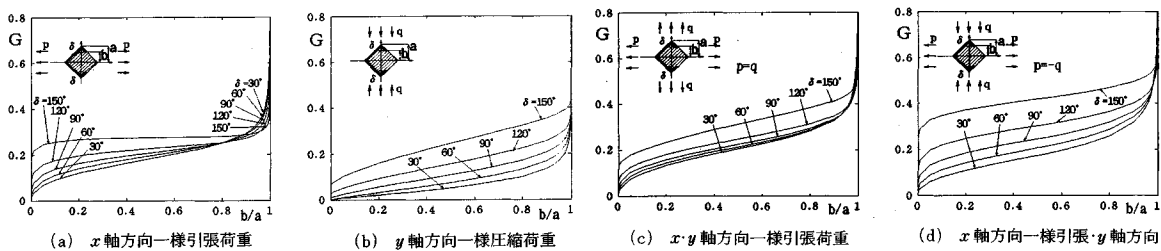


図-14 1ヶ所片側はく離の応力の強さと隅角部角度 ($\kappa=2$)

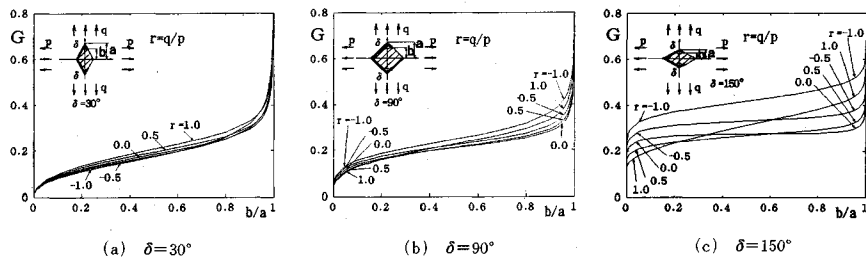


図-15 1ヶ所片側はく離の応力の強さと二軸荷重の荷重比 ($\kappa=2$, x 軸方向一様引張荷重を基準とした場合)

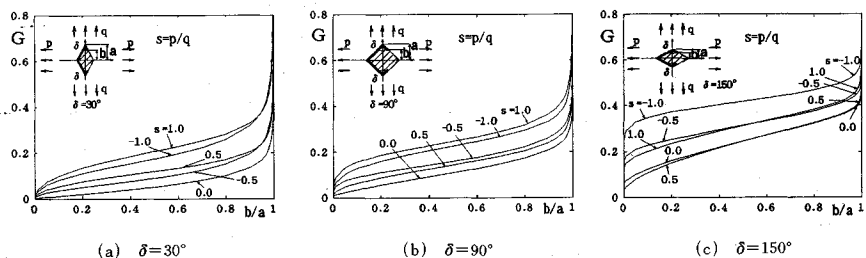


図-16 1ヶ所片側はく離の応力の強さと二軸荷重の荷重比 ($\kappa=2$, y 軸方向一様圧縮荷重を基準とした場合)

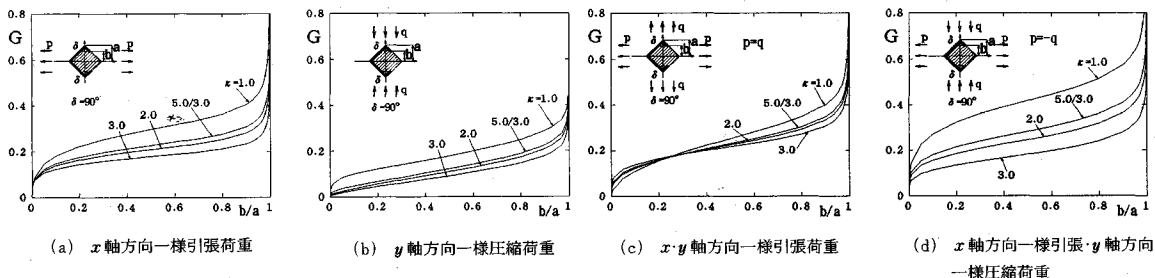


図-17 1ヶ所片側はく離の応力の強さと κ ($\delta=90^\circ$)

(4) 1ヶ所片側はく離 [図-1(d)]

上述のとおり、はく離の大きさに違いがあれば、大きい方ははく離が進展しやすい。このため一般に非対称のはく離は同時に進展するのではなく、優先的にはく離が生じた隅角点等から、片側にはく離が進展すると考えられる。これらのことから、はく離が介在物の片側を進展する場合を考える。

片側にはく離がある場合の G 値とはく離の大きさ b/a の関係を、いくつかの隅角部角度 δ , $\kappa=2$, 荷重条

件として x 軸方向一様引張と y 軸方向一様圧縮の場合について、図-14(a), (b) に、等二軸荷重の $x \cdot y$ 軸方向一様引張と x 軸方向一様引張・ y 軸方向一様圧縮の場合をそれぞれ図-14(c), (d) に示す。荷重条件、隅角部角度 δ にかかわらず G 値は単調増加である。この G 値は引張荷重と二軸荷重の場合は図-10, 12, 13 に示したとおり (図中の $c/a=0.0$ の G_B 値)、隅角部角度 δ にかかわらず対称はく離や非対称はく離 (等二軸荷重の場合で $c/a=1.0$ かつ b/a が 0.6 程度以上の場合を除く)

