

# ひずみ制御によるトンネル支保工の最適化

山地宏志\*・櫻井春輔\*\*

トンネルの安定性を論ずる上で、支保工の定量的評価は欠かせない。しかしながら、地山の力学特性、支保工の作用機構及びその相互作用の複雑さ等の理由から、支保工の定量的評価は容易でない。

本論文は、トンネル掘削時の現場計測結果から、発生するひずみに対する支保工の感度係数を求め、これを用いて最適な支保工の量を決定する一手法を提案する。またその算定のアルゴリズムについて述べるとともにシミュレーションの結果を示す。

**Keywords** : tunnel support structure, back analysis, sensitive coefficient, optimization, field measurement

## 1. ま え が き

施工時におけるトンネルの力学的挙動は、設計時に予測したものとは必ずしも一致しない。これは地質及び地山材料の力学特性の複雑さ、並びその調査の困難さに起因すると考えられる。この予測と実際の挙動の差をできるだけ小さくするために、施工中にトンネル周辺の地山の挙動の観察及び計測を実施し、その結果によって当初設計及び掘削手順などの施工法の見直しを行う、いわゆる観測化施工 (Observational procedure<sup>1)</sup>) が採用される。

トンネルにおける観測化施工の具体的な例としては、支保工のパターンをあらかじめいくつか準備し、地山の状況によって、その中から適当なものを選ぶ方法が一般的である。すなわち、切羽における地盤の調査から地山分類を行い、それに対応した支保工パターンを選ぶ方法 (BartonのQ-システム<sup>2)</sup>, BieniawskiのRMR<sup>3)</sup>, 道路公団の分類<sup>4)</sup>など), あるいは、施工中に行う内空変位, 地中変位, ロックボルト軸力測定などの現場計測の結果を、あらかじめ定めた管理基準値と比較することにより支保工パターンを決定する方法<sup>5)</sup>である。

いずれの方法をとるにしても、支保工パターンは予め定めておく必要がある。それは通常過去の経験や実績に基づき定めるのが一般的である。しかし、それがその地山に対して最適なものになっているかどうかは明らかでない。これはトンネルにおける支保の効果、特にロックボルトの支保効果の定量的評価法が、まだ確立されていないことに起因すると考えられる。もちろん、解析的手法 (FEM, BEM, DEM など) を用いて支保工の定量的な評価も理論的には可能であるが、その結果を実際問題に適用するためには解決しなければならない多くの問

題がある。特に、ロックボルトのモデル化には十分に注意しなければならないように思われる<sup>6)</sup>。このように、トンネル支保工については、現在の優れた解析技術をもってしても、その定量的評価は非常に困難であると言わざるを得ない。

そこで、本論文では施工中に行う現場計測の結果から、その地山に最も適した支保工を決定する方法論を提案する。

## 2. 基本的考え方

この方法の基本的考え方は著者の一人が、すでに提案した直接ひずみ制御法に基づくものである<sup>7)</sup>。すなわち、地山に発生するひずみを許容ひずみ以内に留めるように支保工によって制御しようとするものである。トンネル周辺のひずみは支保工を増すことにより減少し、許容ひずみは支保工の増加とともに増大する。従って、支保工を増すことにより、地山に発生するひずみを容易に許容ひずみ内に制御することができよう。

この考え方を具現化するためには、まず、支保工 (ロックボルト, 吹付コンクリート, 鋼製支保工等) の増減によって地山のひずみがどのように変化するかを知る必要がある。

本論文では、ひずみ増分と支保工の増分との関係は、次式によって表わされるものとする。

$$\Delta \epsilon = \sum_{i=1}^M \frac{\partial \epsilon}{\partial \eta_i} \Delta \eta_i \dots \dots \dots (2.1)$$

ここで、 $\epsilon$  はひずみ、 $\eta_i$  は支保工の量 (ロックボルトの本数, 吹付コンクリートの厚さなど)、 $\partial \epsilon / \partial \eta_i$  は感度係数、 $M$  は支保工の種類の数を表わす。

従って、ひずみの増分を求めるためには、感度係数が既知で無ければならない。感度係数を求める方法は感度解析法と呼ばれ、種々の方法が提案されている<sup>8), 9)</sup>。しかし、いずれも入力に対する出力が唯一的に求まるシス

\* 正会員 工修 三井建設 (株) 技術研究所  
(〒101 千代田区岩本町 3-10-1)

