

弾性波スペクトロスコピー法によるひびわれの 非破壊的評価に関するBEM解析

上杉真平*・中川照久**・大津政康***

本論文は、非破壊検査法の一つである弾性波スペクトロスコピー法の理論的解明にBEMを適用し、固体表面の欠陥（ひびわれ）評価に用いる場合について検討を試みている。まず、不均質場を含む領域を扱うためのFEM-BEM結合法を用いた部分領域分割解法の定式化について述べた後に、表面にひびわれを有するコンクリート及びRC試験体に関する解析例をととして本法の妥当性を確認している。

Keywords : non-destructive evaluation, spectroscopy, BEM analysis

1. はじめに

構造物の安全性を確保し、有効利用するうえで、内部に存在する欠陥を早期に発見して適当な処置を施すことは重要な問題である。この欠陥を非破壊的に評価する方法の一つに、高周波域の弾性波を用いたスペクトロスコピー法と呼ばれるものがある^{1),2)}。これは、固体中を伝播する弾性波の周波数分析を行うことにより、固体内部の諸状況を評価しようとするもので、金属やコンクリートをはじめ多くの分野に応用されている³⁾⁻⁵⁾。そこで、本論文においては、このスペクトロスコピー法の理論的解明にBEMを適用し、弾性体内部の欠陥評価、特にひびわれ深さの推定に用いる場合について検討を試みる。まず、3次元定常波動問題の支配方程式に関する積分方程式とその解法を示し、不均質場を含む領域を扱うためのFEM-BEM結合法を用いた部分領域分割解法⁶⁾⁻⁸⁾の定式化について述べる。その後、表面にひびわれを有するコンクリートおよび鉄筋コンクリート(RC)試験体に関する解析例を通して本法の妥当性並びに有用性を確認する。

2. 解析手法の定式化

(1) 3次元定常波動問題と積分方程式⁹⁾

3次元Euclid空間内に均質で等方な線形弾性体を考え、物体力は無いものと仮定すると、周波数領域における弾性定常波動場の支配方程式は次のNavierの式で表される。

$$\mu u_{i,jj}(x) + (\lambda + \mu) u_{i,i}(x) + \rho \omega^2 u_i(x) = 0 \dots \dots (1)$$

ここで、 u_i は変位、 ω は円振動数、 ρ は密度、 λ および

μ はLaméの定数であり、下付指標は1, 2, 3をとり総和規約に従うものとする。

いま、境界 B をもつ領域 D において運動方程式(1)の基本解が与えられたならば、この領域にGaussの公式を適用することにより、全変位場 u_i に対する積分表現が次のように得られる。

$$\int_B U_{ij}(x, y) t_j(y) dB - \int_B T_{ij}(x, y) u_j(y) dB + u_i^0(x) = u_i(x), \quad x \in D \dots \dots (2)$$

ただし、3次元領域に対しては、

$$U_{ij}(x, y) = \frac{1}{4\pi\mu} \left[\frac{\exp(ik_T r)}{r} \delta_{ij} + \frac{1}{K_T^2} \left\{ \frac{\exp(ik_T r)}{r} - \frac{\exp(ik_L r)}{r} \right\} \right]_{,ij}$$

$$T_{ij}(x, y) = -(\lambda U_{m,m}(x, y) \delta_{ik} + \mu U_{ji,k}(x, y) + \mu U_{ki,j}(x, y)) n_k$$

である。ここに、 t_i は表面力、 u_i^0 は自由場の変位、 n_k は境界上の外向き単位法線ベクトル、 δ_{ij} はクロネッカのデルタ記号であり、また $k_T = \omega / C_T$ と $k_L = \omega / C_L$ は横波と縦波の波数、 C_T 、 C_L は横波および縦波の波速である。式(2)において、 $x \in D \rightarrow x \in B$ なる極限移行操作を行うことにより、次のSomiglianaの式として知られる境界積分方程式が得られる。

$$C_{ij} u_j(x) = \int_B U_{ij}(x, y) t_j(y) dB - \int_B T_{ij}(x, y) u_j(y) dB + u_i^0(x), \quad x \in B \dots \dots (3)$$

