

# 直立性植生層を伴う流れ場の数値計算に関する研究

清水義彦\*・辻本哲郎\*\*・中川博次\*\*\*

河床に存在する植生層を rigid な透過性粗度とみなし、そこに形成されるせん断乱流場を記述するモデルとして、差分格子内で空間平均されたレイノルズ方程式に、 $k-\epsilon$  モデルを採用した数値計算法を提案した。数値計算モデルは、著者らによってすでに行った平衡植生流れの水力実験結果と今回新たに行った非植生域から植生域への流れの遷移過程に関する水力実験結果を良好に再現する。さらに、植生の密生度の減少とともに、平均流速分布が指数関数型分布からべき乗型分布に移行する様子を予測している。

**Keywords :** rigid vegetation-covered bed, horizontal averaging,  $k-\epsilon$  model, Reynolds-stress distribution, velocity profiles

## 1. はじめに

近年、河川に治水や利水に加えて親水機能も求められるようになり、植生が河川流に及ぼす影響を明らかにしようとする研究が活発に行われてきている<sup>1)</sup>。しかしながら、その多くは流れの構造に対して平均流のみ注目した扱いとなっており、乱流構造まで意識したものは少ない。

著者ら<sup>2)</sup>は河床に存在する植生層の密生度が比較的小さく、それを loose な構造を有する浸透層と見なし得る場合には、植生層上の流れ（表面流）の存在によって植生層内にも乱流場が形成され、植生層内外での運動量交換が流れ場を特徴づけることを明らかにした。また、水力実験を通じて得られたレイノルズ応力分布をもとに平均流速分布を理論的に推定し、実測値との良好な対応を示した。一方、藤田・福岡<sup>3)</sup>は水平面内に分布する植生域を想定して水力実験を行い、植生域内外の水平乱流混合が河道内の流れの抵抗予測に不可欠であることを見いだしている。

これらの研究から示唆されるように、植生層内外の運動量交換が流れ場を規定するなら、少なくとも運動量の乱流フラックスであるレイノルズ応力まで考慮した解析が必要と考えられる。また、こうした解析は運動量輸送のみならず、流送土砂や河床変動の問題、とくに浮遊物質や濁度の問題を含めて河川における乱流移動現象の知識を与えるもので、これから益々わきあがってくるであろう環境問題の解決に大きな貢献をなすものと期待される。

ところで、粗面上の流れ場を数値計算する場合、粗度

すなわち流れに対する障害物の形状を差分格子網の中に取り込めば、乱流モデルを用いたレイノルズ方程式から通常の数値計算方法によって原理的には求められる。しかしながら、河床粗度、とくに植生粗度のように複雑な形状を有するものは容易に差分格子網の中に取り込むことができないし、仮に取り込むことができたとしても、与えられた境界条件のもとに解くには膨大な計算量を要する。また、この方法では植生層内部のように透過性を有する粗度内の流れ場を鉛直 2 次元の計算として解くことができない。そこで、植生粗度の幾何形状を差分格子に取り込むことはやめて、植生粗度要素は差分格子内にあるものとし、この差分格子内で空間平均されたレイノルズ方程式を解くことにより流れ場を解析することを考える。こうした考え方は LES (Large-Eddy Simulation) モデルにおける格子平均と同様であり、具体的には微気象学の分野でいわゆる canopy flow の研究として Wilson & Shaw<sup>4)</sup>によって始められ、村上<sup>5)</sup>、鶴野<sup>6)</sup>によって  $k-\epsilon$  乱流モデルを取り組んだ形でも検討されている。しかしながら、計算値と実験による計測値との対応が乱流統計量を含めて整合性のとれた形で示されているものは少なく、また、格子平均された乱れエネルギー、逸散率の輸送式の定式化も研究者によって異なる。

本研究は、乱流クロージャーモデルとして  $k-\epsilon$  モデルを用いて、空間平均された開水路基礎式から、植生粗度を伴う流れの 2 次元数値計算を行う。その結果は水力実験で得られた流速場をうまく再現できることを示し、次に、植生の密生度の変化が流れ場の構造をどのように変えるかを計算より推定する。そして、こうした解析が植生粗度を伴う流れ場の理解に有効な手段であることを提示する。

## 2. 空間平均化操作について

ここでは後述の基礎式の誘導のため、Raupach ら<sup>7)</sup>に

\* 正会員 工修 群馬大学助手 工学部建設工学科  
(〒376 桐生市天神町 1-5-1)

\*\* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科

\*\*\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部環境地球工学教室

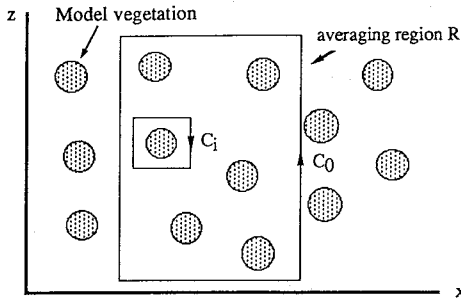


Fig.1 A horizontal averaging region within the vegetation

ならない、空間平均化操作について説明する。流れ場の変数を空間平均された値  $\langle \rangle$  で表すと、それからの偏差  $\prime$  で表す) に分ける。例えば、流速場  $u_i(x, y, z, t)$  を

$$u_i(x, y, z, t) = \langle u_i \rangle + u_i'(x, y, z, t) \dots \dots \dots (1)$$

とする。ここに、 $x, y, z$  は空間座標で、 $t$  は時間を表す。また、 $u_i = (u, v, w)$  で、 $i=1, 2, 3$  はそれぞれ  $x, y, z$  方向の流速成分とする。他方、点計測において時間平均された値  $\bar{\phantom{x}}$  で表すとそれからの偏差  $\prime$  で表す) に分ける通常のレイノルズ分割から、

$$u_i(x, y, z, t) = \bar{u}_i + u_i'(x, y, z, t) \dots \dots \dots (2)$$

を定義する。簡単のため、2次元の空間平均(水平面内の平均)を考えると<sup>2)</sup>、その定義は物理量  $\Psi$  として、

$$\langle \Psi \rangle \equiv \frac{1}{A} \int \int_R \Psi(x, z) dx dz \dots \dots \dots (3)$$

であり、ここに、 $A, R$  は  $xz$  平面において平均化を施す領域の面積とその境界を示す (Fig.1 参照)。ところで、空間平均化操作は物理量  $\Psi, \Phi$  に対して、

$$\langle \Psi + \Phi \rangle = \langle \Psi \rangle + \langle \Phi \rangle \dots \dots \dots (4)$$

$$\langle \Psi * \Phi \rangle = \langle \Psi \rangle * \langle \Phi \rangle \dots \dots \dots (5)$$

