

# 二種混合体の応力-ひずみ関係と混合土の 一次元圧縮特性への適用

大嶺 聖\*・落合英俊\*\*

本論文は、異質材料で構成される二種混合体の応力-ひずみ関係を、個々の材料の特性を用いて予測する手法を提案し、それを混合土の一次元圧縮問題に適用したものである。提案法に基づいて算定された二種混合体の弾性係数は、他の理論式および既往の実験結果と比較して良好な結果が得られた。さらに、混合土の土構造を評価することにより、混合土の一次元圧縮問題へ適用し、その妥当性を示した。

**Keywords:** mixed soil, stress-strain relationship, elastic modulus, soil structure, one-dimensional consolidation test

## 1. ま え が き

土は粘土、シルト、砂粒子など性質の異なる様々な土粒子から構成されており、その力学特性は構成粒子の性質や含有割合等に支配される。本研究は、土を異質材料から成る混合体と見なし、構成材料の特性から、その応力-ひずみ挙動を予測することを目的としている。

粘土粒子や砂粒子など性質の異なる粒子で構成される混合土は、粒度によって圧縮特性やダイレイタンスー特性などが変化する。また、土の力学特性は、細粒分含有率または粘土分含有率によって影響されるので、土粒子を細粒子と粗粒子の二つに区分することにより、混合体としての土の挙動を評価できると考える。著者らは、これまで、土の変形挙動に及ぼす粒度の影響を調べるために、粒径が異なる細粒子と粗粒子で構成される飽和混合土の圧密特性とせん断特性について検討してきた<sup>1)~4)</sup>。その結果、細粒分の卓越する混合土、すなわち、粗粒子がマトリックス（細粒子と水から成る部分）中に浮いた状態にある混合土の応力-ひずみ関係は、ひずみを粗粒子の含有率に対して補正することによって、マトリックスの特性からほぼ推定できることを示した。また、混合土中の細粒分が少なくなると粗粒子同士の接触が生じ、その影響を考慮しなければならないことが明らかとなった。これらの成果は、混合土の応力-ひずみ挙動が、マトリックスと粗粒子の両方の特性に影響されることを示すものである。本文は、その基礎として、まず、二種類の材料から成る混合体を対象とし、その応力-ひずみ関係を予測する手法を考察し、それを混合土の一次元圧縮問題へ適用したものである。

なお、本論文においては、応力およびひずみは圧縮を

正とする。

## 2. 混合体の応力-ひずみ関係に関する 従来の研究

混合体の力学特性に関する研究の中で、混合体の弾性係数の評価は、古典的な問題の一つである。その問題に対する先駆的な研究を行ったのは、Voigt<sup>5)</sup>とReuss<sup>6)</sup>である。Voigtは、混合体の弾性係数の近似値を求めるために、混合体内部のひずみは一樣であると仮定した。他方、Reussは、混合体内部の応力が一樣であると仮定し、混合体の弾性係数を求めた。さらに、Hill<sup>7)</sup>は、いかなる混合体においても、実際の混合体の弾性係数は、VoigtとReussの二つの近似値の間にあることを論証した。つまり、VoigtとReussの提案式は、混合体の弾性係数の上下界を示したものであると言える。一方、HashinとShtrikman<sup>8)</sup>は、変分法に基づいて、より厳密な混合体の弾性係数の上下界の値を求めている。この方法は、介在物とマトリックスの剛性が極端に異なると、解が定まらないので、例えば介在物が剛体の場合などには適用できない。この上下界の実用的な値は、介在物とマトリックスの剛性の比が約10程度までと言われている<sup>9)</sup>。

混合体の微視的な挙動から巨視的な挙動をより正確に把握しようとする研究も成されている。AdamsとDoner<sup>10)</sup>は、介在物が規則配列した混合体について、介在物とマトリックスのヤング率の比が大きくなるほど介在物により大きな応力が作用することを数値解析の結果から確かめている。一方、Eshelby<sup>11)</sup>は、無限弾性体の中に弾性係数の異なる一個の楕円体介在物が混入したときの混合体内部の応力およびひずみの乱れについて理論的な考察を行い、混合体の応力-ひずみ関係を評価する手法を提案している。また、Hill<sup>12)</sup>は、ある材料定数を持つ混合体の中にさらに一個の介在物を付加したモデルによる“Self-consistent法”を提案し、弾塑性体にも

\*正会員 工修 福岡大学助手 工学部土木工学科  
(〒814-01 福岡市城南区七隈 8-19-1)

\*\*正会員 工博 九州大学教授 工学部水土木工学科

適用している<sup>13)</sup>。EshelbyやHillの方法は、マトリックスと介在物の剛性が極端に異なる場合にも適用でき、その適用範囲が広い<sup>14)</sup>。しかし、これらの方法は、介在物の体積含有率が比較的小さい場合には実際の現象をうまく評価できるが、介在物の体積含有率が大きくなると許容できない誤差が生じる場合のあることが指摘されている<sup>15)</sup>。

一方、砂と粘土の混合土について、その力学的特性に関する実験的研究が行われている。それらは、粒度組成やコンシステンシー特性に着目して、混合土の圧縮特性とせん断特性を調べた研究が多い。圧縮特性について、鬼塚と吉武<sup>16)</sup>は、混合土の圧縮指数と塑性指数の関係がほぼ直線関係で表されることを明らかにし、また、福江<sup>17)</sup>らは、細粒分含有率が減少し粗粒子同士の骨格が形成されると混合土の圧縮特性が大きく変化することに着目して、混合土の新たな評価法を提案している。せん断特性について、中瀬と亀井<sup>18)</sup>は、塑性指数の減少とともに非排水強度異方向性が大きくなることを明らかにし、また、Skempton<sup>19)</sup>は、残留強度と粘土分含有率に密接な関係のあることを報告している。これらの研究は、混合土の圧縮特性およびせん断特性が、粒度とコンシステンシー特性の影響を大きく受けることなど定性的に貴重な成果を示しているが、混合土の応力-ひずみ挙動を定量的に評価するまでには至っていない。本文では、二種混合体の応力-ひずみ関係の考え方を利用することによって、混合土の一次元圧縮特性の定量的評価を試みる。

### 3. 基礎的考察

#### (1) 混合体の平均的な応力とひずみの表示

混合体を構成する材料の中で、基になる材料をマトリックス、他の材料を介在物とし、介在物は、混合体中に不規則に分布しているものとする。混合体に作用する応力を図-1に示す。混合体には、一様な応力 $\bar{\sigma}_{ij(0)}$ が作用し、物体力は働いていないものとする。このとき、マトリックスと介在物の材料特性の違いによって、混合体の内部で応力とひずみに分布が生じているものとする。ここでは、このような混合体内部の応力とひずみの分布を考察するために、次式の体積積分で定義される応力とひずみを用いる。

$$\bar{\sigma}_{ij} = \int_v \sigma_{ij} dV / V \dots\dots\dots (1)$$

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \int_v \varepsilon_{ij} dV / V \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $\sigma_{ij}$  および  $\varepsilon_{ij}$  は、混合体の微小体積  $dV$  の応力およびひずみ、 $V$  は、混合体の体積、 $i, j=1, 2, 3$  である。