\*\* 正会員 工博, Ph.D 神戸大学教授 工学部土木工学科

テムを対象としており、地盤工学の問題に直接適用することは容易でない。地盤を対象とする場合は、地盤の力学モデルの設定が難しいため、感度係数を理論的に求めることは非常に困難である。そこで、現場計測結果を採用して感度係数を求める方法が考えられる。

本研究においては、施工中の現場計測を前提として、感度係数を導入し支保工を変化させることにより、地山に発生するひずみを、許容ひずみ内に入るようにするためのアルゴリズムを開発した。ここでは、その定式化を示し、ケーススタディによってその妥当性を示す。尚、許容ひずみについては本論文では取り挙げないことにする。

### 3. 初期応力パラメータの感度係数

トンネルの施工においては、掘削と同時に現場計測を実施し、地山の安定性を評価する必要がある。この安定性評価の一つの手法として計測値より地山の物性値を同定する逆解析手法が近年注目されている。

筆者らの一人は、地山を線形弾性体と仮定し、二次元状態において、次式に示す初期応力パラメータを同定する逆解析手法を提案した<sup>10)</sup>。

$$\{\sigma_0/E\}^T = \langle \sigma_{x0}/E \ \sigma_{y0}/E \ \tau_{xy0}/E \rangle \dots \dots \dots (3.1)$$

ここで、 $\{\sigma_0\}$  は地山の等価な初期応力を、また  $E$  は地山の等価な弾性係数を示す。地山が連続体的な挙動を示す場合、この初期応力パラメータによってその挙動を非常に良く説明することができる<sup>11)</sup>。また不連続体的な挙動を示す場合でも、若干の仮定を加えることで十分に対処できることが示されている<sup>12)</sup>。

今、支保工の効果を地山の弾性係数の向上として捉えるならば、トンネルの解析モデルは、支保工を考慮せず、一様地山に掘削された素掘りトンネルとして考えればよい。従って、この場合、逆解析で得られる初期応力パラメータは、支保工による変形拘束の影響を受けたものとなる。すなわち、初期応力パラメータは地山の力学特性にだけでなく、支保工の数量や施工方法にも支配されることになる。

従って、初期応力パラメータは次のような関数として表わすことができる。

$$\{\sigma_0/E\} = Q(\eta_i, \xi, \zeta) \dots \dots \dots (3.2)$$

ここで、 $\eta_i$ 、 $\xi$ 、 $\zeta$  はそれぞれ支保工の量、亀裂の程度、風化の度合を示す。

今、トンネルの掘削過程において、支保量の異なる二つの断面  $A$ 、 $B$  があり、その各々で現場計測が実施され、初期応力パラメータ  $\{\sigma_0/E\}_A$  と  $\{\sigma_0/E\}_B$  が求められたとする (図-3.1)。このとき、 $\{\sigma_0/E\}_B$  は  $\{\sigma_0/E\}_A$  の回りに次のようにテイラー展開することができる。

$$\{\sigma_0/E\}_B = \{\sigma_0/E\}_A + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \{\sigma_0/E\}}{\partial \eta_i} \Delta \eta_i + \frac{\partial \{\sigma_0/E\}}{\partial \xi} \Delta \xi$$

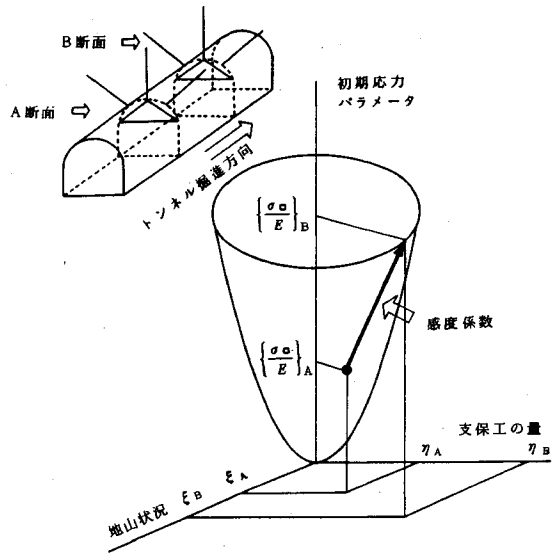


図-3.1 感度係数の概念図

$$+ \frac{\partial \{\sigma_0/E\}}{\partial \zeta} \Delta \zeta + 0(\Delta \eta_i^2, \Delta \xi^2, \Delta \zeta^2) \dots \dots (3.3)$$

今、断面  $A$  と断面  $B$  が同じ地山条件であれば、 $\Delta \xi$ 、 $\Delta \zeta$  に関する項は無視でき、また 2 次以上の微小項を無視すれば、

$$\{\sigma_0/E\}_B = \{\sigma_0/E\}_A + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \{\sigma_0/E\}}{\partial \eta_i} \Delta \eta_i \dots \dots \dots (3.4)$$