は成り立つが (\* は乗算を示す)、 $\Psi, \Phi$  の空間微分作用素と空間平均化操作は一般に順序交換可能ではない。

$$\langle \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \rangle \neq \frac{\partial \langle \Psi \rangle}{\partial x_i} \dots \dots \dots (6)$$

とくに、

$$\langle \frac{\partial \Psi'}{\partial x_i} \rangle \neq \frac{\partial \langle \Psi' \rangle}{\partial x_i} = 0 \dots \dots \dots (7)$$

である。これは次のように導かれる<sup>7)</sup>。まず、Green の定理から

$$\begin{aligned} \langle \frac{\partial \Psi'}{\partial x} \rangle &\equiv \frac{1}{A} \int \int_R \frac{\partial \Psi'}{\partial x} dx dz \\ &= \frac{1}{A} \left( \int_{C_0} \Psi' dz + \sum_i \int_{C_i} \Psi' dz \right) \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

となり、右辺第1項の積分は、積分領域を空間的均一性

が得られるに十分な大きさでとればゼロとなるが、第2項は粗度要素の周境界で被積分関数が一定値をとらない限りゼロとはならない。

$\Psi$  として、時間平均された圧力 ( $\bar{p}$ ) を考えると、 $\bar{p}'$  は形状抵抗の存在により、粗度要素の周境界で一定とはならず、 $\bar{p}'$  に関しては空間微分作用素と空間平均化操作は順序交換可能ではないことがわかる (APPENDIX 参照)。

流速場については粗度要素の境界で non-slip 条件よりゼロとなり、式 (8) の右辺第2項もゼロとなるため、空間微分作用素と空間平均化操作は順序交換可能である。これより、連続的に空間平均を施せば次式が導かれる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = \frac{\partial u_i''}{\partial x_i} = \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_i} = 0 \dots \dots \dots (9)$$

### 3. 空間平均された開水路流れの基礎式の誘導

前節の空間平均化操作をレイノルズ方程式に施してみよう。高レイノルズ数の乱流場を想定して粘性項を無視すると通常のレイノルズ方程式は

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{u_i u_j}) \dots \dots \dots (10)$$

となる。ここで、 $\rho$ ; 水の密度、また、簡単のため時間平均値は大文字、時間平均値からの偏差は小文字で書いた。各諸量を空間平均値とそれからの偏差に分け、

$$\left. \begin{aligned} U_i &= \langle U_i \rangle + U_i' \\ P &= \langle P \rangle + P' \\ -\overline{u_i u_j} &= \langle -\overline{u_i u_j} \rangle + (-\overline{u_i u_j})' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

これらを式 (10) に代入して空間平均を取ると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial t} + \langle U_j \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \langle \frac{\partial P'}{\partial x_i} \rangle \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \langle -U_i' U_j' \rangle + \frac{\partial}{\partial x_j} \langle -\overline{u_i u_j} \rangle \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

ここで、 $\langle -U_i' U_j' \rangle$  は時間平均化された流速成分の空間相関による covariance であり、dispersive flux と定義される<sup>7)</sup>。式 (12) が空間平均されたレイノルズ方程式である。一方、空間平均された平均流のエネルギー輸送式は上式に  $\langle U_i \rangle$  を乗じて、次のように求められる。

$$\begin{aligned} &\left( \frac{\partial}{\partial t} + \langle U_j \rangle \frac{\partial}{\partial x_j} \right) \left( \frac{\langle U_i \rangle \langle U_i \rangle}{2} \right) \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle P \rangle \langle U_i \rangle}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \langle \frac{\partial P'}{\partial x_i} \rangle \langle U_i \rangle \\ &- \langle \langle -U_i' U_j' \rangle + \langle -\overline{u_i u_j} \rangle \rangle \frac{\partial}{\partial x_j} \langle U_i \rangle \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \{ \langle \langle -U_i' U_j' \rangle + \langle -\overline{u_i u_j} \rangle \rangle \langle U_i \rangle \} \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

ところで、式 (12) における右辺第2項は植生粗度に

注1) 本研究では、以下、流れ場を鉛直二次元として扱うため、空間平均化操作は水平面内の平均化操作を意味するものと約束する。

よる形状抵抗を表すから、形状抵抗係数  $C_d$  を用いて平均流速場と結びつけることができる。すなわち、

$$\langle \frac{\partial P''}{\partial x_i} \rangle = \frac{1}{2} \rho \lambda C_{di} \langle U_i \rangle \sqrt{\langle U_i \rangle \langle U_j \rangle} \dots\dots\dots(14)$$

と書ける。λは植生粗度の密生度で、 $C_{di}$ は*i*方向の形状抵抗係数である。この項は植生粗度による平均流の運動量の減少 (sink term) を表し、平均エネルギーとしては、その輸送式 (13) の右辺第2項に関連する分だけ失い、これが乱流エネルギーに変換される。

いま、乱流クロージャーモデルとして、空間平均されたレイノルズ応力と dispersive flux を併せたものに対して Boussinesq の乱流渦動粘性係数  $\nu_t$  を導入し、次のように書けるものとする。

$$\begin{aligned} &\langle -U_i'' U_j'' \rangle + \langle -\overline{u_i u_j} \rangle \\ &= \nu_t \left( \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \langle k \rangle \delta_{ij} \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

ここに、 $\delta_{ij}$ はクロネッカーのデルタであり、 $\nu_t$ に関しては、Launder and Spalding<sup>8)</sup>により、

$$\nu_t = C_\mu \langle k \rangle^2 / \langle \epsilon \rangle \dots\dots\dots(16)$$

とおく。ここに  $k$ ,  $\epsilon$  は乱れエネルギーとその逸散率で、 $C_\mu$  は係数である。 $\nu_t$  を計算するための  $\langle k \rangle$ ,  $\langle \epsilon \rangle$  の輸送式も標準型  $k$ - $\epsilon$  モデル<sup>9)</sup> で用いられる  $k$ ,  $\epsilon$  式に空間平均化操作を施せば、同様に演繹されるはずである。しかし、ここでは簡単に、式 (13) に右辺第2項に関連する分だけ乱流エネルギーに変換されることから、 $\langle k \rangle$  の輸送式は通常 (空間平均されない) 輸送式に source term として、次式を付加してモデル化する。

$$\langle \frac{\partial P''}{\partial x_i} \rangle \langle U_i \rangle = \frac{1}{2} \rho \lambda C_{di} \langle U_i \rangle^2 \sqrt{\langle U_j \rangle \langle U_j \rangle} \dots\dots\dots(17)$$