これらの体積積分で定義される平均値の意味は次のように考えられる。まず、式(1)で定義される混合体の

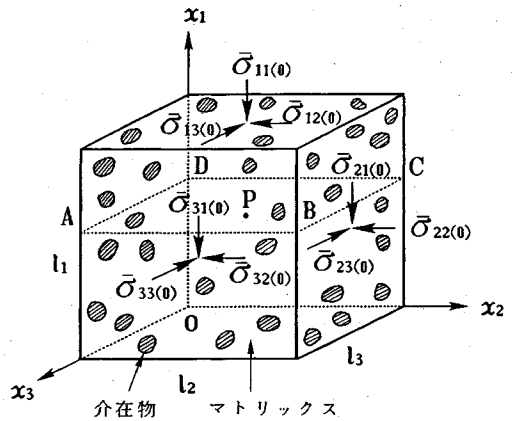


図-1 混合体に作用する応力

平均応力  $\bar{\sigma}_{ij}$  が、混合体の表面に作用する平均応力  $\bar{\sigma}_{ij(0)}$  とどのような関係にあるかを考える。図-1において、 $x_1$  軸に直交する ABCD 面の平均応力の各成分を次のように表す。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{11(0)} &= \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \sigma_{11} dx_3 dx_2 / l_2 l_3 \\ \bar{\sigma}_{12(0)} &= \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \sigma_{12} dx_3 dx_2 / l_2 l_3 \\ \bar{\sigma}_{13(0)} &= \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \sigma_{13} dx_3 dx_2 / l_2 l_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\sigma_{ij}$  は、ABCD 面上の任意の点 P の応力、 $dx_3 dx_2$  は、点 P を含む微小断面面積を表す。ABCD 面で切断された混合体の片側のブロックについて、 $x_1, x_2$  および  $x_3$  方向の力のつり合いを考えると、 $\bar{\sigma}_{ij(0)}$  と  $\bar{\sigma}_{ij(0)}$  の関係は、次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{11(0)} l_2 l_3 &= \bar{\sigma}_{11(0)} l_2 l_3 = \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \sigma_{11} dx_3 dx_2 \\ \bar{\sigma}_{12(0)} l_2 l_3 &= \bar{\sigma}_{12(0)} l_2 l_3 = \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \sigma_{12} dx_3 dx_2 \\ \bar{\sigma}_{13(0)} l_2 l_3 &= \bar{\sigma}_{13(0)} l_2 l_3 = \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \sigma_{13} dx_3 dx_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

式(4)は、 $x_1$  軸に直交するいずれの面においても成り立つので、式(4)の両辺に  $dx_1$  をかけ、積分を行い整理すると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{11(0)} &= \frac{\int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \sigma_{11} dx_3 dx_2 dx_1}{l_1 l_2 l_3} = \frac{\int_v \sigma_{11} dV}{V} = \bar{\sigma}_{11} \\ \bar{\sigma}_{12(0)} &= \frac{\int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \sigma_{12} dx_3 dx_2 dx_1}{l_1 l_2 l_3} = \frac{\int_v \sigma_{12} dV}{V} = \bar{\sigma}_{12} \\ \bar{\sigma}_{13(0)} &= \frac{\int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \sigma_{13} dx_3 dx_2 dx_1}{l_1 l_2 l_3} = \frac{\int_v \sigma_{13} dV}{V} = \bar{\sigma}_{13} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

つまり、混合体の表面に作用する平均応力  $\bar{\sigma}_{ij(0)}$  は、式(1)の体積積分で定義される混合体の平均応力  $\bar{\sigma}_{ij}$  と

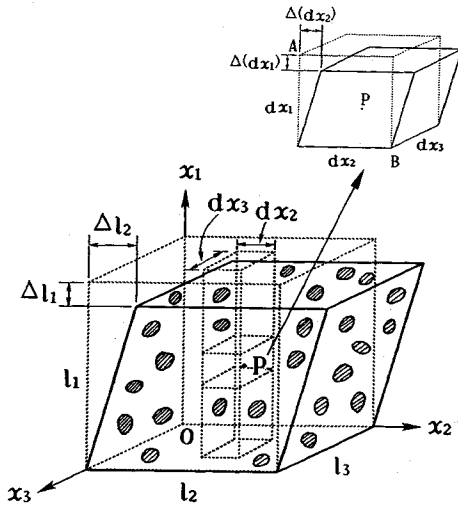


図-2 混合体の変形

一致する。

次に、式(2)で定義される混合体の平均ひずみが、混合体の表面の変位で定義される平均ひずみとどのような関係にあるかを考える。混合体の変形を図-2に示す。混合体の表面は、一様な変位が生じているものとする。微小ひずみを考えると、混合体の表面の変位で定義される平均ひずみ  $\bar{\epsilon}_{11(0)}$  および  $\bar{\epsilon}_{12(0)}$  は、次のように表される。

$$\bar{\epsilon}_{11(0)} = \Delta l_1 / l_1 \dots\dots\dots (6)$$

$$\bar{\epsilon}_{12(0)} = \Delta l_2 / (2l_2) \dots\dots\dots (7)$$

図-2において、任意の点Pを含む微小六面体および微小面積  $dx_2 dx_3$  を底、長さを  $l_1$  とする角柱を考える。図の点Pを含む微小六面体においてB点の変位を0とすると、A点の変位  $\Delta(dx_1)$  および  $\Delta(dx_2)$  は、この微小六面体のひずみ  $\epsilon_{11}$  および  $\epsilon_{12}$  を用いて、それぞれ次のように表される。

$$\Delta(dx_1) = \epsilon_{11} dx_1 \dots\dots\dots (8)$$

$$\Delta(dx_2) = 2\epsilon_{12} dx_1 \dots\dots\dots (9)$$

式(8)および式(9)の微小変位を図-2の角柱の長さ方向に積分した値は、それぞれ混合体の要素の変位  $\Delta l_1$  および  $\Delta l_2$  と等しくなる。さらに、これらの値を式(6)および式(7)に代入すると、 $\bar{\epsilon}_{11(0)}$  および  $\bar{\epsilon}_{12(0)}$  は、それぞれ次のように表される。

$$\bar{\epsilon}_{11(0)} = \int_0^{l_1} \epsilon_{11} dx_1 / l_1 \dots\dots\dots (10)$$

$$\bar{\epsilon}_{12(0)} = \int_0^{l_1} \epsilon_{12} dx_1 / l_1 \dots\dots\dots (11)$$

式(10)および式(11)は、いずれの点における角柱を考えても成り立つので、これらの式の両辺に  $dx_2 dx_3$  をかけ、積分を行うと、次式が得られる。

$$\bar{\epsilon}_{11(0)} = \frac{\int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \epsilon_{11} dx_3 dx_2 dx_1}{l_1 l_2 l_3} = \frac{\int_V \epsilon_{11} dV}{V} = \bar{\epsilon}_{11}$$

$$\bar{\epsilon}_{12(0)} = \frac{\int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \epsilon_{12} dx_3 dx_2 dx_1}{l_1 l_2 l_3} = \frac{\int_V \epsilon_{12} dV}{V} = \bar{\epsilon}_{12} \dots\dots\dots (12)$$

つまり、混合体の表面の変位で定義される平均ひずみ  $\bar{\epsilon}_{ij(0)}$  は、式(2)の体積積分で定義される混合体の平均ひずみ  $\bar{\epsilon}_{ij}$  と一致する。

