

コンクリートの圧縮疲労特性と疲労強度の特性値に関する研究

井上正一*・西林新蔵**・吉野 公***

本研究は、試験法や供試体の選定条件、さらには試験結果の整理方法の相違がコンクリートの疲労強度の特性値に及ぼす影響を検討したもので、まず、疲労寿命の分布を表わすための最適の分布モデルを検討している。つぎに、供試体寸法やコンクリート強度、繰返し載荷速度が疲労寿命の確率分布特性に及ぼす影響を明らかにするとともに、コンクリートの静的強度のばらつきと疲労強度の特性値との関係についても検討・考察を加えている。

Keywords: fatigue, S-N curve, fatigue life, fatigue strength, P-S-N curve

1. ま え が き

コンクリートは、試験条件が同一であっても、その疲労寿命がかなりばらつくことはいまままでに多くの研究者によって指摘され、このばらつきはコンクリートの疲労性状そのものによる本質的なものであると理解されてきた。そのため、コンクリート構造設計における疲労限界状態をより合理的に規定し、その安全性の照査をより精度よく行う上において、疲労寿命の分布がどのような分布モデルに従うか、すなわち、コンクリートの疲労寿命の平均値やばらつきをどの程度に見込めばよいかを検討することは極めて重要な問題となるのである。

昭和61年に制定された土木学会コンクリート標準示方書¹⁾では、コンクリート構造物の設計において、使用および終局限界状態に加えて疲労限界状態が規定され、その中で、“荷重の中で変動荷重の占める割合およびその作用頻度が大きい場合には、疲労に対する安全性の検討を行わなければならない”こと、さらには“安全性照査のためのコンクリート材料の疲労強度の特性値としては、コンクリートの種類、構造物の露出条件等を考慮して行った試験による疲労強度に基づいて定めるものとする”、との条項が明記されている。これらの条項においては、疲労に対する安全性の実質的な検討は技術者の総合的判断に委ねている。ことに、最近におけるように、新材料や新しい構造形式の出現、新しい環境での構造物の架設、さらには最近話題となっている耐久性設計の導入を考えると、試験の実施計画、試験によって得られた結果の解析をも含め、技術者には益々高度な判断が要求されることになる。

このような観点から、本文では、先ず、コンクリートの圧縮疲労強度の特性値を決定する際の問題点として挙げられているコンクリートの圧縮疲労寿命の分布が、従来から提案されてきた種々の分布モデルのうちのどの分布モデルに最も適合するかを検討している。つぎに、供試体寸法や繰返し載荷速度、コンクリート強度の相違などが疲労寿命に及ぼす影響や、コンクリートの静的強度のばらつきがその疲労寿命のばらつきに及ぼす影響についても検討・考察を加えている。

2. 実験概要

(1) 示方配合と供試体

試験に用いたコンクリートの示方配合と、各配合のコンクリートから作製した円柱供試体の寸法、疲労試験実施時における圧縮強度を一括して **Table 1** に示す。

使用したセメントは普通ポルトランドセメントで、粗骨材には碎石を、細骨材は川砂と砕砂を土木学会標準粒度範囲内に入るように調整した混合砂を使用した。コンクリートの配合条件は、スランプ 5 ± 1 cm、空気量 5%、28日目標強度は 210 kgf/cm^2 (配合 I, III) と 320 kgf/cm^2 (配合 II, IV) の2種類で、それぞれ試し練りの結果に基づいて決定した。

コンクリートの練り混ぜは、容量 100 l の強制かくはん式ミキサーを用いて行った。供試体は全て円柱で、コンクリートの打設は2層に分けて行い、各層を25回ずつ棒突きした後、バイブレータで締固めた。これらの供試体は、材令1日で脱枠、以後27日間水中養生を施し、その後は疲労試験実施時(材令100日以上)まで実験室内に保存した。

(2) 試験方法

疲労試験に先立ち、各配合のコンクリートごとに(8~15)本の供試体を無作為に選び、静的強度試験によって静的平均圧縮強度(\bar{f}_c ; **Table 1** 参照)を求めた。

* 正会員 工博 鳥取大学助教授 土木工学科
(〒680 鳥取市湖山町南4-101)

** 正会員 工博 鳥取大学教授 土木工学科

*** 正会員 工修 鳥取大学助手 土木工学科

Table 1 Mix proportion

| Mix | M. S. (mm) | Slump (cm) | Air (%) | W/C (%) | s/a (%) | Unit weight (kg/m ³) | | | | Size of specimen | f _c (kgf/cm ²) | V [f. _c] (%) | n |
|---------|---------------|---------------|------------|------------|------------|----------------------------------|-----|-----|------|---------------------|--|-----------------------------|----|
| | | | | | | W | C | S | G | | | | |
| Mix I | 20 | 5 ± 1 | 5 ± 1 | 66 | 43 | 165 | 250 | 786 | 1074 | φ 10 × 20 cm | 246 (24.1) | 5.0 | 15 |
| Mix II | 15 | 5 ± 1 | 5 ± 1 | 61 | 46 | 170 | 280 | 823 | 1004 | φ 7.5 × 15 cm | 417 (40.9) | 3.5 | 15 |
| Mix III | 15 | 5 ± 1 | 5 ± 1 | 65 | 43 | 162 | 250 | 848 | 1034 | φ 7.5 × 15 cm | 247 (24.2) | 6.4 | 12 |
| Mix IV | 20 | 5 ± 1 | 5 ± 1 | 58 | 43 | 163 | 280 | 780 | 1070 | φ 10 × 20 cm | 424 (41.6) | 6.7 | 8 |

(): Compressive strength in Mpa V [f._c]: Coefficient of variance n: Number of specimen for static test