ここで、 $\int \cdot dB$ はCauchyの主値の意味での積分を表す。また、 C_{ij} は極限移行操作の際に現れる二重層核の自由項の係数であり、点 x において境界が滑らかであれば、 $C_{ij} = \delta_{ij} / 2$ となる。

要素内の変位 u_i および表面力 t_i が、 ξ を局所座標系とする内挿関数 $N_p(\xi)$ と p 節点での物理量 u_{ip} および t_{ip} を用いて、

* 正会員 学博 熊本工業大学助手 工学部土木工学科 (〒860 熊本市池田4-22-1)
** 学生会員 熊本大学大学院 工学研究科
*** 正会員 工博 熊本大学教授 工学部土木環境工学科

$$u_i = N_p(\xi) u_{ip}, \quad t_i = N_p(\xi) t_{ip}$$

のように表されるものと仮定すると、積分方程式の各種分項は次のように表現できる。

$$\int_{B_n} U_{ij}(x, y) t_j(y) dB = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 U_{ij}(x, y) N_p(\xi) |J| d\xi_1 d\xi_2 t_{ip} \dots \dots \dots (4)$$

$$\int_{B_n} T_{ij}(x, y) u_j(y) dB = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 T_{ij}(x, y) N_p(\xi) |J| d\xi_1 d\xi_2 u_{ip} \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 J はヤコビアン、 B_n は分割積分区間 (境界要素) である。

式 (4)、(5) を境界積分方式 (3) に代入し、数値積分することにより、次のような離散化式を得ることができる。

$$H_{ijqp} u_{jp} = G_{ijqp} t_{jp} + u_{iq}^0 \dots \dots \dots (6)$$

ただし、

$$G_{ijqp} = \sum \int_{B_n} U_{ij} N_p dB$$

$$H_{ijqp} = \sum \int_{B_n} T_{ij} N_p dB + C_{ij} \delta_{qp}$$

である。なお、式 (4)、(5) の数値積分は Gauss の求積法によって評価することとする。

(2) BEM-FEM 結合法を用いた部分領域分割解法の定式化⁷⁾

亀裂などをもった非凸領域の問題に対しては、対象となる領域をいくつかの凸な部分領域に分割し、各々の凸領域について積分方程式を定式化した後に重ね合わせて全体領域に関して解く、部分領域分割解法が計算精度の向上と計算時間の短縮から有効であることが知られている⁶⁾。また、実際の問題では異なる部分を含む不均質場を扱う場合が多いが、このような問題に対しては BEM と FEM の結合解法が実用的に優れている。

そこで、Fig.1 に示すような不均質場 (A_1, A_2) を含む二つの部分領域 ($R_1 = A_1 \cup D_1, R_2 = A_2 \cup D_2$) からなる結合領域 ($R = R_1 \cup R_2$) について、不均質場 (A_1, A_2) を FEM で、その周囲の均質場 (D_1, D_2) を BEM でモデル化することを考える。

まず領域 1 について、均質場 D_1 に対する積分方程式は、式 (6) より次のように与えられる。

$$H_1 u_1 = G_1 t_1 + u_1^0 \text{ for } D_1 \dots \dots \dots (7)$$

ただし、 t は節点表面力ベクトルである。式 (7) において、 G_1 の逆マトリックス G_1^{-1} を両辺に作用させて変形すると、次式が得られる。

$$K_{b1} u_{b1} = F_{b1} \text{ for } D_1 \dots \dots \dots (8)$$

ただし、

$$K_{b1} = G_1^{-1} H_1$$

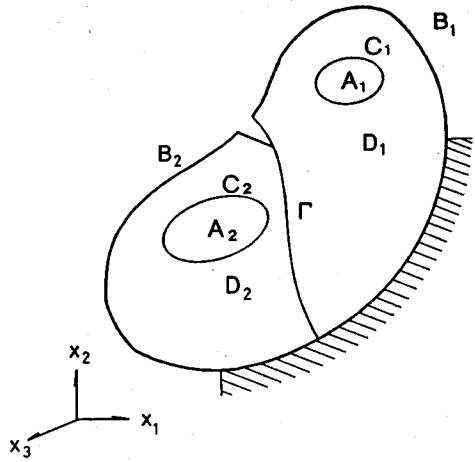


Fig.1 Coupling domain.

