

# ベーン工の設置された弯曲部の流れと河床形状の解析

福岡捷二\*・渡辺明英\*\*

本研究は、ベーン工の合理的な設計法を確立するために、ベーン工を設置した場合の流れ場と横断河床形状を定量的に解析することを目的とし、実験と解析を行っている。まず、ベーン工によって供給される外岸の洗掘を埋め戻す二次流に着目し、ベーン工を設置したときの二次流分布を渦度方程式から求め、横断河床形状を予測する手法について検討している。次いで解析結果と実験結果を比較検討し、解析の妥当性を確認している。

**Keywords :** vane, bed profile, secondary current distribution, curved channel, scour reduction

## 1. 緒 言

河川の弯曲部では、遠心力により生じた二次流によって、外岸付近では河床の洗掘が、そして内岸では堆積が生じる。この外岸付近での河床の洗掘は、河岸付近の流速を増大させ、河岸侵食を引き起こす原因となる。これを防ぐ新しい河岸侵食対策工法として、弯曲部の二次流を直接制御し、河床の洗掘と河岸の侵食を軽減するベーン工法がある。ベーン工は、河道弯曲部において、翼板状の構造物を流れに対して外岸に向けて十分水没するよう河床に設置し、ベーン工内岸の堆積土砂をベーン工外岸に輸送して、河道弯曲部に生じる外岸付近の河床の洗掘と内岸付近の土砂の堆積を軽減する局所洗掘対策工である。

ベーン工は、板を河床に垂直に設置する“ボトム・パネル”<sup>1), 2)</sup>と呼ばれたものの応用技術の一つとして位置づけることができる。これは、洪水時の水深の1/3位の高さの板を流れに対して角度をもたせて、連として河床に設置し、河床材料の移動方向を制御するものである。これについて、19世紀の終わり頃から研究が行われ、ボトム・パネルの設置により、流れに対する迎え角が小さい場合には河床の洗掘を、逆に大きい場合には土砂の堆積を行えることが実験的に示されていた。1950年代になって、この洗掘と堆積を生じさせる特性を利用し、航路の形成や維持、または派川の閉塞や流路の安定並びに取水口の土砂排除に用いるための研究や現地試験が行われ、定性的な性質が示されたが、設計法は確立されなかった。1980年代初めに、Odgaardら<sup>3), 4)</sup>が河道弯曲部において流体に作用する回転力を河床から板を流れに対し外岸に向けて設置することによって生じる回転力で相殺

し、“洗掘の原因となる二次流の発生を抑制する”という理論を提唱し、ベーンという言葉が使われた。

Odgaardらによる初期の理論ではベーン工の迎え角や長さに対して弯曲部で必要とされるベーン工の設置数に関する定量的な考察のみがなされていた。すなわち、弯曲部における流れの遠心力による回転モーメントとベーン工を置いたことにより発生する回転モーメントが弯曲部の全領域で相殺することにより、二次流の発生を抑制し局所洗掘を軽減するとして<sup>4), 5)</sup>,

$$\frac{C_L N}{2B\phi} \left( \frac{H}{h_a} \right)^{(m+2)/m} (m+1) \left\{ 1 - \frac{(m+2)}{(m+1)} \frac{H}{h_a} \right\} = 1 \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

を満足する様に設置基数を決めていた。ここに  $C_L$  : 揚力係数,  $L$  : 長方形ベーン工の長さ,  $N$  : ベーン工の設置数,  $B$  : 河幅,  $\phi$  : 弧長,  $h_a$  : 平均水深,  $H$  : ベーン工高さ,  $m$  : 流速分布の指数 ( $m = \kappa\phi$ ) である。式(1)は  $H/h_a$  の値で変化し、この式から、効率が良いようにベーンの数を決めるには、通常用いられる  $m$  の値に対して  $H/h_a$  が 0.12~0.48 程度とするのが良いとしていた。しかし、この方法ではベーン工の適切な配置位置やベーン工設置時の横断河床形状は求められない。また、局所洗掘対策工としてベーン工を設計するためには、ベーン工を設置した場合の横断河床形状を定量的に把握することが重要になる。

そこで Odgaard らはベーン工設置後の流れ場と河床形状を得る方法について以下の様に検討した<sup>6)</sup>。Odgaard らはベーン工が作り出す流れをある区間で平均化し、これを弯曲部に生じる平均流及び二次流に対して重ね合わせることでベーン工の影響を取り入れている。すなわち、主流速  $u$  及び河床面の二次流速  $v_b$  を、ベーン工の領域  $\Delta_s \Delta_n$  ( $\Delta_s$  : ベーン工の縦断間隔,  $\Delta_n$  :  $3H_0$ ,  $H_0$  : ベーン工の初期高さ) を規定して、その領域の中で、

\* 正会員 工博 Ph. D, 東京工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒152 目黒区大岡山2-12-1)

\*\* 正会員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科

$$v_b = \frac{\bar{u}}{k} \left\{ -\frac{k(2m+1)(m+1)h}{m^2(2m^2+k(m+1))r} + \frac{F'_L \lambda_m \beta}{\Delta_s \Delta_n} \right\} \quad (2)$$

$$\frac{\bar{u}}{k} = \left( \frac{ghI}{\frac{1}{\psi^2} + \frac{F'_L \lambda_m \beta}{\Delta_s \Delta_n}} \right)^{1/2} / k \quad (3)$$

と表し、その領域の外側で  $F'_b=0$ ,  $F'_L=0$  として与える。ここで、 $\kappa$ : カルマン定数、 $\psi$ : 流速係数、 $h$ : 水深、 $r$ : 曲率半径、 $I$ : 勾配、 $F'_b$ : (抗力/ $\rho u^2$ )、 $F'_L$ : (揚力/ $\rho u^2$ )、 $k$ :  $\bar{u}/u_b$ 、 $\bar{u}$ : 平均流速、 $u_b$ : 底面流速、 $\lambda_m$ : 複葉翼理論による相互干渉を考慮した補正係数 ( $\cong 1.0$ )、 $\beta$ : 縦横断方向の平均化に伴う補正係数である。しかし、Odgaard らの示した方法では、ペーン工が流れ場へ与える影響やその結果変形された流れ場がペーン工に与える影響などが考慮されていないため、ペーン工の影響の評価方法が不正確である。また、この理論の中でペーン工の影響の絶対値を評価する補正係数  $\beta$  の求め方やペーン工領域の決め方の根拠が曖昧であり、さらに二次流の平均化補正係数  $\beta_n$  と境界条件の異なる主流方向の抵抗の平均化補正係数  $\beta_r$  に同一の  $\beta$  を用いるなど問題がある。ペーン工が存在すると渦度と抵抗が供給されるので、局所的な抵抗によるシアーの発生、それに伴う拡散の増大、供給渦度により誘起される二次流による移流に起因する見かけ上の拡散の増大が生じる。その結果、Odgaard らの理論解に対する境界条件が変形される。このため、Odgaard らの解では実際の流れを十分に表現し得ない。さらに、上流のペーン工で既に変形された流れが下流のペーン工に当たるため、単独のペーン工に対して求めた解を直接平均化して解析することは正しくない。

Odgaard ら<sup>7)</sup>は実験により、 $H/h_a \leq 0.5$  の場合について揚力係数、抗力係数がプラントルの橢円翼に関する理論解に一致することを示している。この抗力係数から、ペーン工の抵抗を概算し、エネルギー勾配との比較より流水の疎通に対するペーン工の影響は小さいとしている。さらに、河道の弯曲部ではペーン工にあたる流れの向きは遠心力による二次流の影響を受けるため、流れに対するペーン工の向き  $\alpha$  が、設置した河道において適切となるように弯曲部での二次流の向き  $\delta_e$ <sup>8)</sup> を求め、これよりペーン工の河道法線形に対する向き  $\alpha'$  を定めている。ペーン工に関する諸元に関して、大型模型実験より、