Table 2 Results of fatigue test

| r | (a) R = 5 Hz | | | | | | | (b) Mix II, φ 7.5 x 15 cm, S = 90 % | | | | | | | | | | | | (c) φ 7.5 x 15 cm, R = 5 Hz, S = 77 % | | | | | | |
|----|----------------------|--------|--------|--------|------------------------|--------|--------|-------------------------------------|----|-------|------|------|----|------|----|---------|------|--------|----|---------------------------------------|---|---|------|---|---|--|
| | Mix I : φ 10 x 20 cm | | | | Mix II : φ 7.5 x 15 cm | | | R | | | r | | | N | | | R | | | r | | | N | | | |
| | S=85% | S=80% | S=75% | S=70% | S=82% | S=77% | S=72% | (Hz) | r | N | (Hz) | r | N | (Hz) | r | N | (Hz) | r | N | (Hz) | r | N | (Hz) | r | N | |
| | N(x10) | N(x10) | N(x10) | N(x10) | N(x10) | N(x10) | N(x10) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 7 | 223 | 3215 | 8785 | 87 | 932 | 16834 | 5 | 1 | 50 | 6 | 670 | 12 | 1360 | 11 | 510 | 1 | 3890 | 1 | 9320 | | | | | | |
| 2 | 12 | 260 | 3267 | 9640 | 98 | 1296 | 20987 | | 2 | 90 | 7 | 1240 | 13 | 1780 | 12 | 600 | 2 | 18880 | 2 | 12960 | | | | | | |
| 3 | 14 | 290 | 4270 | 12332 | 139 | 1521 | 28974 | | 3 | 140 | 8 | 2330 | 14 | 2510 | 13 | 760 | 3 | 24155 | 3 | 15210 | | | | | | |
| 4 | 16 | 318 | 4780 | 20400 | 187 | 1900 | 40230 | | 4 | 190 | | | 15 | 3730 | 14 | 940 | 4 | 33420 | 4 | 19100 | | | | | | |
| 5 | 22 | 390 | 5190 | 24669 | 222 | 2318 | 43581 | | 5 | 320 | 1 | 24 | | | | | 5 | 43451 | 5 | 23180 | | | | | | |
| 6 | 27 | 391 | 7096 | 25950 | 294 | 2818 | 51825 | | 6 | 460 | 2 | 45 | 1 | 18 | 1 | 10 (8) | 6 | 49659 | 6 | 28184 | | | | | | |
| 7 | 29 | 420 | 7226 | 26000 | 325 | 3579 | 75943 | | 7 | 960 | 3 | 80 | 2 | 38 | 2 | 16 (16) | 7 | 62087 | 7 | 35790 | | | | | | |
| 8 | 33 | 485 | 7928 | 28600 | 386 | 4317 | 91325 | | 8 | 1880 | 4 | 90 | 3 | 50 | 3 | 26 (27) | 8 | 93325 | 8 | 43170 | | | | | | |
| 9 | 34 | 500 | 10050 | 33628 | 463 | 4600 | 104765 | | 9 | 4230 | 5 | 130 | 4 | 85 | 4 | 32 (35) | 9 | 115611 | 9 | 46000 | | | | | | |
| 10 | 41 | 517 | 10480 | 34350 | 582 | 4653 | 156882 | | 10 | 20000 | 6 | 150 | 5 | 120 | 5 | 38 (35) | 10 | 206538 | 10 | 46530 | | | | | | |
| 11 | 43 | 600 | 10780 | 37320 | 805 | 6065 | | 1 | 1 | 28 | 6 | 230 | 6 | 170 | 6 | 43 (40) | 11 | | 11 | 60650 | | | | | | |
| 12 | 43 | 614 | 12140 | 38280 | 1084 | 8995 | | 2 | 2 | 50 | 7 | 330 | 7 | 190 | 7 | 51 (54) | 12 | | 12 | 89950 | | | | | | |
| 13 | 47 | 652 | 13000 | 39644 | 1294 | 10684 | | 3 | 3 | 80 | 8 | 440 | 8 | 310 | 8 | 67 (72) | 13 | | 13 | 106840 | | | | | | |
| 14 | 49 | 796 | 13930 | 41740 | 1441 | 12885 | | 4 | 4 | 180 | 9 | 360 | 9 | 360 | 9 | 98 (98) | 14 | | 14 | 128850 | | | | | | |
| 15 | 53 | 852 | 15640 | 43257 | 1854 | 23164 | | 5 | 5 | 340 | 10 | 940 | 10 | 400 | 10 | | 15 | | 15 | 231640 | | | | | | |
| 16 | 56 | 900 | 16700 | 45150 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | 58 | 1074 | 17275 | 45870 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | 59 | 1120 | 18300 | 48290 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | 64 | 1275 | 19050 | 57384 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | 76 | 1420 | 22640 | 76105 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 21 | 76 | 1668 | 28320 | 85860 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | 84 | 1680 | 29835 | 92821 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 23 | 105 | 1728 | 33780 | 96070 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 24 | 105 | 1980 | 38000 | 96070 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 25 | 125 | 2230 | 41985 | 152779 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 26 | 128 | 2400 | 43820 | 166689 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 27 | 180 | 2554 | 49820 | 185280 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 28 | 153 | 2781 | 58950 | 202630 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 29 | 178 | 3180 | 66155 | 205921 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 30 | 217 | 3882 | 100000 | 225000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 31 | 243 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 32 | 271 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 33 | 275 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 34 | 540 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

(): Fatigue life obtained by Mix IV

疲労試験は、 \bar{f}_c をもとにして上・下限の載荷応力を決定し、下限応力は全て \bar{f}_c の 10% と一定にした。なお、載荷応力と時間との関係には正弦波を採用した。

a) 疲労寿命の分布形の検討

この試験においては配合 I のコンクリートの供試体を用いた。使用した試験機は、容量 20 トンのパルセータ型疲労試験機で、繰返し載荷速度 5 Hz のもとで試験した。設定した上限応力比 (以下においては単に応力比 (S) と称し、S=(載荷上限応力/平均圧縮強度)の百分率で定義する) は、S=85, 80, 75, 70% の 4 水準で、各応力比ごとに約 30 本の供試体を用いた。

b) 供試体の強度や寸法が疲労強度に及ぼす影響

用いた供試体は φ 10 × 20 cm (配合 I, IV) と φ 7.5 × 15 cm (配合 II, III) である。試験機は、容量 25 トンの電気油圧式サーボ機構を有する疲労試験機 (MTS 社製 (京都大学設置)) と、上記 a) で用いたパルセータ型疲労試験機を併用した。試験は、応力比 (S) を S = 85 ~ 72% の間で 6 水準設定し、繰返し載荷速度 5 Hz のもとで実施した。

c) 疲労寿命に及ぼす載荷速度の影響評価

用いた供試体は φ 7.5 × 15 cm (配合 II) である。試験には容量 25 トンの電気油圧式サーボ機構を有する疲労試験機を用いて、応力比 S=90% と一定で行い、繰返し載荷速度は 0.01, 0.1, 0.5, 1, 5 Hz の 5 水準を設定した。

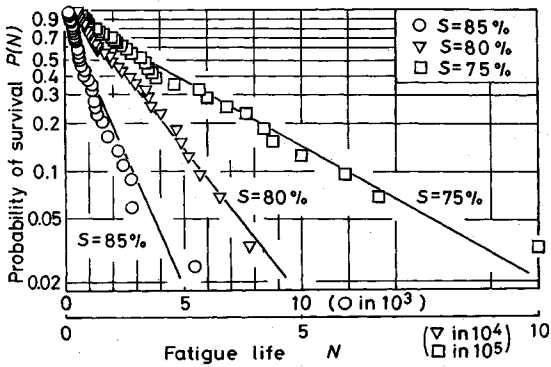
3. 試験結果と考察

Table 2 に疲労試験の結果を示す。Table 中、R は繰返し載荷速度、N は疲労寿命、r は N を小さい順に並べたときの序数である。なお、平均ランク法²⁾によれば、同一試験条件に用いた供試体総数 l の疲労寿命 (N) を小さい順に並べたときの r 番目の期待値、すなわち、生存確率 P(N) は次式で与えられる。