$$F_{b1} = t_1 + G_1^{-1} u_1^0$$

である。ここで、 u_b, F_b は、それぞれ BEM 境界上の節点変位および節点表面力ベクトルである。

次に、不均質場 A_1 が等方弾性体であるとして FEM で定式化すると、その平衡式は次のようなよく知られた式で表される¹⁰⁾。

$$K_{f1} u_{f1} = F_{f1} \text{ for } A_1 \dots \dots \dots (9)$$

ただし、

$$K_{f1} = \sum_a \int_a B^T D_1 B da - \omega^2 M_1$$

$$F_{f1} = \sum_s \int_s N^T p_1 ds$$

である。ここに、 B, D および M は、それぞれひずみ変位マトリックス、応力ひずみマトリックスそして質量マトリックスであり¹⁰⁾、 a は 1 要素の面積、 s は境界分割領域、 p は FEM 領域の境界上の表面力ベクトルである。また、 u_f, F_f は、FEM 領域内の節点変位および節点力ベクトルを表す。

ところで、式 (8) 右辺の節点表面力ベクトルが単位面積当りの力の次元をもつものに対して、式 (9) 右辺の節点力ベクトルは単に力の次元をもつにすぎないことから、このままでは両領域の接合境界に単純に力の平衡条件を適用することができない。そこで、仮想仕事の原理に基づいて節点表面力と節点力の関係を求め¹⁴⁾、境界要素領域における節点表面力ベクトルを有限要素領域での節点力ベクトルに変換すると両式は同型となることから、領域 A_1 と D_1 の結合境界 C_1 上での変位と応力の連続条件の下で両式を重ね合わせると、次の平衡式が得られる。

$$K_{b1} u_{b1} = F_{f1} \dots \dots \dots (10)$$

ただし、

$$K_1 = \begin{bmatrix} K_{f1} & 0 \\ 0 & K_{b1} \end{bmatrix}$$

$$F_1 = \{F_{f1}, F_{c1}, F_{b1}\}^T$$

$$u_1 = \{u_{f1}, u_{c1}, u_{b1}\}^T$$

である。ここで、 K_1 は領域 1 の剛性マトリックスであり、 u_1 、 F_1 は領域 1 の全節点変位および節点力ベクトル、 u_{c1} 、 F_{c1} は結合境界 C_1 上の節点変位および節点力ベクトルである。