となる。式 (3.4) 中の一次導関数を支保による初期応力パラメータの感度係数と呼ぶ。これは、

$$\frac{\partial \{\sigma_0/E\}}{\partial \eta_i} = \lim_{\Delta \eta_i \rightarrow 0} \frac{\{\sigma_0/E\}_B - \{\sigma_0/E\}_A}{\Delta \eta_i} \dots \dots \dots (3.5)$$

ここで、

$$\Delta \eta_i = \eta_{iB} - \eta_{iA}$$

と定義される。一般に支保量は必ずしも連続量でなく、式 (3.5) は数学的に厳密とは言えないが、工学的には十分な意味を有し、支保量の異なる二断面の逆解析結果から直ちに感度係数を得ることが出来る。

尚、地山条件を考慮せねばならない場合、支保の感度係数は次式のように与えられる。すなわち、

$$\frac{\partial \{\sigma_0/E\}}{\partial \eta_i} = \left[ \left( \left\{ \frac{\sigma_0}{E} \right\}_B - \left\{ \frac{\sigma_0}{E} \right\}_A \right) - \frac{\partial \left\{ \frac{\sigma_0}{E} \right\}}{\partial \xi} \Delta \xi - \frac{\partial \left\{ \frac{\sigma_0}{E} \right\}}{\partial \zeta} \Delta \zeta \right] / \Delta \eta_i \dots \dots \dots (3.6)$$

この場合、地山条件に関する感度  $\partial \{\sigma_0/E\} / \partial \xi$ 、 $\partial \{\sigma_0/E\} / \partial \zeta$  等を同定する必要がある。これは亀裂の程度や風化の度合いをどのように数量化するかという問題と密接に係わるため、ここでは触れない。

### 4. ひずみ制御法の定式化

地山の安定性を最大せん断ひずみで評価し、これを支

保工の増減によって制御することを考える。このとき地山の安定性の評価基準は次のように示される。すなわち

$$\gamma_{\max} < \gamma_0 \dots\dots\dots (4.1)$$

ここで、 $\gamma_{\max}$  は地山の最大せん断ひずみを、また  $\gamma_0$  は許容せん断ひずみを示す。尚、許容せん断ひずみは筆者らがこれまでに提唱してきた限界せん断ひずみ<sup>13)</sup>である必要はなく支保工の量に応じて定めてよい。

有限要素法において、変位と荷重の関係は次に示す剛性方程式で与えられる。すなわち、

$$[K]\{u\} = \{P\} \dots\dots\dots (4.2)$$

ここで、 $[K]$  は剛性マトリックスを、 $\{u\}$  は変位ベクトルを表わす。また、 $\{P\}$  は荷重ベクトルである。

地山の見掛けの弾性係数は支保工によって変化すると考えられるから、 $[K]$  は支保工の量  $\eta_i$  の関数となる。従って、 $\{u\}$  も  $\eta_i$  の関数として表わされる。すなわち、

$$u_j = u_j(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_M) \dots\dots\dots (4.3)$$

今、支保工の設計変更前における地山の節点変位を  $u_j^0$ 、また設計変更後  $\bar{u}_j$  とし、 $\bar{u}_j$  を  $u_j^0$  の回りにテイラー展開すれば、

$$\bar{u}_j = u_j^0 + \sum_{i=1}^M \frac{\partial u_j}{\partial \eta_i} \Delta \eta_i + O(\Delta \eta_i^2) \dots\dots\dots (4.4)$$

ここで、第一次近似として一次導関数の項までを採用する。このとき、地山のひずみ  $\{\epsilon\}$  は節点変位  $\{u\}$  と次の関係にある。

$$\{\epsilon\} = [B]\{u\} \dots\dots\dots (4.5)$$

ここで、 $[B]$  は節点変位-ひずみ関係マトリックスである。従って、支保の変動に伴う地山のひずみの変動は、

$$\frac{\partial \{\epsilon\}}{\partial \eta_i} = [B] \frac{\partial \{u\}}{\partial \eta_i} \dots\dots\dots (4.6)$$

と表わされる。従って、設計変更後の地山のひずみ  $\{\bar{\epsilon}\}$  は、設計変更前のひずみ  $\{\epsilon^0\}$  の回りに、次のように展開される。

$$\begin{aligned} \{\bar{\epsilon}\} &= \{\epsilon^0\} + \sum_{i=1}^M \frac{\partial \{\epsilon\}}{\partial \eta_i} \Delta \eta_i \\ &= \{\epsilon^0\} + \sum_{i=1}^M [B] \frac{\partial \{u\}}{\partial \eta_i} \Delta \eta_i \dots\dots\dots (4.7) \end{aligned}$$

