

# 変動応力下におけるコンクリートのクリープの予測に関する研究

阪田憲次\*・綾野克紀\*\*

変動応力下にあるコンクリートのクリープは、重ね合わせ則に従うとされる。すなわち、ある時間での応力増分によるクリープは、それ以前に載荷された応力の影響を受けず、応力に対して線形であるとされる。本研究は、変動応力下のクリープひずみが、過去に受けた最大荷重の影響を強く受ける非線形な現象であることを明かにするとともに、新たなクリープ硬化則を提案するものである。

**Keywords :** creep strain, creep analysis history, non-linear, creep hardening rule

## 1. まえがき

コンクリートのクリープおよび乾燥収縮ひずみは、常時荷重下において、コンクリート部材の変形や曲率を増大させるばかりでなく、プレストレスト力の減退、応力再配分および内力の原因となる。とくに、高い寸法精度を要求されるようなコンクリート構造物においては、これらの非弾性かつ時間依存性のひずみは、設計上きわめて重要な要因である。

このような時間依存性のひずみが、コンクリート構造物におよぼす影響を設計において正確に予測し、かつ、それに対応するためには、次の二つの前提条件が必須である。

- (1) 対象とする配合のコンクリートに関するクリープおよび乾燥収縮ひずみの精度良い予測手法ないしは信頼できるデータが存在すること。
  - (2) 構造物の設計において、これら時間に依存するひずみの影響を含んだ適切なクリープ解析手法が存在すること。
- (1) の時間に依存するひずみの予測手法と(2)の解析手法とは密接に関係するものであり、基本となるひずみの予測精度が悪ければ、どのような解析手法を用いても意味がなく、逆に、解析手法が適切でなければ、精度の良い予測値を用いても誤った結果を導く恐れがある。(1) の予測手法に関しては、古くより多数の研究者によって様々な予測式が提案され、実際の設計において広く用いられてきた。代表的なものには、ACI-209式<sup>1)</sup>、CEB/FIP式<sup>2)</sup>、Bazant-Panula式<sup>3)</sup>等がある。(2) の解析手法とは、一定持続応力下のクリープひずみより変動応力下のクリープひずみを求める計算手法である。

従来の設計では、Effective modulus method (EM法)<sup>4)</sup>、Rate of creep method (RC法)<sup>5)</sup>、Trost-Bazant method (TB法)<sup>6)</sup>、Step-by-step法<sup>7)</sup>等が用いられている。

従来の設計においては、応力が強度比で40%以下であれば、クリープひずみと応力との関係は、線形であると仮定されている<sup>8)</sup>。しかし、実際には、コンクリートのクリープ挙動を応力に対して線形として取り扱うことのできない場合があることも知られている。例えば、JonesとRichartの研究<sup>9)</sup>から、一定持続応力下におけるクリープひずみと弾性ひずみの関係は、ある応力を境に2つの曲線によって表されることが明かとなっている。また、著者らの研究<sup>10)</sup>により、この曲線の変化する点は、応力強度比40%以下においても存在することが明かとなっている。

本論文は、変動応力下におけるコンクリートのクリープひずみの応力に対する非線形性を実験的に明かにし、変動応力下におけるコンクリートのクリープひずみを正確に表すことのできる新たなクリープ硬化則を確立することを目的とするものである。

## 2. 変動応力下におけるクリープ解析手法

変動応力下におけるクリープ解析手法の概要を説明し、本研究の位置づけを明かにする。一定持続応力下のクリープひずみより変動応力下のクリープひずみを求めるクリープ解析手法を図示するとFig.1のようになる。

現行の設計においては、一定持続応力下のクリープひずみは、クリープ係数あるいは単位応力当たりのクリープひずみで表される。そして、変動応力下のクリープひずみは、クリープの重ね合わせ則に基づいて計算される。EM法、RC法、TB法等は、一定持続応力下におけるクリープひずみに及ぼす載荷開始時材令の影響についての評価が異なるものである。従って、これらのクリープ

\*工博 岡山大学教授 工学部土木工学科  
(〒700 岡山市津島中3-1-1)

\*\*工修 岡山大学助手 工学部土木工学科

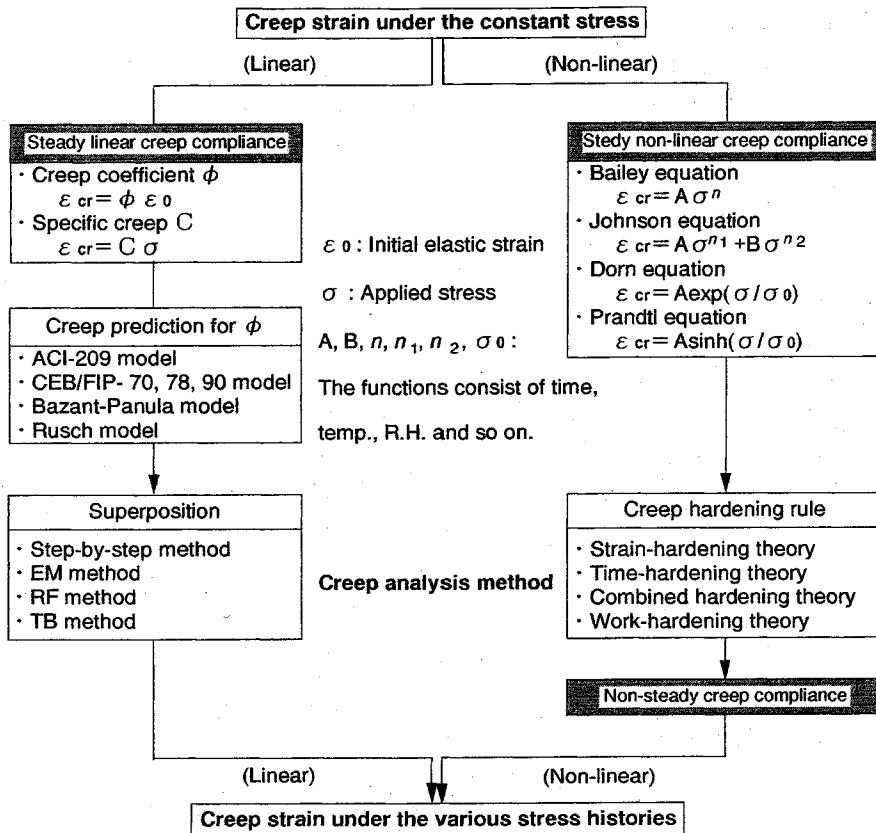


Fig.1 The chart of creep analysis.