式(1)および式(2)は、いずれも体積積分で定義されているので、これらの平均応力およびひずみを用いると、混合土内部の応力およびひずみの分布の考察が容易になる。

混合体内部の応力とひずみの分布を評価するために、混合体中の介在物およびマトリックスの平均応力が式(1)と同様に、それぞれ次のように表されるものと考ええる。

$$\bar{\sigma}_{sij} = \int_{V_s} \sigma_{sij} dV_s / V_s \dots\dots\dots (13)$$

$$\bar{\sigma}_{ij}^* = \int_{V^*} \sigma_{ij}^* dV^* / V^* \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $\sigma_{sij}$  は、介在物の微小体積  $dV_s$  に作用する応力、 $\sigma_{ij}^*$  は、マトリックスの微小体積  $dV^*$  に作用する応力を表す。このとき、式(1)の混合体の平均応力は、介在物とマトリックスの平均応力を用いて次のように表されると仮定する。

$$\bar{\sigma}_{ij} = \left( \int_{V_s} \sigma_{sij} dV_s + \int_{V^*} \sigma_{ij}^* dV^* \right) / V = f_s \bar{\sigma}_{sij} + (1-f_s) \bar{\sigma}_{ij}^* \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $f_s = V_s / V$  (介在物の体積含有率)、 $V = V_s + V^*$  である。式(15)の混合体の平均応力は、介在物とマトリックスの平均応力を用いて表されるため、混合体内部の応力伝達を考える上で非常に有利である。

一方、混合体中の介在物およびマトリックスの平均ひずみについても、式(2)と同様に、それぞれ次のように表されるものと考ええる。

$$\bar{\epsilon}_{sij} = \int_{V_s} \epsilon_{sij} dV_s / V_s \dots\dots\dots (16)$$

$$\bar{\epsilon}_{ij}^* = \int_{V^*} \epsilon_{ij}^* dV^* / V^* \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 $\epsilon_{sij}$  は、介在物の微小体積のひずみ、 $\epsilon_{ij}^*$  は、マトリックスの微小体積のひずみを表す。このとき、式(2)の混合体の平均ひずみは、介在物とマトリックスの平均ひずみを用いて次のように表されるとする。

$$\bar{\epsilon}_{ij} = \left( \int_{V_s} \epsilon_{sij} dV_s + \int_{V^*} \epsilon_{ij}^* dV^* \right) / V = f_s \bar{\epsilon}_{sij} + (1-f_s) \bar{\epsilon}_{ij}^* \dots\dots\dots (18)$$

式(18)の混合体の平均ひずみは、介在物とマトリックスの平均ひずみを用いて表されるため、混合体の内部のひずみの分布を考える上で有利である。

このような考え方は、二種混合体に限らず、複数の材料から構成される混合体に対しても適用することができ

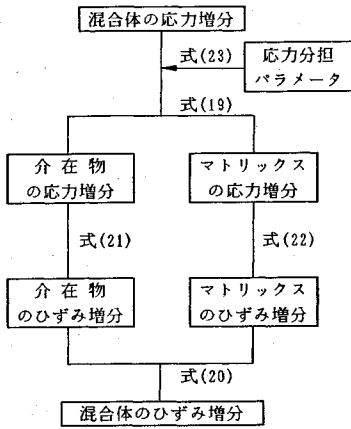


図-3 混合体の応力増分-ひずみ増分関係を求めるための基本的な考え方

ると考えられる。

(2) 二種混合体の応力-ひずみ関係

上に述べた平均応力および平均ひずみの考え方をういて、混合体の応力-ひずみ関係の評価を行う。

応力-ひずみ関係が応力経路に依存する材料では、応力とひずみが一対一に対応しないので、一般に増分形の構成関係が用いられる。本文でも、二種混合体の応力増分-ひずみ増分関係を考察する。

二種混合体の応力増分-ひずみ増分関係を求めるための基本的な考え方を図-3に示す。混合体の応力増分-ひずみ増分関係は、混合体を介在物とマトリックスの二つの部分に分け、それらに作用する応力分担割合を評価し、介在物とマトリックスのそれぞれの応力増分-ひずみ増分関係を用いて求められる。ここでは、以下に示すいくつかの仮定を用いて、二種混合体の応力増分-ひずみ増分関係の誘導を行う。

まず、混合体の平均応力増分は、式(15)より、次のように表される。

$$d\bar{\sigma}_{ij} = f_s d\bar{\sigma}_{sij} + (1-f_s) d\bar{\sigma}_{ij}^* \quad (19)$$

混合体の平均ひずみ増分についても同様に、式(18)より、次のように表される。

$$d\bar{\epsilon}_{ij} = f_s d\bar{\epsilon}_{sij} + (1-f_s) d\bar{\epsilon}_{ij}^* \quad (20)$$

このとき、介在物およびマトリックスの応力増分-ひずみ増分関係が、それぞれ次のように表されるものとする。

$$d\bar{\epsilon}_{sij} = S_{sijkl} d\bar{\sigma}_{skl} \quad (21)$$

$$d\bar{\epsilon}_{ij}^* = S_{ij*kl}^* d\bar{\sigma}_{kl}^* \quad (22)$$

ここで、 $S_{sijkl}$  および  $S_{ij*kl}^*$  は、介在物およびマトリックスの材料特性によって決まる係数である。

式(19)~(22)の関係から、混合体の応力増分-ひずみ増分関係を求めるためには、混合土内の応力分布を評価する必要がある。式(19)で示されるように、混合土

の応力増分は、介在物とマトリックスによって分担されるので、この応力分担割合を求めるために、介在物とマトリックスの応力増分の関係が、次のように表されるものとする。

$$d\bar{\sigma}_{sij} = b d\bar{\sigma}_{ij}^* \quad (23)$$

ここに、 $b$  は、介在物とマトリックスの応力分担割合を表すパラメータである。式(19)と式(23)を連立させると、介在物およびマトリックスの応力増分と混合体の応力増分の関係は、それぞれ次のように表される。

$$d\bar{\sigma}_{sij} = \frac{b}{(b-1)f_s + 1} d\bar{\sigma}_{ij} \quad (24)$$

$$d\bar{\sigma}_{ij}^* = \frac{1}{(b-1)f_s + 1} d\bar{\sigma}_{ij} \quad (25)$$

なお、介在物のみ ( $f_s=1$ ) の場合は、 $d\bar{\sigma}_{sij} = d\bar{\sigma}_{ij}$  となり、マトリックスのみ ( $f_s=0$ ) の場合は、 $d\bar{\sigma}_{ij}^* = d\bar{\sigma}_{ij}$  となる。

次に、混合体に応力増分  $d\bar{\sigma}_{ij}$  が与えられたときの介在物およびマトリックスのひずみ増分は、式(21)および式(22)に式(24)、(25)を代入することにより、それぞれ次式で表される。

$$d\bar{\epsilon}_{sij} = \frac{S_{sijkl} b}{(b-1)f_s + 1} d\bar{\sigma}_{ij} \quad (26)$$

$$d\bar{\epsilon}_{ij}^* = \frac{S_{ij*kl}^*}{(b-1)f_s + 1} d\bar{\sigma}_{ij} \quad (27)$$

したがって、混合体の応力増分-ひずみ増分関係は、式(26)、(27)を式(20)に代入することにより、次のように表される。

$$d\bar{\epsilon}_{ij} = \frac{f_s b S_{sijkl} + (1-f_s) S_{ij*kl}^*}{(b-1)f_s + 1} d\bar{\sigma}_{ij} \quad (28)$$

式(28)で表されるように、混合体の応力増分-ひずみ増分関係は、介在物とマトリックスの材料特性から求められる係数  $S_{sijkl}$  および  $S_{ij*kl}^*$  を用いて表される。

なお、式(28)における応力分担パラメータ  $b$  は、次のようにして求められる。

(3) 応力分担パラメータの決定

応力分担パラメータ  $b$  は、介在物およびマトリックスの材料特性に依存する量である。この  $b$  の値を求めるために、介在物とマトリックスの仕事量について考える。

