

複数経路を持つ都市高速道路網における最適流入制御モデルの定式化と解法

飯田恭敬*・朝倉康夫**・田中啓之***

流入流出ランプペア間に複数の利用可能経路が存在する都市高速道路網の最適流入制御モデルを定式化した。このモデルは、ネットワークの利用者均衡条件を従来の LP 制御モデルの制約に組み込んだ構造となっており、交通混雑と OD 間の複数経路を取り扱うことができる。勾配を利用しない解法のひとつであるコンプレックス法を適用したアルゴリズムを示し、簡単な数値例を通して解の収束性を調べた。

Keywords : on-ramp traffic control, urban expressway, user equilibrium, bilevel optimization, complex method

1. はじめに

都市高速道路の交通管制システムは、利用者への情報提供とランプ流入制御を組み合わせて運用されることが望ましい。平常時における自然渋滞の予防を目的とする最適流入制御手法のうち、現在のところ方法論的に完成度が高く実用面でも十分機能しうる方法は、佐佐木・明神¹⁾により提案された LP (線形計画法) によるランプ流入制御である。この制御方式は、都市高速道路の全ての区間で交通量を容量以下に抑えて、かつ総流入台数あるいは総利用距離が最大となるように、各ランプからの流入交通量を決定するものである。LP 制御には、待ち行列長の制約を付加したもの²⁾、路線を制御単位としたもの³⁾、整数計画法の適用⁴⁾などの改良が加えられている。また、交通流の定常性が仮定できない場合には LP 制御は適切ではないので、逐次ランプ閉鎖制御や最大原理を用いた動的制御⁵⁾などの方式が提案されている。

諸外国でも、LP を応用した高速道路の流入制御方式がいくつか提案されている。最も初期の研究は、Wattle worth and Berry⁶⁾によるものである。その後、Yuan and Kreer⁷⁾, Chen et al.⁸⁾などにより様々な展開がなされているほか、Papageorgiou⁹⁾はより動的な LP を提案している。既存の流入制御方式は、最近、Papageorgiou ら¹⁰⁾により体系的に紹介されている。

ところで、LP 制御や動的制御を含む既存の流入制御方式のひとつの問題点は、複雑なネットワーク構造を持つ都市高速道路への適用が難しいことである。すなわち、既存の方式は、回廊状の高速道路などのようにオン・オフランプペア（以下では OD ペアと呼ぶ）間の利用可

能経路が唯一であるネットワークへの適用が前提となっている。現在の都市高速道路のネットワーク形状は単純であり、この前提にはほぼ適合した状況であるため、特に問題は顕在化していない。しかし、将来において、ネットワークが拡大し複雑になった場合には、1 つの OD 間で複数経路の選択が可能となるため、従来型の制御方式では対応することが難しくなるものと思われる。

一方、最近の交通情報提供システムにおける技術革新の進歩は著しく、近い将来に高速道路利用者は高度な交通情報を容易に入手できるようになるものと予想される。しかし、このような技術革新は、既存の流入制御方式の中に必ずしも効果的に組み込まれているとはいはず、情報提供を活用した制御方法の開発が待たれているところである。ネットワークの大規模化と交通情報の充実により、利用者の経路選択の自由度はきわめて向上するであろうから、流入制御においても、このような利用者の経路選択行動を十分に考慮する必要がある。

ネットワーク利用者が自己の経路選択において所要時間などの完全な情報を持つ場合の経路選択行動に関する仮説のうち、妥当であると考えられるものは、利用者均衡の仮説であろう。利用者均衡とは、すべての利用者がそれぞれの交通費用を最小にする経路を選択しようとして行動するならば、その結果生じるであろう安定的な交通流は次の条件を満足するというものである。すなわち、OD ペア間で利用されている経路の交通費用はすべて等しく、その値は利用されていない経路の費用より小さいかまたは等しいという条件である。このような状態では、各利用者が現在利用している経路を変更しようとする動機が生じないため、一種の均衡状態であるといえる。

そこで本研究では、高速道路利用者の経路選択行動が利用者均衡の概念を用いて記述できるということを前提に、OD ペア間に複数経路を持つような都市高速道路網にも適用できる最適流入制御方法を開発することを目的

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部土木海洋工学科
*** 正会員 工修 鹿島建設大阪支店

とする。具体的には、従来型のLP制御方法の考え方を拡張することにより、既存の利用者均衡モデルを組み込んだ新たな制御モデルを定式化し、その解法を示すことを目的とする。

LP制御からの拡張を考える主な理由は、次の2点である。
① LP制御は複数オランプの系統的制御を考慮できる最も簡明な方式であり、ネットワーク化された都市高速道路への展開が比較的容易であること。
② 定常な交通流を前提としている点が利用者均衡の考え方と整合していること。
なお、交通流の定常性を前提とする点は、本研究で提案するモデルの適用限界にもなっている。

以下ではまず、2.で、従来型LP制御方式の概要とその問題点を示す。3.では、2レベル最適化問題の枠組みを応用することにより、従来のLP制御の持つ制約に加えて、交通流が均衡条件を満足するという制約の下での最適流入制御モデルを定式化する。4.では、コンプレックス法の応用により、定式化した問題の数値解法を述べる。5.では簡単な数値計算例を通して、アルゴリズムの妥当性を検討する。

なお、本研究で提案するモデルは、利用者均衡によりネットワーク交通流を記述しつつシステムの最適化を図るという意味で、2レベル最適計画モデル¹¹⁾の範疇に含まれる。しかし、著者らの知るところでは、一般的な2レベル最適化の構造を都市高速道路の制御モデルに応用了した例ではなく、また、先に述べたように、OD間に複数経路を持つネットワークに対応できる流入制御方式も開発されてはいない。さらに、後述するコンプレックス法による解法は、2レベル最適化問題の新たな解法である。