解析手法により定まるクリープひずみと応力との関係は、線形である。すなわち、変動応力下におけるクリープ構成方程式は、一定持続応力下の場合と変わることなく、定常線形クリープ構成方程式となる。ここでいう定常あるいは非定常とは、クリープひずみと応力（あるいは弾性ひずみ）の関係が、載荷期間の長さに関係なく一定か否かを意味する。

一方、金属材料においてクリープひずみは、応力に対して非線形な現象として取り扱われる<sup>12)</sup>。すなわち、一定持続応力下のクリープ構成方程式は、Bailey式、Dorn式、Johnson式、Prandtl式等のような非線形な式によって表される。そして、変動応力下のクリープ構成方程式は、変動応力下のクリープ挙動に影響をおよぼす因子を内部変数とした非定常な構成方程式によって表される。Fig.1に示されるように、一定持続応力下における定常非線形クリープ構成方程式より、変動応力下における非定常クリープ構成方程式を導くための法則がクリープ硬化則であり、時間硬化則、ひずみ硬化則、組み合わせ硬化則、クリープ仕事硬化則等がある。これらのクリープ硬化則の相違は、内部変数としてどのような因子を選び、応力変化に伴い内部変数をどのように変化さ

せるかというところにある。

### 3. 応力履歴を受けたコンクリートのクリープ特性

ここでは、応力履歴を受けたコンクリートのクリープ特性を調べ、変動応力下におけるクリープひずみの応力に対する非線形性を実験的に明かにするとともに、エージングの影響を内部変数に含めた新たなクリープ硬化則を提案する。

#### (1) 実験概要

実験に用いたセメントは、普通ポルトランドセメントで、粗骨材には碎石（比重：2.74、吸水率：1.14、F.M.：6.55）を、細骨材には川砂（比重：2.60、吸水率：2.08、F.M.：3.10）を使用した。コンクリートの配合をTable 1に示す。

クリープ試験には10 cm × 10 cm × 38 cmの角柱供試体を、乾燥収縮試験には10 cm × 10 cm × 40 cmの角柱供試体を用いた。各供試体は打設後3日間水中養生し、その後25日間、温度19 ± 1 °C、湿度68 ± 7 %の恒温恒湿室内で気中養生を行った。

持続荷重の載荷は、Fig.2およびFig.3に示すように、

Table 1 Mix proportion of concrete.

Max size (mm)	Slump (cm)	Air (%)	W / C (%)	s / a (%)	Unit weight(kg/m³)			
					W	C	S	G
20	4~5	0.7	66.1	44.0	185	280	808	1083

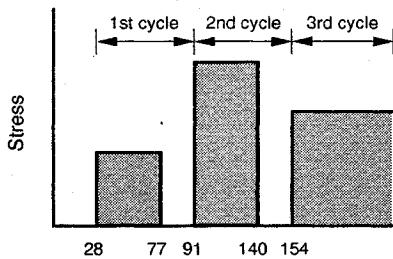


Fig.2 Stress history.

各供試体に対して2サイクルあるいは3サイクルとした。第1、第2および第3サイクルの開始時材令は、それぞれ28日、91日および154日である。1サイクルは、荷重持続期間49日間と荷重休止期間14日間とかなり、合計63日間である。荷重休止期間を設けたのは、以前に受けた持続荷重によって生じる回復性クリープひずみの影響を除去するためである。Fig.3は、各サイクルにおける載荷応力の大きさを示したもので、初載荷時材令におけるコンクリート強度(25.1 MPa)に対する割合(%)で示した。

クリープ測定用供試体の初載荷時圧縮強度は、クリープ測定用供試体と同じ条件で養生を行った同寸法、同形状の強度測定用供試体3本の平均強度とした。また、強度測定時に、応力-ひずみ曲線を求め、この応力-ひずみ曲線を基に、クリープ測定用供試体に導入される所定の応力に対する弾性ひずみを求めた。この弾性ひずみをクリープ測定用供試体に生じさせることにより所定の応力が導入されたとした。なお、強度試験時および持続応力導入時における載荷速度は、圧縮応力の増加が毎秒0.2 MPa~0.3 MPaとなるようにした。

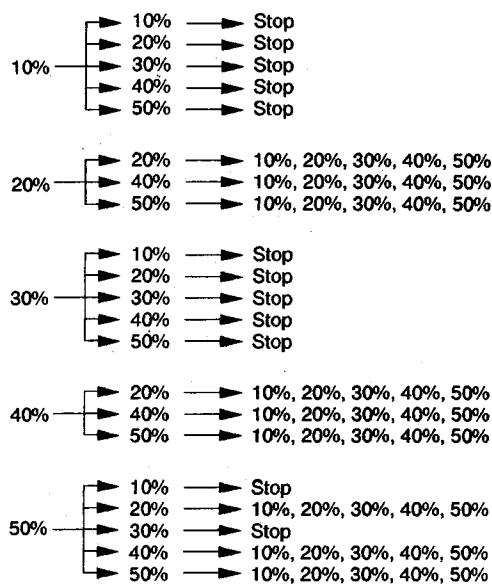
クリープ試験および乾燥収縮試験は、温度19±1°C、湿度68±7%の恒温恒湿室内で行い、ひずみの測定には最小目盛り1/1000 mmのホイットモア式ひずみ計(検査25 cm)を用いた。

## (2) 実験結果および考察

### a) 第2サイクルにおけるクリープひずみと弾性ひずみの関係

Fig.4は、第2サイクル14日目におけるクリープひずみと第2サイクル載荷時の弾性ひずみとの関係を示したものである。Fig.4中の○、△、□、◇および●は、その供試体が、第1サイクルにおいて28日圧縮強度の10%，20%，30%，40%および50%の応力を受けたコ

First cycle      Second cycle      Third cycle



First cycle      Second cycle      Third cycle

Fig.3 Stress history.

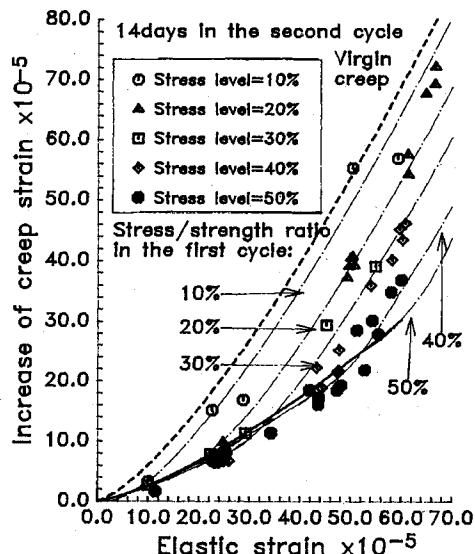


Fig.4 The relation between creep strain and elastic strain in the second cycle.

