

# 曲面に貼付されたひずみゲージの測定誤差に関する考察

川嶋幾夫\*・櫻井春輔\*\*

曲面のひずみをひずみゲージによって測定する場合、その測定値に誤差が含まれる場合がある。本ノートでは、その一例として、円柱供試体の接線方向のひずみをひずみゲージで測定する場合を取り上げ、その測定値に含まれる誤差の発生原因について従来とは異なった観点から、理論的に考察し、実験によりその妥当性を検証する。さらに、誤差を含む測定値を真値に換算する補正式を提案する。この補正式は、凹面に対しても拡張することができる。

**Keywords :** measurement error, strain gauge, curved surface, tangential strain, cylindrical specimen

## 1. はしがき

ひずみの測定においては、ダイヤルゲージや差動トランスなどの変位計によって変位を計測してひずみに換算することもあるが、最も直接的に計測できる電気抵抗線ひずみゲージ（以下、単にひずみゲージとよぶ）を用いることが多い。このひずみゲージは取扱いが容易なため、非常に普及している。また、測定対象とする材料も多岐にわたっており、さらに、ひずみゲージを貼付する面も、平面に限定されることなく、曲面にも多く使用されている。

ひずみゲージを曲面に貼付する例を挙げると、岩石・コンクリートなどの一軸および三軸圧縮試験における円柱供試体、パイプなどの埋設管、さらに風洞・水槽実験で用いる模型など多岐にわたる。

ひずみゲージを曲面に貼付する場合は、ゲージが曲げを受けるため、貼付に際してひずみが導入されるので初期値をとることができなくなる。しかし、これはひずみの変化を測定するときは問題とならない。また、測定中のひずみゲージを取り巻く環境（温度、圧力など）によって正しい測定値が得られないことがある（以下、理論値と測定値の差を測定誤差という）。しかし、このうち、温度については、その発生原因が明らかにされ、補正式が導かれている<sup>1)</sup>。

一方、圧力を受ける場合の補正については、次のように行われている<sup>2)</sup>。①ひずみゲージを被測定体に貼付して、これら全体に静水圧を作用させ、そのとき、計測されるひずみをもとに補正量を求める。②補償ゲージを用いる。③被測定体のひずみゲージを貼付する箇所を含む実寸の部分模型を作成し、これにひずみゲージを貼付し

て静水圧下においてひずみを計測する。このときの結果をもとに補正量を求める。

また、圧力による測定誤差に関しては、それが被測定体の弾性係数によらないこと<sup>3)</sup>、圧力と線形関係にあること<sup>4),5)</sup>が明らかにされている。そして、その発生原因について Brace は<sup>3)</sup>、冷間加工される抵抗素子の異方性であると考察している。さらに、著者の一人は先に示したノート<sup>6)</sup>で、その測定誤差は、ゲージ長によらないこと、および凝灰岩などの岩石の弾性係数を求める上では問題にならないことを示した。

しかし、その測定誤差の発生原因については必ずしも完全に解明されているとは言えないように思える。そこで、本研究では、その発生原因について従来とは異なった観点から、考察を行う。まず、円柱供試体の接線方向のひずみを、ひずみゲージによって測定する場合、その測定値に含まれる誤差が、ベース材および接着剤の弾性変形に起因しているのではないかと仮説をたて、それを理論的に考察し、さらに、実験によってその妥当性を検証する。つぎに、ひずみゲージを用いて曲面のひずみを測定する場合、測定値を真値に換算する補正式を提案する。なお、ここでは円柱供試体のみを対象とするが、凹面に対しても同様に補正式を誘導することができる。

## 2. 曲面におけるひずみゲージの測定誤差

一般のひずみゲージの構造（例として共和電業製 KFC シリーズ）は Fig.1 に示すようなものである。

図からわかるように、ひずみゲージの電気抵抗線は、ゲージベース（以下、ベースという）上に設置されている。ひずみゲージを被測定体に貼付したときの接着剤層、およびベースの厚みは、0.01~0.05 mm 程度である<sup>1)</sup>。また、ベースの材料には通常、ポリエステル、ポリイミド、エポキシ、フェノールおよびフェステル等が用いられており<sup>7)</sup>、使用される接着剤の主成分は、シアノアク