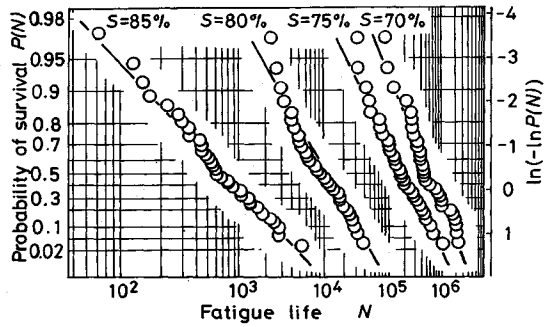
$$P(N) = 1 - r / (l + 1) \dots\dots\dots(1)$$

(1) 疲労寿命の分布形の検討

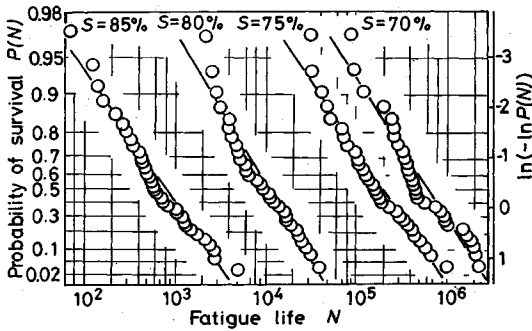
Table 2 より明らかなように、試験条件が同一であっても疲労寿命は著しくばらつき、結果の整理に際しては何らかの確率統計的な取扱いを行う必要のあることがわ



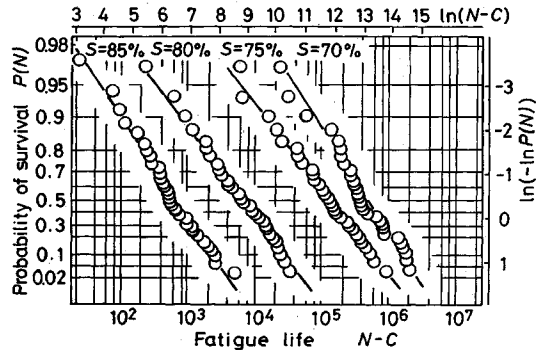
(a) Exponential distribution



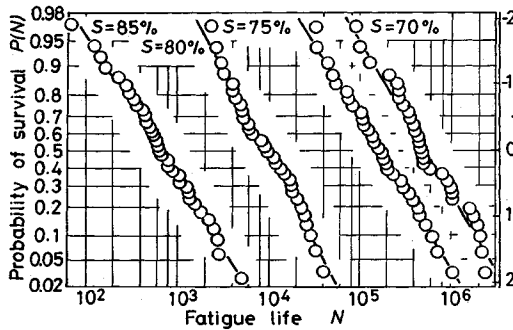
(b) McCall distribution



(c) 2-parameter weibull distribution



(d) 3-parameter weibull distribution



(e) Logarithmic normal distribution

Fig.1 $P(N)-N$ curves

かる。

コンクリートの疲労寿命の分布形に対して種々の分布モデルが提案されてきているが、これらの分布モデルを採用した場合の生存確率 $P(N)$ と N との関係は次式のように線形化でき、それぞれの分布モデルに対応した確率紙を作成することができる。

指数分布³⁾：

$$\ln P(N) = -A \cdot N + B \quad \dots\dots\dots (2)$$

McCall (の提案した) 分布¹⁾：

$$\ln(-\ln P(N)) = A \cdot \ln(\ln N) + B \quad \dots\dots\dots (3)$$

2母数ワイブル分布：

$$\ln(-\ln P(N)) = A \cdot \ln N + B \quad \dots\dots\dots (4)$$

3母数ワイブル分布：

$$\ln(-\ln P(N)) = A \cdot \ln(N-C) + B \quad \dots\dots\dots (5)$$

対数正規分布^{5), 6), 7)}

$$t = A \cdot \log N + B, \quad t = \Phi^{-1}(1 - P(N)) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 t は標準正規変量で、任意の生存確率 $P(N) = P$ の値に対して、標準正規積分表 $(1 - P = \Phi(t))$ より求まる。

Fig.1 (a)~(e) は、疲労寿命の分布形の検討に関する試験によって得られた各応力比 (S) ごとの疲労寿命 N と、式 (1) より算定される生存確率 $P(N)$ との関係を各確率紙上にプロットしたものである。

まず、Fig.1 (a) の指数分布に着目してコンクリート

Table 3 Regression analysis and results of Kolmogrov-Smirnov test

| S (%) | Distribution | Regression equation | N | | D _{max} | D _f ^α | D _{max} /D _f ^α | ℓ |
|-------|--------------|--|----------|------------|------------------|-----------------------------|---|----|
| | | | P(N)=0.5 | P(N)=0.977 | | | | |
| 85 | Exponential | lnP(N) = -7.7 × 10 ⁻⁴ N - 0.174 | 674 | * | 0.176 | 0.182 | 0.97 | 34 |
| | McCall | ln(-lnP(N)) = 7.228 ln(lnN) - 13.942 | 693 | 60 | 0.090 | | 0.49 | |
| | 2-Weibull | ln(-lnP(N)) = 1.141 lnN - 7.914 | 746 | 64 | 0.118 | | 0.65 | |
| | 3-Weibull | ln(-lnP(N)) = 1.005 ln(N - 47.04) - 6.893 | 708 | 70 | 0.096 | | 0.53 | |
| | Log. normal | t = 2.154 logN - 6.046 | 641 | 76 | 0.060 | | 0.53 | |
| 80 | Exponential | lnP(N) = -8.7 × 10 ⁻⁵ N + 0.131 | 9470 | 1770 | 0.081 | 0.190 | 0.43 | 30 |
| | McCall | ln(-lnP(N)) = 12.265 ln(lnN) - 27.596 | 9940 | 1080 | 0.112 | | 0.59 | |
| | 2-Weibull | ln(-lnP(N)) = 1.341 lnN - 12.764 | 10350 | 824 | 0.122 | | 0.64 | |
| | 3-Weibull | ln(-lnP(N)) = 0.902 ln(N - 2007) - 8.362 | 9080 | 2170 | 0.063 | | 0.33 | |
| | Log. normal | t = 2.560 logN - 10.137 | 9120 | 1510 | 0.082 | | 0.43 | |
| 75 | Exponential | lnP(N) = -3.8 × 10 ⁻⁶ N + 0.047 | 170000 | * | 0.122 | 0.190 | 0.64 | 30 |
| | McCall | ln(-lnP(N)) = 14.418 ln(lnN) - 36.307 | 178900 | 21550 | 0.108 | | 0.57 | |
| | 2-Weibull | ln(-lnP(N)) = 1.200 lnN - 14.921 | 185100 | 10940 | 0.122 | | 0.64 | |
| | 3-Weibull | ln(-lnP(N)) = 0.883 ln(N - 26168) - 10.822 | 165000 | 29140 | 0.081 | | 0.43 | |
| | Log. normal | t = 2.288 logN - 11.911 | 160600 | 21460 | 0.067 | | 0.35 | |
| 70 | Exponential | lnP(N) = -1.3 × 10 ⁻⁶ N + 0.002 | 531700 | 16360 | 0.137 | 0.190 | 0.72 | 30 |
| | McCall | ln(-lnP(N)) = 16.184 ln(lnN) - 42.188 | 568800 | 46380 | 0.167 | | 0.88 | |
| | 2-Weibull | ln(-lnP(N)) = 1.230 lnN - 16.702 | 585900 | 37100 | 0.179 | | 0.94 | |
| | 3-Weibull | ln(-lnP(N)) = 1.007 ln(N - 63597) - 13.536 | 541900 | 76710 | 0.145 | | 0.76 | |
| | Log. normal | t = 2.332 logN - 13.308 | 509000 | 70640 | 0.122 | | 0.61 | |