また、乱流エネルギーの増加は逸散率の増加となるため、 $\langle \epsilon \rangle$  の輸送式にも式 (17) を付加する。流れ方向 ( $x$ )、鉛直方向 ( $y$ ) の平均流速をそれぞれ  $U$ ,  $V$  として、簡単のため、 $\langle \rangle$  は省略し、空間平均されたレイノルズ方程式を書くとき以下のようになる。

$$\begin{aligned} U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} &= g \sin \theta - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P}{\rho} \right) \\ &- F_x + \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\Gamma \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \Gamma \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} \dots\dots(18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} &= -g \cos \theta - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{P}{\rho} \right) \\ &- F_y + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \Gamma \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left( 2\Gamma \frac{\partial V}{\partial y} \right) \dots\dots(19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right\} \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} + P_k - \epsilon + C_{fk} (F_x U + F_y V) \\ &\dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

$$U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right\}$$

Table 1 Source term

$\Phi$	$\Gamma'$	source term $S_\Phi$
U	$\nu_t + \nu$	$S_U = g(\sin \theta - \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \cos \theta) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P'}{\rho} \right) - F_x + \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial V}{\partial x} \right)$
V	$\nu_t + \nu$	$S_V = -\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{P'}{\rho} \right) - F_y + \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial V}{\partial y} \right)$
k	$\nu_t / \sigma_k$	$S_k = P_k - \epsilon + C_{fk} (F_x \cdot U + F_y \cdot V)$
$\epsilon$	$\nu_t / \sigma_\epsilon$	$S_\epsilon = \frac{\epsilon}{k} [C_{1\epsilon} \{ P_k + C_{f\epsilon} (F_x \cdot U + F_y \cdot V) \} - C_{2\epsilon} \epsilon]$

$$+ \frac{\epsilon}{k} [C_{1\epsilon} \{ P_k + C_{f\epsilon} (F_x U + F_y V) \} - C_{2\epsilon} \epsilon] \dots\dots\dots(21)$$

ここに、 $\nu$ ; 動粘性係数、 $g$ ; 重力加速度、 $\theta$ ; 水路床勾配角、 $C_{fk}$ ,  $C_{f\epsilon}$ ;  $k$ ,  $\epsilon$  方程式における形状抵抗項にかかるモデル定数であり、また、

$$\Gamma \equiv \nu_t + \nu \dots\dots\dots(22)$$

$$P_k \equiv \nu_t \left[ 2 \left\{ \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right] \dots\dots(23)$$

$$F_x \equiv \frac{1}{2} C_{dx} \lambda U \sqrt{U^2 + V^2} \dots\dots\dots(24)$$

$$F_y \equiv \frac{1}{2} C_{dy} \lambda V \sqrt{U^2 + V^2} \dots\dots\dots(25)$$

である。標準型  $k$ - $\epsilon$  モデルのモデル定数;  $C_1 (=1.44)$ ,  $C_2 (=1.92)$ ,  $C_\mu (=0.09)$ ,  $\sigma_k (=1.0)$ ,  $\sigma_\epsilon (=1.3)$  はほぼ普遍値として確立している<sup>10)</sup>。したがって、未定の乱流モデル定数として  $C_{fk}$ ,  $C_{f\epsilon}$  があり、後述するように、十分発達した植生流れの計測結果から、これらを同定する。

#### 4. 数値計算の方法

まず、圧力  $P$  を静水圧分布とそれからの偏差 ( $P'$ ) に分ける。

$$P \equiv \rho g(h-y) \cos \theta + P' \dots\dots\dots(26)$$

ここに、 $h$  は水深である。式 (26) を式 (18), (19) に代入すると、未知変数  $U$ ,  $V$  および  $k$ ,  $\epsilon$  に関する偏微分方程式は次の同型の輸送式で書ける<sup>9)</sup>。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \Phi U - \Gamma' \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Phi V - \Gamma' \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) = S_\Phi \dots\dots\dots(27)$$

$\Phi$  は輸送される物理量の変数で、 $\Gamma'$  は有効粘性係数、 $S_\Phi$  はこれに対する外力項である (Table 1 参照)。壁面での境界条件は壁関数法を用いた。すなわち、壁面から最も近い格子点 (その距離を  $y_p$  とする) において  $y_p^+ (= y_p u_* / \nu, u_*$ ; 摩擦速度) が 50 以上のとき、そこでの平均流速値が対数則分布するとして、

$$\frac{U_p}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y_p^+ + A_s \dots\dots\dots(28)$$

として与える。ここに  $\kappa (=0.41)$ ; Kármán 定数で、 $A_s = 5.3$  である<sup>10)</sup>。また、そこでの乱れエネルギーの生成

と逸散が釣り合う(局所平衡の成立)として、

$$\frac{k_p}{u_*^2} = \frac{1}{\sqrt{C_d}}, \quad \varepsilon_p = \frac{u_*^3}{\kappa y_p} \dots \dots \dots (29)$$

を仮定する。ここに添え字  $p$  は  $y_p$  での値とする。なお、瀬津・中川<sup>9)</sup>に従い、水面での乱れの減衰効果も取り込んでいる。植生層内では、先述した形状抵抗係数 ( $C_{di}$ ) に数値を与え、植生層外ではこれをゼロとして形状抵抗の効果を見捨てる。数値計算は Gosman<sup>11)</sup>らの TEACH-Tコードにもとづいて行われた。すなわち、各輸送式を staggered 格子に関するコントロールボリュームについて積分したのち、ハイブリット・スキームを用いて離散化し、離散化式の解法には Patankar and Spalding<sup>12)</sup>の SIMPLE アルゴリズムを用いた。SIMPLE アルゴリズムは 1) すべての格子点における変数に初期条件を与え、2) 仮定された圧力場に対して流速場を解き、3) 計算された流速場から、連続式にもとづく圧力補正式を用いて圧力場の更新を行う。4) さらに  $k$ ,  $\varepsilon$  の計算から得られる渦動粘性係数の更新をしたのち 2) へとび、解の収束判定条件を満足するまで繰り返される。収束判定条件は連続式および平均流の輸送式の残差を主流方向の流量と全運動量で無次元化し、それらの最大値が 0.1% 以内に収まるときとした。