2. 従来型LP制御

(1) LP制御問題の定式化

佐佐木・明神により提案されたLP制御の定式化における前提条件は、以下のようにまとめることができる。

① 決定変数は、各流入ランプからの流入交通量である。

② 目的関数は、総流入台数（高速道路利用台数）の最大化である。

③ 制約条件は、各道路区間において交通量が容量を上回らないことと、流入交通量が流入需要量以下であることである。

④ 各ランプから流入した車が、どの流出ランプから流出するかを表す確率（目的地選択確率）は、所与である。

⑤ 流入・流出ランプ間で利用可能な経路は、最短経路1本のみである。

⑥ 交通量が容量以下である限り、各区間の所要時間は一定である。

仮定④、⑤より、流入ランプ*i*から流入した1台の車が、区間*a*を利用する割合 Q_{ia} は以下のように書くことができる。 Q_{ia} は、影響係数と呼ばれている。なお、以下では区間をリンクと呼ぶこともある。

$$Q_{ia} = \sum_{j \in J} P_{ij} \tau_{ija} \dots \quad (1)$$

ここに、

P_{ij} ：目的地選択確率（流入ランプ*i*から流入した車が、流出ランプ*j*から流出する確率）

$$\sum_{j \in J} P_{ij} = 1$$

τ_{ija} ：最短経路行列 (*i, j* 間の最短経路がリンク *a* を含むとき 1, そうでなければ 0)

J ：流出ランプの集合

である。影響係数を用いることにより、任意の区間の交通量 V_a を決定変数である流入交通量の線形和として次のように表すことができる。

$$V_a = \sum_{i \in I} Q_{ia} U_i \dots \quad (2)$$

ここに、

U_i ：流入ランプ*i*からの流入交通量（制御変数）

I ：流入ランプの集合

である。

目的関数は流入交通量の和であるから、流入制御問題は以下のようない線形計画問題となる。

$$\max \sum_{i \in I} U_i \dots \quad (3)$$

s. t.

$$\sum_{i \in I} Q_{ia} U_i \leq C_a \quad a \in A \dots \quad (4)$$

$$0 \leq U_i \leq U_i^d \quad i \in I \dots \quad (5)$$

ここに、

U_i^d ：ランプ*i*からの流入需要量

C_a ：リンク *a* の容量

A ：リンクの集合

である。

式(4)は区間容量制約である。記述を簡単にするためにすべての区間に容量制約を設けているが、特定区間のみに限定することも可能である。式(5)は、流入交通量の上下限値に関する制約である。流入需要量は、外生的に与えられるものとする。

目的関数は、都市高速道路の運営者にとっての効率性の最大化を意味しており、現在の均一料金制度の下では料金収入の最大化と同義である。式(3)以外にも、各ランプからの流入トリップの平均利用距離を与えて流入交通量との積和を取ることにより、総利用距離の最大化を考えることもできる。この場合には、相対的に長距離利用のトリップを優先させることになる。

(2) LP制御の問題点

従来型LP制御の定式化における前提条件の持つ問題点は、以下の点である。

① リンク所要時間とリンク交通量との関係についての仮定（前提⑥）が必ずしも現実的ではない。リンク所要時間はその交通量とは関係なく一定であると仮定されているが、実際にはリンク交通量の増加にともないリンク所要時間は増加する。

② 各ODペア間の経路を1本に限定している（前提⑤）。この仮定は、現在の阪神高速道路網のようなネットワーク構造に対して、ほぼ妥当である。しかし、将来、ネットワークが拡大され、ODペア間に複数の経路が存在するようになった場合には、この仮定を変更する必要がある。影響係数の定義を修正することにより対応することも可能はあるが、必ずしも利用者の経路選択行動を適切に表現したものになるとは限らない。

3. 最適流入制御モデルの定式化

（1）基本的考え方と定式化の前提

先に述べた問題点を踏まえて、本研究では、豊富な交通情報を有する利用者の経路選択行動を利用者均衡概念により記述することを前提に、それを従来からのLPによる最適流入制御モデルと結合することを考える。このとき、従来型LP制御の枠組みは大きく変わることなく、上述の問題点を解消することを狙いとして定式化を行うものとする。すなわち、新たに定式化する流入制御モデルの前提条件のうち、制御変数、目的関数、区間容量および需要量の制約、目的地選択確率に関しては、従来型LP制御の前提条件（①～④）をそのまま用いるものとする。これらに加えて、新しく設定した前提条件は、以下の通りである。

⑤ 流入・流出ランプペア間に、利用者にとっての選択可能な経路が複数存在する。

⑥ 区間所要時間は、当該区間交通量の単調増加関数である。交通量の増加に対する交通混雑は、この関数に反映される。

⑦ 利用者には経路選択に関して十分詳細な交通情報が提供されており、その情報に基づいて利用者は自由に経路を選択できる。その結果、ネットワーク交通流は利用者均衡状態にあると仮定できる。

⑤、⑥は、従来型LP制御の問題点を解消するためには設定した条件である。⑦はネットワーク交通流に関する仮定であり、都市高速道路利用者の経路選択行動を規定している。もし、情報提供システムにより、経路所要時間についての完全な情報が利用者に対して提供されたとすれば、利用者はそれぞれ各自のトリップ所要時間が最小となるように経路選択を行うであろう。利用者均衡の概念は、そのような状況のもとでの利用者の経路選択行動の結果として生じる交通流の安定状態を適切に記述するものであると考えられる。利用者均衡は、ODペア間に経路が複数存在し、所要時間は交通量に依存するこ

とを前提としているため、仮定⑦には、⑤、⑥が反映されている。なお、モデルを複雑にしないために、ここで利用者均衡は確定的な均衡であるとしておくが、確率的利用者均衡の概念を用いてもモデル化の基本的枠組みは変わらない。

（2）定式化¹²⁾

（1）の前提条件のもとに、定式化すべき制御モデルの特徴を簡単に表現すれば「利用者均衡条件を制約に持つ最適流入制御モデル」ということになる。仮定⑥の下では、利用者均衡条件はある数理最適化問題の解として与えられるから、定式化すべき制御モデルは、最適化問題を制約条件のひとつとして持つ2レベル最適化問題のうちStackelberg計画問題と呼ばれる問題の構造を持つことになる。