$H/h_a = 0.2 \sim 0.5$ ,  $L/H = 3 \sim 4$ ,  $\alpha = 20^\circ$ ,  
ペーン工と外岸の距離及びペーン工同志の横断間隔は、外岸の水深の 2 倍よりも狭くするのが良いとしている。

浅野ら<sup>9),10)</sup>はペーン工に関する実験を行い、以下の事を報告している。ペーン工の迎え角  $\alpha$  と対岸付近の底面流速並びに外岸の洗掘深の関係について、ペーン工の迎え角が増大すると外岸近傍の流速が低減し、外岸の洗

掘が軽減され、 $\alpha = 15^\circ \sim 20^\circ$  において著しい洗掘軽減効果が得られる。ペーン工の長さ  $L$  と外岸付近の底面流速、外岸の洗掘深の関係について、ペーン工の長さが水深に対して  $0.5h_a \leq L \leq 2h_a$  の時、1 弯曲あたりの  $\sum L$  が同じならば河床形状に大きな違いはないが、外岸付近の流速の低減、流向の変化を総合的に判断し、ペーン工の長さが水深程度の場合に効果的であることを示した。ペーン工の横断的な設置位置に関して、ペーン工が外岸から離れると、外岸の河床洗掘は増大し、ペーン工周辺の洗掘は軽減されるので、横断的な河床変動の減少、ペーン工周辺の局所洗掘軽減のためには並列として配置した方がよいとした。また、実験から設計流量以外でも洗掘の軽減に対しペーン工は有効に働くことを示した。

一方突出式ペーン工に関して阿部ら<sup>11)</sup>は実験を行い、以下のことを報告している。ペーン工を密（列数が大）に設置するほど外岸の洗掘は軽減される。また、ペーン工の長さ  $L$  が  $1h \leq L \leq 2h$  の時、1 弯曲あたりの  $\sum L$  が同じならば 1 基当たりの  $L$  の違いによる効果の違いはないが、 $\sum L$  の増大と共に洗掘は軽減される。ペーン工の高さと平均水深の比と外岸の洗掘深の関係については、ペーン工の高さ  $H$  は、迎え角  $\alpha = 0^\circ$  の時、 $H = 0.6h$  以上に大きくしても効果は増さない。ペーン工の高さ  $H$  が  $H \geq h$  の場合は、ペーン工の迎え角  $\alpha$  を  $\alpha = -10^\circ \sim -15^\circ$ （内岸向き）とするのが最も効果的である。

本研究では、ペーン工の合理的な設計法を確立するために、ペーン工を連続的に設置した場合の流れ場と横断河床形状について解析を行い、実験結果との比較検討を行う。これより、ペーン工の構造及び配置諸元と河床形状や洗掘深との定量的な関係について論じる。また、外岸の河床洗掘を埋め戻すペーン工によって供給される二次流について着目し、ペーン工を設置したときの二次流強度の横断分布を渦度方程式から推定し、平均的な横断河床形状を予測する手法について検討する。

## 2. ペーン工設置時の流れ場と横断河床形状の解析

弯曲部では、流れの遠心力によって主流の他に図-1(a)に示すような二次流が横断面内で形成される。この二次流のために底面付近の流体が内岸へ向うので、土砂は外岸から内岸に運ばれる。その結果、外岸に洗掘が、内岸に堆積が生じる。弯曲部外岸の河床洗掘が生じている場合に、図-2(b)のようにペーン工を設置するとペーン工は流れに対して角度をもつために、図-1(b)の様に揚力を受ける。また、流体はその反作用として揚力と同じ大きさの力を逆向きに受ける。そのため流体は、遠心力による二次流と逆向きの二次流を発生させる。ただし、ペーン工によって流体に加えられる力は遠くまで及ばず、ペーン工の周囲に限定され、ペーン工による二次

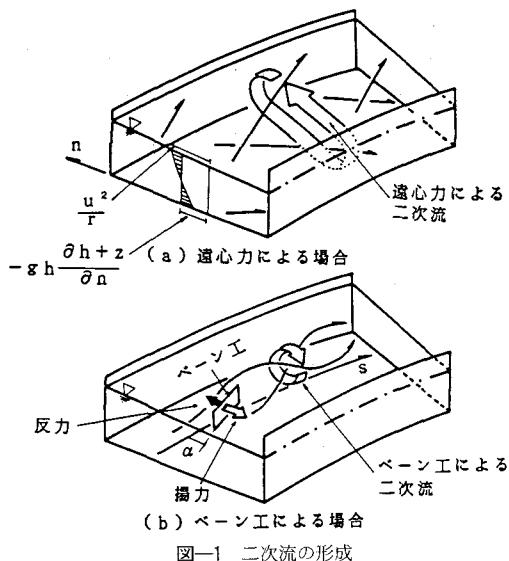


図-1 二次流の形成

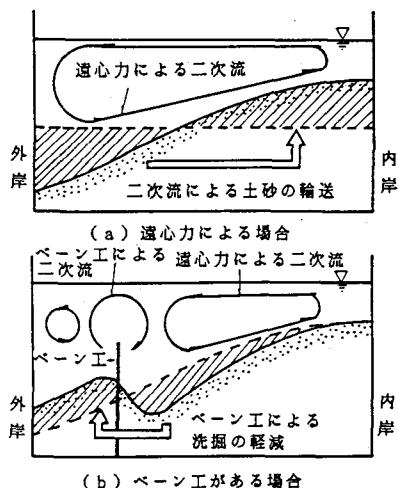


図-2 横断河床形状の変化

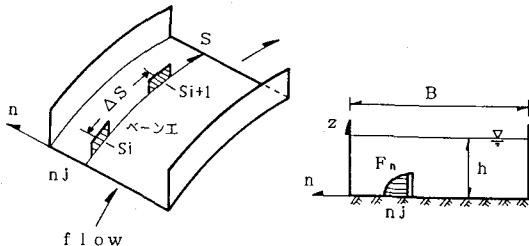


図-3 座標系の定義

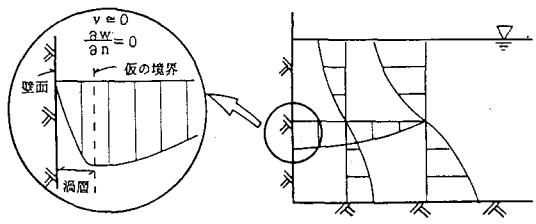


図-4 境界条件

流れはベーン工の周りで強い。この二次流は遠心力による二次流と回転の向きが反対となるため、河岸付近の河床の洗掘深は軽減される。このようにベーン工は、ベーン工に加わる流体力を積極的に利用して、弯曲部外岸の河床の洗掘を抑制する渦流を発生させる。この渦流の強さと位置を制御することで、河床形状を制御することが可能となる。ここでは、ベーン工設置時の流れ場の基本特性を明確にするために、一様弯曲流路にベーン工を設置した場合の流れ場と動的横断河床形状を解析する。

#### (1) 流れの基本式及び境界条件

横断河床形状を求めるには、ベーン工設置時の底面流向及び主流速の横断分布が必要である<sup>13)</sup>。以下にそれらの算定方法を述べる。流れ場は一様弯曲流の近似が行えるものとし、運動方程式を渦度方程式に変換し、二次流の横断分布に関する方程式を導く。 $\partial e/\partial s \approx 0$ ,  $\partial e/\partial n \approx 0$ を仮定すると弯曲部での運動方程式は以下の様に表される。座標系及び記号は、図-3に示されている。