2- and 3- : 2 and 3 parameter Weibull, Log. : Logarithmic * : show negative value α : significant level

の疲労破壊の過程について考えてみる。図中の $P(N) = 1$ に対応する N の値が潜在繰返し回数 (N_c) を表わし、 N_c 以下の繰返し載荷回数では破壊しない限界の回数が与えられる。また、 N_c 以降のプロット点の傾きが故障率 $\lambda(N)$ を表わし、これはある載荷回数までは破壊せず、それに続く次の載荷サイクル中で破壊を起こす割合で定義される。この図より、各応力比ごとの故障率は、 N の大きさに無関係にほぼ一定値 ($\lambda(N) = A$: 乗数) を示すこと、さらに N_c の値も 0 に近い値を示すことがわかる。このような性質は、ガラスのような脆性材料のクリープ破壊時間 (T) をパラメータとする故障率 $\lambda(T)$ の傾向に類似し³⁾、一定圧縮応力振幅下のコンクリートの疲労破壊現象を規定する物理量は破壊速度であることを示唆している。

しかしながら、コンクリートにおいては、破壊ひびわれの発生やひびわれ伝播速度に直接関係すると考えられる故障率 $\lambda(N)$ の挙動の解明とその解明の結果より得られる疲労寿命の確率分布特性に着目した研究は少なく、実用的な観点から疲労寿命の分布形に対して種々の分布モデルが提案されているのである。このような背景を考慮して、疲労寿命の分布形をより明確にするため、他の分布モデルへの適合性についても併せて検討する。

Fig.1 (a)~(e) より、いずれの図におけるプロット点もほぼ直線上にあり、疲労寿命の分布は提案された全ての分布モデルに従うものと推察される。しかし、疲労寿命の分布がどの分布モデルとの適合性が最も良いかの判断は、各分布モデルへの適合度の検定によらなければならない。

Fig.1 中の直線は、各分布モデルに対し、式(2)~(6)中の係数 A, B, C を最小二乗法によって決定した式 (Table 3 参照) を表したものである。各応力比における疲労寿命の分布が図中の直線で近似した分布モデルに従うと仮定して、適合度の検定に Kolmogorov-Smirnov 棄却検定⁸⁾ (以下 K-S 検定という) を適用した結果を Table 3 に示す。この表より、隔たりの最大値 (D_{max}) は限界値 ($D_f^{\alpha=20\%}$) よりも小さく、疲労寿命の分布は有意水準 (α)20% において、仮定した全ての分布モデルに従うといえる。しかし、(D_{max}/D_f^{α}) を詳細に見ると、指数、McCall、2母数ワイブルの各分布における D_{max}/D_f^{α} の値は、3母数ワイブル、対数正規分布におけるそれよりも大きく、疲労寿命の分布形は3母数ワイブル分布や対数正規分布との適合性がより良いといえる。同表には、各分布モデルを採用した場合の生存確率 $P(N) = 0.5 (t=0)$ および $P(N) = 0.977 (t=-2)$ に相応する疲労寿命を回帰式から算定した結果をも併記している。表より、 $P(N) = 0.977 (t=-2)$ 程度までの範囲においては、対数正規分布と3母数ワイブル分布モデルによる算定疲労寿命の間には大差のないことがわかる。一方、回帰式の決定に際しては、対数正規分布の場合には式(6)の係数 A, B が一義的に決まるのに対し、3母数ワイブル分布の場合には式(5)中の C の値を種々変化させ、その結果得られる A, B の値に対し、相関係数の絶対値を最大とするような C の値を決定する必要がある。このため、試験結果の整理の簡便さを考えれば、コンクリートの疲労寿命の分布形は対数正規分布で近似するのが最も実用的であると判断される。

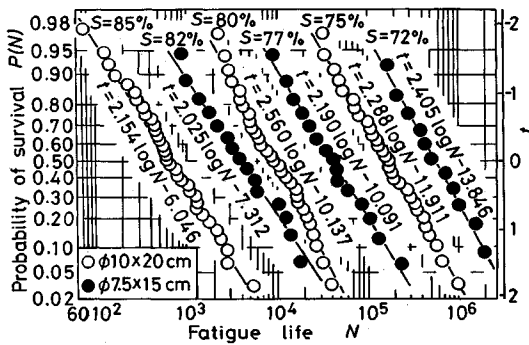


Fig.2 $P(N)-N$ curves

(2) 疲労寿命のばらつきと平均疲労寿命

各応力比ごとの疲労寿命の分布が式(6)で表される対数正規分布に従うとき、 $P(N)=0.5(t=0)$ に相応する平均疲労寿命(\tilde{N}), $\log N$ の平均値 $m[\log N]$ と標準偏差 $V[\log N]$ はそれぞれ次式で表わされる。

$$\tilde{N} = 10^{-B/A}, m[\log N] = -B/A \dots\dots\dots (7)$$

$$V[\log N] = 1/A$$

Fig.2は、配合I、IIの供試体を用い、繰返し载荷速度5 Hzと下限応力比 $S_{min}=10\%$ を一定とし、上限応力比 $S=72\sim 82\%$ の間で行った試験における疲労寿命と生存確率との関係を対数正規確率紙上にプロットしたもので、図中には式(6)の係数A、Bを最小二乗法によって決定した直線式も示している。