\* 学生会員 神戸大学大学院学生 工学研究科修士課程  
(〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)

\*\* 正会員 工博 神戸大学教授 工学部建設学科

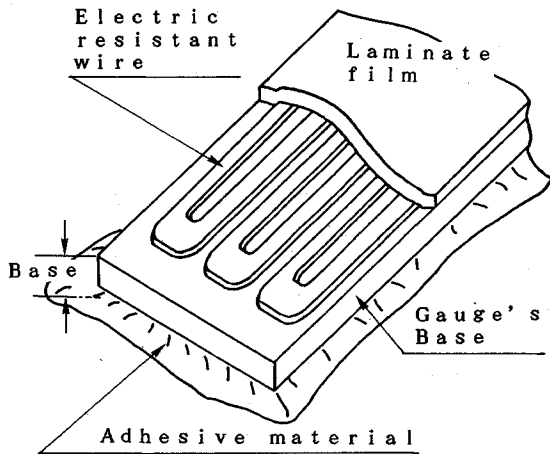


Fig.1 Details of strain gauge

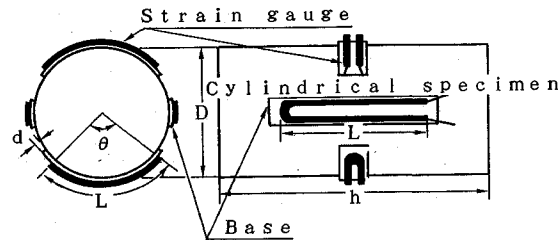


Fig.2 Setting of strain gauges on a cylindrical specimen

リレート、ポリエステル、ポリイミド、エポキシ、フェノール等である<sup>7)</sup>。なお、これらの体積弾性係数は、3 000～6 000 MPa 程度である<sup>8)</sup>。

円柱供試体の軸方向および接線方向のひずみの計測をひずみゲージを用いて行う場合、ひずみゲージの貼付状態の一例を Fig.2 に示す。

いま、円柱供試体に静水圧  $p$  が作用する場合を考えると、ひずみゲージにより測定される接線方向のひずみ  $\epsilon^*$  は、

$$\epsilon^* = \frac{L-L'}{L} \dots \dots \dots (1)$$

で示される。ここで、 $L$ 、 $L'$  はそれぞれ、載荷前、載荷後のひずみゲージのゲージ長であり、次式で表わされる。

$$L = (D/2 + d)\theta \dots \dots \dots (2)$$

$$L' = \left[ \frac{D}{2} \left( 1 - \frac{p}{3K} \right) + d \left( 1 - \frac{p}{3K_B} \right) \right] \theta \dots \dots \dots (3)$$

ここで

- $D$ : 供試体の直径
- $d$ : ひずみゲージのベース厚
- $K$ : 円柱供試体の体積弾性係数
- $K_B$ : ひずみゲージのベース材料の体積弾性係数
- $\theta$ : ひずみゲージのゲージ長に対応する供試体の中心角

なお、式 (3) において、第2項はひずみゲージが静

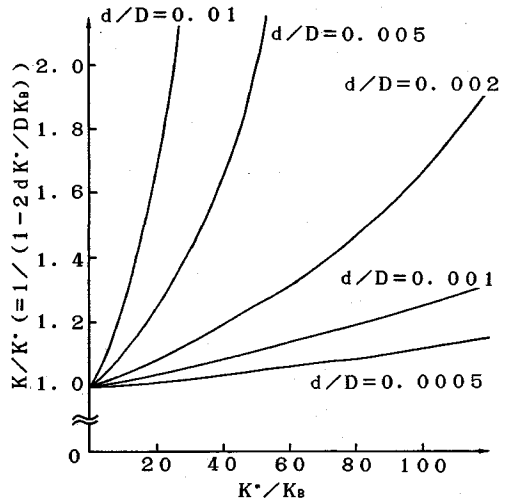


Fig.3 Relationship between real and apparent volumetric moduli of elasticity

水圧を受けて厚さ方向に圧縮されたことによる効果を示している。式 (2)、(3) を式 (1) に代入すると、ひずみゲージにより測定される接線方向のひずみ  $\epsilon^*$  は次式によって表わされる。