ンクリートであることを示している。第1サイクルにおける載荷応力が、28日圧縮強度の10%，20%，30%，40%および50%の実験値をそれぞれ曲線で近似すれば、第1サイクルにおける載荷応力が第2サイクルにおける載荷応力よりも大きい場合と小さい場合で曲線の傾きが異なることが分かる。すなわち、第2サイクルにおける載荷応力が第1サイクルにおける載荷応力よりも大きい場

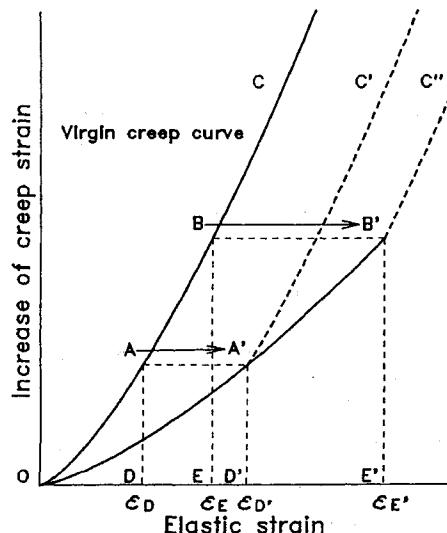


Fig.5 The relation between creep strain and elastic strain of non-virgin concrete.

合には、クリープひずみと弾性ひずみの関係は、第2サイクル開始時材令で初載荷したコンクリートのクリープひずみと弾性ひずみの関係（Fig.4中のVirgin creepを指す）を横軸方向に平行移動した曲線（Fig.4中的一点鎖線）に一致する。一方、第2サイクルにおける載荷応力が第1サイクルにおける載荷応力よりも等しいか小さい場合には、クリープひずみと弾性ひずみの関係はすべて、一つの曲線（Fig.4中の実線）で表される。なお、図中の10%，20%，30%，40%および50%は、それぞれ、第1サイクルにおいて28日圧縮強度の10%，20%，30%，40%および50%の応力を受けたコンクリートのクリープひずみ－弾性ひずみ曲線であることを意味する。

以上の実験結果は、Fig.5で定義する記号を用いれば、以下のように定式化できる。ただし、Fig.5の横軸は、第2サイクルにおける弾性ひずみを表す。いま、第1サイクルにおいて弾性ひずみが $\epsilon_D'$ であったコンクリートに、第2サイクルにおいて同じ大きさの弾性ひずみ $\epsilon_D'$ を生じさせる荷重を載荷した場合、時間 $t$ において $D'A'$ の大きさのクリープひずみが生じるとする。また、バージンコンクリートに弾性ひずみ $\epsilon_D$ を生じさせる荷重を載荷したとき、時間 $t$ において $D'A'$ と同じ大きさのクリープひずみ $DA$ が生じるとする。また、バージンクリープの構成方程式が式(1)によって表されるとする。

$$\epsilon_{cr} = f(\epsilon_0, t, t') \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\epsilon_0$ : 弹性ひずみ、 $t$ : 材令(日)、 $t'$ : 載荷開始時材令(日)である。

バージンコンクリートの時間 $t$ におけるクリープひずみと弾性ひずみとの関係を曲線 $O-ABC$ とすれば、第1

サイクルにおいて弾性ひずみの大きさが $\epsilon_D'$ であったコンクリートの第2サイクルにおけるクリープひずみと弾性ひずみとの関係（Fig.5中の曲線 $O-A'C'$ ）は、 $\epsilon_D'$ と $\epsilon_D$ を用いて式(2)と式(3)によって表される。

第2サイクルにおける弾性ひずみが第1サイクルにおける弾性ひずみよりも大きい場合：

$$\epsilon_{cr} = f(\epsilon_D + (\epsilon_0 - \epsilon_D'), t, t_2) \quad \dots \dots \dots (2)$$

第2サイクルにおける弾性ひずみが第1サイクルにおける弾性ひずみよりも小さい場合：

$$\epsilon_{cr} = f(\epsilon_D / \epsilon_D') \times \epsilon_0, t, t_2 \quad \dots \dots \dots (3)$$

ただし、 $t_2$ は第2サイクル開始時材令である。

式(2)は、曲線 $O-ABC$ を横軸方向に平行移動することを意味し、式(3)は、曲線 $O-ABC$ の横座標を $\epsilon_D / \epsilon_D'$ 倍することを意味する。

なお、Fig.4中の曲線（一点鎖線および実線）は、式(2)および式(3)に基づき計算された結果である。ただし、 $\epsilon_D$ には、第1サイクルと第2サイクルで生じる弾性ひずみが同じコンクリートのクリープひずみ（Fig.5中の $D'A'$ ）を実験により求め、その値を用いて式(4)から計算した値を用いた。Fig.4の曲線を計算するために用いたバージンクリープ曲線 $f(\epsilon_0, t, t')$ を式(4)に示す。Fig.4からも明らかなように、式(2)および式(3)に基づく計算結果は、実験値とよく一致していると思われる。

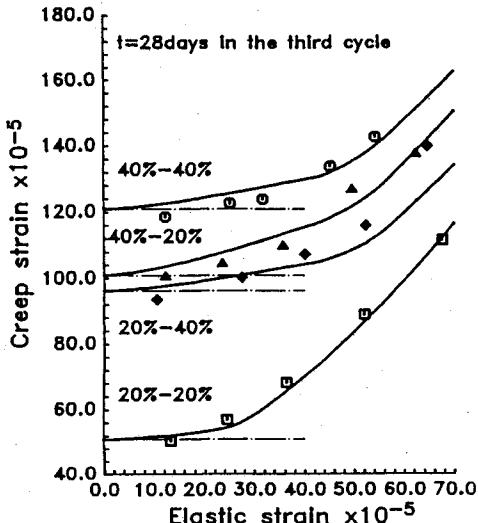
$$\left. \begin{aligned} f(\epsilon_0, t, t') &= a\epsilon_0^b \\ a &= 0.44(t-t')^{0.12}t'^{-0.21} \\ b &= 1.25(\log_e(t-t'+1))^{0.11} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 $\epsilon_0$ : 弹性ひずみ ( $\times 10^{-5}$ )、 $t$ : 材令(日)、 $t'$ : 載荷開始時材令(日)である。

なお、式(4)に含まれる定数は、材令28日、91日、154日で28日圧縮強度の10%，20%，30%，40%および50%の応力を初載荷させたコンクリートのクリープひずみを84日～200日間測定し、そのデータをもとに最小二乗法によって求めたものである。