Fig.3,4は、それぞれFig.2をもとにして求めた応力比と $\log N$ の標準偏差 $V[\log N]$ および応力比と平均疲労寿命(\tilde{N})との関係を示したものである。Fig.3より、静的強度の変動係数の小さい $\phi 7.5$ cm (Table 1参照)における $V[\log N]$ は $\phi 10$ cm 供試体のそれよりもやや大きめの値を示していることがわかる。このことは、試験によって得られる疲労寿命のばらつきは、静的強度におけるばらつきと同様に、供試体寸法が小さいものほど大きくなることを示している。なお、応力比が疲労寿命のばらつきに及ぼす影響としては、静的強度の変動係数が等しい場合、高応力になるに伴って $V[\log N]$ の値もやや大きくなる傾向のあることがうかがわれる。一方、Fig.4の $S-\tilde{N}$ 線図より、平均疲労寿命 \tilde{N} に関しては、配合条件や供試体寸法の相違が平均疲労寿命に及ぼす影響はほとんどなく、次式に示すような両供試体に共通する $S-\tilde{N}$ 線式が得られた。

$$S = -4.395 \log \tilde{N} + 97.506 \dots\dots\dots (8)$$

上式に、 $N=200$ 万回を代入して求めた疲労強度 $S=69.8\%$ の値は、従来、下限応力比を $S_{min}=(2\sim 22)\%$ の範囲内のある値(本研究では $S_{min}=10\%$)に設定して行われた阪田ら⁹⁾、松下ら⁶⁾、Raju⁹⁾、Opleら¹⁰⁾、Antrinら¹¹⁾、Bennetら¹²⁾によって提案されている値の範囲($S=60\sim 70\%$)内にあり、一方、 $S-\tilde{N}$ 線式の傾き

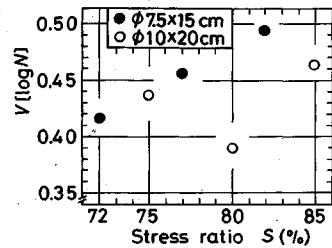


Fig.3 $V[\log N]$ for each fatigue test

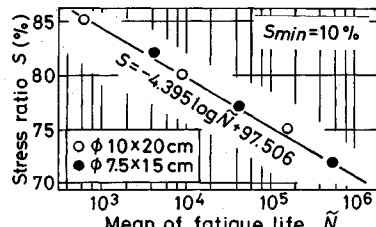


Fig.4 $S-\tilde{N}$ curve

(-4.395)はRaju⁹⁾の -6.369 とBennetら¹²⁾の -4.292 を範囲とする下限に近い値を示している。これらの傾きの値より、圧縮応力下のコンクリートの疲労寿命は、上限応力比 S を5%増減させるとほぼ1オーダー減増することを示し、疲労寿命は応力比に対してきわめて敏感であることがわかる。

(3) コンクリート強度、供試体寸法、繰返し载荷速度が疲労寿命に及ぼす影響

コンクリート標準示方書的主旨に従えば、コンクリートの疲労特性は、強度、寸法をも含めて実構造物に近い供試体の試験から決定することが望ましい。しかし、疲労試験機の容量は20トン程度のもが多く、一方、土木構造物に通常用いられているコンクリートの圧縮強度は300 kgf/cm²程度で、近年さらなる高強度化が図られている現状を考えると、標準の円柱供試体($\phi 15 \times 30$ cmや $\phi 10 \times 20$ cm)によって疲労試験を行うことは不可能な場合が多い。ここでは、上記のような問題に対処し、試験時間の短縮をも図るという目的から、コンクリート強度、供試体寸法、繰返し载荷速度が疲労寿命に及ぼす影響を検討する。なお、この試験に用いる全ての供試体は、空気量5%、供試体直径と粗骨材最大寸法の比を5と一定とすることによって、空気量と骨材最大寸法が疲労寿命に及ぼす影響を排除している¹³⁾。

Fig.5には、①上限応力比 $S=77\%$ 、繰返し载荷速度 $R=5$ Hz、供試体寸法 $\phi 7.5 \times 15$ cmで、コンクリート強度がほぼ $f_c=250$ と 400 kgf/cm² の場合、および②上限応力比 $S=90\%$ 、繰返し载荷速度 $R=0.01$ Hz、コンクリート強度 $f_c=400$ kgf/cm² で、供試体寸法が $\phi 7.5 \times 15$ cmと $\phi 10 \times 20$ cmの場合のそれぞれの疲労寿命と生存確率との関係を示す。Table 4は、これら上限応力

Table 4 Analysis of variance ((a) : $\phi 7.5 \times 15$ cm, $R=5$ Hz, $S=77\%$ (b) : $f_c=400$ kgf/cm², $R=0.01$ Hz, $S=90\%$)

| | Variance | Sum of squares T | Degrees of freedom f | Mean square $S=T/f$ | Ratio $F_0 = S_A/S_B$ | $w-1$ F ($\alpha=5\%$) $k-w$ | Num. of specimen k |
|---|----------|---------------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|--|-----------------------|
| (a) $f_c = 250, 400$ kgf/cm ² | Between | 0.017 | $w-1 = 1$ | $S_A = 0.017$ | 0.11 | 4.28 | 25 |
| | Within | 3.644 | $k-w = 23$ | $S_B = 0.158$ | | | |
| (b) $\phi 10 \times 20$ cm $\phi 7.5 \times 15$ cm | Between | 0.001 | $w-1 = 1$ | $S_A = 0.001$ | 0.01 | 4.49 | 18 |
| | Within | 1.579 | $k-w = 16$ | $S_B = 0.099$ | | | |

Table 5 Analysis of variance

| Frequency of loading R (Hz) | Variance | Sum of squares T | Degrees of freedom f | Mean square $S=T/f$ | Ratio $F_0 = S_A/S_B$ | $w-1$ F ($\alpha=5\%$) $k-w$ | Number of specimen k |
|--------------------------------|----------|---------------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|--|-------------------------|
| 0.01, 0.1 | Between | 3.068 | $w-1 = 1$ | $S_A = 3.068$ | 15.03 | 4.32 | 23 |
| | Within | 4.285 | $k-w = 21$ | $S_B = 0.204$ | | | |
| 0.1, 0.5 1, 5 | Between | 0.593 | $w-1 = 3$ | $S_A = 0.198$ | 0.51 | 2.83 | 46 |
| | Within | 16.167 | $k-w = 42$ | $S_B = 0.385$ | | | |