$$\epsilon^* = \frac{D/6K + d/3K_B}{D/2 + d} p \dots \dots \dots (4)$$

$$= \epsilon + (2d/3DK_B)p \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 $\epsilon$  は真のひずみを表わし、次式で与えられる。

$$\epsilon = p/3K \dots \dots \dots (5)$$

なお、式 (4) においては、供試体の直径がベース厚に比べて十分に大きいので、 $d/D \ll 1$  としている。式 (4) から明らかなように、ひずみゲージによる接線方向のひずみの測定値は、ベースの圧縮による誤差を含んでいる。よって、接線方向の真のひずみは次式によって測定値を補正することにより求められる。

$$\epsilon = \epsilon^* - (2d/3DK_B)p \dots \dots \dots (6)$$

したがって、ひずみゲージにより測定されるひずみ  $\epsilon^*$  を用いて体積弾性係数  $K (= p/3\epsilon)$  を求める場合は、測定値から直接に求められる見掛けの体積弾性係数  $K^* (= p/3\epsilon^*)$  を次式によって補正しなければならない。

$$K = \frac{1}{1 - 2dK^*/DK_B} K^* \dots \dots \dots (7)$$

式 (7) の関係を Fig.3 に示す。

いま一例として、直径  $D=20$  mm の軟鋼の円柱供試体を静水圧載荷する場合、ひずみゲージのベース厚を  $0.01 \sim 0.05$  mm<sup>1)</sup>、体積弾性係数を  $3\,000 \sim 6\,000$  MPa<sup>8)</sup> とすれば、式 (6) から測定したひずみには、3.5～35% の誤差が含まれることになる。また、このひずみを用いて算出した体積弾性係数には、式 (7) から 3.6～52% の誤差が生じることがわかる。

Fig.3 から、円柱供試体の接線方向のひずみをひずみ

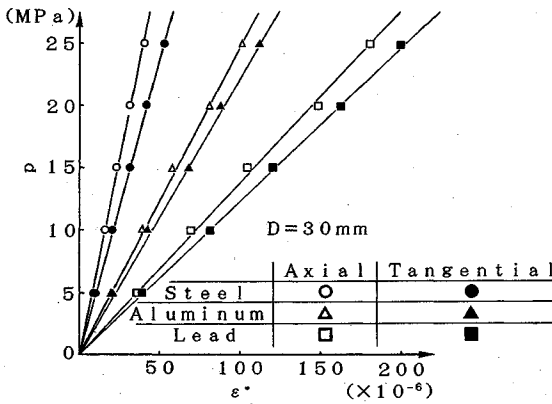


Fig. 4 Stress-strain relationship for different materials measured by strain gauges

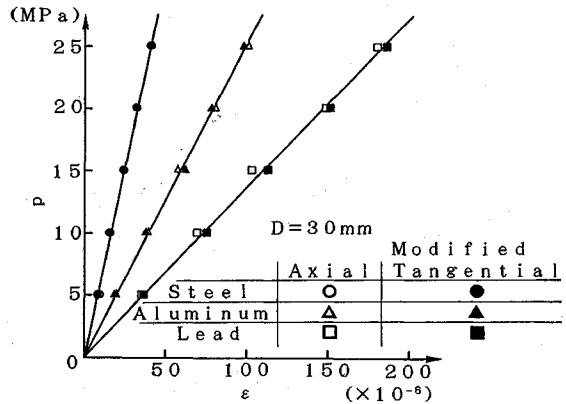


Fig. 6 Stress-strain relationship modified by the use of Equation (6)