一方、平面ひずみ問題を考えると、最大せん断ひずみは次式で与えられる。

$$\gamma_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \gamma_{xy}^2} \dots\dots\dots (4.8)$$

従って、支保の変動に伴う地山の最大せん断ひずみの変動は、

$$\frac{\partial \gamma_{\max}}{\partial \eta_i} = \frac{\frac{1}{2}(\epsilon_x^0 - \epsilon_y^0) \left(\frac{\partial \epsilon_x}{\partial \eta_i} - \frac{\partial \epsilon_y}{\partial \eta_i}\right) + 2\gamma_{xy}^0 \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial \eta_i}}{2\sqrt{\left(\frac{\epsilon_x^0 - \epsilon_y^0}{2}\right)^2 + \gamma_{xy}^0{}^2}} \dots\dots\dots (4.9)$$

として与えられる。従って、設計変更後の地山の最大せん断ひずみ  $\bar{\gamma}_{\max}$  は、設計変更前の  $\gamma_{\max}^0$  の回りに次のよ

うにテイラー展開される。

$$\bar{\gamma}_{\max} = \gamma_{\max}^0 + \sum_{i=1}^M \frac{\partial \gamma_{\max}}{\partial \eta_i} \Delta \eta_i \dots\dots\dots (4.10)$$

以上のように、地山の安定性を評価する最大せん断ひずみを、支保工の変更量の線形関数として陽に示すことができた。

このとき、必要な支保工の変更量を求めるためには、何らかの最適化問題を定義しなければならない。一般に、計測されたひずみ量と、目的とするひずみ量の残差自乗和を最小とする問題がしばしば見られるが、この場合、得られた解が必ずしも妥当なものであることの保証はない。そこで、ここでは経済性を勘案して、設計変更量を最小とする問題を考える<sup>14)</sup>。すなわち、

$$\sum_{i=1}^M \Delta \eta_i^2 \rightarrow \text{minimum} \dots\dots\dots (4.11)$$

ここで、 $M$  は変更する支保量の個数を示す。勿論このままでは、 $\Delta \eta_i = 0$  なる自明な解しか得られないから、付帯条件として、式 (4.1) を考慮して設計変更後の地山の最大せん断ひずみ  $\bar{\gamma}_{\max}$  が、地山の許容せん断ひずみ  $\gamma_0$  を越えないという付帯条件を設ける。すなわち、

$$\gamma_0 - \bar{\gamma}_{\max} + e = 0 \dots\dots\dots (4.12)$$

(ただし、 $e$  は必ず負値)

従って、式 (4.12) に示す付帯条件の下で、式 (4.11) の汎関数を作り、これを停留させる  $\Delta \eta_i$  を求めることにより、必要な支保工の変更量が得られる。

ラグランジェの未定乗数法により、次の汎関数を得る。

$$\Pi = \sum_{i=1}^M \Delta \eta_i^2 + \sum_{j=1}^N \lambda_j (\gamma_0 - \bar{\gamma}_{\max} + e_j) \dots\dots\dots (4.13)$$

ここで、 $\lambda_j$  はラグランジェの未定乗数を示し、 $N$  は観測点の個数を示す。尚、ここで、観測点とは式 (4.1) に示す条件式が満足されるように、ひずみを制御する点である。たとえば、有限要素法においては、ひずみを制御するガウスポイントを意味する。

式 (4.10) に式 (4.13) を代入すると次式を得る。

$$\Pi = \sum_{i=1}^M \Delta \eta_i^2 + \sum_{j=1}^N \lambda_j \left( \Delta \gamma_j - \sum_{i=1}^M \frac{\partial \gamma_{\max j}}{\partial \eta_i} \Delta \eta_i + e_j \right) \dots\dots\dots (4.14)$$

ここで、

$$\Delta \gamma_j = \gamma_0 - \gamma_{\max j}^0$$

式 (4.14) を停留させる為の必要条件是、

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \Delta \eta_i} = \frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_j} = 0 \dots\dots\dots (4.15)$$

すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial \Delta \eta_i} = 2\Delta \eta_i - \sum_{j=1}^N \frac{\partial \gamma_{\max j}}{\partial \eta_i} \lambda_j &= 0 \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_j} = \gamma_0 - \gamma_{\max j}^0 - \sum_{i=1}^M \frac{\partial \gamma_{\max j}}{\partial \eta_i} \Delta \eta_i &= 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (4.16)$$