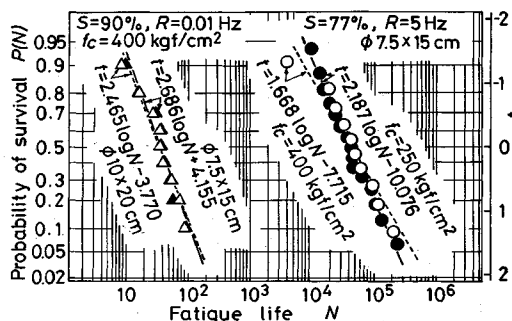


Fig.5 $P(N)-N$ curves

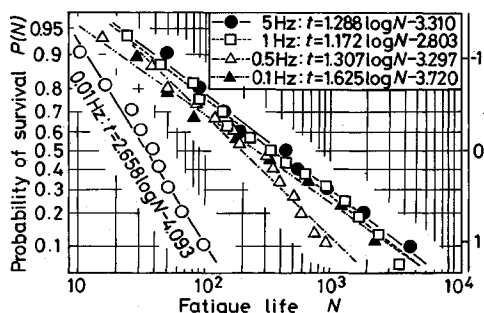


Fig.6 $P(N)-N$ curves

比ごとの疲労寿命の対数値に有意な差があるかどうかを分散分析によって検討した結果を示したものである。表より明らかなように、ここで設定した試験条件下では、これら供試体間の疲労寿命は、危険率5%で有意な差はない。さらに、Fig.4の $S-\tilde{N}$ 線図に着目すると、両コンクリートのプロット点はほぼ直線上にあり、同一応力比で試験を行った場合、これらコンクリートの平均疲労寿命はほぼ等しい値を与えることが推察される。これらの結果より、応力比 (S) を用いて整理する限りにおいては、コンクリート強度や供試体寸法の相違は平均疲労寿命にほとんど影響を及ぼさないものと判断される。

Fig.6は、Table 2に示した応力比 $S=90\%$ のデータについて、繰返し載荷速度をパラメータとした場合の生存確率と疲労寿命との関係を対数正規確率紙上にプロットしたもので、図中の直線式は式(6)を最小二乗法によって決定したものである。図より、各生存確率における疲労寿命は、繰返し載荷速度0.01 Hzから0.1 Hzの間では著しい増加が、0.1 Hzより大きい繰返し載荷速度においてはほぼ一定値を示していることがわかる。これをより明確に示すため分散分析を行った結果 (Table 5参照)、繰返し載荷速度0.1, 0.5, 1, 5 Hzにおける

疲労寿命では危険率5%で有意な差が認められないのに対し、0.01と0.1 Hzの間では危険率5%で有意差のあることが明らかになった。

これらの結果ならびに Keslerら¹⁴⁾による1.2 Hzから15 Hzの範囲であれば疲労寿命に大差がないとの結果をも併せて考えると、0.1 Hz以上の繰返し載荷速度の場合には、15 Hz程度までは繰返し載荷速度が疲労寿命に及ぼす影響は極めて小さいと推察される。

(4) 特性値としての $S-N$ 線式

特性値としての $S-N$ 線式を論じるためにはコンクリートの疲労寿命のばらつきに関する情報が必要となる。その際、金属材料に比べて静的強度のばらつきが大きいコンクリートにおける疲労寿命のばらつきは、(A) 金属材料で言われている疲労破壊特有の現象による部分に加え、(B) 静的強度のばらつきに起因する部分が加算された形で現れると予想される。この場合、金属材料においては引張疲労が、コンクリートにおいては圧縮疲労が取り扱われるのが一般的であり、これら応力下の $S-N$ 線式の特徴は、同一疲労寿命に対する応力がコンクリートでは金属材料よりも1オーダー小さいこと、さらにコンクリートの $S-N$ 線式が S を普通目盛りとする片

対数紙上で直線（金属材料は両対数上で直線）となることである。このことは、コンクリートの疲労寿命が金属材料のそれに比べて応力の大きさにきわめて敏感で、コンクリートの疲労寿命のばらつきには上記 (B) が大きく関与していることを示唆している。

一方、疲労破壊の観点からは、コンクリート円柱供試体の圧縮疲労試験においては、荷重の繰返し回数の増加に伴って円周方向にひびわれが徐々に発達・進展していき、供試体は最終的には2つの円錐形の塊に分断して破壊する。この破壊過程は、金属材料の引張疲労で言われている応力集中に起因する局部破壊でなく、応力の再分配が十分に行われた後の全体破壊を呈していると見なせる。その結果、(A) の観点からは、疲労寿命の均一化、すなわち、疲労寿命のばらつきの減少がもたらされる一方で、(B) の観点からは、静的強度のばらつきが見かけ上小さくなったと同様の効果がもたらされる。

コンクリートの疲労寿命のばらつきには上述のような挙動が複雑に関与すると考えられるが、一般論としてのコンクリートの疲労寿命のばらつきは、静的強度のばらつきがない、あるいは極めて小さい場合には (A) によって、静的強度のばらつきがある範囲にある場合に限定すれば、見かけ上 (B) のみによってもたらされていると見なせるかもしれない。

このような観点から、以下においては、静的強度の変動係数が $V[f_c] = (3.5 \sim 13.5)\%$ の範囲にあるコンクリートに対して、その疲労寿命のばらつきを静的強度のばらつきのみから予測しうる可能性があるか否かを検討する。

すなわち、ここでは、コンクリートの静的平均圧縮強度に対する（平均）応力比 (\bar{S}) とその応力比に対応する疲労寿命の最確値 ($\bar{N} = N(\bar{S})$) との関係が既知で、これらの関係が式 (8) の形あるいは Goodman タイプの $\bar{S}-\bar{N}$ 線式 (式 (9)) で与えられている場合において、コンクリートの静的強度のばらつきが疲労寿命のばらつきに対しどのように影響を及ぼすかを検討し、その結果に基づいて設計用値としての $S-N$ 線式を考察することにする。

$$\log \bar{N} = \log N(\bar{S}) = \frac{A_1 \cdot \bar{S} + B_1}{K \frac{1 - \bar{S}}{1 - \bar{S}_{\min}}} \quad \text{or} \quad \dots \quad (9)$$

ここに、 \bar{S}_{\min} は下限応力比で、 A_1 、 B_1 および K は既知の実験定数である。

仮定条件として、①コンクリートの静的強度 (f_c) の分布は正規分布に従い、②疲労寿命の分布は対数正規分布に従うものとする。

仮定①に基づけば、平均圧縮強度 \bar{f}_c 、強度の変動係数 $V[f_c] = V$ が既知のコンクリートの母集団から超過確率 $P(f_c) = P$ に対応するコンクリートを抽出したとき、

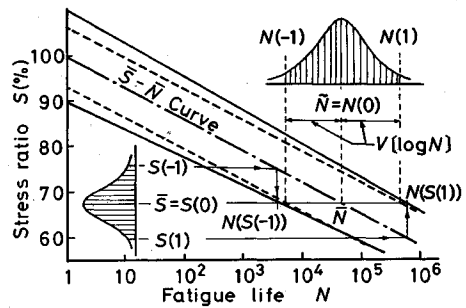


Fig. 7 Relationships between scatter in fatigue life and scatter in static strength