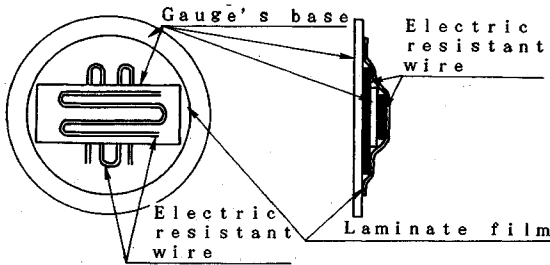


Fig. 5 Details of biaxial strain gauges

ゲージで測定するとき生じる測定誤差は、ひずみゲージが同じであれば、被測定体の剛性が大きいほど、また、測定点における曲率が大きいほど増大することが分かる。なお、この測定誤差はひずみゲージに加わる圧力によって、ひずみゲージが厚さ方向に圧縮されることにより発生するので、測定中にひずみゲージの面に作用する外圧力が一定である場合には、この誤差は生じないことが分かる。

### 3. 補正式の実験的検証

#### (1) 供試体の剛性の影響

ここで、式(6)に示した補正式を実験データを用いて検証する。Fig. 4に静水圧载荷状態における円柱供試体の軸方向および接線方向のひずみをひずみゲージで測定した実験結果を示す。これは、著者の一人が先に発表した結果<sup>9)</sup>を再録したものである。なお、この図と同様なもの、すなわち、被測定体の材質をパラメータにして、平面と曲面に設置したひずみゲージの指示値の違いについて整理したものは既に文献5)に示されている。この実験では、共和電業製 KFC シリーズのひずみゲージの2軸ゲージを使用している。2軸ゲージの構造を Fig. 5に示す。ここでは、下層の抵抗素子を用いて軸方向、上層の抵抗素子を用いて接線方向のひずみを測定した。

Fig. 4は、鋼、アルミニウムおよび鉛に対する応力-ひずみ関係を示したものである。ただし、供試体寸法はすべて等しく、 $D=30\text{ mm}$ 、 $h=30\text{ mm}$ である。理論的には、軸方向および接線方向のひずみは互いに等しくなければならないが、図から明らかなように材料の剛性が大きいほど（この中では鋼が最も大きい）誤差が大きくなる傾向にあることが分かる。

この実験結果に示す接線方向ひずみを式(6)によって補正すると、Fig. 6を得る。この実験で用いているひずみゲージのベース材はエポキシフェノール樹脂で厚さは、 $0.03 \pm 0.005\text{ mm}$ であり<sup>9)</sup>その弾性係数は、約2900 MPa<sup>9)</sup>である。接着剤は、CC-15（共和電業製）を用いている。これは、シアノアクリレート系の接着剤で<sup>9)</sup>、その主成分はアルキルモノマーであり<sup>10)</sup>、その弾性係数は約2000 MPaである<sup>11)</sup>。この接着剤層の厚さは、0.01 mm程度である。また、ベース材および硬化後の接着剤のポアソン比は約0.35であることが示されている<sup>11)</sup>。そこで、ベース材および接着剤層の体積弾性係数はそれぞれ約3200、2200 MPaと計算される。この実験において接線方向のひずみは、2軸ゲージの上層の電気抵抗線で測定していることから、ベース材の厚さは2倍（約0.06 mm程度）になっている。したがって、これらの値を用いると、このとき、ベースおよび接着剤層の厚さおよび体積弾性係数は、それぞれ $d=0.07\text{ mm}$ 、 $K_B=3100\text{ MPa}$ となり、これを補正に用いた。この図から明らかなように接線方向のひずみは軸方向のひずみとほぼ等しい値になる。これは、式(6)の妥当性が検証されたことを意味する。

#### (2) 供試体の直径の影響

ここで、供試体の直径の影響について考察を行う。式(6)には供試体の直径 $D$ が含まれているので直径の変化によって誤差が変化することが予想される。Fig. 7にアルミニウムを用いた実験結果を示す。この場合、供

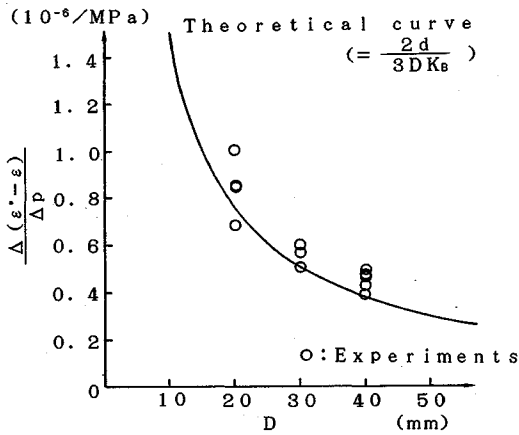


Fig.7 Relationship between measurement errors and the diameter of specimen

試体の寸法は三種類あり、それぞれ  $D=h=20, 30, 40$  mm である。この図は静水圧載荷時の接線方向のひずみに着目し、載荷重の増分に対する測定値  $\epsilon^*$  と理論値  $\epsilon$  との増分の差を比として表わし、それを供試体の直径  $D$  との関係でプロットしたものである。なお、この実験結果も文献 6) に示した実験結果から求めたものである。