ある応力状態で混合体にひずみ増分が生じたときの介在物およびマトリックスの単位体積当りの仕事量の増分は、それぞれ次のように表される。

$$dW_s = \bar{\sigma}_{sij} d\bar{\epsilon}_{sij} = S_{sijkl} \bar{\sigma}_{sij} d\bar{\sigma}_{skl} \quad (29)$$

$$dW^* = \bar{\sigma}_{ij}^* d\bar{\epsilon}_{ij}^* = S_{ij*kl}^* \bar{\sigma}_{ij}^* d\bar{\sigma}_{kl}^* \quad (30)$$

式(29)、(30)の右辺に式(24)、(25)を代入すると、介在物およびマトリックスの単位体積当りの仕事量増分は、それぞれ次のように表される。

$$dW_s = \frac{S_{sijkl} b \bar{\sigma}_{sij}}{(b-1)f_s + 1} d\bar{\sigma}_{kl} \quad (31)$$

$$dW^* = \frac{S_{ijkl}^* \bar{\sigma}_{ij}^*}{(b-1)f_s + 1} d\bar{\sigma}_{kl} \dots\dots\dots (32)$$

介在物に比べてマトリックスの圧縮性が大きい場合には、混合体内部の応力は均一であるとすれば、マトリックスの変形は、介在物に比べて大きくなるので、 $dW_s < dW^*$ となる。一方、このとき、混合体内部のひずみが均一であると考え、 $dW_s > dW^*$ となる。前者は、マトリックスの変形を過大に、後者は、介在物の応力を過大に評価することになる。ここでは、混合体の応力状態は、両者の中間にあると考え、介在物とマトリックスの単位体積当たりの仕事量が等しいと仮定する。すなわち、 $dW_s = dW^*$ とすると、応力分担パラメータ  $b$  は、式 (31), (32) から次のように求められる。

$$b = \frac{S_{ijkl}^* \bar{\sigma}_{ij}^* d\bar{\sigma}_{kl}}{S_{smnop} \bar{\sigma}_{smn} d\bar{\sigma}_{op}} \dots\dots\dots (33)$$

4. 弾性体への適用例

(1) 等方弾性材料から成る二種混合体の弾性係数

介在物およびマトリックスが等方弾性材料の場合、式 (21), (22) の係数  $S_{sijkl}$  および  $S_{ijkl}^*$  は、それぞれ次のように表される。

$$S_{sijkl} = \frac{1+\nu_s}{E_s} \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{\nu_s}{E_s} \delta_{ij} \delta_{kl} \dots\dots\dots (34)$$

$$S_{ijkl}^* = \frac{1+\nu^*}{E^*} \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{\nu^*}{E^*} \delta_{ij} \delta_{kl} \dots\dots\dots (35)$$

ここに、 $E_s, \nu_s$  は介在物のヤング率およびポアソン比、 $E^*, \nu^*$  はマトリックスのヤング率およびポアソン比である。したがって、等方弾性材料から成る二種混合体の応力増分-ひずみ増分関係は、式 (28) に式 (34), (35) を代入することにより、次のように表される。

$$d\bar{\epsilon}_{ij} = \left[ \left\{ (1-f_s) \frac{1+\nu^*}{E^*} + f_s b \frac{1+\nu_s}{E_s} \right\} d\bar{\sigma}_{ij} - \left\{ (1-f_s) \frac{\nu^*}{E^*} + f_s b \frac{\nu_s}{E_s} \right\} d\bar{\sigma}_{kk} \delta_{ij} \right] / \{ (b-1)f_s + 1 \} \dots\dots\dots (36)$$

また、応力分担パラメータ  $b$  に関する式 (23) と混合体の平均応力  $\bar{\sigma}_{ij}$  に関する式 (15) から、 $\bar{\sigma}_{sij}$  と  $\bar{\sigma}_{ij}^*$  を求め、これらの値と式 (34), (35) を式 (33) に代入すると、 $b$  は、次のように表される。

$$b = \left( \frac{\frac{1+\nu^*}{E^*} \bar{\sigma}_{ij} d\bar{\sigma}_{ij} - \frac{\nu^*}{E^*} \bar{\sigma}_{ij} d\bar{\sigma}_{ii}}{\frac{1+\nu_s}{E_s} \bar{\sigma}_{mn} d\bar{\sigma}_{mn} - \frac{\nu_s}{E_s} \bar{\sigma}_{mn} d\bar{\sigma}_{nn}} \right) \dots\dots\dots (37)$$

すなわち、応力分担パラメータ  $b$  は、介在物とマトリックスのヤング率およびポアソン比を用いて表される。

次に、式 (36), (37) を用いて、各応力状態における混合体のヤング率、体積弾性係数およびせん断弾性係数を求める。

a) ヤング率

一次元応力状態 ( $\bar{\sigma}_{11} \neq 0, \bar{\sigma}_{22} = \bar{\sigma}_{33} = \bar{\sigma}_{12} = \bar{\sigma}_{23} = \bar{\sigma}_{13} = 0$ ) では、混合体の応力増分-ひずみ増分関係は、混合体のヤング率  $E$  を用いて、 $d\bar{\sigma}_{11} = E d\bar{\epsilon}_{11}$  と表される。このときの応力条件を式 (36) に代入すると混合体のヤング率  $E$  は、次のように表される。

$$E = \frac{(b-1)f_s + 1}{f_s b/E_s + (1-f_s)/E^*} \dots\dots\dots (38)$$

また、このとき  $\bar{\sigma}_{ij} d\bar{\sigma}_{ij} = \bar{\sigma}_{11} d\bar{\sigma}_{11}$ ,  $\bar{\sigma}_{ij} d\bar{\sigma}_{ii} = \bar{\sigma}_{11} d\bar{\sigma}_{11}$  であるので、これらの関係を式 (37) に代入すると、 $b$  は、次のように表される。

$$b = (E_s/E^*)^{1/2} \dots\dots\dots (39)$$

b) 体積弾性係数

等方応力状態 ( $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_{11} = \bar{\sigma}_{22} = \bar{\sigma}_{33}, \bar{\sigma}_{12} = \bar{\sigma}_{23} = \bar{\sigma}_{13} = 0$ ) において、 $\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_{11} = \bar{\epsilon}_{22} = \bar{\epsilon}_{33}$  とおくと、このときの混合体の応力増分-ひずみ増分関係は、混合体の体積弾性係数  $K$  を用いて、 $d\bar{\sigma} = 3K d\bar{\epsilon}$  と表される。このときの応力条件を式 (36) に代入すると混合体の体積弾性係数  $K$  は、次のように表される。

$$K = \frac{(b-1)f_s + 1}{f_s b/K_s + (1-f_s)/K^*} \dots\dots\dots (40)$$

ここに、 $K_s$  および  $K^*$  は、それぞれ介在物およびマトリックスの体積弾性係数であり、次式で表される。

$$K_s = E_s / \{3(1-2\nu_s)\}, \quad K^* = E^* / \{3(1-2\nu^*)\}$$

また、このとき  $\bar{\sigma}_{ij} d\bar{\sigma}_{ij} = 3\bar{\sigma} d\bar{\sigma}$ ,  $\bar{\sigma}_{ij} d\bar{\sigma}_{ii} = 9\bar{\sigma} d\bar{\sigma}$  であるので、これらの関係を式 (37) に代入すると、 $b$  は、次のように表される。

$$b = \left( \frac{E_s}{E^*} \frac{1-2\nu^*}{1-2\nu_s} \right)^{1/2} = \left( \frac{K_s}{K^*} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (41)$$

c) せん断弾性係数

$\bar{\sigma}_{12} \neq 0$  で、他のすべての応力成分が 0 の場合の混合体の応力増分-ひずみ増分関係は、混合体のせん断弾性係数  $G$  を用いて、 $d\bar{\sigma}_{12} = 2G d\bar{\epsilon}_{12}$  と表される。このときの応力条件を式 (36) に代入すると混合体のせん断弾性係数  $G$  は、次のように表される。

$$G = \frac{(b-1)f_s + 1}{f_s b/G_s + (1-f_s)/G^*} \dots\dots\dots (42)$$

ここに、 $G_s$  および  $G^*$  は、それぞれ介在物およびマトリックスのせん断弾性係数であり、次式で表される。

$$G_s = E_s / \{2(1+\nu_s)\}, \quad G^* = E^* / \{2(1+\nu^*)\}$$

また、このとき  $\bar{\sigma}_{ij} d\bar{\sigma}_{ij} = 2\bar{\sigma}_{12} d\bar{\sigma}_{12}$ ,  $\bar{\sigma}_{ij} d\bar{\sigma}_{ii} = 0$  であるので、これらの関係を式 (37) に代入すると、 $b$  は、次のように表される。

$$b = \left( \frac{E_s}{E^*} \frac{1+\nu^*}{1+\nu_s} \right)^{1/2} = \left( \frac{G_s}{G^*} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (43)$$