5. 植生に覆われた二次元等流についての実験と数値計算との比較

ここでは水路床に模擬植生を設けて行われた開水路実験<sup>2)</sup>から 2次元等流場の流れの構造特性を抽出し、前節で述べた数値計算でこれらを再現することによって計算方法の妥当性を示す。

長さ 12 m, 幅 40 cm 及び幅 50 cm の可変勾配式直線水路内の路床にアクリル板を敷き、その上に高さ ( $K$ ) のそろった円柱(直径  $D$ )を等しいスペーシング(中心間隔を  $s$  とする正方形配置, 植生の密生度は  $\lambda = D/s^2$  となる)で水路全幅にわたって植え付けて模擬植生を作成した。植生材料は R ケースとして 6-6 ナイロン ( $K = 4.1$  cm,  $D = 0.1$  cm,  $s = 1$  cm,  $\lambda = 0.1/\text{cm}$ ) と, A ケースとして竹ひご ( $K = 4.6$  cm,  $D = 0.15$  cm,  $s = 2$  cm,  $\lambda = 0.0375/\text{cm}$ ) を用いた。

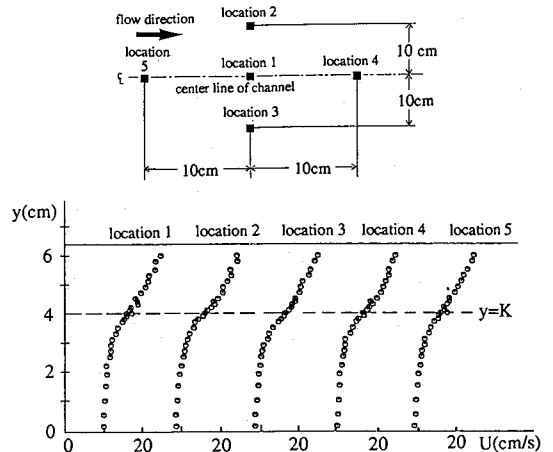
ともに、剛性が大きく流れに対して全く変形しない。流速測定は水位を測定して等流状態を確認した後、R ケースは二成分熱線流速計, A ケースは直径 3 mm のプロペラ流速計を用いて行った。なお、植生粗度の抵抗係数  $C_d (= C_{dx}$ , 但し  $C_{dy} = 0$ ) は 1.0~1.5 程度の値で一樣流中の円柱の形状抵抗係数にほぼ一致する<sup>2)</sup>。

**Table 2** に各実験シリーズの水力条件を示す ( $U_m$ ; 断面平均流速,  $i$ ; 水路床勾配)。

さて、実験から得られた流速場と計算結果を対応させるには、実測値を空間平均化したものと計算値を比較し

**Table 2** Experimental conditions

Run	h(cm)	i(x10 <sup>-3</sup> )	U <sub>m</sub> (cm/s)
R22	7.30	1.08	6.52
R24	9.48	1.00	12.8
R31	6.31	1.64	11.2
R32	7.47	2.13	13.9
R41	6.49	2.33	15.5
R42	7.35	2.63	17.2
R44	9.53	2.56	22.1
R53	8.40	4.35	23.3
R55	10.5	4.76	30.5
A11	9.55	1.00	13.3
A12	7.49	1.00	11.7
A31	9.36	3.00	19.6
A71	8.95	7.00	33.1



**Fig.2** Velocity distributions at different locations relative to the vegetation elements (Run 41)

なければならない。そこで、予め本実験で対象とした植生流れでは、どの程度の空間的な不均質性があるか調べてみた。空間的な不均質性を産む要因としては 1) 植生粗度による後流の影響、2) 植生粗度の配置間隔によっては場所的な粗度変化のため二次流が誘起される可能性がある、などが考えられる。とくに、2) の問題は乱流モデルとして等方性モデルを用いているため、単に空間的な平均化操作だけでは避けられない。1) に関しては、植生粗度の直後を除いて横断方向の植生粗度列で、粗度間の中間点  $s/2$  および植生粗度から  $s/4$  程度計測点をずらした平均流速分布に明確な変化が生じず、またタフト法による流向の変化の観察からも、後流の範囲は小さいものと判断された。2) については、計測地点を種々変えて平均流速分布を調べてみたが (**Fig.2** 参照)、顕著な変化が認められず、流速場はむしろ均質性の高いものといえる。したがって、計測された流速場を直接、計算値と比較しても問題ないものと判断した。ただし、これは本実験で対象とした植生粗度の密生度に対してであり、たとえば、植生をさらに密に配置したり、あるいはその配置を千鳥状にすれば、後流の影響範囲も変化することが考えられ、一般には空間平均化した流速場を計算