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{uv}{r} \\ + \epsilon \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \epsilon \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} + \epsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} + \frac{u^2}{r} \\ + \epsilon \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} + \epsilon \frac{\partial^2 v}{\partial n^2} + \epsilon \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} u \frac{\partial w}{\partial s} + v \frac{\partial w}{\partial n} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \\ + \epsilon \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \epsilon \frac{\partial^2 w}{\partial n^2} + \epsilon \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (6)$$

$u, v, w : s, n, z$  方向の流速,  $p$  : 圧力 (静水圧を仮定),  $\xi$  : 水位,  $\epsilon$  : 鉛直方向に平均化された拡散係数

これらの式に対する境界条件は、一様弯曲流路においては上下流に対して周期境界条件を用いる。すなわち,

$$f_{unc.}(s) = f_{unc.}(s + \Delta s) \quad f_{unc.} : u, v, w,$$

$\Delta s$  : ベーン工の縦断間隔

とする。また、側壁上では  $u$  に対してスリップ条件,  $v$  に対して 0,  $w$  に対して  $n$  方向の一階勾配 0 を与える。

$$\epsilon \frac{\partial u}{\partial n} \approx \tau_w \text{ at } B/2 - \Delta, -B/2 + \Delta \quad (7)$$

$$v \approx 0 \text{ at } B/2 - \Delta, -B/2 + \Delta \quad (8)$$

$$\frac{\partial w}{\partial n} \approx 0 \text{ at } B/2 - \Delta, -B/2 + \Delta \quad (9)$$

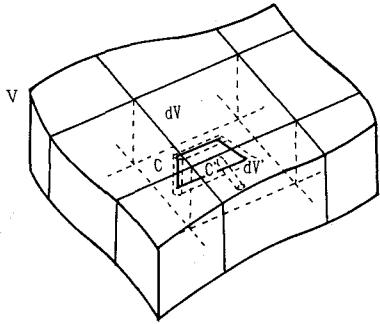


図-5 解析領域の有限分割及びペーン工周りの境界条件

(△: 図-4 に示す渦層の厚さの微少区間)

上記境界条件の内、 $v$  と  $w$  に関する境界条件は、後に示す様に側壁において渦度及び  $n$  方向の 2 階勾配が 0 であることを示す。底面  $z_b$  及び水面  $\xi$  に対してもスリップ条件が与えられ、以下に示すように水面でのせん断力は 0、 $u$  について底面でせん断力  $\tau_s$  が与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial u}{\partial z} &= 0 & \text{at } z = \xi \\ \varepsilon \frac{\partial u}{\partial z} &\cong \tau_s & \text{at } z = z_b + \Delta \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial v}{\partial z} &= 0 & \text{at } z = \xi \\ \varepsilon \frac{\partial v}{\partial z} &\cong 0 & \text{at } z = z_b + \Delta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} w &= 0 & \text{at } z = \xi \\ w &\cong 0 & \text{at } z = z_b + \Delta \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ペーン工周りの流れは式(4)～(6)を壁面での境界条件(7)～(12)及びペーン工周囲の境界条件を用いてペーン工よりも非常に小さいスケールで解けば、求めることができる。しかしながら、この方法は非常に労力を伴う。求めたいものは、ペーン工が存在した場合の流れと河床の大局的な変化であり、これをペーン工よりも大きなスケールで、より簡潔に求める方法について述べる。

ペーン工を伴う流れ場を簡潔に解くために、図-5に示す様に、解析領域  $V$  をペーン工を含むできる大きさを持つ有限領域  $dV$  に分割し、有限領域内でペーン工を囲む領域を  $dV'$  とする。それらの境界面をそれぞれ  $C$ 、 $C'$  とする。式(4)、(5)をその各領域内の積分方程式に書き改めるとペーン工を含む有限領域について

$$\begin{aligned} & \int_{V-V'} \left( u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + w \frac{\partial u}{\partial z} + uv + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial s} \right. \\ & \left. - \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} - \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} - \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dV = \int_C uu' dA_s + \int_C vu' dA_n \\ & + \int_C wu' dA_z + \int_{C'} \left( \frac{p}{\rho} - \varepsilon \frac{\partial u}{\partial s} \right) dA_s + \int_{C'} \left( -\varepsilon \frac{\partial u}{\partial n} \right) dA_n \\ & + \int_C \left( -\varepsilon \frac{\partial u}{\partial z} \right) dA_z + \int_{C'} uu' dA_s + \int_{C'} vu' dA_n \end{aligned}$$

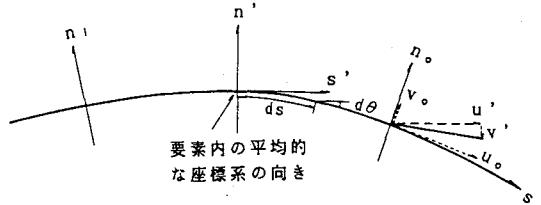


図-6 要素内での流向の変化

$$\begin{aligned} & + \int_{C'} wu' dA_z + \int_{C'} \left( \frac{p}{\rho} - \varepsilon \frac{\partial u}{\partial s} \right) dA_s - \int_{C'} \left( -\varepsilon \frac{\partial u}{\partial n} \right) dA_n \\ & + \int_{C'} \left( -\varepsilon \frac{\partial u}{\partial z} \right) dA_z = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_{V-V'} \left( u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} + w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{u^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \right. \\ & \left. - \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} - \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial n^2} - \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dV = \int_C uv' dA_s + \int_C vv' dA_n \\ & + \int_C wv' dA_z + \int_{C'} \left( -\varepsilon \frac{\partial v}{\partial s} \right) dA_s + \int_{C'} \left( \frac{p}{\rho} - \varepsilon \frac{\partial v}{\partial n} \right) dA_n \\ & + \int_{C'} \left( -\varepsilon \frac{\partial v}{\partial z} \right) dA_z + \int_{C'} uv' dA_s + \int_{C'} vv' dA_n \\ & + \int_{C'} wv' dA_z - \int_{C'} \left( -\varepsilon \frac{\partial v}{\partial s} \right) dA_s + \int_{C'} \left( \frac{p}{\rho} - \varepsilon \frac{\partial v}{\partial n} \right) dA_n \\ & + \int_{C'} \left( -\varepsilon \frac{\partial v}{\partial z} \right) dA_z = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (14) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $(dA_s, dA_n, dA_z)$  及び  $(u, v, w)$  は、それぞれ任意の位置の座標軸に対しての面要素ベクトル及び流速ベクトルであり、 $u', v'$  は積分要素全体としての  $s, n$  軸方向の流速を表し、図-6 に示すように

$$u' = u + vd\theta, \quad v' = v - ud\theta, \quad d\theta = ds/r$$

(  $d\theta$ : 要素内での  $s$  軸の偏角の変化量 )

である。ペーン工に関する境界面での条件に対し、面の法線方向に No Flux ( $udA_s + vdA_n + wdA_z = 0$ ) 及び、ペーンにかかる抗力 ( $-\int F_s dz$ )、揚力 ( $\int F_n dz$ ) がペーン工周りでの圧力差及び摩擦力の和で表されるとするとペーン工に関する流れの方程式の周辺積分は、

$$\begin{aligned} & \int_{C'} u' (udA_s + vdA_n + wdA_z) + \int_{C'} \left\{ \left( \frac{p}{\rho} - \varepsilon \frac{\partial u}{\partial s} \right) dA_s \right. \\ & \left. + \left( -\varepsilon \frac{\partial u}{\partial n} \right) dA_n + \left( -\varepsilon \frac{\partial u}{\partial z} \right) dA_z \right\} = - \int F'_s / \rho dz \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_{C'} v' (udA_s + vdA_n + wdA_z) + \int_{C'} \left\{ \left( -\varepsilon \frac{\partial v}{\partial s} \right) dA_s \right. \\ & \left. + \left( \frac{p}{\rho} - \varepsilon \frac{\partial v}{\partial n} \right) dA_n + \left( -\varepsilon \frac{\partial v}{\partial z} \right) dA_z \right\} = \int F'_n / \rho dz \quad (16) \end{aligned}$$