### b) 第3サイクルにおけるクリープひずみと弾性ひずみの関係

Fig.6およびFig.7は、第3サイクル28日目におけるクリープひずみと第3サイクル載荷時の初期弾性ひずみとの関係を示したものである。図中の一点鎖線は、第3サイクル開始時材令までに各々のコンクリートに生じたクリープひずみを表し、20%～50%等の表示は、そのコンクリートが、第1サイクルにおいては、28日圧縮強度の20%の応力を受け、第2サイクルにおいては、28日圧縮強度の50%の応力を受けたことを示している。また、Fig.6およびFig.7中の実線は、式(5)および式(6)に基づく計算結果である。なお、一定持続応力下のクリープひずみと弾性ひずみを表す式として式



**Fig.6** The relation between creep strain and elastic strain in the third cycle.

(4) を用いた。

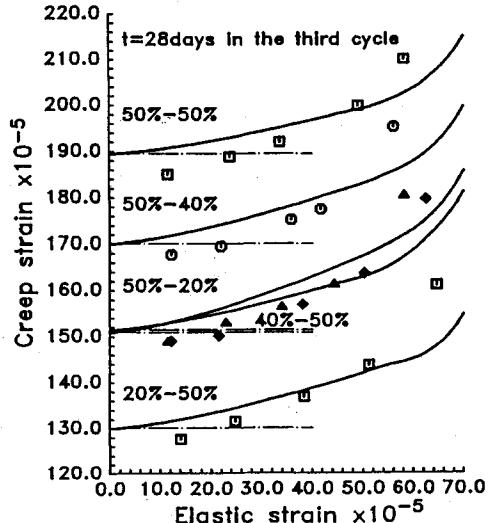
**Fig.6** および **Fig.7** に示した曲線が、 $\varepsilon_{max}$  より小さい弾性ひずみにおけるクリープひずみを過大評価することを除けば、式(5)および式(6)によって表されるこれらの曲線は、実験結果と非常によい一致を示していることがわかる。**Fig.6** および **Fig.7** に示した曲線が、 $\varepsilon_{max}$  より小さい弾性ひずみにおけるクリープひずみを過大評価する理由は、荷重休止期間中にクリープの回復がすべて終了すると仮定し実験を行ったが、実際にはそのようにならなかつたためと考えられる。従って、回復性クリープひずみが全く生じないとした条件下においては、式(5)および式(6)によって、応力履歴を受けたコンクリートのクリープ挙動を十分表すことができると思われる。また、応力履歴が、さらに第4サイクル、第5サイクルと統いても、式(5)および式(6)の一般性により、任意時間におけるクリープひずみ-弾性ひずみの関係を決定することが可能であると思われる。

$\varepsilon_0 \geq \varepsilon_{\max}'$  の場合：

$\varepsilon_0 < \varepsilon_{\max}'$  の場合：

ここに、式(5)および式(6)中の $\varepsilon_{\max}'$ は、第3サイクル以前に受けた最大荷重によって生じる弾性ひずみで、 $\eta$ は第3サイクル開始材令である。

いま、第3サイクルにおいて、 $\varepsilon_{\max}'$ の大きさの弾性ひずみを生じさせる荷重が載荷されたコンクリートのクリープひずみを $\varepsilon_{c3}$ とする。また、第3サイクル開始時材令において初載荷したバージンコンクリートに、 $\varepsilon_{c3}$ の大きさのクリープひずみを生じさせる荷重により生じる弾性ひずみを $\varepsilon_{\max}$ とする。 $\varepsilon_{\max}$ は、 $\varepsilon_{\max}'$ よりも小さく、



**Fig.7** The relation between creep strain and elastic strain in the third cycle.

時間の関数となる。 $\varepsilon_{\max}'$  および  $\varepsilon_{\max}$  は、それぞれ、第 2 サイクルにおいては、Fig.5 中の  $\varepsilon_D'$  および  $\varepsilon_D$  に相当する。

#### 4. 新クリープ硬化則の提案

先の実験より、「応力履歴を受けたコンクリートのクリープひずみが、過去に受けた最大応力の影響を強く受ける非線形な現象である」とするクリープ硬化則を確立した。このクリープ硬化則を定式化した式が、式(5)および式(6)である。このクリープ硬化則は、回復性クリープひずみが生じないとした条件下において求められた法則である。ここでは、回復性クリープひずみの生じる一般的な変動応力下においても適用可能なクリープ硬化則を確立する。また、変動応力下におけるコンクリートのクリープひずみデータと、クリープの重ね合わせ則、従来のクリープ硬化則および我々の提案するクリープ硬化則に基づく計算値とを比較し、各々の手法のコンクリートのクリープ問題への適用性を検討する。なお、適用性の検討を行う従来のクリープ硬化則には、比較的の計算方法が簡単で、金属材料のクリープ問題によく用いられているひずみ硬化則と時間硬化則を用いた。

### (1) 実験概要

実験に用いたセメントは、普通ポルトランドセメントで、粗骨材には碎石（比重：2.73、吸水率：0.76、F.M. : 6.68）を、細骨材には川砂（比重：2.62、吸水率：1.78、F.M. : 2.81）を使用した。Table 2 にコンクリートの配合を示す。クリープ試験には 10 cm × 10 cm × 38 cm の角柱供試体を、乾燥収縮試験には 10 cm × 10 cm × 40 cm の角柱供試体を用いた。クリープ試験および乾燥収縮試験は、温度  $19 \pm 1^{\circ}\text{C}$ 、湿度  $68 \pm 7\%$  の恒

温恒湿度室内で行い、ひずみの測定には、最小目盛り1/1000 mmのホイットモア式ひずみ計（検長25 cm）を用いた。

実験には、6シリーズの変動応力が載荷される供試体を用意した。各供試体には、14日間水中養生の後、材令35日まで温度 $19 \pm 1^\circ\text{C}$ 、湿度 $68 \pm 7\%$ の恒温恒湿度室内で気中養生した後、初載荷を行った。ただし、単調に応力が増加する場合と単調に応力が減少する場合のみ、3日間および56日間水中養生後、直ちに初載荷を行った。変動応力は、応力-時間曲線がサインカーブに近くなるように載荷した。変動応力の最小値は、強度比で10%，最大値は、強度比で50%である。なお、持続応力導入時における載荷速度は、圧縮応力の増加が毎秒0.2 MPa～0.3 MPaとなるようにした。

## (2) 実験結果および考察

### a) クリープ構成方程式

クリープの重ね合わせ則および種々のクリープ硬化則とともに、変動応力下のクリープひずみを求めるために用いた一定持続応力下のクリープひずみを表すクリープ構成方程式を式(7)に示す。式(7)は、変動応力下のコンクリートと同一配合で、同一環境下におかれたコンクリートに強度比で10%～50%の一定持続荷重を載荷し、100日間測定したバージンクリープひずみを基に求めたものである。実験に用いた供試体の本数は、160本である。実験は、水中養生期間および載荷開始時材令をそれぞれ5種類変えて行った<sup>10)</sup>。なお、式(7)に基づく計算値は、実験データに対して±20%程度の範囲のばらつきを持つ。