領域 2 についても同様にして、均質場 D_2 および不均質場 A_2 に関して次のような平衡式が得られる。

$$K_{b2}u_{b2} = F_{b2} \text{ for } D_2 \dots\dots\dots(11)$$

$$K_{f2}u_{f2} = F_{f2} \text{ for } A_2 \dots\dots\dots(12)$$

ただし、

$$K_{b2} = G_2^{-1}H_2$$

$$F_{b2} = t_2 + G_2^{-1}u_0^2$$

$$K_{f2} = \sum \int B^T D_2 B dA - \omega^2 M_2$$

$$F_{f2} = \sum \int_s N^T p_2 ds$$

である。

式 (11) と式 (12) を領域 D_2 、 A_2 の結合境界 C_2 での連続条件を用いて重ね合わせると、領域 1 に関するものと同型の式、

$$K_2 u_2 = F_2 \dots\dots\dots(13)$$

ただし、

$$K_2 = \begin{bmatrix} K_{f2} & 0 \\ 0 & K_{b2} \end{bmatrix}$$

$$F_2 = \{F_{f2}, F_{c2}, F_{b2}\}^T$$

$$u_2 = \{u_{f2}, u_{c2}, u_{b2}\}^T$$

が得られるので、この式と領域 1 に関する式 (10) を両領域の接合境界 Γ における連続条件、

$$F_1 + F_2 = 0, \quad u_1 = u_2$$

の下で組み合わせることにより、Fig.1 に示した不均質場を含む結合領域 R についての平衡式が次のように得られる。

$$K u = F \dots\dots\dots(14)$$

ただし、

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}$$

$$F = \{F_1, F_2\}^T$$

$$u = \{u_1, u_2\}^T$$

である。ここに、 K 、 u および F は、それぞれ結合領域

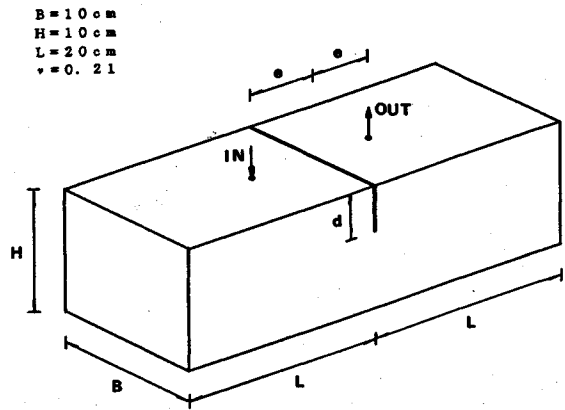


Fig.2 Analytical model (plain concrete member with crack).

R 内の剛性マトリックスと節点変位および節点力ベクトルである。

従って、Fig.1 に示すような結合領域として表される弾性体における定常波動問題の解は、代数方程式 (14) を与えられた境界条件の下で解くことによって求められる。

ここでは、領域を構成する全ての部分領域が不均質場を含む場合を想定して定式化を行ったが、均質場のみから成る部分領域についても、式 (10) および式 (13) の剛性マトリックス K から FEM の部分を除くだけで本定式化をそのまま用いることができる。定式化においては、簡単のために二つの領域に分割した場合を例にとったが、さらに多くの部分領域に分割した場合においても同様の考え方で定式化を行い、各領域について得られた式を重ね合わせることにより最終的な解式を得ることができる。

3. 数値計算例

(1) ひびわれを有する無筋コンクリート試験体の解析
 解析モデルは、Fig.2 に示すような中央にひびわれを有するコンクリート試験体 (弾性係数: 2.5×10^5 kgf/cm², ポアソン比: 0.21) を考える。ひびわれ深さ d の違いによる透過弾性波の周波数特性の変化について調べるために、図に示すように加力点 (IN) と弾性波の検出点 (OUT) を取り、その応答スペクトルを求めて実測値と計算値を比較した。解析においては、コンクリートを均質体とみなして全体領域をひびわれを含む面で二つの部分に分け、各部分領域を BEM のみで定式化するものとしてそれぞれ 2 次のアイソパラメトリック要素を用いて 96 要素に分割し、部分領域分割解法により解析を行った。その分割の様子を Fig.3 に示す。

実験方法について簡単に述べると、ファンクションジェネレータにより一定電圧で周波数が連続的に変化する Sine 波形の電気信号 (スイープモード¹¹⁾) と呼ばれる

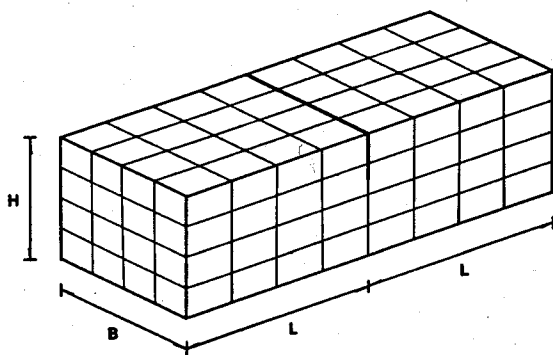
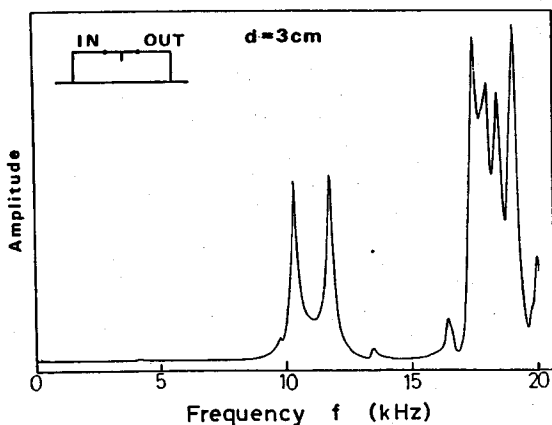
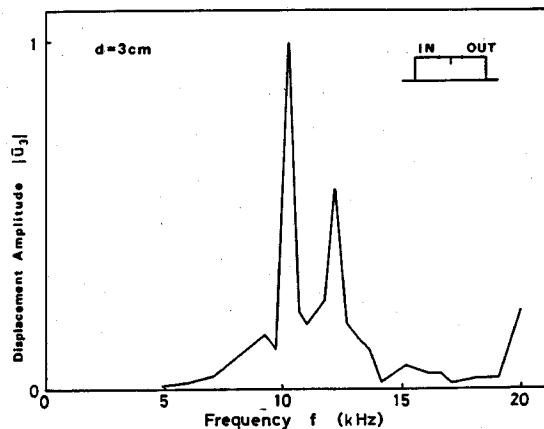


Fig.3 Model divided into elements (plain concrete member with crack).