そのコンクリート強度 $f_c(t)$ は次式で与えられる。

$$f_c(t) = \bar{f}_c (1 + t \cdot V/100) \quad \dots \quad (10)$$

$$t = \Phi^{-1}(1 - P), \quad \bar{f}_c = f_c(0)$$

このとき、抽出したコンクリートの真応力比 $S(t)$ は、上限応力 σ_{\max} が一定の場合には、式 (11) で与えられ、

$$S(t) = \frac{\sigma_{\max}}{f_c(t)} = \frac{S(0)}{(1 + t \cdot V/100)} \quad \dots \quad (11)$$

$$\bar{S} = S(0) = \sigma_{\max}/f_c(0)$$

この真応力比 $S(t)$ に対応する疲労寿命の最確値 $N(S(t))$ は、式 (9) の \bar{S} に $S(t)$ を代入することによって、すなわち、式 (12) によって推定できる。

$$N(S(t)) = \frac{10^{A_1 \cdot S(t) + B_1}}{10^{K(1 - S(t))/(1 - S_{\min}(t))}} \quad \text{or} \quad \dots \quad (12)$$

ここに、 $S_{\min}(t)$ は式 (11) の σ_{\max} に下限応力 σ_{\min} を代入したときの $S(t)$ の値である。

この結果、静的強度のばらつきが疲労寿命のばらつきに及ぼす影響は、Fig. 7 の概念図に示すように、任意の $S(0)$ 、 t の値に対して、式 (12) の $N(S(t))$ の値、すなわち、 $S(0) - N(S(t))$ 線式によって評価できる。

Fig. 7 の鎖線は、 $P=0.5 (t=0)$ としたときの $S(0) - N(S(0))$ 線式 (図中では $\bar{S}-\bar{N}$ Curve と表記) を、実線は $t = \pm 1 (P=0.84, 0.16)$ としたときの $S(0) - N(S(t))$ 線式を表わしている。

一方、仮定②に基づけば、 σ_{\max} を種々変化させる、すなわち、平均応力比 $S(0)$ を要因に選んだ本実験のような疲労試験を行った場合、各 $S(0)$ ごとの生存確率 $P(N) = P(\text{or } t = \Phi^{-1}(1 - P))$ に対応する疲労寿命 $N(t)$ は、式 (6)、(7) の関係を用いれば、次式によって算定される。

$$N(t) = 10^{m \log N + U \log N \cdot t} = 10^{(t-B)/A} \quad \dots \quad (13)$$

Fig. 7 中の破線は、式 (13) に $S(0)$ で行われた疲労試験によって得られた式 (6) の係数 A 、 B (Fig. 2 参照) と $t = \pm 1$ を代入して得られる $S(0) - N(t)$ 線式を示している。Holmen¹⁵⁾ はこのようにして得られた t シグマに相応する $S(0) - N(S(t))$ と $S(0) - N(t)$ 線式はほぼ一致する、すなわち、 $S(0) - N(S(0))$ 線式が

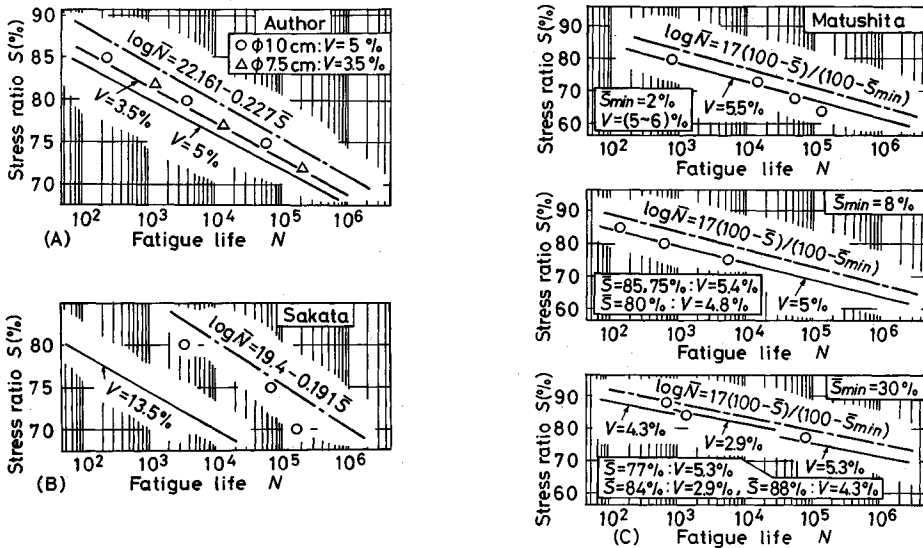


Fig.8 Scatter in fatigue life compared with scatter in static strength

得られれば、任意の生存確率 ($P: 1-P=\Phi(t)$) に対応する $S(0)-N(t)$ 線式は、 $S(0)-N(S(t))$ 線式から推定できることを報告している。

Fig.8 (A) は本研究結果に対して Holmen の考え方の妥当性を検討したものである。図中のプロット点は Fig.2 に示した直線式に $t=-1$ を代入して求めた疲労寿命 $N(t)$ を、鎖線は $S(0)-N(S(0))$ (Fig.4 の $S-\tilde{N}$ 線式に対応) を、実線は Table 1 に示した強度の変動係数 $V[f_c]=3.5\%$ ($\phi 7.5 \times 15$ cm の供試体) および $V[f_c]=5\%$ ($\phi 10 \times 20$ cm の供試体) に対し、 $t=-1$ としたときの $S(0)-N(S(t))$ 線式を示す。

Fig.8 (B), (C) は、同様の処理を施して阪田ら⁵⁾、松下ら⁶⁾の試験結果を示したものである。これらの図より、 $\phi 7.5 \times 15$ cm の供試体を用いた本研究の結果および同一寸法の供試体で試験している松下らの結果の大半は、疲労寿命の対数の 1 シグマ相応のプロット点と静的強度に関する 1 シグマ相応の実線とはほぼ一致し、Holmen の考え方がほぼ妥当であることを示している。一方、 $\phi 10 \times 20$ cm の供試体を用いた阪田らの結果および本実験のそれは、静的強度のばらつきの方が疲労寿命のばらつきよりも大きくなっている。これらの事実より、 $\phi 7.5$ cm 以上の供試体によって疲労試験が行われる場合、任意の生存確率 (P) を考慮した $P-S-N$ 線式は、式 (11), (12) から算定される $S(0)-N(S(t))$ 線式を採用することによって、かなりの精度でかつやや安全側の値として予測できる可能性のあることを示している。

なお、現場コンクリートにおいては、静的強度のばらつき ($V[f_c]=V_2$) が実験室の試験コンクリートのそれ ($V[f_c]=V_1$) よりも大きいと予想されるので、この場合の

$P-S-N$ 線式は、式 (11) の V に $V=V_2$ を代入することによって推定できる。

最後に、 $S-N$ 線式的设计用値について考えてみる。土木学会コンクリート標準示方書では、気中において特に試験を行わない場合の疲労寿命の设计用値 (N_d) には次式を用いてもよいとしている。

$$\log N_d(S(t)) = K \frac{1 - \gamma_c \cdot S(t)/k_1}{1 - \gamma_c \cdot S_{min}(t)} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $\gamma_c=1.3$ は材料係数で、圧縮に対しては $k_1=0.85$, $K=17$ である。