の G 値より大きい。圧縮荷重の場合は図-11 に示したとおり、隅角部角度 δ にかかわらず、対称はく離や非対称はく離の G_B 値と同じかそれ以下の値である。

片側にはく離がある場合の G 値と二軸荷重の荷重比の関係を、 $\kappa=2$ で隅角部角度 $\delta=30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ の場合に対して図-15, 16 に示す。隅角部角度 δ 、荷重比にかかわらず、 G 値は単調増加である。図-15 においては q/p による G 値のばらつきは比較的小さく、かつ δ が小さい程小さい。一方図-16 においては p/q による G 値のばらつきが比較的大きい。これは x 軸方向引張荷重が y 軸方向荷重に比べ G 値に及ぼす影響が大きく、 x 軸方向引張荷重の場合 δ が大きい程大きいためである。図-15(b), (c) と図-16(c) より比較的大きい δ のとき、はく離が小さいときの G 値の大きさは、大きい方から x 軸方向一様引張・ y 軸方向一様圧縮、 x 軸方向一様引張、 $x \cdot y$ 軸方向一様引張、 y 軸方向一様圧縮の順で、この順序ではく離が低荷重レベルから進展しやすいと考えられる。

2ヶ所対称はく離や2ヶ所非対称はく離の場合、 G 値は隅角部角度 δ が大きく、二軸荷重のうち y 軸方向荷重が小さいときに、 G 値が単調増加しない場合があった。しかし1ヶ所片側はく離の場合は、荷重条件、隅角部角度 δ にかかわらず G 値は単調増加であり、一旦はく離が進展し始めるとそのはく離は片側全体にわたって進展することがわかる。

図-17 に G 値の κ による違いを隅角部角度 $\delta=90^\circ$ 、荷重条件が一軸荷重の場合 [図-17(a), (b)] と等二軸荷重の場合 [図-17(c), (d)] に対して示す。紙面の都合上 $\delta=90^\circ$ の場合のみ示すが $\delta=30^\circ$ と 150° に対しても解析を行っている。2ヶ所対称はく離の場合と同様、等二軸引張荷重ではく離が小さい場合を除いて、隅角部角度 δ にかかわらず κ が小さい程 (ポアソン比が大きい程) G 値は大きい。また x 軸方向一様引張・ y 軸方向一様圧縮荷重の場合 [図-17(d)]、最も κ の影響を受けやすい。

5. 結 語

ひし形剛体介在物を対象とし、はく離がない状態、隅角部に対称あるいは非対称な2ヶ所、また片側に1ヶ所のはく離がある状態の応力解析を行い、隅角部の応力の強さやはく離の応力の強さを求め、ひし形剛体介在物のはく離進展特性について考察した。主要結果をまとめると次のとおりである。

- ① 図-1 の D 点の隅角部に注目した場合、この隅角部角度が小さい程はく離が発生しやすい(図-4)。
- ② 2ヶ所対称はく離、2ヶ所非対称はく離、1ヶ所片側はく離のはく離の応力の強さは、2ヶ所対称はく離や2ヶ所非対称はく離で、はく離の発生する隅角部角度 (図-1 の $\angle ADF$) が小さく、 x 軸方向

一様引張荷重か二軸荷重で y 軸方向荷重が小さい場合を除いて (1ヶ所片側はく離はすべの場合に対して)、荷重条件、隅角部角度 δ にかかわらず単調増加する。したがって一旦はく離が進展を始めると停止することなく別の隅角点まで進展する。

- ③ 2ヶ所非対称はく離の場合、一方のはく離が進展するともう一方のはく離の応力の強さは圧縮荷重の場合、極めてゆるやかな単調増加、その他の場合はゆるやかな単調減少である。またはく離が大きい方がはく離の応力の強さが大きい。このため荷重条件にかかわらず、はく離が両側に対称にある状態から、何らかの理由で片側のはく離が進展し始めると、そのはく離は介在物の片側にわたって進展し、一方のはく離は止まっている。
- ④ 上記のことから、一般の介在物において優先的にはく離が発生する位置が存在し、そこから介在物の一部分をはく離が進展することが多いと考えられる。よって介在物に起因する材料の強度低下を防ぐには界面の接着性を高めること、すなわち接着に関する破壊靱性値を得られた隅角部の応力の強さやはく離の応力の強さより大きくする必要がある。
- ⑤ はく離の応力の強さとポアソン比の関係は、等二軸引張荷重で、はく離が小さい場合を除いて、隅角部角度にかかわらずポアソン比が大きい程 (κ が小さい程) はく離の応力の強さは大きい。
- ⑥ 一軸引張荷重や引張荷重が作用する二軸荷重の場合には、比較的小さいはく離ではく離の応力の強さが大きくなる。一方、一軸圧縮荷重の場合にはく離の応力の強さは、はく離が大きくなるにつれて徐々に大きくなる。また2ヶ所非対称はく離の場合は、もう一方のはく離の大きさを影響をあまり受けず、かつもう一方のはく離の大きさが小さい程はく離の応力の強さは小さい。これらのことから一軸圧縮荷重の場合、引張荷重が作用する場合に比べ、材料の初期欠陥としての介在物と母材の非接着部が界面のはく離進展ひいては材料の強度に及ぼす影響が小さいと考えられる。
- ⑦ 二軸荷重の場合、はく離の発生する隅角部に面する方向の引張荷重ははく離の応力の強さに及ぼす影響が大きく、その程度ははく離の発生した隅角部角度 (図-1 の $\angle ADF$) が小さい程大きい。
- ⑧ 介在物が円形や楕円形の場合は、はく離の進展とともにはく離の進展方向と荷重の方向が変化し、はく離が止まる可能性があるが、ひし形状の介在物の場合は、はく離が別の隅角点に達するまで進展する。今回用いた解析手法は、本論文で示したように、隅角部の応力の強さ、はく離の応力の強さなど応力特異性値の解析を精度よく行えるので、破壊メカニズム等の破壊