を得る。尚、ここで地山の許容ひずみ  $\gamma_0$  は支保工に無関係と仮定した。式 (4.16) をマトリックス表示すると、

$$\begin{pmatrix} 2 & & 0 & & \frac{\partial \gamma_{\max 1}}{\partial \eta_1} & \dots & \frac{\partial \gamma_{\max N}}{\partial \eta_1} \\ & \ddots & & & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & & 2 & & \frac{\partial \gamma_{\max 1}}{\partial \eta_M} & \dots & \frac{\partial \gamma_{\max N}}{\partial \eta_M} \\ \frac{\partial \gamma_{\max 1}}{\partial \eta_1} & \dots & \frac{\partial \gamma_{\max 1}}{\partial \eta_M} & & & & \\ \vdots & \dots & \vdots & & & & \\ \frac{\partial \gamma_{\max N}}{\partial \eta_1} & \dots & \frac{\partial \gamma_{\max N}}{\partial \eta_M} & & & & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \eta_1 \\ \vdots \\ \Delta \eta_M \\ \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta \gamma_1 \\ \vdots \\ \Delta \gamma_N \end{pmatrix} \dots (4.17)$$

を得る。従って、式 (4.17) を解くことにより、求める支保の変更量が得られることになる。式 (4.17) より次の状態方程式が得られる。

$$[A] \{\Delta \eta\} = \{\Delta \gamma\} \dots (4.18)$$

ここで、

$$[A] = \begin{pmatrix} \frac{\partial \gamma_1}{\partial \eta_1} & \dots & \frac{\partial \gamma_1}{\partial \eta_M} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \gamma_N}{\partial \eta_1} & \dots & \frac{\partial \gamma_N}{\partial \eta_M} \end{pmatrix}$$

$$\{\Delta \eta\}^T = (\Delta \eta_1 \dots \Delta \eta_M \lambda_1 \dots \lambda_N)$$

$$\{\Delta \gamma\}^T = (0 \quad | \quad \gamma_1 \dots \gamma_N)$$

一般に、変更可能な支保量の数  $M$  は、たかだか 1 個～数個であり、観測数  $N$  の数は数十個～数百個ある。その為、式 (4.18) を解くためには何らかの最適化手法が必要となる。たとえば、最小自乗法を用いると、次式によって支保工の増分  $\Delta \eta_i$  が求まる。すなわち、

$$\{\Delta \eta\} = ([A]^T [A])^{-1} [A]^T \{\Delta \gamma\} \dots (4.19)$$

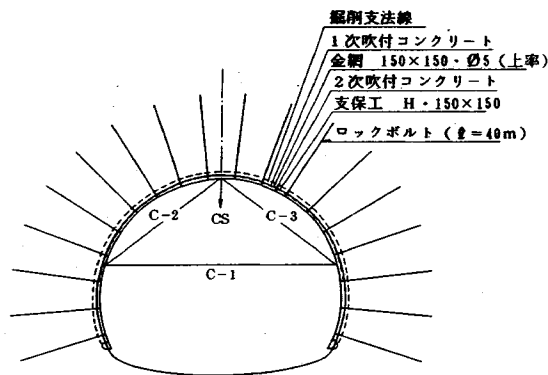
従って、この  $\Delta \eta_i$  を用いて、未定乗数  $\lambda_i$  が求まる。しかし、式 (4.17) は一次近似で打ち切ったため、必ずしも全てのガウスポイントで、ひずみが許容ひずみ内におさまる保証はない。言い換えれば付帯条件は満たされない。従って、逐次代入法により、

$$M > N \dots (4.20)$$

となるまで逐次計算を繰り返す必要がある。しかし、これは、一般に数回の繰り返しで十分である。尚、ひずみの感度係数を求める具体的な計算方法は Appendix に示す。

### 5. 数値計算例

上に示した定式化に従い、ケーススタディを実施する。



C-1~3 : 内空変位計測線  
CS : 天端沈下

図-5.1 断面形状・支保パターン及び内空変位計測線

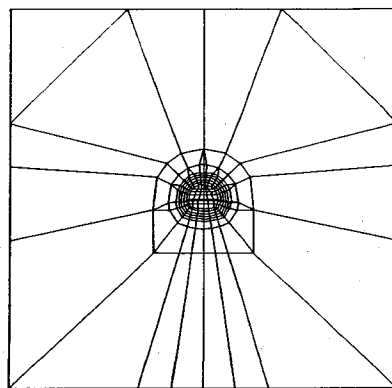


図-5.2 シミュレーション・モデル分割図

対象は北陸自動車道Tトンネルである。当該の地山は、北部フォッサマグナ地域と称される泥岩・砂岩の互層であり、下部に厚いグリーンタフを有する新第三紀層が分布し、また東に向斜軸が西に背斜軸が走る褶曲性の高い地質となっている。トンネルの断面形状及び設計支保パターンは図-5.1に示すものであり、土被り厚は約 30 m であった。尚、施工時に吹付けコンクリートに若干のクラックが生じた。