である。ここで、 $dV$  に関する積分値  $\int_V$  は物体の体積を取り除いたものを表すとし、物体の大きさは有限領域よりも十分小さいものとする。このとき、 $C$  に関する積分値を  $dV$  に関する積分値  $\int_V$  を用いて近似的に表記する。この近似は計算の Control Volume を物体よりも

十分大きい有限領域に取り、そのスケールの積分で計算する場合には十分である。すなわち、この場合物体近傍で物体スケールの流れを正しく解くことはできないが、これを捨てることによって物体による流れ場全体への影響は、定量的かつ簡潔に評価できる。領域の大きさが保証される場合には式(15), (16)より、式(11), (12)は、ペーン工を含む有限領域及び含まない有限領域について $\delta$ 関数を指標として、一般的に

$$\int_V \left( u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{uv}{r} \right) dV \\ = - \int_V \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} - \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} - \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} - \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dV \\ - \int F'_s(s_i, n_j, z) \delta(s-s_i) \delta(n-n_j) / \rho dV \dots\dots\dots(17)$$

$$\int_V \left( u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} + w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{u^2}{r} \right) dV \\ = - \int_V \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} - \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} - \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial n^2} - \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dV \\ + \int F'_n(s_i, n_j, z) \delta(s-s_i) \delta(n-n_j) / \rho dV \dots\dots\dots(18)$$

と表せる。この様に物体にかかる力と物体周りの流れの関係が予め分かっている場合には、Control volume内の物体に関する境界条件を予め積分することによって方程式に導入し、この積分方程式を有限領域群について有限差分法や有限要素法で解くことにより、ペーン工が存在する場の流れを簡潔に解くことができる様になる。

## (2) 主流の分布

主流の鉛直流速分布は、弯曲部のどの位置においても相似であるとして仮定して、Engelund<sup>12)</sup>の式を若干修正した次式を用いる。

$$u = u_m + \frac{2}{\kappa} \left[ \frac{3}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}z'\right) - \frac{3}{\pi} \right] u_d \dots\dots\dots(19)$$

ここで、 $u_m$ ,  $u_d$ が求めるべき値で、 $u_m$ :平均流速、 $u_d$ :鉛直勾配を表す流速である。このとき、表面流速 $u_s$ 、底面流速 $u_b$ 、拡散係数 $\varepsilon$ は、 $u_*$ を摩擦速度として、それぞれ以下の様になる。

$$u_s = u_m + 2/\kappa(3/2 - 3/\pi)u_d, \quad u_b = u_m - (6/\kappa\pi)u_d \\ \varepsilon = \kappa u_* h / 6 \dots\dots\dots(20)$$

また、 $u_*$ は

$$u_* = u_b / \phi_b$$

で表され、 $\phi_b$ は底面流速係数である。主流の横断流速分布は、式(17)で $s$ 方向の拡散を省略した次式で与えられる。

$$\int \left( u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dV = \int \left\{ - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} + \frac{\partial \tau_{sz}}{\partial z} \right. \\ \left. - \frac{F'_s(z)}{\rho} \delta(s-s_i) \delta(n-n_j) \right\} dV \dots\dots\dots(21)$$

ここで、式(19)を式(21)に代入すると

$$\int [ (u_m + \phi_1 u_d) \frac{\partial}{\partial s} (u_m + \phi_1 u_d) + \frac{v_b}{r} \phi_2 \frac{\partial}{\partial n} (r(u_m + \phi_1 u_d)) \\ + \frac{1}{r \partial n} (rv_b) \phi_3 \frac{\partial}{\partial z} (u_m + \phi_1 u_d) ] dV \\ = - \int \frac{1}{\rho \partial s} dV + \int \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon \frac{\partial u_m + \phi_1 u_d}{\partial z} \right) dV \\ + \int \frac{\partial}{\partial n} \left( \varepsilon \frac{\partial u_m + \phi_1 u_d}{\partial n} \right) dV \\ - \int \left\{ \frac{F'_s(z)}{\rho} \delta(s-s_i) \delta(n-n_j) \right\} dV \dots\dots\dots(22)$$

となる。ただし、

$$\phi_1 = \frac{2}{\kappa} \left[ \frac{3}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}z'\right) - \frac{3}{\pi} \right], \quad \phi_2 = -\cos(\pi z'),$$

$$\phi_3 = \frac{h}{\pi} \sin(\pi z')$$

である。ここで、鉛直積分を行う際にそれぞれの分布形を重みとして、ガラーキン法を適用して成分分離を行うと、平均流 $u_m$ について

$$\iint \left\{ u_m \frac{\partial u_m}{\partial s} + \frac{36}{\kappa^2 \pi^2} \left( \frac{\pi^2}{8} - 1 \right) u_d \frac{\partial u_d}{\partial s} \right\} hdsdn \\ + \iint \frac{2v_b}{\kappa \pi r \partial n} \partial r u_d hdsdn + \iint \frac{2}{\kappa \pi r \partial n} u_d hdsdn \\ = \iint g h I dsdn + \iint \frac{\partial}{\partial n} \left( \varepsilon \frac{\partial u_m}{\partial n} \right) dsdn \\ - \iint \frac{\tau_s}{\rho} dsdn - \iint \frac{F'_s}{\rho} \delta(s-s_i) \delta(n-n_j) dsdn \dots\dots\dots(23)$$

また、平均流からの偏差 $u_d$ について

$$\frac{36}{\kappa^2 \pi^2} \left( \frac{\pi^2}{8} - 1 \right) \iint \left( u_m \frac{\partial u_d}{\partial s} + u_d \frac{\partial u_m}{\partial s} \right) hdsdn \\ + \iint \frac{2v_b}{\kappa \pi r \partial n} \partial r u_m hdsdn \\ + \iint \frac{36}{\kappa^2 \pi^2} \left( \frac{\pi^2}{16} - \frac{2}{3} \right) \frac{v_b \partial r u_d}{r \partial n} hdsdn \\ + \iint \frac{36}{\kappa^2 \pi^2} \left( \frac{\pi^2}{16} - \frac{2}{3} \right) \frac{1}{r \partial n} \frac{\partial r v_b u_d}{2} hdsdn \\ = \iint \frac{36}{\kappa^2 \pi^2} \left( \frac{\pi^2}{8} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial n} \left( \varepsilon \frac{\partial u_d}{\partial n} \right) hdsdn \\ + \iint \frac{6}{\kappa \pi} \frac{\tau_s}{\rho} dsdn - \iint \frac{\varepsilon \pi^2 \tau_s}{\kappa^2 8} \left( \frac{u_d}{h} \right) dsdn \\ - \iint \iint \frac{F'_s(z)}{\rho} \phi_1 dz \delta(s-s_i) \delta(n-n_j) dsdn \dots\dots\dots(24)$$

となる。ただし、 $I$ :水面勾配である。

実験より、ペーン工を適切に設置すると、河床形状の縦断的な変化は、横断的な変化に対し小さくなることが分かっている<sup>13)</sup>。そこで、流下方向に積分して平均化操作を行い、横断分布のみを解く。また、一様弯曲流路において流れが流下方向に平衡で、 $\partial u / \partial s = 0$ という条件を考慮し、また各項のorderを比較することにより、式