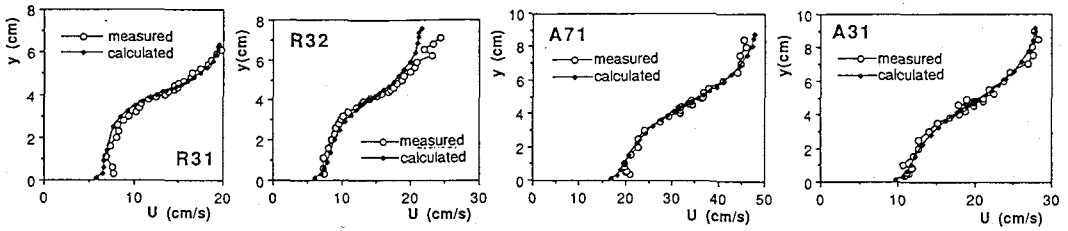


Fig.3 Velocity distribution of flow over vegetation-covered bed

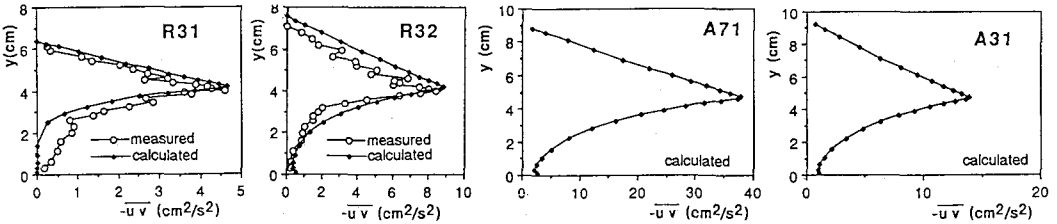


Fig.4 Reynolds-stress distribution over vegetation-covered bed

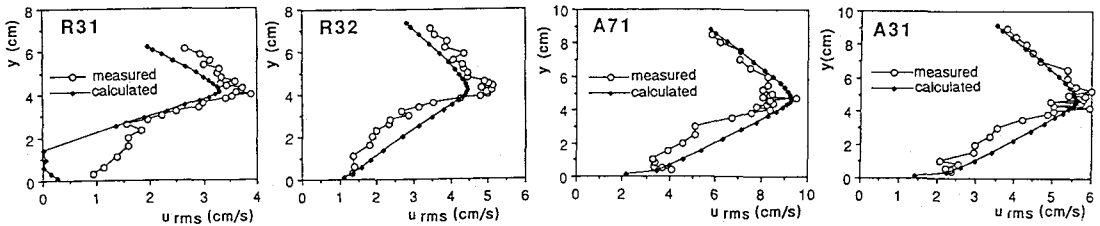


Fig.5 Distribution of turbulence intensity over vegetation-covered bed

値と比較しなければならない。

Fig.3 に平均流速分布, Fig.4 にレイノルズ応力分布 (便宜的に  $-\overline{uv}$  で定義する), Fig.5 に縦断方向変動流速の乱れ強度  $u_{rms}$  の実測値を示す。植生層内では形状抵抗の出現により、水路床に近づくにつれて主流速は低減する。また、植生層と表面流の境界面 ( $y=K$ ) 付近では流速分布に変曲点が生じている。植生層内では同様にレイノルズ応力も減衰するが、表面流 (植生層上の流れ) では形状抵抗からの開放によってレイノルズ応力分布は直線分布に等しくなる。

これらの実験値を数値計算から再現するため、Fig.6 に示す差分格子を用いて、下流端の計算結果を上流端に繰り返し与えて計算し、計算値の流下方向変化が十分小さくなったところでの解を求めた。Fig.3, 4 に計算結果を併示する。ここで、先述した乱流モデルの未定定数  $C_{fk}$ ,  $C_{fe}$  は R 31 のケースの実測値を再現できるようにして決め ( $C_{fk}=0.07$ ,  $C_{fe}=0.16$ )、この値を変えずに、他のケースが計算された。Fig.3 から理解できるように平均流速分布の再現性は良好で、密生度の異なる R, A ケースともに  $C_{fk}$ ,  $C_{fe}$  は同程度の値を使えばよい。レイノルズ応力についても R ケースの実測値と良く一致し、その再現性は良い。

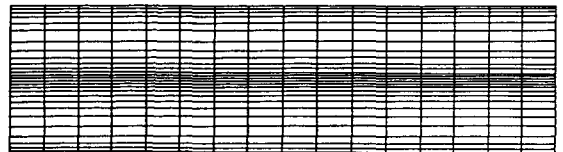


Fig.6 Mesh of numerical calculation (uniform flow)

ところで、著者らは<sup>2)</sup>、植生粗度内のレイノルズ応力分布は指数関数を用いて近似的に、次のように書けることを提案し、

$$-\overline{uv} \doteq \overline{uv}|_{y=K} \cdot \exp\{\alpha(K-y)\} \dots \dots \dots (30)$$

減衰係数  $\alpha$  (影響スケールの逆数) は、表面流の流れの強さを示す  $(h-K)i/K$  ( $(h-K)$ : 被り水深) に対して減少することを見いだしている。Fig.7 に計算されたレイノルズ応力を片対数表示すると、その分布は直線的であり式 (30) の妥当性が検証された。また、Fig.8 は  $\alpha$  と  $(h-K)i/K$  の関係を計算値から求めたもので、表面流の流れの強さが大きくなると、植生層内の深部までレイノルズ応力が誘起されるという水理実験から見いだされた結論が数値計算からも確認された。

式 (30) が認められると、これと混合距離理論を用いて植生層内の平均流速分布が次のように求められる。

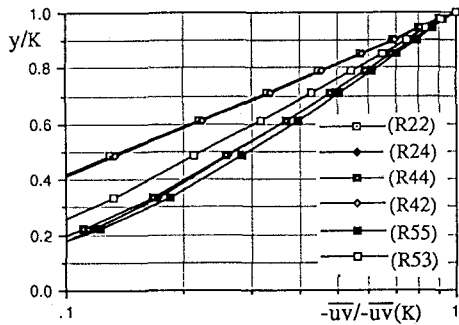


Fig.7 Reynolds-stress distribution in vegetation layer calculated by  $k-\epsilon$  model

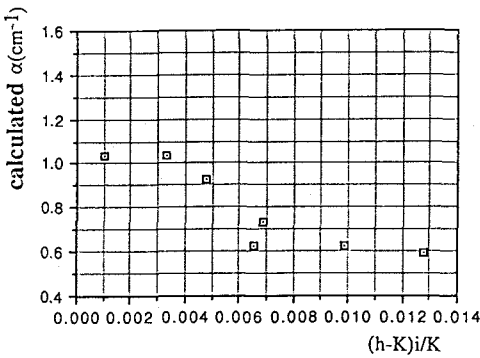


Fig.8 Relation between  $\alpha$  and  $(h-K)i/K$  calculated by  $k-\epsilon$  model

$$U(y) - U_s = (U_k - U_s) \exp\{\beta(y-K)\} \quad (0 < y < K) \quad (31)$$

ここに、

$$U_k \equiv U(K) = U_s \sqrt{1 + \alpha(h-K)} \quad (32)$$

$$U_s = \sqrt{2gI_e / (\lambda C_{ax})} \quad (33)$$

$$\beta = \frac{\alpha}{2} \left( 1 + \frac{U_s}{U_k} \right) = \frac{\alpha}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha(h-K)}} \right\} \quad (34)$$

で、 $I_e$  はエネルギー勾配である。Fig.9に、式(31)と  $k-\epsilon$  モデルによる数値計算結果を並示すると、両者の対応に概ね良いことがわかる。

一方、表面流の平均流速分布については、対数則近似できることから<sup>2)</sup>、植生層の境界面 ( $y=K$ ) で式(31)との滑らか接続を考えて次式が導かれる。

$$\frac{U(\eta)}{u_{*k}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{\kappa \eta}{l_{0*}} + 1 \right) + \frac{U_k}{u_{*k}} \quad (K < y < h) \quad (35)$$

$$l_{0*} = \frac{u_{*k}}{\beta(U_k - U_s)}, \quad u_{*k} = \sqrt{g(h-K)I_e} \quad (36)$$

ここに、 $\eta \equiv (y-K)/(h-K)$  である。Fig.10に、式(35)と  $k-\epsilon$  モデルによる数値計算結果を並示する。両者の対応は良く、植生層内外の平均流速分布を記述する解析モデルとして、式(31)、(35)が妥当であることが示された。