ここで用いた要素分割図を図-5.2に示す。上半断面掘削時の現場計測変位から、表-5.1に示す初期応力パラメータと、図-5.3に示す最大せん断ひずみ分布が得られている。尚、この地山における限界ひずみは 0.7% である。

ここでは、変更可能な支保工はロックボルトのみとする。今、ロックボルトに対する初期応力パラメータの感度係数を任意に選び、地山に発生するひずみを許容値以内に留めるよう解析を行った。以下にその結果を示す。

表-5.2に解析に用いたロックボルトの感度係数を、さらに、表-5.3に各繰り返し段階における初期応力パ

表-5.1 同定された初期応力パラメータ

$\frac{\sigma_{x0}}{E}$	$\frac{\sigma_{y0}}{E}$	$\frac{\tau_{xy0}}{E}$
0.8	0.6	-0.1

表-5.2 シミュレーションに用いた感度係数

$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\sigma_{x0}}{E} \right)$	$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\sigma_{y0}}{E} \right)$	$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\tau_{xy0}}{E} \right)$
-0.04	-0.03	0.005

表-5.3 各計算ステップにおける計算結果

Iteration Times	Normalized initial stress(%)			$\Delta \eta$
	$\frac{\sigma_{x0}}{E}$	$\frac{\sigma_{y0}}{E}$	$\frac{\tau_{xy0}}{E}$	
0	0.800	0.600	-0.100	0
1	0.437	0.328	-0.055	9.60
2	0.379	0.284	-0.047	10.52

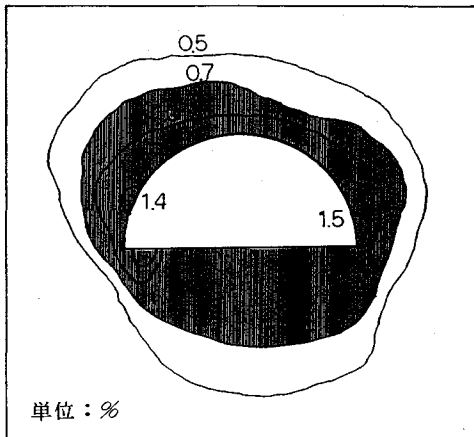


図-5.3 支保変更前の最大せん断ひずみ

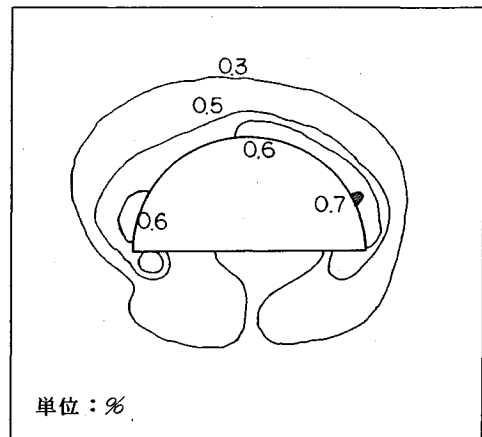
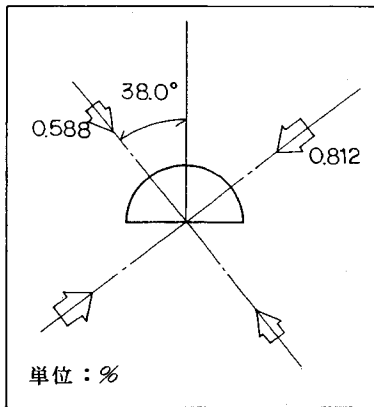
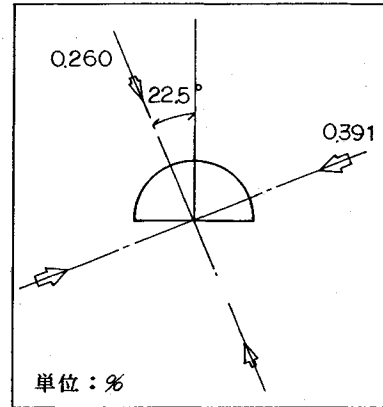