$\varepsilon_0 < c_2(t', t_0)$  の場合：

$$\varepsilon_{cr}(\varepsilon_0, t, t', t_0) = a(t, t', t_0) \times \left( \frac{c_2(t', t_0) - c_1(t_0)}{c_2(t', t_0)} \cdot \varepsilon_0 \right)^{b(t_0)} \quad \dots \dots (7)$$

$\varepsilon_0 \geq c_2(t', t_0)$  の場合：

$$\varepsilon_{cr}(\varepsilon_0, t, t', t_0) = a(t, t', t_0) \times (\varepsilon_0 - c_1(t_0))^{b(t_0)}$$

ここに、

$$\begin{aligned} a(t, t', t_0) &= 2.64t_0^{0.114} \{0.002(t' - t_0) + 1\}^{-2.9} \\ &\times \left( \frac{(t - t')}{262 + (t - t')} \right)^{0.434} \\ b(t_0) &= 0.285 \exp(-0.047t_0) + 1 \\ c_1(t_0) &= \frac{9.62}{t_0} + 9.81 \\ c_2(t', t_0) &= 47.1 \{\log_e(t_0 + 1)\}^{-0.372} \\ &\times \exp\{-0.055(t' - t_0)^{0.214}\} \end{aligned} \quad \dots \dots (8)$$

である。

ただし、式(7)および式(8)に示したクリープひずみ $\varepsilon_{cr}(\varepsilon_0, t, t', t_0)$ 、弾性ひずみ $\varepsilon_0$ 、 $c_1(t_0)$ および $c_2(t', t_0)$ の単位は、ひずみの単位で、その次元は、

Table 2 Mix proportion of concrete.

Max size (mm)	Slump (cm)	Air (%)	W / C (%)	s / a (%)	Unit weight(kg/m <sup>3</sup> )			
					W	C	S	G
20	9～12	1.2	60.0	47.7	200	333	842	963

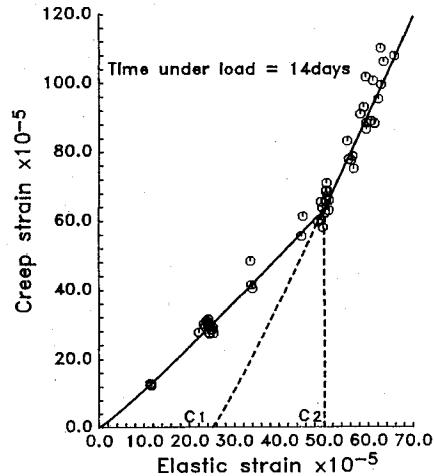


Fig.8 The relation between virgin creep strain and elastic strain modeled by Eq. (7).

$10^{-5}$ である。また、係数 $a(t, t', t_0)$ および係数 $b(t_0)$ は、無次元で、材令 $t$ 、載荷開始時材令 $t'$ および乾燥開始時材令 $t_0$ の単位は、日である。

Fig.8に載荷期間14日目におけるクリープひずみと弾性ひずみの関係を示す。丸が、実験データで、実線が、式(7)に基づく計算値である。式(7)に含まれる未定係数 $c_1$ は、ある大きさを越える応力が載荷されると、一定持続応力下のクリープひずみの増加割合が急激に大きくなるという現象を表すために用いられている。

### b) クリープ解析手法の妥当性

Fig.9は、材令56日において、単調に増加する変動応力を初載荷した実験結果を、従来の解析手法に基づき計算した結果と比較した図である。○が実験値で、ひずみ硬化則、時間硬化則およびクリープの重ね合わせ則に基づく計算値は、図中に示す通りである。この図より、重ね合わせ則に基づく計算値は、載荷期間70日目あたり（強度比で30%の応力が載荷されるあたり）より実験値の半分程度の値となっている。

クリープの重ね合わせ則に基づく計算値が、実験値に比べて小さくなる理由を、Fig.10を用いて説明すれば以下のようになる。Fig.10中で、 $\phi_{40\%}$ および $\phi_{10\%}$ とは、強度比で40%および10%の持続応力によって生じるクリープひずみを各弹性ひずみで除して求めるクリープ係数である。また $\phi_{40\%}$ とは、強度比で10%～40%の持続応力によって生じるクリープデータを基に、原点を通る直線 $\varepsilon_{cr} = \phi_{40\%} \cdot \varepsilon_0$ で回帰した場合の回帰直線の傾きであ

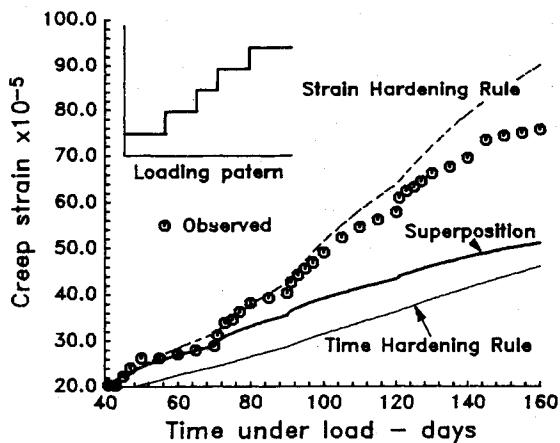


Fig.9 The prediction of creep strain under the monotonous increasing stress ( $t'=56$  days).

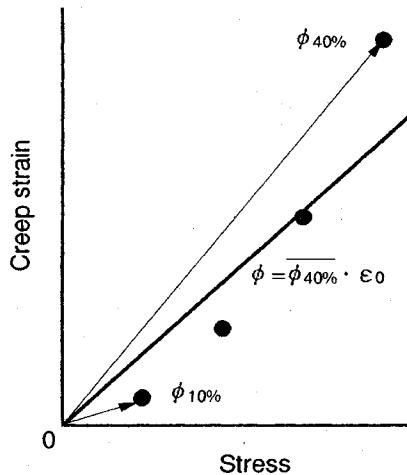


Fig.10 The relation between creep strain and applied stress.