(23), (24) は以下のように変形され、主流の分布が求められる。

$$\int \frac{2}{\kappa\pi} \frac{\partial u_d v_b h}{\partial n} dn = \int g h I dn + \int \frac{\partial}{\partial n} \left( \varepsilon \frac{\partial u_d}{\partial n} \right) dn - \int \frac{\tau_s}{\rho} dn - \int \frac{F_s}{\rho \Delta s} \delta(n - n_i) dn \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & \int \frac{2v_b}{\kappa\pi r \partial n} \partial r u_m h dn + \int \frac{36}{\kappa^2 \pi^2} \left( \frac{\pi^2}{16} - \frac{2}{3} \right) \frac{v_b \partial r u_d}{r \partial n} h dn \\ & + \int \frac{36}{\kappa^2 \pi^2} \left( \frac{\pi^2}{16} - \frac{2}{3} \right) \frac{1}{r \partial n} \frac{\partial r v_b}{2} \frac{u_d}{h} dn \\ & = \int \frac{36}{\kappa^2 \pi^2} \left( \frac{\pi^2}{8} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial n} \left( \varepsilon \frac{\partial u_d}{\partial n} \right) h dn \\ & + \int \frac{6}{\kappa\pi} \frac{\tau_s}{\rho} dn - \int \frac{\pi^2}{\kappa^2 8} \frac{u_d}{h} dn \end{aligned} \quad (26)$$

ただし、主流に対するペーン工の抗力は

$$F_s = \frac{C_D}{2} A_v H \int_0^H u |u| dz \quad (27)$$

$C_D$  : 抗力係数 ( $C_D = 2\pi A_v / H^2 \cdot \beta_a^2 \sin^2 \alpha'$ )

$A_v$  : ペーン工の面積,  $H$  : ペーン工の高さで与えられる。

### (3) 二次流の分布

まず、断面内の二次流を簡潔に求めるために、運動方程式を圧力項を含まない渦度方程式に変換する。渦度は

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial n} \quad (28)$$

と表される。式(5)と式(6)のrotationをとり、渦度方程式を先と同様にペーン工を包含する大きさを持つ有限領域群  $dV$ についての積分方程式に変換すると

$$\begin{aligned} & \int_V \left( u \frac{\partial \omega}{\partial s} + v \frac{\partial \omega}{\partial n} + w \frac{\partial \omega}{\partial z} - \omega \frac{\partial u}{\partial s} - \omega_n \frac{\partial u}{\partial n} - \omega_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) dV \\ & = \int_V \left\{ \varepsilon \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial n^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u^2}{\partial z} \right\} dV \\ & + \int \{-\Delta(u\Gamma)z\delta(s-s_i)\delta(n-n_j)\} dV \end{aligned} \quad (29)$$

となる。ここで、 $\Gamma$ はペーン工に揚力を生じさせている各高さでの $z$ 面上の循環であり、 $-\Delta(u\Gamma)z$ はペーン工から単位時間、単位高さ当たりに供給される渦度 Flux を表し  $\omega_n$  :  $n$  軸方向の渦度、 $\omega_z$  :  $z$  軸方向の渦度である。ペーン工下流端での渦度供給に関する境界条件は、 $u\Gamma$  の高さ方向の変化量で表され、これは揚力を用いて

$$-\Delta(u\Gamma)z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial F'_n}{\partial z} \quad (30)$$

である。ここで、 $w\partial\omega/\partial z$ ,  $w\partial u/\partial s$ ,  $(-\omega_n\partial u/\partial n - \omega_z\partial u/\partial z) \ll u\partial\omega/\partial s$  及び、 $\varepsilon\partial^2\omega/\partial^2 s \ll \varepsilon\nabla^2\omega$  を仮定する。また、一様弯曲流路で流れが集中していないならば、 $\partial u/\partial s = 0$ ,  $\int V dz = 0$  となるので次式を得る。

$$\int_V \left( u \frac{\partial \omega}{\partial s} - \frac{1}{r} \frac{\partial u^2}{\partial z} \right) dV = \int \varepsilon \nabla^2 \omega dV$$

$$+ \int \frac{1}{\rho} \frac{\partial F'_n}{\partial z} \delta(s-s_i) \delta(n-n_j) dV \quad (31)$$

ただし、

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial n^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

であり、境界条件は

$$\omega = 0 \text{ at } z = \xi, z_b + \Delta \text{ and } n = \pm B/2 \mp \Delta \quad (32)$$

である。ここで、 $F'_n$  は先述した様にペーン工に生ずる揚力の反力をとしてペーン工により流体へ単位高さに加えられる力である。この式(31)で  $F'_n = 0$  であれば、これは池田らの理論<sup>14)</sup>に一致する。この底面において、 $\omega = 0$  という条件は、厳密には底面の境界層の上で与えられるものなので、この境界条件による解が適用できるのは、二次流の境界層が十分小さいと考えられる場合、すなわち底面抵抗が極端に大きくない場合である。

ここで、主流の場合と同様に流下方向に渦度方程式を積分して平均化操作を行う。また、渦度の鉛直分布形すなわち二次流及び $w$ の鉛直分布形を仮定して、鉛直積分値を求め、それより底面近傍の横断流速  $v_b$  の横断分布を求める。

二次流の鉛直分布形状を底面流速  $v_b$  を用いて、

$$v = v_b \cdot \cos(\pi z') \quad z' = (z - z_b)/h, h: \text{水深} \quad (33)$$

で表す。一様弯曲の条件より、連続式は、

$$\frac{1}{r \partial n} (rv) + \frac{\partial w}{\partial z} \cong \frac{\partial v}{\partial n} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (34)$$

である。ここで、 $w$ を $v$ の関数形に対して

$$w = -w_c \cdot \sin(\pi z') \quad (35)$$

とおき、ペーン工を設置した場合の横断方向の河床高の変化は小さいことから  $\partial z'/\partial n \cong 0$  として、連続式(34)を満たすように  $w_c$ を定めて式(28)に代入すると

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial n}$$

$$= -v_b \frac{\pi}{h} \sin(\pi z') + \frac{h \partial^2 v_b}{\pi \partial n^2} \sin(\pi z') \quad (36)$$

となる。式(31)について、まず河床から水面までの積分値を求め、境界条件を与える。

$$\int \frac{\partial}{\partial s} \int (uv) dz ds dn - \int \frac{1}{r} (u_s^2 - u_z^2) ds dn$$

$$= \left\{ \frac{F'_n(\xi)}{\rho} - \frac{F'_n(z_b)}{\rho} \right\} \int \delta(s-s_i) \delta(n-n_j) ds dn$$

$$+ \int \varepsilon \frac{\partial^2 \omega}{\partial n^2} dz ds dn + \int \varepsilon \left\{ \left( \frac{\partial \omega}{\partial z} \right)_s - \left( \frac{\partial \omega}{\partial z} \right)_{z_b} \right\} ds dn \quad (37)$$

ここで、 $F'_n(\xi)$ ,  $F'_n(z_b)$  はペーン工によって流体が水面及び河床で受ける単位高さ当たりの力である。ペーン工位置が水面より十分深い場合には、 $F'_n(\xi) = 0$  である。