上位の最適化問題は、流入制御システムの運用者の意志決定プロセスを記述するものである。目的関数と、制約条件のうち制御変数である許容流入量の上・下限値に関する制約は、従来のLP制御問題と全く同じものであるから、これらはそれぞれ式（3）および式（5）で表される。

区間容量制約は、式（4）とやや異なり次の式（6）となる。

$$\sum_{i \in I} Q_{ia}^*(U) U_i \leq C_a \quad a \in A \quad \dots \dots \dots (6)$$

LP制御では影響係数を先決的に与えていたが、新たな定式化では、 $Q_{ia}^*(U)$ が利用者の経路選択を通して内生的に決定される点が異なっている。具体的には、与えられた流入交通量 U に対して、下位の最適化問題を解いて得られるリンク交通量のOD内訳をオンライン側で集計することにより、 $Q_{ia}^*(U)$ が定義されることになる。

下位の最適化問題は、与えられたランプ流入量に対するネットワーク交通流を記述するためのものである。流入制御システムの運用者は、ランプ流入量を決定することはできるが、前提条件⑦により利用者の経路選択行動を直接的に制御することはできないから、ネットワーク交通流は利用者の自由な経路選択行動を集計したものとなる。したがって、下位問題は、需要固定型の利用者均衡問題¹³⁾として表すことができる。需要固定とは、上位問題の決定変数である流入交通量と別途与えられる目的地選択確率によりOD交通量が規定され、それを制約条件の中で固定的に扱うことを指している。一般的な均衡問題と異なるのは、制約条件のうちOD交通量の保存条件が、制御変数 U_i と目的地選択確率 P_{ij} を用いて

$$\sum_{k \in K_{ij}} h_{ijk} = U_i P_{ij} \quad i \in I, j \in J \quad \dots \dots \dots (7)$$

と表される点である。ここに、

h_{ijk} : ODペア i, j 間の経路 k の交通量

(下位問題の決定変数)

K_{ij} : ODペア i, j 間の利用可能経路の場合

である。

以上より、「利用者均衡を制約条件とする最適流入制御モデル」は、次のように定式化できる。

s. t.

s. t

ここに。

$t_a(x)$: リンク a の走行時間関数 (リンク交通量の単調増加関数)

δ_{aijk} : インシデンス行列 (i, j 間のパス k がリンク a を通るとき 1, そうでなければ 0)

である

(3) 定式化に関する考察

a) 解の存在性と一意性

一般に、Stackelberg 問題の解が存在するための条件は、以下の通りである¹⁴⁾。

① 上位・下位問題の目的関数、および上位問題の制約条件を表す関数が、上位・下位の決定変数に対して連続であること。

② 下位問題の制約領域が凸であり、下位問題が実行可能であること。

③ 上位問題の決定変数と、それに対する下位問題の最適解を用いて表された上位問題の制約領域が空でないこと。

定式化した問題は明らかにこれらの条件を満足するから、解の存在性は保証できる。しかしながら、LP制御の解が一意に決まらない場合があるのと同様に、ここで定式化した問題でも、必ずしも解を一意に決定できるとは限らない。たとえば、ボトルネック上流部に全く同じ目的地選択確率を持つオランプが連続して2箇所配置されているとき、両ランプからの許容流入量の合計を求ることは可能でも、個々のランプの流入量を一意に求めることはできない。しかしこの場合でも、流入台数の最大化という制御目的は達成されているから、解の一意性を保証できないということが本質的な問題ではない。

b) 定式化の拡張と課題

制御変数、目的関数を多少変更しても、同様の定式化が可能である。複数のオンラインプからの許容流入量の合計を制御変数に選んだり、いくつかのオンラインプの流入

量あるいは流入量率がすべて等しくなるような条件を設定すると、それぞれ既存の路線LP制御、部分的な一樣制御に準じた制御方式となる。いずれの場合も変数の数が減少するので、アルゴリズムの負担は軽くなる。

目的関数には、総流入台数の最大化の他に、総利用距離の最大化、総流入台数と総利用距離の重み付き線形和の最大化、平面街路を含めた総走行費用の最小化などを用いることも可能である。

定式化に関する課題のひとつは、与件とした変数である目的地選択確率と流入需要量の設定方法である。目的地選択確率は、観測リンク交通量からのOD推計により別途予測することや、利用者均衡問題に内生化することのほか、プレートナンバーを読み取ることにより推計することも考えられる。流入需要量は、観測交通量からの推計や、平面街路を含む交通需要の予測を通して与える必要があろう。

他のひとつの課題は、利用者の経路選択に関する仮説の検討である。本研究では、利用者の自由な経路選択を保証するという立場に立っているが、システム運用者が経路誘導を行う場合についても検討する必要がある。利用者が運用者の指示する経路を選択すると仮定すれば、一種のシステム最適交通流を想定した定式化を行う必要があろう。

4. 数值计算法

(1) コンプレックス法の概要

3. で定式化した最適流入制御問題は、制約条件式が非線形かつ陽には与えられないので、解析的に制約領域を明示することができない。そのため、目的関数と制約条件式の勾配を用いる通常の勾配法によって最適解を探索することは難しいが、2 レベル最適化問題として定式化された最適ネットワーク計画モデルの解法¹⁴⁾を応用することは不可能ではない。たとえば、比較的大規模な問題に対して適用できるとされている LeBlanc & Boyce の方法¹⁵⁾を用いることが考えられる。しかし、この方法は、上位下位の目的関数を線形結合する際のパラメータの決定基準などに方法論的な問題を持つ。その他の厳密解法は、ネットワークの規模が大きくなれば適用の困難なものが多い。

そこで本稿では、勾配を利用しない試行探索のうち、Spendley らが開発したシンプレックス法に基づく一連の成果¹⁶⁾の応用を考える。ここで、シンプレックスとは、 n 次元空間における $(n+1)$ 個以上の点を頂点とする幾何学的图形である。ただし、すべての頂点のうち、少なくとも $(n+1)$ 個は1次独立でなければならない。シンプレックス法は、「シンプレックスの頂点の中で最悪の目的関数値をとる点の残りの頂点の同心に関する鏡映点は、目的関数値を改善させることが期待できる」とい