る。もし、コンクリートのクリープひずみを応力に対して線形として扱うことができるならば、 $\phi_{40\%}$ 、 $\phi_{40\%}$ または $\phi_{10\%}$ のいずれのクリープ係数を用いても、重ね合わせ則に基づく計算結果は同じとなり、実験値とも一致しなければならない。しかし、一定持続応力下におけるコンクリートのクリープひずみは、Fig.8に示すような非線形な現象であるから、 $\phi_{40\%} > \phi_{40\%} > \phi_{10\%}$ となる。従って、単調増加の変動応力を受ける場合のクリープの重ね合わせ則に基づく計算値は、 $\phi_{10\%}$ を用いた場合には、実験結果を過小評価し、 $\phi_{40\%}$ を用いた場合には、実験結果を過大評価する。Fig.9に示したクリープの重ね合わせ則に基づく計算は、クリープ係数に $\phi_{10\%}$ を用いた結果である。このように、単調に増加する変動応力下においては、小さい応力下においてもクリープひずみの非線形な現象を観察することができる。

Fig.11は、単調に増加する応力を材令56日において

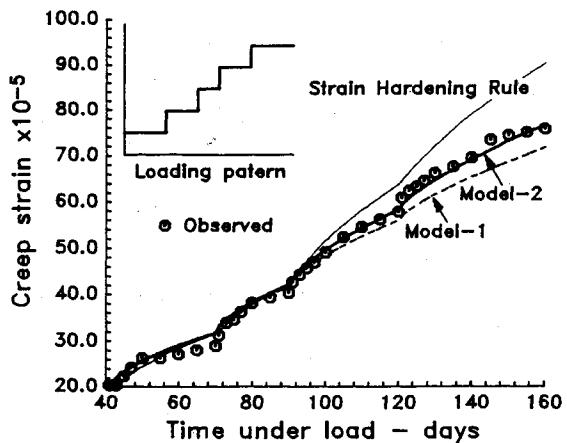


Fig.11 The prediction of creep strain under the monotonous increasing stress ( $t'=56$  days).

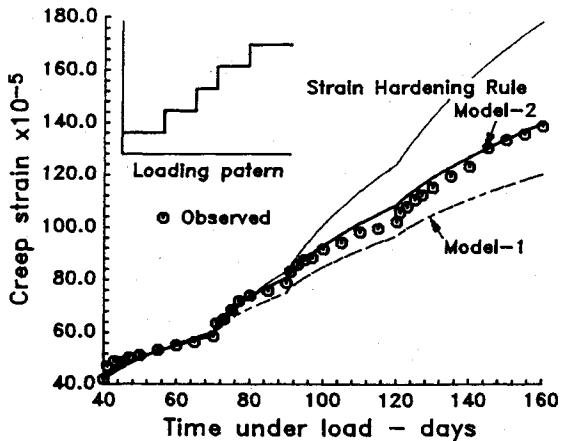
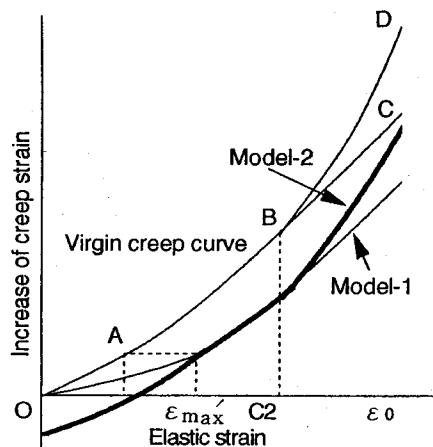


Fig.12 The prediction of creep strain under the monotonous increasing stress ( $t'=3$  days).

初載荷した場合を、従来のクリープ解析手法の内、実験値と最もよい一致を示したひずみ硬化則に基づく計算値と著者らの提案するクリープ硬化則に基づく計算値を示したものである。この図から、ひずみ硬化則に基づく計算値は、我々の提案しているクリープ硬化則同様に実験値と非常によい一致を示していることが分かる。

しかし、初載荷時材令が3日の場合を示したFig.12においては、著者らの提案するクリープ硬化則は、Fig.11の場合同様に実験値とよい一致を示しているが、ひずみ硬化則に基づく計算値は、載荷期間70日目あたり（強度比で30%の応力が載荷されたあたり）より実験値を過大評価していることが分かる。

Fig.11およびFig.12中のModel-1は、式(5)および式(6)に基づく計算値である。また、Model-2は、回復性クリープひずみおよび式(7)中の $c_2$ を越える弾性ひずみを生じさせる応力が載荷される場合の影響を



**Fig.13** The relation between creep strain and elastic strain modeled by Model-1 and Model-2.

計算できるモデルである。Model-2 を用いて、変動応力下のクリープひずみ  $\varepsilon_{Hc}(t)$  を求める計算式を式(9)、式(10) および式(11) に示す。ただし、式(9) および式(10) 中の  $\varepsilon_{\max}$  および  $\varepsilon_{\max}'$  は、式(5) および式(6) 中の  $\varepsilon_{\max}$  および  $\varepsilon_{\max}'$  に相当する。

$\varepsilon_0 \geq \varepsilon_{\max}'$  の場合 :

$\varepsilon_0 < \varepsilon_{\max}$  の場合 :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Hc}(t) = & \left( \frac{\varepsilon_{crs}(\varepsilon_{\max}, t, t', t_0)}{\varepsilon_{crs}(\varepsilon_{\max}, t, t', t_0) - \varepsilon_{crs}(\varepsilon_{\max}/\varepsilon_{\max}' \times \varepsilon_E, t, t', t_0)} \right) \\ & \times \{ \varepsilon_{crs}(\varepsilon_{\max}/\varepsilon_{\max}' \times \varepsilon_0, t, t', t_0) \\ & - \varepsilon_{crs}(\varepsilon_{\max}/\varepsilon_{\max}' \times \varepsilon_E, t, t', t_0) \} \end{aligned} \quad (10)$$

さらに、 $\varepsilon_0 > c_2$  のとき

$$\varepsilon_{Hc}(t) = \{ \text{式 (9)} \text{ または式 (10)} \text{ により求まる } \varepsilon_{Hc}(t) \} \\ + (\varepsilon_{crL}(\varepsilon_0, t+t'', t', t_0) - \varepsilon_{crS}(\varepsilon_0, t+t'', t', t_0)) \\ - (\varepsilon_{crL}(\varepsilon_0, t'', t', t_0) - \varepsilon_{crS}(\varepsilon_0, t'', t', t_0)) \dots \dots \quad (11)$$

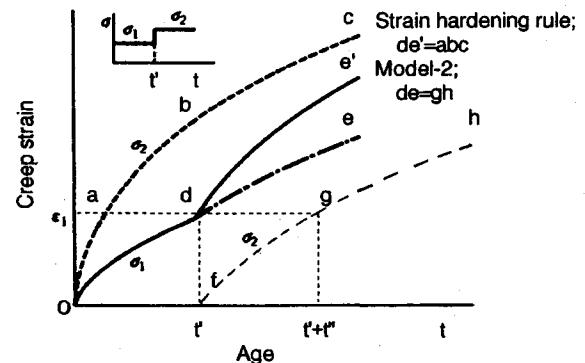
ここに、 $\varepsilon_{crs}$  および  $\varepsilon_{crl}$  は、Fig.13 に示すバージンクリープ曲線を表し、以下の式で求められる。

$$\varepsilon_{crs}(\varepsilon_0, t, t', t_0) = a(t, t', t_0) \times \left( \frac{c_2(t', t_0) - c_1(t_0)}{c_0(t', t_0)} \cdot \varepsilon_0 \right)^{b(t_0)} \dots \dots \dots (12)$$