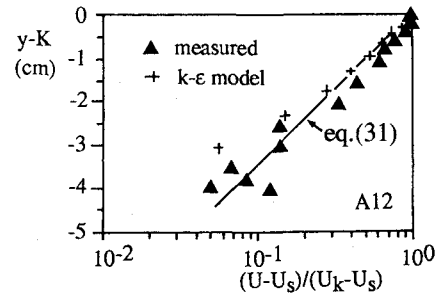
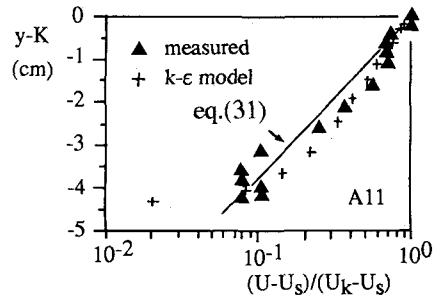


Fig.9 Velocity distribution in vegetation layer calculated by  $k-\epsilon$  model

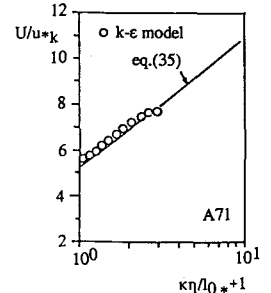
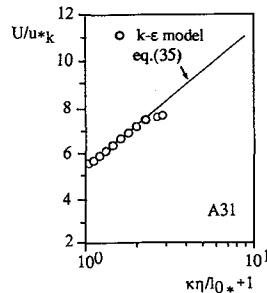


Fig.10 Free-surface flow velocity profile calculated by  $k-\epsilon$  model

なお、縦断方向の乱れ強度 ( $u_{rms}$ ) については計算された乱れエネルギーを Rodi<sup>13)</sup>の代数応力関係 (algebraic stress relation),

$$\overline{u_i u_j} = k \left\{ \frac{2}{3} \delta_{ij} + \frac{(1-\gamma) \left( \frac{p_{ij}}{c_\tau} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{P_k}{\epsilon} \right)}{c_\tau + \frac{P_k}{\epsilon} - 1} \right\} \quad (37)$$

を用いて配分して評価し、これを Fig.5 に示した。ここに、 $\gamma=0.6$ ,  $C_\tau=1.5$  である。また、 $p_{ij}$  は stress production で、次式となる。

$$p_{ij} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_j u_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (38)$$

Fig.5 から、プロペラ流速計による計測結果を含めてその対応は良い。以上のように、提案された計算モデルは植生層内外の乱流場をうまく再現できることが示された。

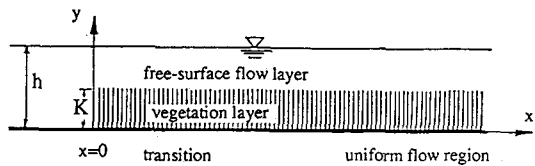


Fig.11 Schematic figure of transition flow over vegetation

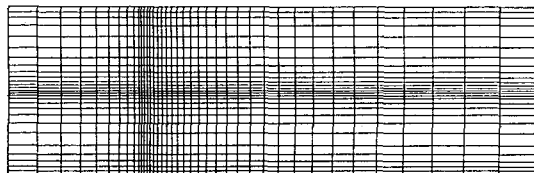


Fig.12 Mesh for numerical calculation (transition flow)