次に、式(37)を流下方向に  $s_i$  から  $s_i + \Delta s$  まで積分

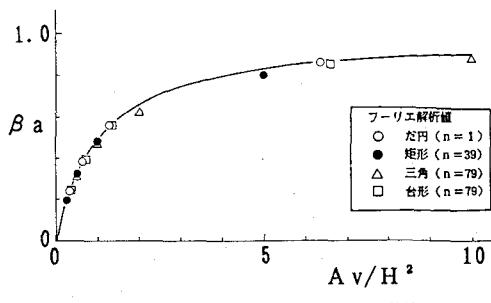


図-7 翼面形と揚力補正係数の関係

し、積分区間  $\Delta s$  で除して縦断方向に平均化する。いま、一様弯曲流路にペーン工が無限数設置され、定常状態であるとすれば、先に述べた周期境界条件を適用できる。渦度の式 (36) を式 (37) へ代入し、大部分の場所では水深の横断方向微分に関する項が他の項に比べて小さいとして省略する。 $(s_i, n_j)$  での流速及び二次流の関数である  $F'_n(s_i, n_j)$  を、流下方向に平均化された流速によって決まる関数  $F'_b$  と、二次流とペーン工の相互干渉の影響や流下方向に平均化したことによる影響、その他種々の影響を含む補正係数  $f$  を用いて表すとすれば、

$$\int \frac{1}{r} (u_s^2 - u_b^2) ds dn - f \frac{F'_b}{\rho \Delta s} \int \delta(n - n_j) dn \\ = -2\varepsilon \int \left[ \left( \frac{\pi}{h} \right)^2 v_b - 2 \frac{\partial^2 v_b}{\partial n^2} + \left( \frac{h}{\pi} \right)^2 \frac{\partial^4 v_b}{\partial n^4} \right] dn \quad (38)$$

が得られる。ここで、 $u_s$ : 表面近傍の流速、 $u_b$ : 底面近傍の流速である。また、式 (38) の境界条件は、 $v_b$  に対し、以下のように表される。

$$v_b = 0, \quad \frac{\partial^2 v_b}{\partial n^2} = 0 \quad : \text{側壁上} \quad (39)$$

ここで、 $F'_b$  は底面近傍においてペーン工にかかる単位高さ当たりの揚力の反力を表す。式 (38) は、二次流の生成と消散の関係を表す。左辺第一項は遠心力による二次流の生成を表し、第二項がペーン工によって発生する流れの遠心力によるものと逆向きの二次流を表す。ここで、 $fF'_b/\Delta s$  の値が正で大きいほどペーン工によって発生する二次流は強くなり、弯曲流によって発生する二次流を弱め、その結果外岸に生じる洗掘が抑制される。

$F'_b/\rho = u \Gamma = C_L u |u|/2$  とする。この時クッタ・ジュコフスキイの理論より

$$F'_b/\rho = u \Gamma = C_L u |u|/2 \quad (40)$$

$I$ : 任意形状のペーン工のある高さの長さである。ペーン工が十分水没する場合には、薄翼の理論より揚力係数  $C_L$  は、ペーン工のアスペクト比の関数である補正係数  $\beta$  を用いて、一般に

$$C_L = \beta 2\pi \sin \alpha, \quad \alpha: \text{ペーン工の迎え角} \quad (41)$$

と表せるので、 $F'_b$  は

$$F'_b/\rho = \beta_0 \pi l_0 \sin \alpha u_b |u_b| \quad (42)$$

となる。ここで、下付き  $0$  は底面近傍での値を示す。したがって、 $F'_b$  を求めるためには  $\beta_0$  を与える必要がある。 $\beta$  は、一様流中の翼に関するプラントルの積分方程式より求められる。ペーン工を薄翼（片翼）と見なして求めた種々の面形に対する平均揚力補正係数  $\beta_a$  を、図-7 に示す。多少の違いはあるが、 $\beta_a$  は翼面形の違いにそれほど依存せずに、橢円形についての理論解

$$\beta_a = 1/(1 + A_v/H^2) \quad (43)$$

を用いて表せることが分かる。ただし、求めたい  $\beta_0$  と  $\beta_a$  は厳密には異なり、 $\beta_0$  はペーン工の形状によって変化し、 $\beta_0$  の値はペーン工の諸元を用いて一般的に陽な形では表現できない。プラントルの積分方程式から求めた  $\beta_0$  と式 (43) から定まる  $\beta_a$  の比を図-8 に示す。図-8 から分るように、通常の翼面形ならば

$$\beta_0/\beta_a \approx 0.9 \sim 1.2 \quad (44)$$

程度のものである。 $\beta_0$  と  $\beta_a$  の違いは小さいので、ここではこの違いを二次流分布の式 (38) において  $f$  に含めるものとする。揚力は、水深に対するペーン工の高さの比、二次流による迎え角の変化量などの影響によって変化するが、ペーン工を適切に配置することによって、 $f \approx 1$  とおくことができる。

#### (4) ペーン工設置時の横断河床形状の解析

一般的に河床変動は、 $q_{Bn} = P \cdot q_{Bs}$  とおくと、流砂の連続条件から次式で与えられる。

$$(1-\lambda) \frac{\partial z_b}{\partial t} = - \frac{\partial q_{Bs}}{\partial s} - \frac{10(r \cdot P \cdot q_{Bs})}{r \partial n} \quad (45)$$

壁面において  $q_{Bn} = 0$

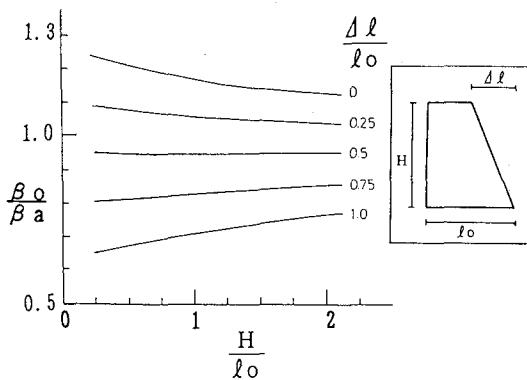
ただし、 $q_{Bs}$ : 縦断方向の流砂量、 $q_{Bn}$ : 横断方向の流砂量、 $\lambda$ : 間隙率である。流砂形態が掃流砂の場合、斜面上の流砂の運動方向  $P$  は従来の研究より、河床横断勾配による重力の横断方向成分と二次流による抗力の横断方向成分のつりあいから、

$$P = \frac{v_b}{u_b} - \frac{1}{\mu_s} \left( \frac{\mu_s}{\mu_k} \right)^{M/2} \left( \frac{u_{*c}}{u_*} \right)^{2-M} \frac{\partial z_b}{\partial n} \quad (46)$$

$z_b$ : 河床高、 $\mu_s$ : 静止摩擦係数、 $\mu_k$ : 動摩擦係数で与えられる<sup>[12], [14]~[16]</sup>。一様弯曲流路で平衡状態ならば、 $\partial q_{Bs}/\partial s = 0$  であるから、

$$(1-\lambda) \frac{\partial z_b}{\partial t} = - \frac{1}{r \partial n} \left[ r \left( \frac{v_b}{u_b} - \frac{1}{\mu_s} \left( \frac{\mu_s}{\mu_k} \right)^{M/2} \left( \frac{u_{*c}}{u_*} \right)^{2-M} \frac{\partial z_b}{\partial n} \right) q_{Bs} \right] \quad (47)$$

と表せる。ただし、式 (46)、(47) において掃流力が限界掃流力に近く、砂粒子の移動速度  $u_{bs}$  が底面流速  $u_b$  に比べて遅く ( $u_{bs}/u_b \approx 0$ ) 流体の運動方向に抗力がかかるとする場合は  $M=0^{[15]}$ 、逆に掃流力が限界掃流力に比べてかなり大きく、砂粒子の移動速度が速く ( $0 < u_{bs}/u_b < 1$ ) 砂粒子と流体の相対速度ベクトルの向きに力がかかるとする場合には  $M=1^{[14], [16]}$  である。式 (47) より、