力学的研究に有効である。本論文では介在物の形状をひし形とし、荷重が介在物の幾何形状に対し対称に作用する場合を扱ったが、介在物の形状を変えた解析、任意方向の荷重が作用する場合の解析も可能である。しかし、この場合には剛体介在物の回転を考慮して解析する必要がある¹³⁾。ここで得られたはく離の進展特性に関する知見に基づき、モデル介在物やコンクリートの粗骨材、高強度鋼の硬い介在物などはく離の進展状況に対する考察や説明がなされるであろう。

参 考 文 献

- 1) 石川晴雄・河野好秀：長方形剛体介在物の界面き裂の応力拡大係数，日本機械学会論文集(A編)，58巻，545号，pp.64~71，1991.
- 2) Gdoutos, E.E. and Kattis, M.A. : Partially Bonded Rigid Rounded-off Corners Polygonal Inclusions in an Elastic Matrix, *Int. J. of Fract.*, Vol.43, pp.133~159, 1990.
- 3) Hasebe, N., Tsutsui, S. and Nakamura, T. : Debondings at a Semielliptic Rigid Inclusion on the Rim of a Half-Plane, *J. of Engrg. Mech.*, Vol.55, pp.574~579, 1988.
- 4) 長谷部宣男・上田稔・山本泰幹・中村卓次：隅角部を有する介在物周辺の破壊メカニズムに関する解析的研究，構造工学論文集，Vol.38A，pp.369~382，1992.
- 5) 長谷部宣男・上田稔・児島清隆・中村卓次：応力境界と変位境界を2ヶ所づつ有する平面弾性混合境界値問題の

解法，土木学会論文集，No.450/I-20，pp.113~120，1992.

- 6) Viola, E. and Piva, A. : Two Arc Cracks around a Circular Rigid Inclusion, *Mechanica* 15, pp.166~176, 1980.
- 7) Viola, E. and Piva, A. : Fracture Behavior by Two Cracks around an Elliptic Rigid Inclusion, *Engrg. Frac. Mech.*, Vol.15, No.3-4, pp.303~325, 1981.
- 8) 中西博・馬川省吾・赤崎智康・鈴木恵：円形介在物のはく離の応力拡大係数，機械学会論文報告集(A編)，52巻479号，pp.1655~1662，1986.
- 9) 中西博・馬川省吾・鈴木恵：だ円形剛体介在物の界面はく離の応力拡大係数，機械学会論文報告集(A編)，55巻516号，pp.1756~1762，1989.
- 10) Hasebe, N. and Iida, J. : Intensity of Corner and Stress Concentration Fractor, *J. of Engrg. Mech.*, Vol.109, No.1, pp.346~356, 1983.
- 11) Williams, M.L. : Stress Singularities Resulting from Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates in Extension, *J. of Appl. Mech.*, 74 (Dec.) pp.526~528, 1952.
- 12) 長谷部宣男・飯田宇朗・中村卓次：平面及び薄板の曲げ問題における切欠きの力学，構造工学論文集，Vol.35A，pp.241~253，1989.
- 13) Hasebe, N., Okumura, M. and Nakamura, T. : A Debondind and a Crack on a Circular Rigid Inclusion Subjected to Rotation, *Int. J. of Fract.*, Vol.33, pp.195~208, 1987.

(1991.12.9 受付)

FRACTURE MECHANICAL STUDY ON PROPERTIES OF THE DEBONDING PROPAGATION AT THE INTERFACE OF THE RHOMBIC RIGID INCLUSION

Minoru UEDA, Norio HASEBE, Kiyotaka KOJIMA and Takuji NAKAMURA

In this paper, cases of rhombic rigid inclusion with two symmetrical debondings, two asymmetrical debondings and one debonding are analyzed as the mixed boundary-value problem of plane elasticity. Stress singular values at the debonded tips are obtained under uniaxial and biaxial loadings for several cases on corner angles of the rhombic inclusion, length of debonding and poisson's ratio. Properties of the debonding propagation are investigated in respect with these factors.