式 (14) において $k_1=1$, $\gamma_c=1$ とおけば式 (12) と一致し、式 (12) は t の値を規定することによって任意の生存確率 P を考慮した疲労寿命値をかなりの精度でしかも安全側の値として推定していることは上述した通りである。下限応力比が $S_{min}=20\%$ 以下の範囲で行われた従来の $S-N$ 提案式を検討すると、上限応力比 5% の増減に対して平均疲労寿命は約 1 オーダ減増している。疲労に最適の γ_c の値についてはさらに詳細な検討が必要であるが、 $\gamma_c=1.3$, $k_1=1$ とした場合の疲労寿命の设计用値 $N_d(S(t))$ は特性値 $N(S(t))$ よりもさらに 6 オーダ程度小さな値を予測したものになっているといえる。

4. ま と め

本研究は、コンクリートの圧縮疲労寿命の確率分布特性を明らかにし、併せて疲労試験において用いられる供試体の寸法、コンクリート強度、静的強度のばらつき、繰返し載荷速度などが平均疲労寿命や疲労寿命のばらつきに及ぼす影響を明らかにすることを目的として行ったものである。

以下に、本研究の範囲内で明らかになった点を列挙し、結論とする。

(1) コンクリートの疲労寿命の分布形は、指数分布、McCallの提案した分布、2母数および3母数ワイブル分布、対数正規分布のいずれの分布形にも従う。これらのうち、最も適合性の良い分布は、3母数ワイブル分布と対数正規分布であるが、簡便さと実用性の面を考えれば、対数正規分布で近似するのが適切である。

(2) コンクリートの静的強度の変動係数が等しい場合、疲労寿命 N のばらつきを $\log N$ の標準偏差 $V[\log N]$ で表すと、 $V[\log N]$ の値は供試体寸法が小さくなることや大きくなる。

(3) 供試体の高さ／直径比が2でかつ供試体直径と粗骨材最大寸法比5程度の供試体を用いた場合、供試体寸法やコンクリート強度の相違が平均疲労寿命 (\tilde{N}) に及ぼす影響は、応力比で整理すれば、これを無視できる。

(4) 高応力比 $S=90\%$ における限られた結果ではあるが、繰返し載荷速度が疲労寿命に及ぼす影響は、0.01 Hz から 0.1 Hz の間では大きい、0.1 から 5 Hz、さらに Kesler らの結果を併せて考えれば、15 Hz までの範囲においては疲労寿命に大差がないといえる。

(5) コンクリートの静的強度のばらつきと疲労寿命のばらつきとは密接に関係し、コンクリートの静的強度の変動係数ならびにコンクリートの静的平均強度に対する応力比とその応力比に対応する平均疲労寿命との関係、すなわち、 $\bar{S}-\tilde{N}$ 線式が既知の場合には、式 (11) および式 (12) から生存確率 P を考慮した $P-S-N$ 線式がかなりの精度で予測できる。

本研究の一部の試験の実施に際しては、京都大学（疲労試験機の使用）および立命館大学（供試体の作製）の各材料研究室のお世話になりました。ここに、京都大学教授・藤井学博士、同助教授・宮川豊章博士、立命館大学教授・児島孝之博士をはじめとする関係各位にお礼を申し上げます。

参 考 文 献

- 1) コンクリート標準示方書, 土木学会, p. 9, p. 85, 1986.
- 2) 酒井達夫, 田中道七: 母数推定の統計的手法, 材料, Vol. 31, pp. 941~947, 1982.
- 3) 横堀武夫: 材料強度学, 技報堂, p. 213, pp. 6~7, 1969.
- 4) McCall, J.T.: Probability of Fatigue Failure of Plain Concrete, ACI, No. 55, pp. 233~240, 1958.
- 5) 阪田憲次・木山英郎・西林新蔵: 統計的処理によるコンクリートの疲労寿命に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 198, pp. 107~114, 1972.
- 6) 松下博通・徳光善治: 生存確率を考慮したコンクリートの圧縮疲労強度に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 284, pp. 127~138, 1979.
- 7) 西林新蔵・阪田憲次・井上正一: 変動繰返し荷重下におけるコンクリートの疲労特性に関する研究, 材料, Vol. 31, pp. 1114~1120, 1982.
- 8) 伊藤学・亀田弘行訳: 土木建築のための確率統計の基礎, 丸善, p. 274, 1977.
- 9) Raju, N.K.: Comparative Study of the Fatigue Behavior of Concrete, Mortar and Paste in Uniaxial Compression, Jour. of ACI, pp. 461~463, June 1970.
- 10) Ople, F.S. Jr. and Hulsbos, C.L.: Probable Fatigue Life of Plain Concrete with Stress Gradient, Jour. of ACI, No. 62-2, pp. 59~80, January 1966.
- 11) Antrin, J.C. and McLaughlin: Fatigue Study of Air-Entrained Concrete, Jour. of ACI, Vol. 30, No. 11, pp. 1173~1182, May 1959.
- 12) Bennet, E.W. and Muir, S.E.: Some Fatigue Tests of High Strength Concrete in Axial Compression, Magazine of Concrete Research, Vol. 19, No. 59, pp. 113~117, May 1967.
- 13) Bennet, E.W.: Contribution for A study of the application to the fatigue of concrete of the Palmgren-Miner partial damage hypothesis, Magazine of Concrete Research, Vol. 30, No. 104, pp. 162~164, Sep. 1978.
- 14) Kesler, C.E.: Effect of speed of Testing of Flexural Strength of Plain Concrete, Proc. of Highway Research Board, 32, 1953.
- 15) Holmen, J.O.: Fatigue of Concrete by Constant and Variable Amplitude Loading, ACI, SP-75, pp. 71~110, 1982.

(1991. 4. 10 受付)

STUDY ON THE COMPRESSIVE FATIGUE CHARACTERISTICS OF CONCRETE AND THE CHARACTERISTIC VALUE OF FATIGUE STRENGTH

Shoichi INOUE, Shinzo NISHIBAYASHI and Akira YOSHINO

The compressive fatigue tests for about 240 concrete cylinders were carried out and the following items were investigated. That is, i) the form of probability distribution in fatigue life, ii) the effects of specimen size, concrete properties including static strength, and frequency of loading on the fatigue strength.

Test results indicate ① the distributions of fatigue life conform to the logarithmic normal distribution and 3-parameter Weibull distribution. ② if fatigue tests on specimen with the ratio of specimen diameter to maximum size of aggregate being 5 or more are conducted under the frequency of loading ranging from 0.1 to 15 Hz, the factors such as concrete strength, specimen size, and frequency of loading hardly affect on fatigue strength but the scatter in static strength significantly affects on the scatter in fatigue life.