図-8  $\beta_0/\beta_a$  の値

横断河床形状はペーン工設置時の底面流向を表す  $v_b/u_b$  の横断分布並びに主流の横断分布から与えられる。

ペーン工による外力と主流の流速分布形を式(38)に代入すると、

$$\begin{aligned} & \int \frac{18}{\kappa^2 \pi^2} \frac{u_d}{u_*} \left\{ u_m - \frac{1}{2\kappa} \left( \frac{12}{\pi} - 3 \right) u_d \right\} \frac{h}{r} dn \\ & - \int f_i \frac{\beta \pi l_0 \sin \alpha}{\Delta s} u_b |u_b| \frac{3h}{\kappa u_* \pi^2} \delta(n - n_j) dn \\ & = \int \left\{ v_b - 2 \left( \frac{h}{\pi} \right)^2 \frac{\partial^2 v_b}{\partial n^2} + \left( \frac{h}{\pi} \right)^4 \frac{\partial^4 v_b}{\partial n^4} \right\} dn \quad \dots \dots \dots (48) \end{aligned}$$

となる。横断河床形状は式(47)から分かるように二次流の大きさを積分して得られる。すなわち、式(48)における二次流の供給量とペーン工の位置と構造によって横断河床形状が定まる。ペーン工による二次流に対する遠心力による二次流の供給量の比  $\gamma$  は、水深の横断変化量が小さいとすると、

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\int f_i \frac{\beta \pi l_0 \sin \alpha}{\Delta s} u_b |u_b| \frac{3h}{\kappa u_* \pi^2} \delta(n - n_j) dn}{\int \frac{18}{\kappa^2 \pi^2} \frac{u_d}{u_*} \left\{ u_m - \frac{1}{2\kappa} \left( \frac{12}{\pi} - 3 \right) u_d \right\} \frac{h}{r} dn} \\ &\cong \sum f_i \frac{(u_b |u_b|)_j}{((u_m - u_d) u_d)} \frac{\kappa r}{6B} \left( \frac{\beta \pi l_0 \sin \alpha}{\Delta s} \right) \quad \dots \dots \dots (49) \end{aligned}$$

( )<sub>j</sub>:  $n = n_j$  での値を示す、( )<sub>m</sub>: 全体平均値を示す

である。本研究ではこの  $\gamma$  を二次流相殺率と呼ぶことにする。 $\gamma$  の値が大きいほどペーン工による逆向きの二次流の効果が強く現れ、外岸の洗掘が軽減される。 $\gamma$  は式(49)に示されるように  $(\beta \pi l_0 \sin \alpha / \Delta s) \times$  列数に比例する量であり、ペーン工の設置数  $N$ 、ペーン工の長さ  $l_0$ 、迎え角  $\alpha$  が大きくなるとともに、外岸付近の洗掘が減少する。

以上より、式(20), (25), (26), (27), (43), (47), (48)を連立して、 $u_m, u_d, v_b, z_b$  を解けば、ペーン工を設置した場合の流れと平衡河床形状を得ることができる。

### 3. 実験結果との比較

以上の理論を検証するため、著者らによって行われた模型実験<sup>17)</sup>について比較検討を行う。実験は、水路長 24 m、水路幅 100 cm、中心半径 4.5 m の一様弯曲水路を用いて行っている。また、ペーン工は図-9 に示すペーン工が、図-10 に示す様に外岸から 20 cm, 30 cm の横断位置に縦断間隔約 50 cm で千鳥状に配置されている。

計算条件は実験条件と同一となるように表-1 の様に定めた。ただし、平均水深を既知として計算を行っているため、解として定まる底面流速  $u_b$  によって河床抵抗が変化し、結果として流量が変わる。そのため、底面流速係数は平均流速から計算される流量が実験値と一致するように定めた。また、ペーン工の長さや高さなどの諸元は、計算によって得られるペーン工位置での洗掘深からペーン工の形状を求めて定めた。限界掃流力には岩垣式を流砂量には芦田、道上式を用い、 $M=0$ とした。解析にあたっては、水路幅を横断方向に 40 分割し、差分法を用いて基礎方程式を離散化して計算を行った。

初期河床を平坦として得られた平衡河床形状の実験結果を解析結果とともに図-11 に、その時の流速横断分布を図-12 に、流速鉛直分布を図-13 に示す。なお、実験結果は流下方向の平均値である。図-11 から、本解析法によって得られる河床形状は、ペーン工位置の内岸側にみお筋が移動し、外岸付近の河床の洗掘が軽減されるという実験的特徴を良く表しており、特に重要な外岸の局所洗掘深については、解析結果は実験結果とほぼ一致していることが分る。また、図-12 は平均流速及び底面近傍の二次流の横断分布について比較したものであるが、解析結果は実験値を良く説明していることが分る。

図-13 より鉛直分布についても解析結果はほぼ実験値を表すことができる。また、これから分かるようにペーン工周辺では遠心力によるものとは逆向きの二次流が生じておらず、移流による鉛直混合が大きくなるために主流速は一様化されている。したがって、本解析法はペーン工を種々の形で配置した場合の流れと横断河床形状をよく説明できることが明らかとなった。

本解析法は実際の流れ場を単純化して導いており、一様弯曲でない河道にペーン工を設置した場合やペーン工の効果が小さい場合には、主流の加速や流れの集中等の影響が現れ、求まる河床形状に誤差が含まれる。しかし、ペーン工が適切に設置された場合には、外岸への流れの集中が緩和され、流れ場はペーン工のなしの場合と比較して大きく変わり、ここで仮定した一様弯曲河道の流れ場と近くなる。

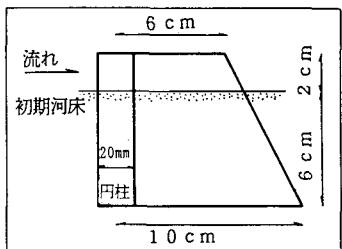


図-9 ベーン工の形状

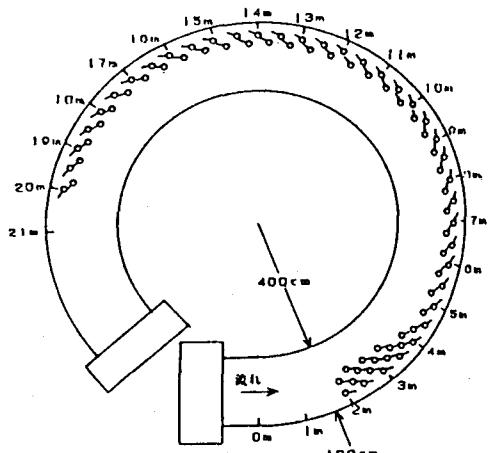


図-10 ベーン工の配置

表-1 水理条件

流量 Q (1/s)	水深 h (cm)	勾配 I b	粒径 d m (mm)	流速 u. (cm/s)	流速係数 $\phi$
18.0	4.85	1/500	0.82	37.1	12.0

#### 4. 結 論

主要な結論をまとめると以下の通りである。

- 1) ベーン工を設置した場合の流れと河床形状を簡潔に表記する基礎方程式を導いた。
- 2) 提案した河床横断形状予測法は、実験で得られた河床形状をよく説明する事ができる。
- 3) これにより、河道弯曲部における洗掘と堆積、及び河岸侵食を軽減するためのベーン工の配置や構造などの設計諸元を合理的に求めることが可能となる。

最後に、本研究は文部省科学研究費一般研究(B)(研究代表者 福岡捷二)の補助を受けた。記して謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) Chabert, J. and Remillieux, M. : Discussion, J. of Waterways and Harbors Div., Proc. of ASCE, Vol.91, No.4, pp.70~79, 1965.