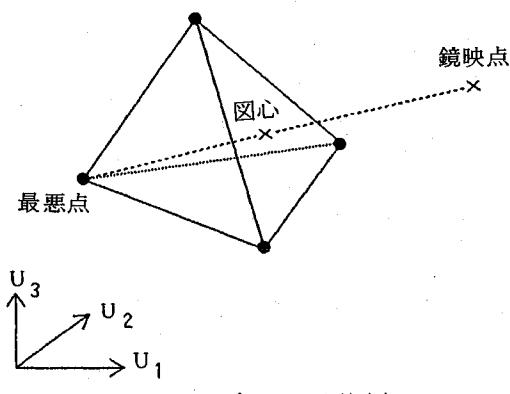


図-1 シンプレックスと鏡映点

う考え方にもとづいている。この期待が正しければ鏡映のプロセスを続けていくことにより、シンプレックスを最適点に近づけることができる。図-1は3次元空間のシンプレックスと鏡映点を示している。

Spendley らのシンプレックス法は、探索の手段としては鏡映動作のみを考え、すべての頂点間の距離が等しい正三角錐のシンプレックスを用いていた。

Nelder & Mead¹⁷⁾により提案された改良シンプレックス法は、シンプレックスを正三角錐に限らず、探索の手段も基本動作である鏡映のほかに、目的関数の形状に応じて、伸張、収縮、縮小などの修正動作を加えることにより効率化をはかったものである。図-2は、このようなシンプレックスが最適点に収束していく様子を示す。

さらに、Box¹⁸⁾はシンプレックス法を不等式制約つきの最小化問題に拡張し、これをコンプレックス法(Constrained Simplex Method)と呼んだ。この方法はシンプレックス法のアルゴリズムに、鏡映点が制約条件を満たすような修正手順を加えた探索法である。

(2) コンプレックス法を適用した解法¹⁹⁾

定式化した最適流入制御問題にコンプレックス法を適用することを考える。制御対象とする流入ランプの数を n 個とすれば、シンプレックスの頂点は、問題の制御変数であるランプ流入交通量のベクトル

$$U = (U_1, U_2, \dots, U_n)$$

で与えられる。頂点は n 個の独立変数によって定められる n 次空間における点であるから、 $(n+1)$ 個以上の流入交通量ベクトルを考えることにより、シンプソンズを形成することができる。流入需要量を越えない任意の流入交通量の組合せに対して、下位問題を解けば利用者均衡フローを求めることができるから、頂点の実行可能性を判定するためには、均衡リンク交通量が区間容量制約を満足するかどうかを調べればよい。

コンプレックス法を用いた解法では、まず制約条件を満たす $(n+1)$ 個以上の流入交通量ベクトルからシンプレックスを作る。つぎに、改良シンプレックス法を用

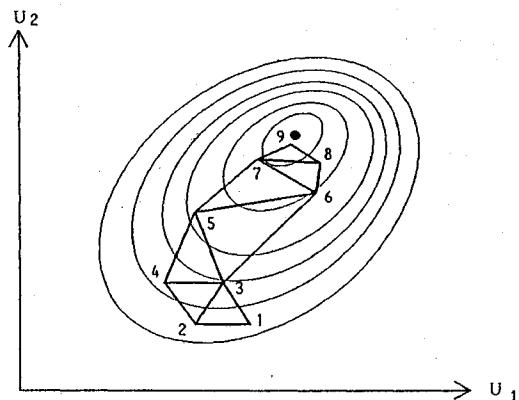


図-2 シンプレックスによる解の探索

いて、上位問題の目的関数値 $f(U)$ を増加させる方向にシングレックスを移動させる。シングレックスを更新するごとにその頂点が制約条件を満たすかどうかを調べ、もしそうでない場合は制約条件を満たすように修正動作を行い、最適解に収束させる。

(3) 具体的な計算アルゴリズム

記号を以下のように定義する.

$f(U)$: 上位問題の目的関数

U^k : n 次元空間におけるシンプレックスの k 番目の頂点

$U^k : (U_1^k, U_2^k, \dots, U_n^k)$
 U^L : シンプレックスにおける目的関数の最小点（最
悪点）

U^H : シンプレックスにおける目的関数の 2 番目の最小値

U^s ・シンプレックスにおける目的関数の最大点

U^G ・最要点 U^L を除いたすべての頂点の圖心

つぎに、この方法で用いる5種の操作を以下のように定義し、2次元の場合についての操作を図に示す。

- ① 鏡映： U^L を次式により鏡映し、新たな試行点 U^k を求める（図-3）

α : 鏡像係数 ($\alpha > 0$)

- ② 拡張：鏡映点 U^k の方向に、その点を越えて試行点をさらに移動する操作である（図-4）。これによって目的関数値の改良がさらに期待できるときは、次式により拡張し、 U^E 点をとる。

r : 拡張係数 ($r \geq 1$)

- ③ 収縮：鏡映により目的関数値の増加が期待できないときの操作である。このとき、最悪点 U^L を次式に示す U^C におきかえる操作によって、シンプレックスの収縮を行う（図-5. a, b）。