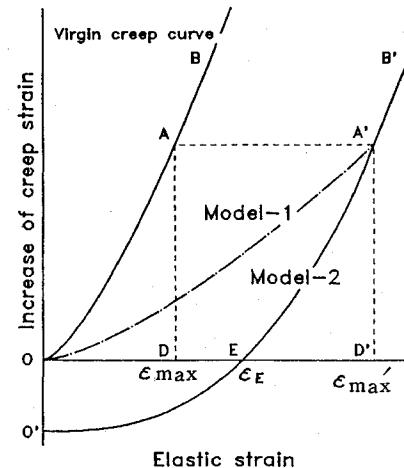
$$\varepsilon_{ext}(\varepsilon_0, t, t', t_0) \equiv a(t, t', t_0) \times (\varepsilon_0 - c_1(t_0))^{b(t_0)}, \dots \dots \quad (13)$$

$a(t, t', t_0)$ ,  $b(t_0)$ ,  $c_1(t_0)$  および  $c_2(t', t_0)$  は、式(8)より求められる係数である。

**Fig.14** に、 $\varepsilon_0 > c_2$  となる弾性ひずみを生じさせる応力が載荷される場合、すなわち、 $\varepsilon_{crL} - \varepsilon_{crS} > 0$  となる場合の Model-2 を用いた計算方法の概念図を示す。Fig.14 中の  $t''$  は、式 (11) 中の  $t''$  である。 $t'$  は、 $t'$  以前に  $\varepsilon_0$



**Fig.14** Creep strain calculated by Eq. (11).



**Fig.15** The effect of recoverable creep strain calculated by Eq. (10).

バージンコンクリートに生じさせるのに必要な時間である。すなわち、式(11)の右辺第2項以降で表されるクリープひずみ-時間曲線  $de$  は、曲線  $gh$  を  $t''$  だけマイナス方向に移動させることにより求められる。ひずみ硬化則と式(11)の違いは、ひずみ硬化則が、バージンクリープ曲線に初載荷時のバージンクリープ曲線を用いるのに対して、式(11)は、各応力変化時のバージンクリープ曲線を用いることである。

**Fig.15** は、Model-2 に基づく回復性クリープひずみの考慮の仕方を示したものである。Fig.15 中の曲線  $O'-EA'$  が、以前受けた応力よりも小さい応力によって生じるクリープひずみと弾性ひずみの関係を示している。この曲線は、式 (10) により求められる。ただし、 $\varepsilon_{\max}$ 、 $\varepsilon_E$  および  $\varepsilon_{\max}'$  には、 $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_{\max}' - \varepsilon_E$  の関係にある。Model-1 に基づく計算値が、原点を通るのに対して、Model-2 に基づく計算値は、 $\varepsilon_0 = 0$  において、回復側の値となる。

**Fig.16** および **Fig.17** は単調に減少する応力を材令 3 日において初載荷した場合を各々のクリープ解析手法に

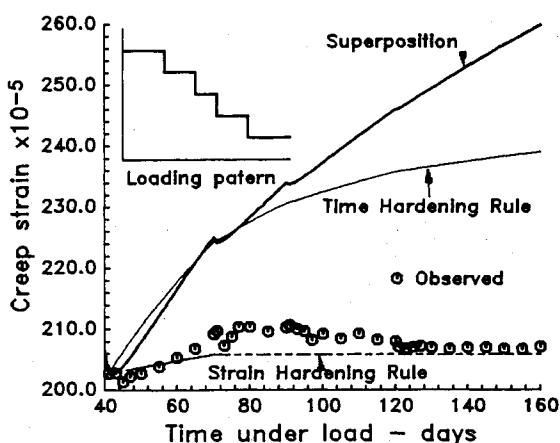


Fig.16 The prediction of creep strain under the monotonous decreasing stress.

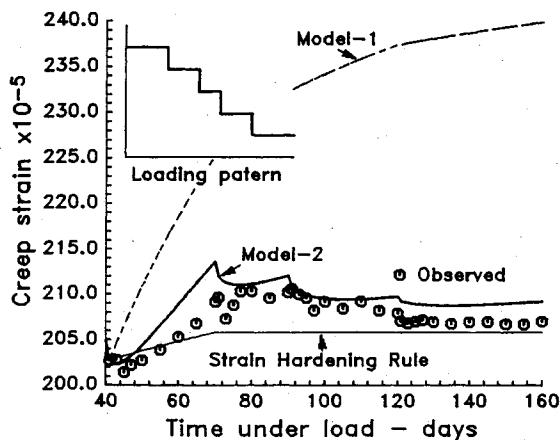


Fig.17 The prediction of creep strain under the monotonous decreasing stress.

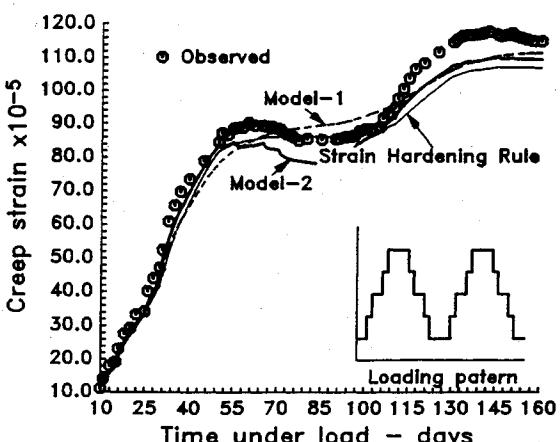


Fig.18 The prediction of creep strain under the various stress history.

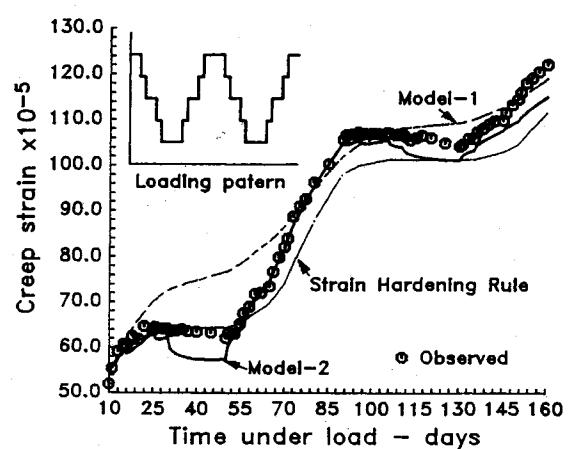


Fig.19 The prediction of creep strain under the various stress history.