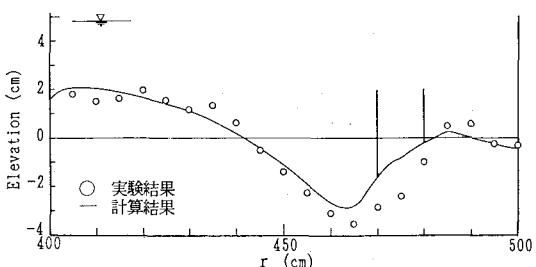


図-11 横断河床形状の解析結果と実験結果の比較

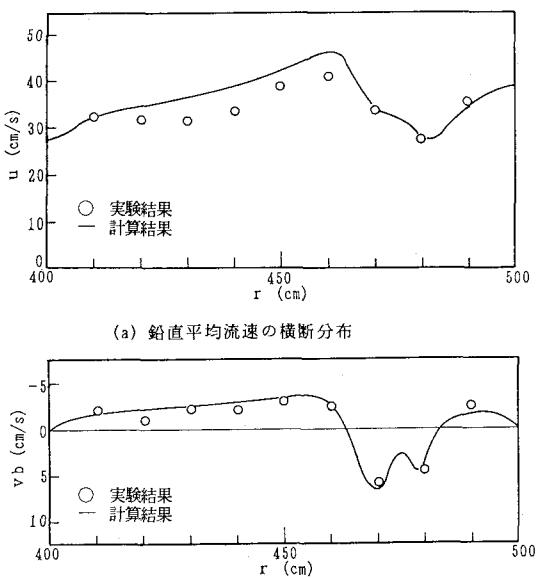


図-12 流速横断分布の解析結果と実験結果の比較

- 2) Remillieux, M. : Development of Bottom Pannels in River Traning, J. of Waterways, Harbors and Coastal Eng. Div., Proc. of ASCE, Vol.98, No.2, pp.151~162, 1972.
- 3) Odgaard, A.J. and Kennedy, J.F. : Analysis of Sacramento River Bend Flows, and Development of a New Method for Bank Protection, IIHR Report, No.241, 1982.
- 4) Odgaard, A.J. and Kennedy, J.F. : River-bend Protection by Submerged Vanes, J. of Hyd. Div., ASCE, Vol.109, HY8, pp.1164~1173, 1983.
- 5) Odgaard, A.J. and Mosconi, C.E. : Streambank Protection by Submerged Vanes, J. of Hyd. Eng., Proc. of ASCE, Vol.113, No.4, pp.520~536, 1987.
- 6) Odgaard, A.J. and Wang, Y. : Sediment Management with Submerged Vanes. I : Theory, J. of Hyd. Eng., Proc. of ASCE, Vol.117, 1991.
- 7) Odgaard, A.J. and Spoljaric, A. : Sediment Control By Submerged Vanes. Design Basis, River Meandering, American Geophysical Union, Water Resouse Monograph 12, 1989.
- 8) Falcon, M and Kennedy, J.F. : Flow in Alluvial-river

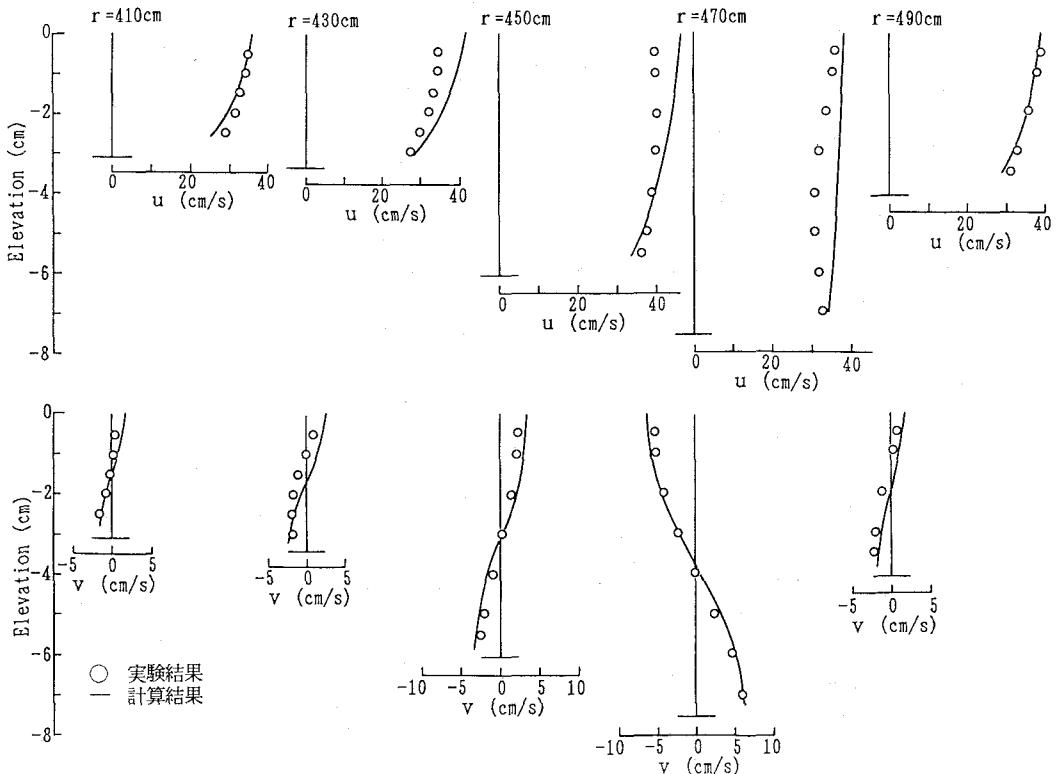


図-13 流速鉛直分布の実験結果と解析結果の比較

Curves, J. of Fluid. Mech., Vol.133, pp.1~16, 1983.

- 9) 橋本 宏・浅野富夫・坂野 章：アイオワ式バーン工の迎角に関する実験的検討，土木技術資料，Vol. 27, No. 8, pp. 32~37, 1985.
- 10) 橋本 宏・浅野富夫・坂野 章：アイオワ式バーン工の迎角と長さに関する実験的検討，第 29 回水理講演会論文集, pp. 603~608, 1985.
- 11) 阿部宗平・鈴木浩之：流路工弯曲部におけるバーンの配置と形状に関する実験的考察，土木技術資料，Vol. 27, No. 2, pp. 9~14, 1985.
- 12) Engelund, F. : Flow and Bed Topography in Channel Bed, ASCE, Vol.100, J. of Hyd. Div., HY11, pp.1631~1648, 1974.
- 13) 福岡捷二・渡辺明英・黒川信敏：バーン工の洗掘軽減効果と設計法に関する研究，土木研究所資料，第 2644 号，1988.
- 14) 池田駿介：移動床河川の弯曲部における二次流と動的横断平衡河床について，土木学会論文報告集，Vol. 229, pp. 55~65, 1974.
- 15) 福岡捷二・山坂昌成・清水義彦：平衡形状に着目した中規模河床形態の卓越波数と形成領域区分，土木学会論文報告集，Vol. 363, pp. 115~124, 1985.
- 16) Ikeda, S. and Nishimura, T. : Bed Topography in Bends of Sand-Silt Rivers, J. of Hyd. Eng., Proc. of ASCE, Vol.111 ~11, pp.1397~1411, 1985.
- 17) 三宮 武・福岡捷二・萱場祐一・渡辺明英：連続的に配置されたバーン工による流れの構造，土木学会第 46 回年次学術講演会概要集第 2 部, pp. 624~625, 1991.

(1991.10.29)

## THEORETICAL STUDY OF FLOW AND BED PROFILES IN VANE-INSTALLED CURVED CHANNELS

Shoji FUKUOKA and Akihide WATANABE

The flow field and transverse bed profile in vane-installed curved channel are investigated analytically and experimentally to establish a rational vane design method. Distributions of secondary currents supplied by vanes are derived from the vorticity equation for a vane-installed flow, then the transverse bed profile is obtained using the secondary current distributions.

The theoretical results are found in good coincidence with experimental results.