$f(U^L)$ と $f(U^k)$ の大小関係により 2 種類の収縮が考

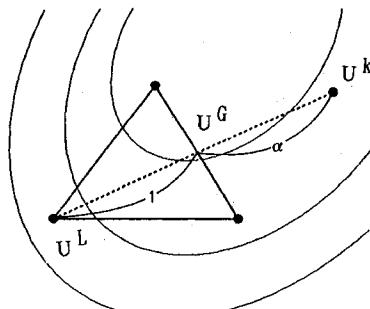


図-3 鏡 映

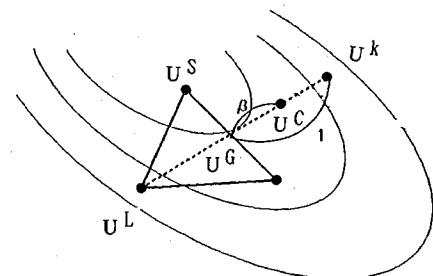


図-5. a 収縮 A

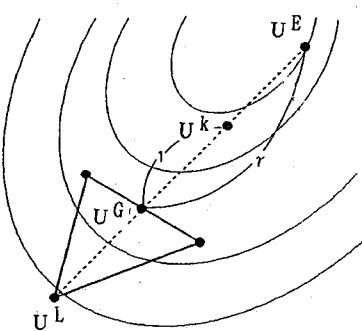


図-4 拡 張

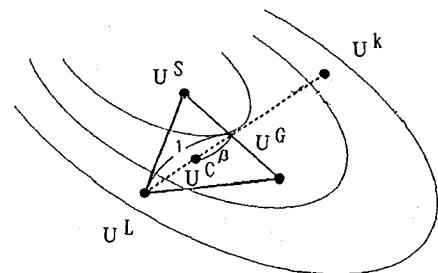


図-5. b 収縮 B

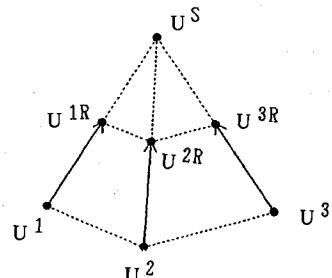


図-6 縮 小

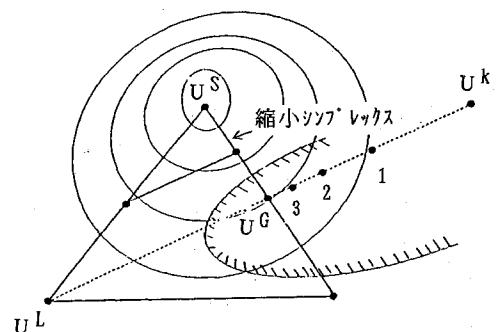


図-7 許容化

えられる。 $f(U^L) < f(U^k)$ の場合、 U^k の側の内分点に戻すほうが解の改善が期待できる。(収縮 A)

$$U^c = \beta U^k + (1-\beta) U^G \quad \dots \dots \dots (17. a)$$

β : 収縮係数 ($0 < \beta < 1$)

逆に、 $f(U^L) \geq f(U^k)$ の場合は、 U^L の側の内分点に戻す。

(収縮 B)

$$U^c = \beta U^L + (1-\beta) U^G \quad \dots \dots \dots (17. b)$$

④ 縮小：シンプレックスの大きさが、問題に対して適正でない場合にとられる手法で、すべての頂点 U^k を目的関数値の最も大きい点 U^s の方向へ $1/2$ ずつ移動させて縮小したシンプレックスを作る(図-6)。

$$U^{KR} = (U^k + U^s)/2 \quad \dots \dots \dots (18)$$

⑤ 許容化：試行点 U^k が制約条件を満足しないならば、 U^G 方向へ収縮率 $1/2$ で 3 回までもどし、許容点 U^f を見つける。それでも許容点が得られないならば、 U^G で許容かを判定し、なお許容点でないなら、シンプレックスを U^s に向かって縮小する(図-7)。

①から⑤の操作を組み合わせた具体的な解法の手順は以下に示す通りである。

[Step. 1] 最初のシンプレックスを作り、各頂点での関数値を求めて U^L, U^H, U^S, U^G を決める。

[Step. 2] 鏡映操作を行い、試行点 U^k とそれに対する目的関数値 $f(U^k)$ を求める。

[Step. 3] 新しいシンプレックスを作成する。

$f(U^H) > f(U^k)$ の場合は、試行点 U^k が新しいシンプレックスにおいても最悪点となり目的関数の改良が見込めないので[Step. 5]へ。

$f(U^k) \geq f(U^H)$ の場合は、目的関数の改良が期待できるので[Step. 4]へ。

[Step. 4] U^k の許容化判定をおこなう。 U^k が許容

点でなければ、許容化アルゴリズムを用いて、 U^k を許容化した U^{kf} を求め、 U^L の代わりに採用する。許容点であれば、以下の操作を行った後、[Step. 6]へ。

① $f(U^S) > f(U^k) \geq f(U^H)$ の場合、 U^L の代わりに U^k を採用する。

② $f(U^k) \geq f(U^S)$ の場合、試行点が新しいシンプレックスに含まれ、その方向で一層の改善が期待できるので、拡張を行う。 $f(U^E) > f(U^k)$ かつ U^E が許容点のときには、 U^L の代わりに U^E をとり、他の場合には U^L の代わりに U^k を採用する。

[Step. 5] 次の収縮あるいは縮小操作を加え、[Step. 6]へ。

[5-1] $f(U^L) \geq f(U^k)$ の場合、 U^k を U^L 側へ収縮(収縮B)し、 U^c を求める。

① U^c が許容点のとき、 $f(U^c) > f(U^L)$ なら収縮は成功で、 U^L の代わりに U^c を採用する。もし、 $f(U^c) \leq f(U^L)$ なら収縮は失敗で、シンプレックスを縮小する。

② U^c が許容点でないときは、非許容領域をシンプレックスが包んでいるから、シンプレックスを制約領域の形状にあった適正な大きさに縮小する。

[5-2] $f(U^L) < f(U^k)$ の場合、 U^k 側へ収縮(収縮A)し、 U^c を求める。

① U^c が許容点のとき、[5-1, ①]と同様の処理を行う。

② U^c が許容点でないとき、許容化アルゴリズムを用いて、許容な U^{cf} を見出し、 U^L の代わりに採用する。

[Step. 6] シンプレックスの大きさが小さくなり、収束判定条件を満たせば、手続きを停止する。収束判定条件としては、各頂点の目的関数値の変動係数 ϵ

$$\epsilon = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (f^k - \bar{f}) / \bar{f} \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

f^k : 第 k 番目の頂点の目的関数値

\bar{f} : 目的関数値の平均

が十分小さくなつたとき、最適点に収束したと考える。収束していないければ、新しいシンプレックスについて、[Step. 2]以降の手続きを再開する。

Box はシンプレックス法の考え方を提案しているが、詳細なアルゴリズムを明確に示していない。上述の[Step. 1]～[Step. 6]は制約のない場合の Nelder & Mead によるシンプレックス法のアルゴリズムに対応している。新たに著者らが改良した主な点は、試行点が制約条件を越えた場合の許容化操作に関する部分を明示的にアルゴリズムに組み込んだことである。制約条件がある場合は、許容化判定との関連で収縮操作が異なることがわかつたため、それを 2 つの場合に分けたことも改良点である。