図-5.4 支保変更後の最大せん断ひずみ



(a) 支保変更前



(b) 支保変更後

図-5.5 初期応力パラメータの主軸

ラメータを示す。図-5.4には最終繰り返し段階における地山の最大せん断ひずみ分布を、また、図-5.5には初期と最終状態における初期応力パラメータの主軸を示す。これらの結果から明らかなように、2回の繰り返し計算によって地山のせん断ひずみは許容値以内におさまることが分かる。また、表-5.3から明らかなように、このときに必要なロックボルトの増し打ち本数は11本となる。

尚、図-5.4から明らかなように、計算終了時に

でも0.7%を越える最大せん断ひずみが発生しているが、これは観測点の数(ガウスポイントの数)が変動させる支保の数(この場合では1個)と同じになったため計算を打ち切ったことによる。しかしながらこの程度の計算誤差は、工学的判断により十分対処できよう。

また、逆解析の結果得られた初期応力パラメータの主軸は支保の影響を含んだ等価なものであり、必ずしも真の初期応力の主軸と一致しない。従って、ロックボルトの増し打ちによって初期応力パラメータの主軸は変化す

る。

### 6. むすび

本研究で得られた結果を要約すると次の通りである。

(1) 初期応力パラメータの感度係数を導入することにより、トンネル周辺地山の最大せん断ひずみを許容ひずみ内に留めるように支保工の量を定める最適化手法のアルゴリズムを提案した。

(2) ここで提案した方法は、数値計算の収束が早く、2, 3 回の繰り返し計算で十分な精度が得られる。

(3) 初期応力パラメータの感度係数は、地山条件が同一の二断面において、支保工の量を変化させ得るなら、それぞれの断面の計測結果から得られる初期応力パラメータから容易に求められる。

最後に本研究を進めるに当たり、種々の面で御援助を賜った三井建設株式会社技術開発本部横山昌好本部長、技術研究所平井正雄主席研究員並びに中田雅夫主任研究員に対し感謝の意を表わします。

### Appendix

ここでは、支保に関するひずみ感度  $\partial(\epsilon)/\partial\eta_i$  を求める手順を示す。今、地山を線弾性体と仮定し、初期応力の解放問題を考えれば、式 (4.2) の剛性方程式は次式のように示される。

$$[K^*](u) = \frac{\sigma_{x0}}{E} \{P_1\} + \frac{\sigma_{y0}}{E} \{P_2\} + \frac{\tau_{xy0}}{E} \{P_3\} \dots\dots\dots (A.1)$$

ここで、 $[K^*]$  は弾性係数  $E=1$  の場合の剛性マトリックスを、また  $\{P_i\}$  ( $i=1, 2, 3$ ) は単位の初期応力成分を解放した場合の掘削相当外力を示す。

今、式 (A.1) を支保工の量  $\eta_i$  で微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial [K^*]}{\partial \eta_i} (u) + [K^*] \frac{\partial (u)}{\partial \eta_i} \\ = \frac{\partial}{\partial \eta_i} \left( \frac{\sigma_{x0}}{E} \right) \{P_1\} + \frac{\partial}{\partial \eta_i} \left( \frac{\sigma_{y0}}{E} \right) \{P_2\} + \frac{\partial}{\partial \eta_i} \left( \frac{\tau_{xy0}}{E} \right) \{P_3\} \\ + \frac{\sigma_{x0}}{E} \frac{\partial \{P_1\}}{\partial \eta_i} + \frac{\sigma_{y0}}{E} \frac{\partial \{P_2\}}{\partial \eta_i} + \frac{\tau_{xy0}}{E} \frac{\partial \{P_3\}}{\partial \eta_i} \\ \dots\dots\dots (A.2) \end{aligned}$$

一般に、 $[K^*]$ 、並びに  $\{P_i\}$  ( $i=1, 2, 3$ ) 等は節点座標のみの関数となるから、

$$\frac{\partial [K^*]}{\partial \eta_i} = \frac{\partial \{P_1\}}{\partial \eta_i} = \frac{\partial \{P_2\}}{\partial \eta_i} = \frac{\partial \{P_3\}}{\partial \eta_i} = 0 \dots\dots\dots (A.3)$$

従って、式 (A.2)、(A.3) より

$$\frac{\partial (u)}{\partial \eta_i} = [K^*]^{-1} [A] \frac{\partial \left\{ \frac{\sigma_0}{E} \right\}}{\partial \eta_i} \dots\dots\dots (A.4)$$