この図から明らかなように、供試体の直径が小さくなるにつれて、測定誤差が大きくなることが分かる。この図には、式 (6) から得られる理論値を実線で示す。図から明らかなように、理論値と実験値が良く一致している。すなわち、供試体の直径の影響についても式 (6) が成立することは明らかである。

#### 4. 結 論

(1) 曲面に設置したひずみゲージが測定中に圧力を受ける場合に発生する測定誤差の原因として、従来は抵抗素子の異方性<sup>3)</sup>等が考えられていたが、本研究の結果、それは主としてベース材および接着剤の弾性変形に起因

することが明らかになった。

(2) 誤差を補正する補正式を提案した。その結果、円柱供試体の接線方向のひずみに含まれる測定誤差は、供試体の剛性が大きいほど、また、測定点の曲率が大きいほど増大することが明らかになった。

(3) 曲面のひずみをひずみゲージによって測定するとき、ひずみゲージの表面に作用する外圧力が測定中に一定である場合には測定誤差は生じなく、測定値がそのまま真値となる。すなわち、三軸圧縮試験において試験中に拘束圧を変化させなければ接線方向のひずみの測定値は真値である。

#### 参 考 文 献

- 1) 渡辺理：ひずみゲージとその応用，日刊工業新聞社，1969年
- 2) J.C. Gerdeen：Effect of Pressure on Small Foil Gages, *Experimental Mechanics*, 3 (3), pp.73~80, 1963.
- 3) W.F. Brace：Effect of Pressure on Electric-resistance Strain Gages, *Experimental Mechanics*, 4 (7), pp.212~216, 1964.
- 4) R.V. Milligan：The Effects of High Pressure on Foil Strain Gages, *Experimental Mechanics*, 4 (2), pp.25~36, 1964.
- 5) R.V. Milligan：The Effects of High pressure on Foil Strain Gages on Convex and Concave Surface, *Experimental Mechanics*, 5 (2), pp.59~64, 1965.
- 6) 桜井春輔・水口和彦：円柱供試体のひずみ測定に関する実験的考察，土木学会論文集，No. 313, pp.147~150, 1981年。
- 7) 共和電業：共和・電子計測器総合カタログ'89~'90，共和電業，1989年。
- 8) 材料大事典編集委員会：材料大事典，産業調査会，1984年。
- 9) 大倉征：NAS 942とVDI/VDE 2635規格による最近のKFC型箔ひずみゲージの特性評価，共和技報，No. 239, 1978年。
- 10) 日本接着協会：接着ハンドブック，日刊工業新聞社刊，1971年。
- 11) 高分子学会：高分子材料便覧，Ⅱ材料編，コロナ社刊，1973年。

(1991. 7. 24 受付)

## CONSIDERATION OF STRAIN MEASUREMENT ERRORS MEASURED BY STRAIN GAUGES PLACED ON A CURVED SURFACE

Ikuo KAWASHIMA and Shunsuke SAKURAI

The aim of this note is to reveal the mechanism of the cause of strain measurement errors measured by strain gauges placed on a curved surface. It has already been reported that there appear some measurement errors in the values of tangential strain measured on a cylindrical specimen. In this note, the cause of measurement errors in strain gauge measurements is discussed theoretically, and the mathematical equations expressing a relationship between the measured and real values of tangential strains in a cylindrical specimen are derived. The adequacy of the equations are verified by analyzing the experimental results obtained in the laboratory tests. Although the discussion is given only on the case of cylindrical specimens, it is possible to extend these equations to a specimen with concave surface.