(4) 方法論上の問題点とその対応

コンプレックス法の適用において以下の問題点がある。

① 制約条件の境界付近での探索過程において、許容化アルゴリズムだけでは、シンプレックスが縮退する可能性がある。縮退が生じたときは、シンプレックスが収束判定基準を満足して探索が停止した場合でも最適点に到達していない。縮退を防ぐためには、次のような縮退防止アルゴリズムを附加することと、シンプレックスの頂点数を増やすこととが効果的である。

縮退防止アルゴリズム：目的関数値の大きいほうから半数の頂点を考える。図心 U^G を中心にして、それぞれの点を p 倍（経験上 $p=1.8$ が適當）だけ拡大した点 U^m で置き換えることにより、シンプレックスを再構成する。そして、各頂点の目的関数値と U^k を許容化した U^{kf} の目的関数値を比較して、最大値を与える点 U^L の代わりに採用する。ただし、 U^m が許容点でないときは、 U^G に向かって $1/3$ ずつ収縮する。

② シンプレックスを更新するごとに、試行点が制約領域内にあるかを判定しなければならない。そのためには均衡問題を解く回数がきわめて多くなり、計算に多くの時間を要する。しかし、実用上の近似解を求める場合には、必要な精度の範囲内で、均衡問題の解の計算精度を緩和することにより対応すればよいと考えられる。

5. 数値計算例²⁰⁾

コンプレックス法を応用したアルゴリズムの妥当性を検討するため、列挙法により容易に厳密解を求めることのできる小規模なネットワークを用いて数値計算を行う。コンプレックス法により求めた解を列挙法によるものと比較するとともに、収束判定基準値を変えたときの解の収束性と計算時間について考察を加える。

(1) 前提条件

数値計算に用いたネットワークを図-8 に示す。ノード①, ②が制御対象となる流入ランプで、ノード⑤, ⑥は流出ランプである。4 つの流入・流出ランプペア間で、利用可能な経路がそれぞれ 2 本ずつ存在する。リンク走行時間関数は、次式に示す修正 B.P.R. 関数とした。

$$t_a(x) = t_{a0} \{1 + 2.62(x/C_a)^5\} \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

ここで、 t_{a0} は自由走行時のリンク走行時間である。

リンク容量、リンク所要時間、目的地選択確率および流入需要量の値を変えた 2 つのケースについて、数値計算を行う。2 つのケースの前提条件は、それぞれ表-1, 表-2 に示す通りである。

コンプレックス法を適用する場合の収束判定には、2 種類の基準を考える必要がある。ひとつは下位の均衡問題を解く際の Frank-Wolfe 法の収束基準 (ϵ_1) である。 ϵ_1 には解を更新するごとのリンク交通量の変動率をとった。すなわち、

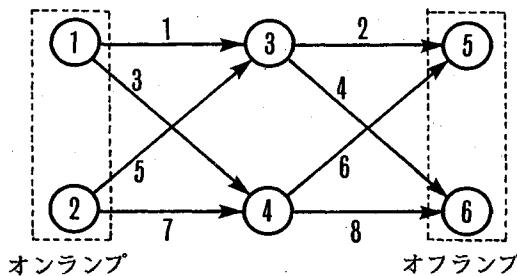


図-8 数値計算用ネットワーク

表一 前提条件（ケース1）

リンク	1	2	3	4	5	6	7	8
t _{as}	2	3	3	3	3	4	3	2
C _s	1000	70	1000	40	1000	75	1000	40

目的地選択確率

オンライン*	オフランプ*	
	5	6
1	0.70	0.30
2	0.80	0.20

$$\text{流入需要量: } U_1^d = U_2^d = 100$$

表-2 前提条件(ケース2)
リンク容量と自由走行時間

リンク	1	2	3	4	5	6	7	8
t_{as}	2	4	3	3	3	2	3	3
C_s	1000	40	1000	60	1000	45	1000	50

目的地選擇確率

オンランプ	オフランプ ^a	5	6
1		0.625	0.375
2		0.389	0.611

$$\varepsilon_1 = \max_{\alpha} [|V_\alpha^{(m)} - V_\alpha^{(m-1)}| / V_\alpha^{(m-1)}] \dots \dots \dots \quad (21)$$

$V_a^{(m)}$: m 回目の繰り返しにおけるリンク a の交通量である。 ϵ_1 の値は、1.0% と 3.0% の場合を調べるものとした。

他のひとつの基準は、コンプレックス法自体の収束判定基準 (ε_2) であり、既に式 (19) で与えたものである。 ε_2 は、1.0% と 0.5% の場合を調べるものとした。

一方、コンプレックス法による解の収束性を調べるために比較対象となる厳密解は解析的に求めることができないので、列挙法により求めるものとした。すなわち、2つのオンラインプからの流入交通量 (U_1 , U_2) をそれぞれ1台刻みで与え、その組合せに対して下位問題を解いて均衡交通流を求め、それがリンク容量制約を満足する