(2) 計算結果と実験結果の比較

上述の各弾性係数の値とこれまでに提案されているいくつかの理論式および実験結果との比較を行う。

2. で述べたように、混合体の内部のひずみが一定と

考えたときの Voigt の式 (混合体の体積弾性係数およびせん断弾性係数と介在物の体積含有率の関係) は、次のように表される。

$$K = f_s K_s + (1 - f_s) K^* \dots\dots\dots (44)$$

$$G = f_s G_s + (1 - f_s) G^* \dots\dots\dots (45)$$

一方、混合体内部の応力が一定と考えた Reuss の式は、次のように表される。

$$K = \frac{1}{f_s/K_s + (1 - f_s)/K^*} \dots\dots\dots (46)$$

$$G = \frac{1}{f_s/G_s + (1 - f_s)/G^*} \dots\dots\dots (47)$$

また、Hashin と Shtrikman は、混合体の体積弾性係数およびせん断弾性係数の上下界の値を、それぞれ次のように与えている。

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= K^* + \frac{f_s}{1/(K_s - K^*) + 3(1 - f_s)/(3K^* + 4G^*)} \\ K_2 &= K_s + \frac{1 - f_s}{1/(K^* - K_s) + 3f_s/(3K_s + 4G_s)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (48)$$

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= G^* + \frac{f_s}{\frac{1}{G_s - G^*} + \frac{6(K^* + 2G^*)(1 - f_s)}{5G^*(3K^* + 4G^*)}} \\ G_2 &= G_s + \frac{1 - f_s}{\frac{1}{G^* - G_s} + \frac{6(K_s + 2G_s)f_s}{5G_s(3K_s + 4G_s)}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (49)$$

ここで、 $K^* < K_s$ 、 $G^* < G_s$  のとき、 $K_1 < K_2$ 、 $G_1 < G_2$  である。

炭化タングステンとコバルトの混合物を対象にして検討する。これらの混合物の力学的性質は、すでに、Nishimatsu と Gurland<sup>20)</sup> によって実験的に明らかにされている。実験に用いられた試料は、炭化タングステンとコバルトを様々な割合で混合したものであり、それらの材料のヤング率およびポアソン比は、それぞれ次のとおりである。

$$E_s = 7.03 \times 10^5 \text{ MN/m}^2, \quad E^* = 2.07 \times 10^5 \text{ MN/m}^2$$

$$\nu_s = 0.22, \quad \nu^* = 0.30$$

また、 $K = E / \{3(1 - 2\nu)\}$ 、 $G = E / \{2(1 + \nu)\}$  の関係から求めたこれらの材料の体積弾性係数およびせん断弾性係数は、それぞれ次のとおりである。

$$K_s = 4.18 \times 10^5 \text{ MN/m}^2, \quad K^* = 1.72 \times 10^5 \text{ MN/m}^2$$

$$G_s = 2.88 \times 10^5 \text{ MN/m}^2, \quad G^* = 0.792 \times 10^5 \text{ MN/m}^2$$

式 (40) および式 (41) を用いて求めた混合体の体積弾性係数  $K$  と炭化タングステンの体積含有率  $f_s$  の関係を、図-4 に示す。比較のため、Voigt の式、Reuss の式および Hashin と Shtrikman の上下界の値も示している。なお、2. で述べた Eshelby の式は、介在物の含有率が大きくなると混合体の弾性係数の値を過大に評価するので、ここでは示していない。いずれの式においても、炭化タングステンの体積含有率が  $f_s = 0$  および 100% の

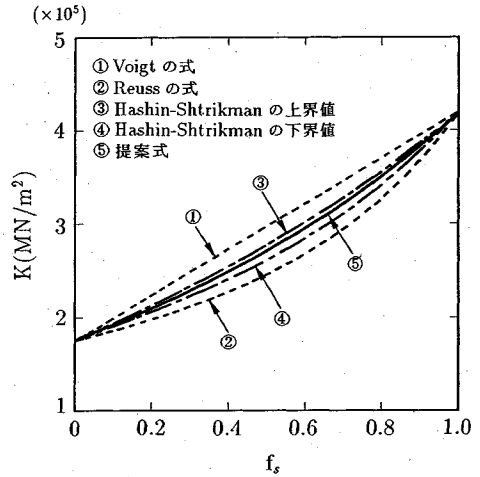


図-4 混合体の体積弾性係数  $K$  と炭化タングステン  $f_s$  の関係

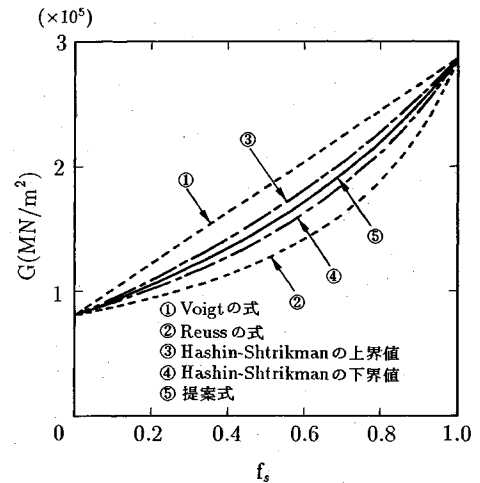


図-5 混合体のせん断弾性係数  $G$  と炭化タングステン  $f_s$  の関係

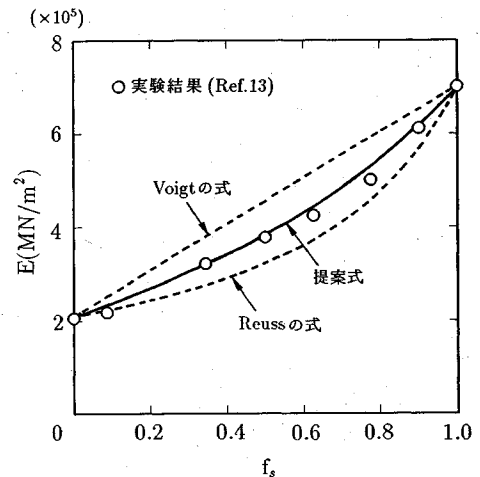


図-6 混合体のヤング率  $E$  と炭化タングステン  $f_s$  の関係

場合には、実験値を満足する。また、提案式による混合体の体積弾性係数の値は、HashinとShtrikmanが求めた上下界の間にある。次に、式(42)および式(43)を用いて求めた混合体のせん断弾性係数 $G$ と炭化タングステン $G$ の体積含有率 $f_s$ の関係を、図-5に示す。せん断弾性係数に対しても、提案式は、HashinとShtrikmanの上下界の間の値を与え、ほぼ妥当な結果を示している。図-6は、式(38)および式(39)を用いて求めた混合体のヤング率の値とNishimatsuとGurlandの実験結果との比較を行ったものである。提案式による混合体のヤング率の値は、VoigtとReussの式のほぼ中間にあり、実験結果と良い一致を示す。