ここで、

$$[A] = [\{P_1\}, \{P_2\}, \{P_3\}]$$

$$\frac{\partial \left\{ \frac{\sigma_0}{E} \right\}^T}{\partial \eta_i} = \left[ \frac{\partial}{\partial \eta_i} \left( \frac{\sigma_{x0}}{E} \right) \frac{\partial}{\partial \eta_i} \left( \frac{\sigma_{y0}}{E} \right) \frac{\partial}{\partial \eta_i} \left( \frac{\tau_{xy0}}{E} \right) \right]$$

が得られる。式 (A.4) は初期応力パラメータの感度係数から変位の感度  $\partial(u)/\partial\eta_i$  が得られることを示す。

$\partial(u)/\partial\eta_i$  が既知のとき、式 (4.6)、(4.9) の関数から、ひずみの感度  $\partial(\epsilon)/\partial\eta_i$  及び  $\partial\tau_{max}/\partial\eta_i$  が得られる。

### 参考文献

- 1) Terzaghi, K. and R.B. Peck : Soil Mechanics in Engineering Practice, John Wiley & Sons, 1948.
- 2) Barton, N., R. Lien and J. Lunde : Engineering classification of rock mass for the design of tunnel support, Rock Mechanics, Vol.6, No.4, pp.183~236, 1974.
- 3) Bieniawski, Z.T. : Engineering Rock Mass Classifications, Jhon Wiley & Sons, p.51, 1989.
- 4) 土質工学会 : NATM 工法の調査・設計から施工まで、現場技術者のための土と基礎シリーズ, No.12, 1986.
- 5) 高久敏雄・青木秀之 : 小断面 NATM に挑む, 神奈川県内広域水道企業団送水工事, トンネルと地下, Vol.18, No.3, pp.209~217, 1987.
- 6) 櫻井春輔 : 山岳トンネルの設計と施工, 道路, 第 588 号, pp.11~15, 1990.
- 7) 櫻井春輔 : トンネル工事における変位計測結果の評価法, 土木学会論文報告集, 第 317 号, pp.93~100, 1982.
- 8) Arona, J.S. and E.J. Haug : Method of Design Sensitivity Analysis in Structural Optimization, AIAA Journal, Vol.17, No.9, pp.970~979, 1980.
- 9) Vanderplaats, G.N. : Comments on methods of design sensitivity in structural optimization, AIAA Journal, vol.18, pp.1406~1407, 1980.
- 10) 櫻井春輔・武内邦文 : トンネル掘削時における変位計測結果の逆解析法, 土木学会論文報告集, 第 337 号, pp.137~145, 1983.
- 11) 櫻井春輔・進士正人 : マイクロコンピュータによる地下空洞掘削時の安定性評価, 土木学会論文報告集, 第 358 号, pp.37~46, 1985.
- 12) Sakurai, S. and Ine, T. : Strain analysis of jointed rock masses for monitoring the stability of underground openings, Proc. of the Int. Sympo. on Computer and Physical Modelling in Geotechnical Engineering, Bangkok, pp.221~228, 1986.
- 13) Yamachi, H., Hirai, M., Nakata, M. and Sakurai, S. : Mechanical behaviour of jointed rock masses supported with rock bolts ; Proc. of the Int. Sympo. on Rock Mechanics and rock physics great at depth, Pau, pp.497~504, 1989.
- 14) 中桐滋・高畑秀行 : 積層平板座屈固有値のヘッセ行列に基く最適設計, 日本機械学会論文集, 52 巻 474 号, pp.70~74, 1986.

(1991.7.22 受付)

---

## OPTIMIZATION OF TUNNEL SUPPORT STRUCTURES BY CONTROLLING STRAIN

Hiroshi YAMACHI and Shunsuke SAKURAI

In this paper the authors propose a quantitative method for determining optimal tunnel support structures by analyzing the results of displacement measurements performed during construction. In the proposed method, the "normalized initial stress" is considered as a design parameter ; and it is assumed to be a function of the support structures. Thus, the sensitivity coefficient can be defined, and easily calculated by differentiating the normalized initial stress with respect to the quantities of the support structures, such as : the number and length of rock bolts, thickness of shotcretes, etc.

In order to determine the quantities of optimal support structures, an optimization problem is formulated : the quantities of support structures are controlled for maintaining the maximum shear strain occurring in the rocks around a tunnel within its allowable value. In the formulation of this optimization problem, the sensitivity coefficient becomes extremely useful. A case study is shown in order to demonstrate the applicability of the proposed method for engineering practices.

---