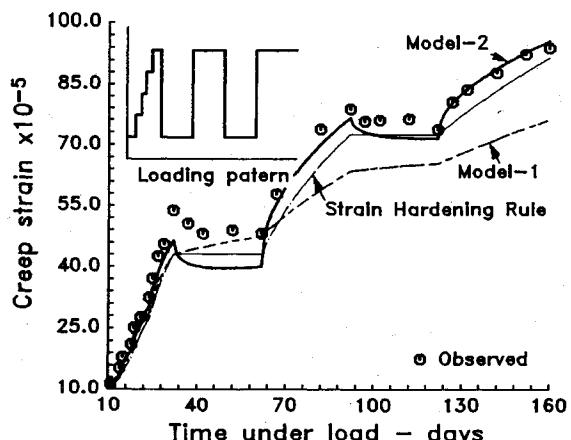


Fig.20 The prediction of creep strain under the various stress history.

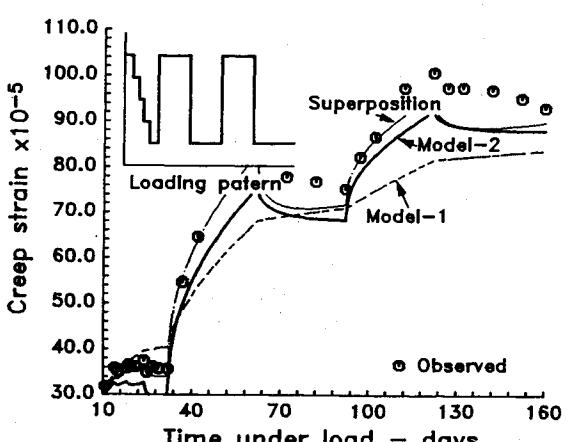


Fig.21 The prediction of creep strain under the various stress history.

に基づき計算し、実験結果と比較した図である。クリープの重ね合わせ則と Model-2 を除いて、ひずみ硬化則、時間硬化則および Model-1 に基づく計算値は、式の形上、伸び側の値とはならない。従って、ひずみ硬化則、時間硬化則および Model-1 に基づく計算値は、実際のクリープ挙動とは幾分異なる傾向を示している。しかし、単調に応力が減少する場合には、初載荷応力によって生じるクリープひずみが、それ以降の応力によって生じるクリープひずみに比べ非常に大きいため、いずれの解析手法に基づく計算値も実験値との隔たりがそれほど大きいものとは言えない。このことは、初載荷時材令が、56 日以外の場合においても同様であった。

**Fig.18～Fig.21** は、種々の変動応力下における著者の提案するクリープ硬化則に基づく計算値の実験データとの適合性を示したものである。なお、**Fig.18～Fig.21** 中に示した従来のクリープ解析手法に基づく計算結果は、実験データと最も良い一致を示したもののみを載せている。これらの図から、ひずみ硬化則に基づく計算値が、従来のクリープ解析手法の中では実験結果を最も良く表していることがわかる。しかし、載荷条件によっては、クリープの重ね合わせ則に基づく計算値の方がひずみ硬化則に基づく計算値よりも良い場合がある。これに対して、著者の提案するクリープ硬化則に基づく計算値は、いかなる場合においても実験値と非常によい一致を示している。

## 5. まとめ

応力履歴を受けたコンクリートのクリープひずみが過去に受けた最大応力の影響を強く受ける非線形な現象であることを実験的に明かにした。また、従来のクリープ解析手法と実験データとの適合性について考察し、従来のクリープ解析手法では、的確に実験結果を表すことのできない場合があることを指摘した。また、いかなる変動応力下においても精度良くコンクリートのクリープ挙動を表すことができる新たなクリープ硬化則を提案し

た。

## 参考文献

- ACI COMMITTEE 209 : Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures, 2nd Draft, American Concrete Institute, Detroit, p.98, 1978, Oct.
- CEB-FIP : Model Code for Concrete Structures, Comité Euro-Internationale du Béton-Fédération Internationale de la Précontrainte, Paris, p.348, 1978.
- Bazant, Z. P. and Panula, L. : Simplified prediction of concrete creep and shrinkage from strength and mix, Structural Engineering Report No.78-10/6405, Department of Civil Engineering, Northwestern University, Evanston, Illinois, p.24, 1978, Oct.
- Faber, O. : Plastic yield, shrinkage and other problems of concrete and their effect on design, Minutes of Proc. ICE, 225, Part I, London, pp.27～73, 1927.
- Glanville, W. H. : Studies in reinforced concrete, III : The creep or flow of concrete under load, Building Research Technical Paper No.12, Department of Scientific and Industrial Research : London, pp.39, 1930.
- Trost, H. : Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech-und Relaxations-probleme bei Beton und Spannbeton, Beton-und Stahlbetonbau, 62, No.10, pp.230～238, No.11, pp.261～269, 1967.
- Neville, A. M., Dilger, W. H. and Brooks, J. J. : Creep of plain and structural concrete, Construction press, London and New York, pp.253～255, 1983.
- 土木学会編：平成3年制定コンクリート標準示方書（設計編），p. 27, 1991.
- Jones, P. G. and Richart, F. E. : The effect of testing speed on strength and elastic properties of concrete, Proc. ASTM, 36, Part 2, pp.380～391, 1936.
- 阪田憲次・綾野克紀：コンクリートの非線形クリープ予測式の提案，土木学会論文集，No. 451/V-17, pp.179～188, Aug, 1992.
- 日本材料学会編：固体力学の基礎, pp. 149～163, 日刊工業新聞社, 1981.

(1991.10.28 受付)

## STUDY ON CREEP STRAIN OF CONCRETE UNDER THE VARIOUS STRESS HISTORIES

Kenji SAKATA and Toshiki AYANO

Most of widely-used creep analysis methods of concrete are on the basis of principle of superposition, and the creep coefficient used in the analysis is constant irrespective of subjected stress. Hence, the non-linear phenomena of creep are frequently neglected in the actual design. We clarify that the creep strain of concrete under the various stress histories is non-linear phenomena strongly affected by the maximum stress. When we treat creep as non-linear phenomena, we need creep hardening rule to calculate the creep strain under the changing stress. Many creep hardening rules have already proposed. For example, there are strain hardening rule, time hardening rule, work hardening rule and so on. These creep hardening rules are proposed for metal materials not for concrete. We will propose the creep hardening rule which can be applied to creep problem of concrete under any condition.