5. 混合土の一次元圧縮特性への適用

(1) 混合土の土構造と間隙量の表示

3. で提案した二種混合体の考え方を混合土の一次元圧縮特性へ適用する場合には、まず、混合土の土構造を評価する必要がある。粒径が異なる細粒子と粗粒子で構成される混合土は、混合土中に占める粗粒子の割合が大きくなると粗粒子同士が接触を始め、次第に粗粒子骨格が形成されていくものと考えられる。このときの混合土の構成模式図を図-7に示す。混合土は、粗粒子同士が互いに接触している状態(構造I)と粗粒子同士が互いに接触していない状態(構造II)がある割合で混在しているものとする。すなわち、構造Iは、粗粒子骨格を表し、構造IIにおける細粒子と水から成る部分は、マトリックスを表す。柴田<sup>21), 22)</sup>は、締固めた砂と粘土の混合土について、図-7に示すような二つの構造があることを、電子顕微鏡観察により確かめている。

混合土の状態を評価するために、混合土の構造IとIIに着目して、新たな間隙量を導入する<sup>23)</sup>。なお、添字 $v, sc, ss$ は、それぞれ混合土中の間隙(水)、細粒子および粗粒子に対して、また、添字 $s, c$ は、混合土中の粗粒子骨格およびマトリックスに対して用いられる。

i) 構造Iにおいて細粒子も間隙と見なしたときの間隙比:

$$e_s = (V'_v + V'_{sc}) / V'_{ss} \dots\dots\dots (50)$$

ここで、 $V'_v, V'_{sc}$ および $V'_{ss}$ は、それぞれ構造Iの間隙、細粒子および粗粒子の体積である。

ii) 構造IIにおけるマトリックスの間隙比:

$$e_c = V''_v / V''_{sc} \dots\dots\dots (51)$$

ここで、 $V''_v$ および $V''_{sc}$ は、構造IIの間隙および細粒子の体積である。

iii) 混合土全体における構造Iの体積含有率:

$$R = V' / V = (V'_v + V'_{sc} + V'_{ss}) / (V'_v + V'_{sc} + V'_{ss}) \dots\dots (52)$$

ここで、 $V'$ および $V$ は、構造Iおよび混合土の体積、 $V'_v, V'_{sc}$ および $V'_{ss}$ は、混合土全体の間隙、細粒子および粗粒子の体積である。

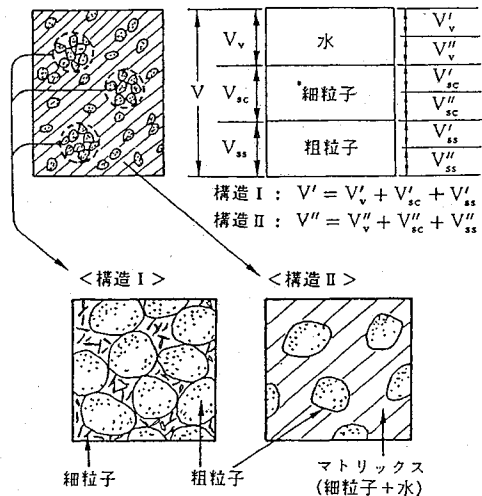


図-7 飽和混合土の構成模式図

iv) 構造IIにおける細粒子と粗粒子の体積の比:

$$r = V''_{sc} / V''_{ss} \dots\dots\dots (53)$$

v) 混合土の細粒分含有率:

$$F = \frac{V_{sc}}{V_{ss} + V_{sc}} \times 100 (\%) \dots\dots\dots (54)$$

ところで、構造IIには、図-7で示されるように、互いに接触していない粗粒子が含まれている。このとき、混合土全体におけるマトリックスの体積含有率は、式(50)~(54)を用いると次のように表される。

混合土全体におけるマトリックスの体積含有率:

$$f_c = (V''_v + V''_{sc}) / V = \frac{1 + e_c}{1 + e_s} \frac{1 + e_s - R(e_s + r(100/F - 1))}{100/F + e_c} \dots\dots\dots (55)$$

さらに、混合土の間隙比は、式(50)~(54)を用いて次のように表される。

混合土の間隙比:

$$e = V_v / (V_{ss} + V_{sc}) = \frac{e_c F / 100 + 1}{1 + R(r(1 + e_c) - e_s) / (1 + e_s)} - 1 \dots\dots\dots (56)$$

なお、混合土が構造Iのみ( $R=1$ )で構成されるとき、 $V'_{sc} = V_{sc}$ 、 $V'_{ss} = V_{ss}$ であるので、式(53)の $r$ は、式(54)の $F$ を用いて、次のように表される。

$$r = 1 / (100/F - 1); R = 1 \dots\dots\dots (57)$$

式(57)を式(56)に代入すると、 $R=1$ の場合の混合土の間隙比 $e$ は、次式で表される。

$$e = e_s - (1 + e_s)F / 100; R = 1 \dots\dots\dots (58)$$

(2) 一次元圧縮における混合土の応力-ひずみ関係

構造Iと構造IIで構成される混合土の応力-ひずみ関係を求めるために、まず、式(50)~(53)の各間隙量の値について検討する。

これらの間隙量の中で構造Iにおいて細粒子も間隙と

見なしたときの空隙比  $e_s$  および構造Ⅱにおけるマトリックスの空隙比  $e_c$  は、いずれも応力に依存する。そこで、構造Ⅰに作用する応力は、すべて粗粒子骨格に伝わり、構造Ⅱに作用する応力はすべてマトリックスに伝わるものとする。さらに、粗粒子骨格およびマトリックスの応力-ひずみ関係が、粗粒子 ( $F=0\%$ ) とマトリックス ( $F=100\%$ ) のそれぞれで表されるものとする。ここでは、粗粒子骨格およびマトリックスに対して、 $e-\log\sigma$  の直線関係が成立するものとして、次式を用いる。

$$e_s = N_s - C_{cs} \log \bar{\sigma}_s \quad (59)$$

$$e_c = N_c - C_c^* \log \bar{\sigma}^* \quad (60)$$

ここで、 $N_s$  および  $N_c$  は、 $\sigma=1 \text{ MN/m}^2$  における  $F=0$  および  $100\%$  のときの空隙比の値、 $C_{cs}$  および  $C_c^*$  は、 $F=0$  および  $100\%$  のときの圧縮指数である。また、 $\bar{\sigma}_s$  および  $\bar{\sigma}^*$  は、それぞれ粗粒子骨格およびマトリックスの平均応力を表し、応力分担パラメータ  $b$  の値が分かれば、算定される。一方、構造Ⅰの体積含有率  $R$  は、直接測定することが困難であるため、ここでは、構造における細粒子と粗粒子の体積の比  $r$  を定数と見なして、実験結果を基に算定する。この場合、一次元圧縮における混合土の応力と空隙比の関係は、応力分担パラメータを用いて粗粒子骨格とマトリックスに作用する応力を求め、式 (56) に式 (59)、(60) を代入することにより得られる。

一次元圧縮 ( $d\bar{\epsilon}_2 = d\bar{\epsilon}_s$ ) において混合土の変形は、体積ひずみ ( $\bar{\epsilon}_v = \bar{\epsilon}_1$ ) によって表されるので、混合土の応力増分-体積ひずみ増分関係を以下に考察する。