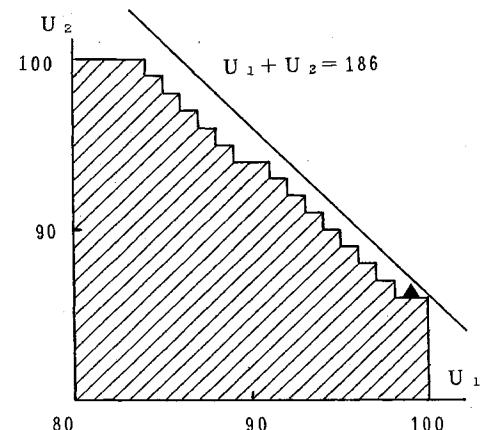


図-9 實行可能領域と最適解（ケース1）

表-3 コンプレックス法による計算結果（ケース1）

ε_1	ε_2	U ₁	U ₂	f(U)	計算時間(秒)
1.0	0.5	99.1	86.7	185.8	9
1.0	1.0	90.7	94.0	184.7	5
3.0	0.5	88.1	96.2	184.3	2
3.0	1.0	99.0	85.3	184.3	2

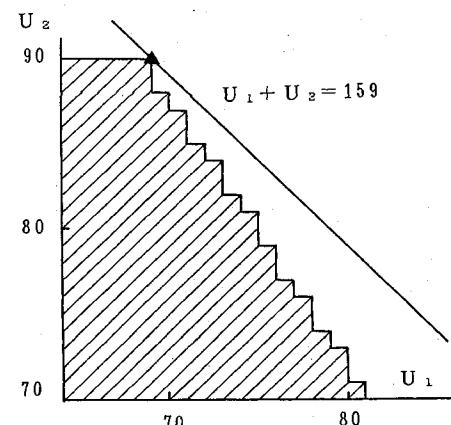


図-10 實行可能領域と最適解（ケース2）

表-4 コンプレックス法による計算結果（ケース2）

ϵ_1	ϵ_2	U ₁	U ₂	f(U)	計算時間(秒)
1.0	0.5	69.2	89.9	159.1	13
1.0	1.0	69.3	89.7	159.0	9
3.0	0.5	69.4	90.0	159.4	4
3.0	1.0	69.0	89.3	158.4	3

かどうかを調べる。そして、実行可能な組合せのうち、 $U_1 + U_2$ を最大にする組の近傍に厳密解があるとする。

(2) 計算結果とその考察

図-9の斜線部分は、ケース1について、列挙法で求めた実行可能領域（均衡条件と容量制約を満たす解）を示す。 $U_1 + U_2$ が最大となるのは点(100, 86)であるから、この近傍に厳密解があることがわかる。

ケース1について、コンプレックス法による計算結果

を表-3に示す。また、図-9に示した点▲は、最も厳しい収束基準の場合の収束点(99.1, 86.7)である。この点は列挙法による組み合わせ最適解の近傍にあることから、厳密解の近傍に解が収束していることがわかる。

同様にケース2についての結果を図-10、表-4に示す。このケースでも、コンプレックス法により厳密解の近傍の解が得られているものと判断できる。

これらの計算結果は次のようにまとめられる。

① ここで設定した収束判定基準の範囲では、目的関数である総流入台数の値はほとんど変わらないが、判定基準を厳しくするほど目的関数値がやや大きくなる傾向にある。ケース1では、判定基準の設定値により、各ランプからの許容流入量の値に多少のばらつきが見られる。これは、最適解の近傍のやや広い範囲で、目的関数の勾配と制約領域の勾配がほとんど一致することにより、シンプレスがその部分での探索過程において収束基準を満足したためと考えられる。

② ϵ_2 を固定して考えた場合、 ϵ_1 を緩和することによって、計算時間は大幅に短縮されている。逆に ϵ_1 を固定して考えると、 ϵ_2 の違いによる計算時間の差は小さい。 ϵ_1 と同じであれば、計算時間はシンプレスの更新回数に依存するが、 ϵ_2 を緩和してもシンプレスの探索移動過程が変わらない場合には更新回数は減少せず、計算時間が短縮されない場合もあることがわかる。コンプレックス法では計算時間のほとんどが均衡問題の計算に費やされるから、実用的にはFrank-Wolfe法の判定基準である ϵ_1 を緩和することが有効であることがわかる。

これらの計算例より、定式化した最適流入制御問題に対して、コンプレックス法を適用した解法を用いることが可能であることがわかった。しかし、いくつかの検討すべき問題点があげられる。

① 計算時間：コンプレックス法のアルゴリズムでは、シンプレスを更新するごとに、試行点の実行可能性を判定する必要がある。ここでは、Frank-Wolfe法により均衡問題を解いて実行可能性を判定したが、計算に多くの時間を要した。そこで、Frank-Wolfe法における収束基準を緩和したり、あるいは分割配分法で配分計算を行えば、精度上の問題はあるものの時間短縮が可能である。

② シンプレックスの縮退：制約条件の境界付近では、シンプレスが縮退する可能性がある。解が収束した場合、それが厳密解で収束したのか、それともシンプレスの縮退が起きたため収束判定条件を満足したのかを判別することは困難である。ここに示した簡単なネットワークでは、列挙法を用いて最適解の見当をつけることができたため、縮退により収束した可能性は小さいと考えられる。しかし、実際規模のネットワークでは、

列挙法を実行することができないので、縮退が生じていないことを確認することは難しい。シンプレスが制約領域の境界上および境界付近に存在し、しかも目的関数と制約条件の勾配が比較的広い範囲で一致する場合には縮退が生じやすい。なぜならば、シンプレスを更新するごとに試行点が制約領域外に与えられると、制約領域内の許容点を求めるための縮小の繰り返しが必要となり、その結果シンプレスが小さくなるからである。このような場合には、シンプレスの頂点を多くすることで対応する必要があろう。さらに、縮退が発生していないことを確認するためには、探索終了後にシンプレスの周辺を再探索するアルゴリズムを付加することも有効であろう。

6. おわりに

本研究では、高度情報化社会における都市高速道路に適用できる新しい交通制御手法を開発するため、ネットワーク利用者が十分な交通情報をもって自由に経路選択を行うことを前提とした流入制御モデルについて検討を加えた。得られた成果は以下のようにまとめられる。