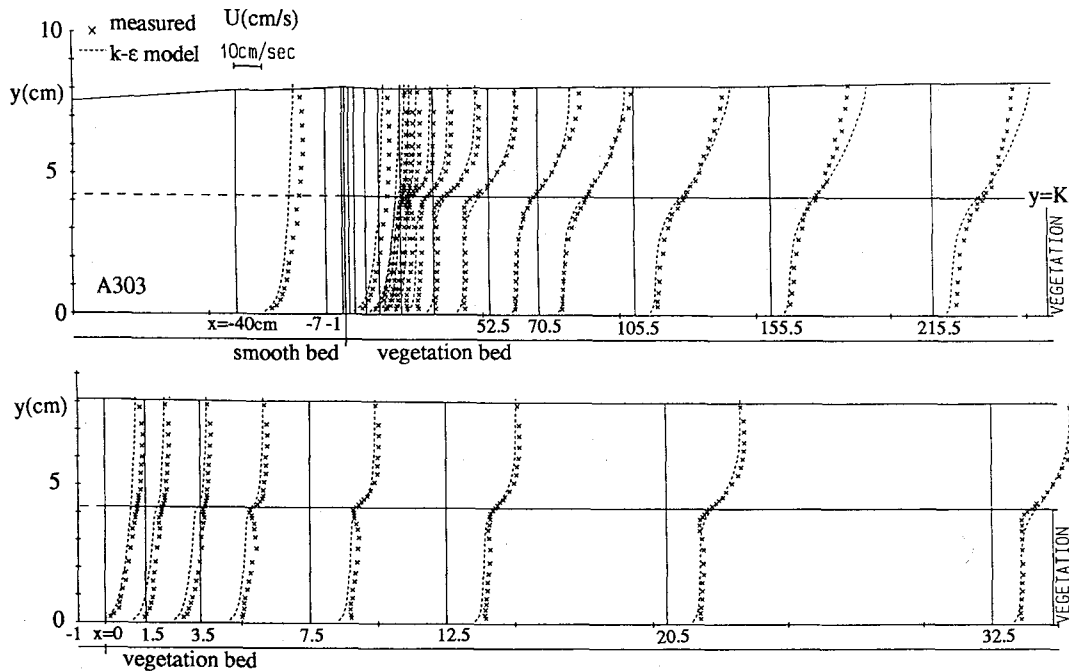


Fig.13 Longitudinal variation of velocity distribution

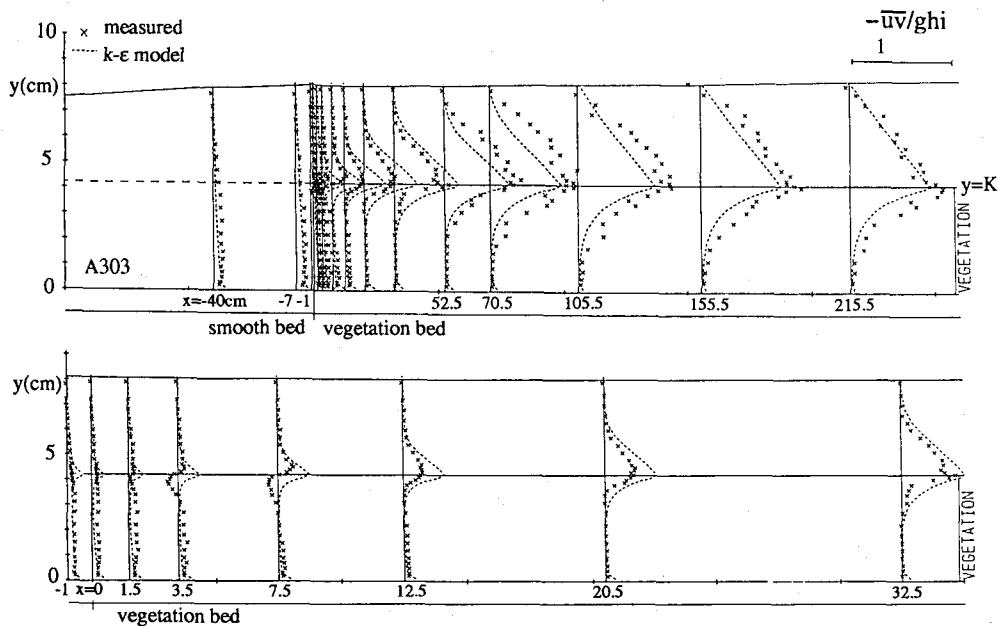


Fig.14 Longitudinal variation of Reynolds-stress distribution

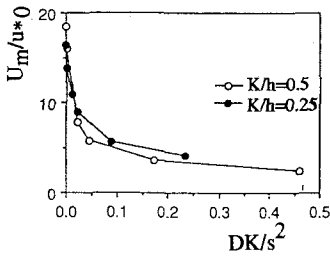


Fig.15 Change of resistance due to vegetation density

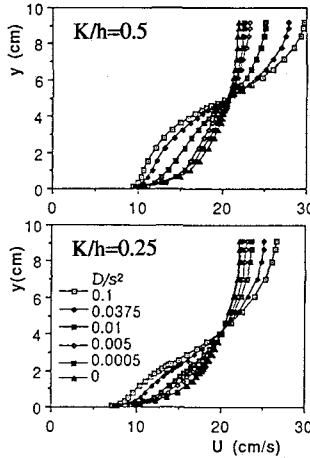


Fig.16 Change of velocity distribution due to vegetation density

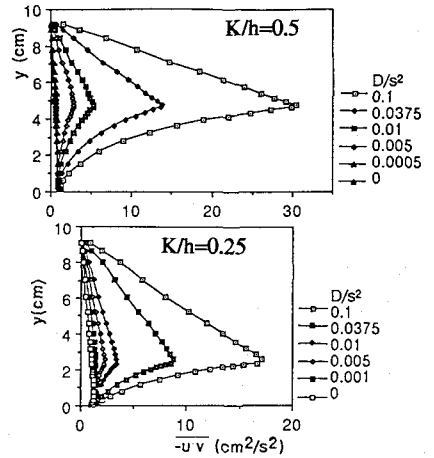


Fig.17 Change of Reynolds-stress due to vegetation density

## 6. 非植生域から植生域への流れの遷移過程に関する実験と数値計算の比較

実河川では植生域はしばしば偏在し、河道内に非植生域から植生域、あるいは植生域から非植生域といった流れの状況も容易に出現する。そこで、前節で述べた模擬植生粗度を用いて、Fig.11に示すような非植生域から植生域への流れの遷移過程に関する実験とそれに対応した数値計算を行った。実験において、非植生域は水路床にアクリル板を敷きつめたものとし、水路下流端の堰を調節して粗度変化点 ( $x=0$ ) から下流3~4mでほぼ等流が得られる様に設定した(水理条件は十分発達した地点において水深 ( $h$ )=8.31 cm,  $I_e=.00264$ , 平均流速 ( $U_m$ )=18.44 cm/sである)。これらの実験を再現する数値計算においては、5節で決められたパラメータの値とFig.12に示す差分格子を用いた。Fig.13, 14に平均流速分布とレイノルズ応力分布の実測値および計算値を示すと(流下方向に密に計測しているため、上段に全計測領域、下段に粗度変化部付近の計測領域に分けて示す)、計算値は概ね実測値を再現できることがわかる。ただし、実測のレイノルズ応力は粗度変化直後に、境界面 ( $y=K$ ) に近い植生層内で負の値を取り、境界面付近でくびれが現れる。そのため平均流速分布にも同様なくびれが生じるが、計算値はその特徴が再現されない。これについては、今後計算モデルの改良が必要である。

## 7. 植生密度の異なる流れの構造についての予測計算

本節では数値計算モデルを条件の異なる流れへ適用し、乱流構造の変化を予測する。すなわち、A31ケースを標準とし(平均流速  $U_m$ , 水深  $h$ , 植生高さ  $K$  を共

通とし)、植生の密度 ( $\lambda \equiv D/s^2$ ) を変化させた場合の等流場における乱流構造を計算した。植生密度と抵抗は正の相関があり、 $U_m$ ,  $h$  を共通とするとエネルギー勾配  $I_e$  が変化する。計算によって得られる表面流部で三角形分布に従うレイノルズ応力分布を河床に外挿した値は  $\rho g h I_e$  に等しい。これから定義される摩擦速度を  $u_{*0}$  と表す。このとき、流速係数 ( $U_m/u_{*0}$ ) と密度の関係はFig.15のように推定され、密度 ( $D/s^2$ ) が0.1程度の値をとるまでの間で、流速係数が顕著に低減している。次に、計算で得られた平均流速分布とレイノルズ応力分布の植生密度による変化をFig.16, 17に示す。植生密度を無限に小さくした場合は滑面流れとなるが、植生密度の増加とともに、流速分布に変曲点が現れ、また、レイノルズ応力分布は植生頂部から下方に向かって減衰する形が顕著となる。植生密度が比較的小さいとき、室田・福原<sup>14)</sup>が用いたように表面流・植生層内流れを通じてべき乗型の流速分布が適用できるが、そうでなければ、パラメータの同定も含めて著者らの提案した指数関数型流速分布<sup>2)</sup>で植生層内流れを表現できることが同図よりわかる。すなわち、密度を大きくしていけば河床でのせん断による流れから、植生層境界面付近に形成されるせん断層に支配される流れへ移行する様子が計算モデルによって記述される。

## 8. まとめ

本研究は直立性植生層を伴う流れ場の二次元数値計算モデルを提案し、水理実験で得られた流れ場の特徴を良好に再現できることを示し、また、異なる植生密度を有する流れ場の乱流構造を予測した。以下に得られた主な結論をまとめる。