3. で述べた介在物の体積含有率  $f_s$  は、混合土において、構造Ⅰの体積含有率  $R$  に相当するので、粗粒子骨格とマトリックスの応力増分は、式 (24)、(25) の  $f_s$  を  $R$  に置き換えることによって次のように表される。

$$d\bar{\sigma}_s = \frac{b}{(b-1)R+1} d\bar{\sigma} \quad (61)$$

$$d\bar{\sigma}^* = \frac{1}{(b-1)R+1} d\bar{\sigma} \quad (62)$$

一方、構造Ⅰはすべて粗粒子骨格で構成されているので、構造Ⅰのひずみは、粗粒子骨格のひずみと一致するが、構造Ⅱのひずみは、構造Ⅱの中に粗粒子が含まれているため、マトリックスのひずみとは一致しない。つまり、粗粒子を剛体と見なすと、構造Ⅱの変形はすべてマトリックスの部分で受け持たれることになる。このことを考慮すると、一次元圧縮における混合土の体積ひずみ増分は、式 (20) において  $f_s$  を  $R$  に、 $(1-f_s)$  をマトリックスの体積含有率  $f_c$  に置き換えることによって、次のように表される。

$$d\bar{\epsilon}_v = R d\bar{\epsilon}_{sv} + f_c d\bar{\epsilon}^* \quad (63)$$

さらに、粗粒子骨格およびマトリックスの応力増分-体積ひずみ増分関係は、それぞれ次のように表されるもの

とする。

$$d\bar{\epsilon}_{sv} = m_{vs} d\bar{\sigma}_s \quad (64)$$

$$d\bar{\epsilon}^* = m_c^* d\bar{\sigma}^* \quad (65)$$

ここで、 $m_{vs}$  は、粗粒子骨格の体積圧縮係数、 $m_c^*$  は、マトリックスの体積圧縮係数である。 $m_{vs}$  および  $m_c^*$  は、応力に依存するが、 $e-\log$  の直線関係を仮定すると、それぞれ次のように表される。

$$m_{vs} = 0.435 C_{cs} / \{\bar{\sigma}_s (1+e_s)\} \quad (66)$$

$$m_c^* = 0.435 C_c^* / \{\bar{\sigma}^* (1+e_c)\} \quad (67)$$

したがって、混合土の応力増分-体積ひずみ増分関係は、式 (61)、(62) をそれぞれ式 (64)、(65) に代入し、それらを式 (63) に代入することにより、次のように表される。

$$d\bar{\epsilon}_v = \frac{R b m_{vs} + f_c m_c^*}{(b-1)R+1} d\bar{\sigma} \quad (68)$$

さらに、混合土の体積圧縮係数  $m_v (=d\bar{\epsilon}_v/d\bar{\sigma})$  は、式 (68) より、次のように表される。

$$m_v = \frac{R b m_{vs} + f_c m_c^*}{(b-1)R+1} \quad (69)$$

ここで、応力分担パラメータ  $b$  は、粗粒子骨格とマトリックスの単位体積当りの仕事量の増分が等しい ( $\bar{\sigma}_s d\bar{\epsilon}_{sv} = \bar{\sigma}^* d\bar{\epsilon}^*$ ) と仮定し、 $\bar{\sigma}_s = b\bar{\sigma}^*$  の関係を用いることによって、次のように求められる。

$$b = (m_c^*/m_{vs})^{1/2} \quad (70)$$

式 (70) は、 $m_c^*$  と  $m_{vs}$  の比が大きくなるほど、粗粒子骨格に作用する応力の分担割合が大きくなることを意味する。

### (3) パラメータ $R$ および $r$ の決定および提案式の検証

細粒分含有率  $F$  がある値以下になると構造Ⅰのみ ( $R=1$ ) で混合土が構成される状態に近づくと考えられる。このような状態での混合土の圧縮特性は、粗粒子の場合と類似した特性を示すと考えられるので、この境界の細粒分含有率を  $F_r$  とする。すなわち、混合土の圧縮特性は、 $F > F_r$  の範囲では、細粒分含有率の影響を大きく受け、 $F < F_r$  の範囲では、その影響は無視できるほど小さいと考えられる。

カオリンと豊浦砂の混合土の標準圧縮試験の結果より得られた混合土の空隙比と細粒分含有率の関係を図-8に示す。実験に用いた供試体は、液性限界の約二倍の含水比のカオリン ( $G_s=2.70$ ,  $w_L=51.6\%$ ,  $I_p=23.6$ ) に豊浦砂 ( $G_s=2.65$ ) を混合して十分攪拌し、予圧密した試料を所定の大きさに切り出して作成したものである。また、 $F=0\%$  の粗粒子の場合については、漏斗を用いてできるだけゆる詰めの供試体を作成した。図中の  $R=1$  の場合の  $e-F$  関係は、式 (58) において、空隙比  $e_s$  を  $F=0\%$  のときの空隙比  $e_{s0}$  に等しいと見なして



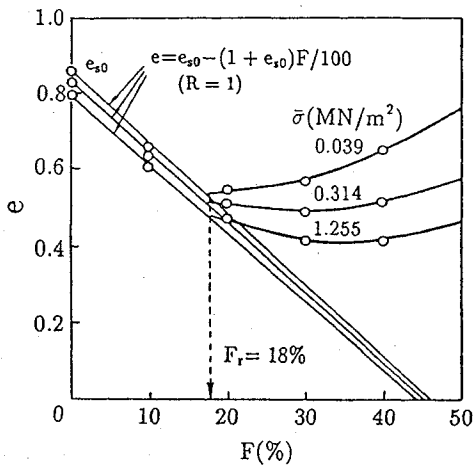


図-8 混合土の間隙比と細粒分含有率の関係

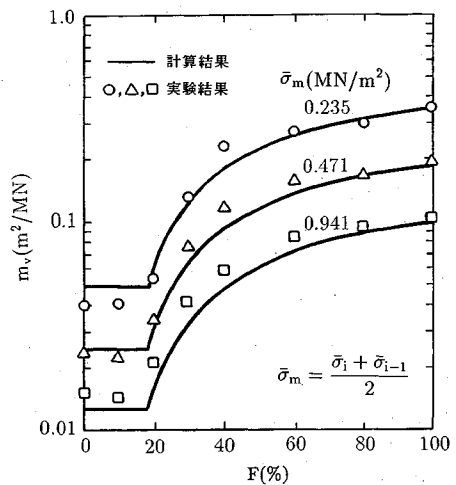


図-10 混合土の体積圧縮係数と細粒分含有率の関係

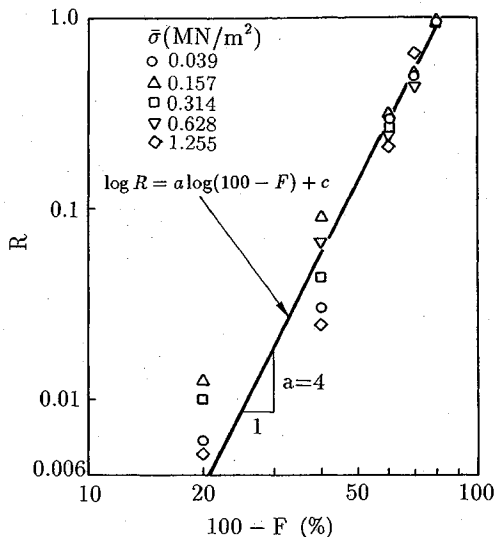


図-9 構造Ⅰの体積含有率と粗粒分含有率 (100-F) の関係

求めたものである。F < F<sub>r</sub> の範囲では、混合土が構造Ⅰのみ (R=1) で構成されたと考えると、F<sub>r</sub> は、式 (58) と実験結果より得られた e-F 関係との交点で表される。本実験では、F<sub>r</sub>=18% である。また、F ≥ F<sub>r</sub>=18% の場合、構造Ⅰに含まれる細粒子と粗粒子の体積の比 r は F によらず一定であるとし、F = F<sub>r</sub> のときの値を用いると、r は式 (57) より次のように表される。