① 利用者の経路選択を利用者均衡モデルにより記述し、それを従来のLP制御の制約条件に組み込んだ新たな最適流入制御モデルを2レベル最適化問題の枠組みを用いて定式化した。このモデルは、従来のLP制御方式では扱うことができなかったODペア間に複数経路を持つようなネットワークに適用できるほか、交通量の増加に伴う交通混雑を考慮できるという利点を持つ。

② 勾配を利用しない試行探索法のひとつであるコンプレックス法を応用了した数値計算法を示した。仮想ネットワークを用いた数値計算により解の収束性を検討した結果、提案したアルゴリズムにより厳密解の近傍の解を得られることがわかった。

一方、定式化の拡張と課題で既に述べた課題や、計算例を通して明らかになったアルゴリズム上の問題点のほかに、以下の点が今後の検討課題として残されている。

① 現時点では実際道路網への適用計算を行うには至っていないので、方法論の実用性を単純に結論づけることはできない。しかし、提案したモデルが必要とする入力変数は、リンク走行時間関数を除いてLP制御の入力変数と同じものであるため、基本的にはLP制御と同様の方法で実際の流入制御システムに組み込むことが可能であると思われる。ただし、実際システムにおいて計算時間の制約が厳しい場合には、アルゴリズムの改良による高速化を検討しなければならないであろう。

② 提案したモデルは、LP制御と同様に平常時の定常な交通流に適用されるべきものであり、非定常な状況への適用には限界がある。この点については、最近注目されているネットワーク交通流の動的な記述モデルを新

たに制御システムに組み込むことを考える必要がある。

いずれにしても、近い将来、都市高速道路の大規模化、複雑化が進み、ODペア間に複数の利用可能な経路が存在するようになれば、利用者に対する情報提供の重要性が増し、そのことを考慮した流入制御システムの開発がますます重要なものと思われる。

参考文献

- 1) 佐佐木綱・明神証：都市高速道路網における流入制御理論，交通工学，Vol. 3, No. 3, pp. 8~16, 1968.
- 2) 明神証・坂本破魔男・岩本俊輔：流入待ち行列長を考慮したLP制御，交通工学，Vol. 10, No. 4, pp. 3~11, 1975.
- 3) 宮口智樹：路線を単位とした都市高速道路の交通制御に関する研究，京都大学修士論文，1987.
- 4) 井上矩之・辻本賀一・多和健一：整数LPを用いた高速道路ブースト制御，土木計画学研究・講演集，No. 11, pp. 133~140, 1988.
- 5) 松井寛・佐藤佳朗：都市高速道路の動的流入制御理論に関する研究，土木学会論文集，No. 326, pp. 103~114.
- 6) Wattleworth, J.A. & Berry, D.S. : Peak Period Control of a Freeway System-Some Theoretical Investigations, HRB Rec., No.89, pp.1~25, 1965.
- 7) Yuan, L.S. & Kreer, J.B. : Adjustment of Freeway Ramp Metering Rates to Balance Entrance Ramp Queues, Transpn. Res., Vol.5, pp.127~133, 1971.
- 8) Chen, C.I., Cruz, J.B. & Paquet, J.B. : Entrance Ramp Control for Travel Rate Maximization in Expressways, Transpn. Res., Vol.8, pp.503~508, 1974.
- 9) Papageorgiou, M. : A New Approach to Time-of-Day Control Based on a Dynamic Freeway Traffic Model, Transpn. Res., Vol.14 B, pp.349~360, 1980.
- 10) Papageorgiou, M. : Traffic and Transportation Systems, pp.285~303, Pergamon Press, 1991.
- 11) 朝倉康夫：利用者均衡を制約とする交通ネットワークの最適計画モデル，土木計画学研究・論文集，No. 6, pp. 1~19, 1988.
- 12) Iida, Y., Hasegawa, T., Asakura, Y. & Shao, C.F. : A Formulation of On-Ramp Traffic Control System with Route Guidance for Urban Expressway, CCCT '89 in Paris, pp.303~310, 1989.
- 13) 井上博司：需要固定型交通均衡モデル，土木学会編「交通ネットワークの分析と計画」, pp. 49~66, 1987.
- 14) 志水清孝：システム最適化理論, pp. 92~99, コロナ社.
- 15) LeBlanc, L.J. & Boyce, D.E. : A Bilevel Programming Algorithm for Exact Solution of the Network Design Problem with User-Optimal Flows, Transpn Res., Vol.20 B, pp.259~265, 1986.
- 16) Kowalik, J. & Osborne, M.R. : 非線形最適化問題, 山本善之・小山健夫共訳, pp. 27~33, 培風館, 1970.
- 17) Nelder, J.A. & Mead, R. : A Simplex Method for Function Minimization, Computer J., Vol.7, pp.308~313, 1965.
- 18) Box, M.J. : A New Method of Constrained Optimization and a Comparison with Other Methods, Computer J., Vol.8, pp.42~52, 1965.
- 19) 飯田恭敬・朝倉康夫・田中啓之：複数経路を持つ都市高速道路の最適流入制御方法，土木計画学研究・講演集，No. 12, pp. 305~312, 1989.
- 20) 田中啓之：複数経路を有する都市高速道路の最適流入制御方法，京都大学修士論文，1990.

(1991.3.22 受付)

FORMULATION AND SOLUTION ALGORITHM OF OPTIMAL ON-RAMP TRAFFIC CONTROL MODEL FOR URBAN EXPRESSWAY NETWORK WITH MULTIPLE ROUTES

Yasunori IIDA, Yasuo ASAKURA and Hiroyuki TANAKA

In order to develop a steady-state on-ramp traffic control method for large scale urban expressway network in future, the conventional Linear Programming type model is extended so that it can be applied to the cases which include the network with multiple travel routes between on and off ramp pair and traffic congestion on each link. Formulated optimal control model combines the User Equilibrium assignment with the current LP type control model using bilevel optimization framework. The control variable of the model is each on-ramp traffic volume and the objective function is to maximize the total number of expressway users. Constraints are link capacity constraints and demand constraint as well as the UE conditions. A solution algorithm is proposed through applying the Constrained Simplex (Complex) Method. Simple numerical examples verify the algorithm.