- (1) 植生粗度による形状抵抗効果を取り入れた二次



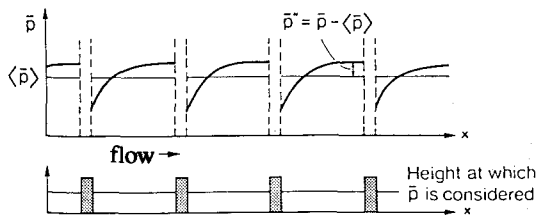


Fig. A Schematic pressure field about a series of impermeable fences lying across the flow (Raupach & Shaw<sup>7)</sup>)

元開水路乱流の基礎式に  $k-\epsilon$  乱流モデルを導入して、植生粗度内外の流れ場を記述できる数値計算モデルを提案した。

(2) 模擬植生粗度を用いた水理実験より得られた、十分発達した乱流場での植生流れの特徴が計算モデルから良好に再現されることが示された。とくに、平均流速分布のみならず、レイノルズ応力分布に対する再現性も良好で、水理実験から見いだされた<sup>2)</sup>、植生層内でのレイノルズ応力の指数関数近似の妥当性やその減衰係数の特性が数値計算からも確認された。

(3) 提案された計算モデルは、非植生域から植生域にかけての流れの遷移過程における乱流場も概ね再現できることが示された。

(4) 植生密度の異なる流れの予測計算として、数値計算モデルを適用した結果、密度が大きくなるにしたがって植生層内の平均流速分布が、べき乗型分布から指数関数型分布に移行する様子が求められた。また、レイノルズ応力分布の変化過程も良好に求められた。

以上から、本研究で提案された数値計算モデルは、植生粗度を有する流れ場の解析に有効な手段であることが提示され、今後、実験と併用しながら、求められた植生流れの乱流場が、土砂輸送にどのような影響を与えているか検討していきたいと考えている。

本研究で作成された計算プログラムは、京都大学大型計算機センターのプログラム・ライブラリ (2 方程式  $k-\epsilon$  モデルを用いた 2 次元等温・非等温場での乱流解析コード、作成者; F. J. K. Ideriah, A. D. Gosman and W. M. Pun, 改訂者; 武本行正) を参考にした。また、実験や計算データの処理に対して、佐藤寿延君 (当時京都大学大学院生, 現・建設省), 中廣政之君 (当時愛媛大学大学院生, 現・四国電力) 及び北村忠紀君 (金沢大学大学院) の協力を得た。記して感謝の意を表します。

APPENDIX

例えば<sup>7)</sup>, Fig. A に示すように植生粗度のある流れ場での時間平均圧力場 ( $\bar{p}$ ) を考えると,

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{p}'}{\partial x} > 0 \dots \dots \dots (A-1)$$

であり、この空間平均の値は非ゼロである。すなわち、

$$\left\langle \frac{\partial \bar{p}'}{\partial x} \right\rangle \neq 0 \dots \dots \dots (A-2)$$

である。しかしながら、式 (1) の定義より

$$\frac{\partial \langle \bar{p}' \rangle}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots (A-3)$$

であるから圧力場に関しては空間微分作用素と空間平均化操作は順序交換可能ではないことがわかる。

参考文献

- 1) 辻本哲郎: 植生を伴う流れの水理, 土木学会水理委員会・水工学夏期研修会テキスト, 第 27 回, 1991.
- 2) 清水義彦・辻本哲郎・中川博次・北村忠紀: 直立性植生層を伴う流れ場の構造に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第 438 号, pp. 31~40, 1991 年 11 月.
- 3) 藤田光一・福岡捷二: 洪水流における水平乱流混合, 土木学会論文集, 第 429 号, pp. 27~36, 1991 年 5 月.
- 4) Wilson, N.R. and Shaw, R.H.: A higher order closure model for canopy flow, Jour. of Applied Meteorology, Vol.16, pp.1197~1205, Nov., 1977.
- 5) 村上周三・加藤信介・B. E. ロンダー・鈴木啓泰: 層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染質拡散性状に関する研究 (その 6), 生産研究, 40 巻 1 号, pp. 67~70, 1988 年 1 月.
- 6) 鶴野伊津志・植田洋臣・若松伸司・中村晃: 乱流モデルによる夜間都市境界層の形成機構の検討, 第 24 回衛生工学研究論文集, pp. 125~136, 1988.
- 7) Raupach, M.R. and Shaw, R.H.: Averaging procedures for flow within vegetation canopies, Boundary-Layer Meteorology, Vol.22 pp.79~90, 1982.
- 8) Launder, B.E. and Spalding D.B.: The numerical computation of turbulent flows, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.3, pp.269~289, 1974.
- 9) 福津家久・中川博次: 修正  $k-\epsilon$  乱流モデルによる開水路乱流の数値計算, 土木学会論文集, 第 387 号, pp. 125~134, 1987 年 11 月.
- 10) Rodi, W.: Turbulence Models and Their Application, IAHR, Delft, 1980.
- 11) Gosman, A.D. and Ideriah, F.J.K.: TEACH-T, A General Computer Program for Two-Dimensional Turbulent Recirculating Flows, Dept. of Mech. Eng., Imperial College of Technology, London, S.W., 1976.
- 12) Patankar, S.V. and Spalding, D.B.: A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, Int. Jour. Heat Mass Transfer, Vol.15, pp.1787~1806.
- 13) Rodi, W.: A new algebraic relation for calculating the Reynolds stress, ZAMM, Vol.56, pp.219~221, 1976.
- 14) 室田 明・福原輝幸: 直立性の植物を有する開水路の流れ構造について, 第 28 回水理講演会論文集, pp. 225~231, 1984.

(1991.10.1 受付)

## NUMERICAL STUDY ON TURBULENT FLOW OVER RIGID VEGETATION-COVERED BED IN OPEN CHANNELS

Yoshihiko SHIMIZU, Tetsuro TSUJIMOTO and Hiroji NAKAGAWA

Open channel flow over rigid vegetation is analyzed numerically by horizontally averaged Reynolds equations based on  $k-\varepsilon$  turbulence model. Not only uniform flow over vegetated bed but also a transitional flow from area over a smooth bed to area over vegetated bed is studied. The experiments were previously conducted for the former case. For the latter case, the flow experiments are conducted. The experimental data are well described by the numerical model. Furthermore, the effect of the vegetation density on the turbulent structure is investigated with numerical prediction of flow by the present model.

---