$$r = 1 / (100 / F_r - 1) ; F \geq F_r \dots \dots \dots (71)$$

一方、構造Ⅰの体積含有率 R は、0 から 1 の間の値をとる。この R の値は、式 (56) に式 (59), (60) および (71) を代入し、さらに、実験結果より得られた混合土の間隙比を用いることによって算定される。このようにして求めた R と粗粒分含有率 (100-F) の関係を両対数紙上に整理した結果が図-9 である。この関係を直線近似すると、次式が得られる。

$$\log R = a \log(100 - F) + c ; F \geq F_r \dots \dots \dots (72)$$

ここで、a は直線の傾き、c はその切片である。F = F<sub>r</sub> の場合の挙動は、F = 0% の場合と類似していると考えられるので、このときは、構造Ⅰのみ (R=1) から成っているものとする。式 (72) において、F = F<sub>r</sub> のとき、R = 1 とおくと、c = -a log(100 - F<sub>r</sub>) となり、このとき、式 (72) は、次のように表される。

$$R = \{(100 - F) / (100 - F_r)\}^a ; F \geq F_r \dots \dots \dots (73)$$

カオリンと豊浦砂の混合土の場合、図-9 より、a ≈ 4 である。

混合土の体積圧縮係数と細粒分含有率の関係について、計算値と実験値を比較した結果を図-10 に示す。ここで、計算値は、式 (69) に式 (55), (66) および (67) を代入することによって求めた。また、パラメータ r および R は、それぞれ式 (71) および式 (73) を用いた。混合土の体積圧縮係数は、同一の圧密圧力では細粒分含有率の減少に伴い次第に減少し、同一の細粒分含有率では圧密圧力が増加するほど小さな値を示す。計算結果は、このような混合土の体積圧縮係数の変化を精度良く表しており、その妥当性が認められる。

## 6. まとめ

本論文では、二種混合体の応力-ひずみ関係を個々の材料の特性を用いて予測するための手法を考察した。提案された二種混合体の応力-ひずみ関係を弾性体に適用することによって求められる混合体の弾性係数は、他の理論式および実験結果と比較し良好な結果が得られた。さらに、混合土の土構造について粗粒子同士の接触に着目して二つの構造を考え、新たな間隙量を導入することにより、混合土の一次元圧縮問題への適用を行った。その結果、二種混合体の考えに基づいて算定された混合土の応力-ひずみ関係は、混合土の圧縮特性の変化を比較

的精度良く説明できることが明らかとなった。

本研究を遂行するに当たり九州大学 林 重徳助教授, 大谷 順助手ならびに梅崎 健夫助手には, 有益なご助言をいただいた。ここに記して厚く謝意を表します。

#### 参 考 文 献

- 1) 大嶺 聖・落合英俊・林 重徳・梅崎健夫: 砂と粘土の混合土の圧縮特性に関する一考察, 九大工学集報, 第61巻, 第6号, pp.747~753, 1988年.
- 2) 大嶺 聖・落合英俊・林 重徳・梅崎健夫・満石孝司: 混合土のせん断特性に及ぼす細粒分の影響, 第24回土質工学会研究発表会, pp.693~696, 1989年.
- 3) 大嶺 聖・落合英俊・林 重徳・梅崎健夫: 混合土の圧密特性に関する一考察, 土木学会第44回年次学術講演会, pp.398~399, 1989年.
- 4) Omine, K., Ochiai, H., Hayashi, S., Umezaki, T. and Otani, J.: Shear Properties of Clay-Sand Composite Soils, *Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu Univ.*, vol.49, No.4, pp.213~228, 1989.
- 5) Voigt, W.: Ueber die Beziehung zwischen den beiden Elastizitätsconstanten isotroper Körper, *Annalen der Physik und Chemie*, vol.38, pp.573~587, 1989.
- 6) Reuss, A.: Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.9, pp.49~58, 1929.
- 7) Hill, R.: Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.11, pp.357~372, 1963.
- 8) Hasin, Z. and Shtrikman, S.: A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.11, pp.127~140, 1963.
- 9) Hashin, Z.: Analysis of composite materials, *J. Appl. Mech.*, Vol.50, pp.481~505, 1983.
- 10) Adams, D.F. and Doner, D.R.: Transverse Normal Loading of a Unidirectional Composite, *J. Composite Material*, Vol.1, pp.152~164, 1967.
- 11) Eshelby, J.D.: The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems, *Proc. Roy. Soc. London*, Vol.A 241, pp.376~396, 1957.
- 12) Hill, R.: A self-consistent mechanics of composite materials, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.13, pp.213~222, 1965.
- 13) Hill, R.: Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.13, pp.89~101, 1965.
- 14) Mura, T.: *Micromechanics of Defects in Solids*, Martinus Nijhoff Publ, 1982.
- 15) 岩熊哲夫・堀 宗朗・森 勉・村外志夫: 複合材料の平均的な硬化係数と延性の評価, 構造工学シンポジウム, 1991年.
- 16) 鬼塚克忠・吉武茂樹: 粘土・砂の飽和混合土の圧密特性, 土と基礎, 第34巻, 第7号, pp.73~79, 1986年.
- 17) Fukue, M., Okusa, S. and Nakamura, T.: Consolidation of sand-clay mixtures, *ASTM, STP.*, No.892, pp.627~641, 1986.
- 18) Nakase, A. and Kamei, T.: Undrained shear strength an isotropy of normally consolidated cohesive soils, *Soils and Foundations*, Vol.23, No.1, pp.91~101, 1983.
- 19) Skempton, A.W.: Residual strength of clays in landslides, folded strata and the laboratory, *Geotechnique*, Vol.35, No.1, pp.3~18, 1985.
- 20) Nishimatsu, C. and Gurland, J.: Experimental Survey of the Deformation of the Hard-Ductile Two-Phase Alloy System Wc-co, *Transaction of the American Society for Metals*, Vol.52, pp.469~484, 1960.
- 21) 柴田英明: 電子顕微鏡観察による締固めた砂・粘土混合土の構造についての一考察, 第18回土質工学会研究発表会, pp.1433~1436, 1983年.
- 22) 柴田英明: 砂・粘土混合土の締め固め後の構造に関する一提案, 土と基礎, 第34巻, 第12号, pp.17~22, 1986年.
- 23) 大嶺 聖・落合英俊: 砂と粘土の混合土の一次元圧縮特性, 九大工学集報, 第64巻, 第4号, pp.225~235, 1991年.

(1991. 9. 19 受付)

## STRESS-STRAIN RELATIONSHIP OF MIXTURES WITH TWO DIFFERENT MATERIALS AND ITS APPLICATION TO ONE-DIMENSIONAL COMPRESSION PROPERTY OF SAND-CLAY MIXED SOILS

Kiyoshi OMINE and Hidetoshi OCHIAI

Soils may be regarded as a mixture, because soil consists of various sizes of grain particles. A method for predicting the stress-strain relationship of the mixtures is proposed. A new definition for stress and strain is used to express the average values of stress and strain distributed in the mixtures. The stress-strain relationship of the mixtures is derived from considering the stress distribution and the strain energy of the mixtures. The effectiveness of the proposed method is verified for the mixtures with two different elastic materials. This idea is applied to sand-clay mixed soils by evaluating the soil structures.