(a)



(b)

Fig.4 Spectral response of 3 cm-notched concrete member ; a) measurement and b) BEM analysis.

を発信センサを介して試験体に入力し、これを受信センサで受け、この検出波の平均電圧値を記録することにより、透過波の周波数特性（応答スペクトル¹¹⁾）を直接に求めている。なお実験においては、ひびわれを挟んで対

Table 1 Peak frequencies corresponding to several crack depths.

Notch Depth d (cm)	Frequency (kHz)					
	First peak			Second peak		
	Exp.	Analysis		Exp.	Analysis	
3-D		2-D	3-D		2-D	
0	10.4	10.4	8.3	13.2	13.2	11.7
2	10.5	10.5	8.3	12.4	12.4	11.7
3	10.3	10.3	8.3	11.8	12.2	11.2
5	10.5	10.5	8.3	11.3	12.2	11.2

称な位置に入出力トランスデューサ (IN および OUT 点) を設け、その間隔を $2e=10$ cm とした。また、スイープ時間¹¹⁾ は 60 秒とし、0~20 kHz の周波数域で連続的に変化させている。

Fig.4 は、ひびわれ深さが $d=3$ cm の場合の応答スペクトルを求め、実測値と計算値を比較したものである。

Fig.4 (a) は実測値であるが、2箇所卓越（ピーク）が現れていることがわかる。同じモデルについて、入出力トランスデューサ位置に対応する点にソース点と観測点を設け、入力周波数を変化させたときの観測点の応答変位 (x_3 方向) を部分領域分割解法で計算した結果を示したものが Fig.4 (b) である。最初に現れる卓越（第1ピーク）と2番目に現れる卓越（第2ピーク）の位置は実測値とよく一致していることがわかる。なお、計算値 $|u_3|$ は、わかり易くするために最大振幅に対する比の形で表してある。実験で使用した計測機器の周波数増加に伴って応答感度が増幅される特性を考慮すれば、BEM 解析結果は、実験で得られた応答スペクトルをよく表現していると考えられる。

$d=0, 2$ および 5 cm の場合についても同様の解析を行い実験結果と比較したが、いずれの場合においても特徴的なピークが観測された。これら応答スペクトルに現れるピーク周波数をまとめると Table 1 のようになる。なお、比較のために2次元解析した結果 (2-D) も併せて示している。この結果を見ると、2次元モデルでの解析結果に比べて3次元モデルでの解析結果は非常によく実験結果と対応していることがわかる。また、第1ピークの周波数 f_1 がひびわれ深さ d の値とは無関係にほぼ一定であるのに対し、第2ピークの周波数 f_2 はひびわれ深さ d の変化に応じて値が低周波数側へ移動しており、ひびわれ深さとピーク周波数との間に密接な関係があることがわかる。これについては、2次元での BEM 解析によれば、応答スペクトルのピーク周波数に対応する共振モードを調べた結果、ピーク周波数に対応する共振モードは基本的に曲げあるいは Lamb 波の振動モードに相当し、振動モードの節の部分がひびわれ位置に対

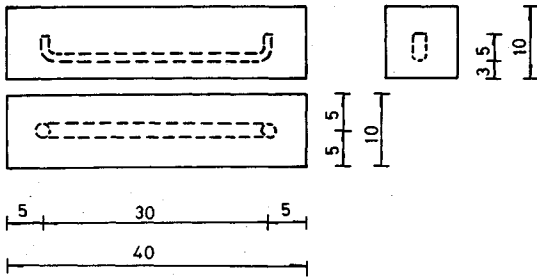


Fig. 5 Analytical model (RC member with crack).

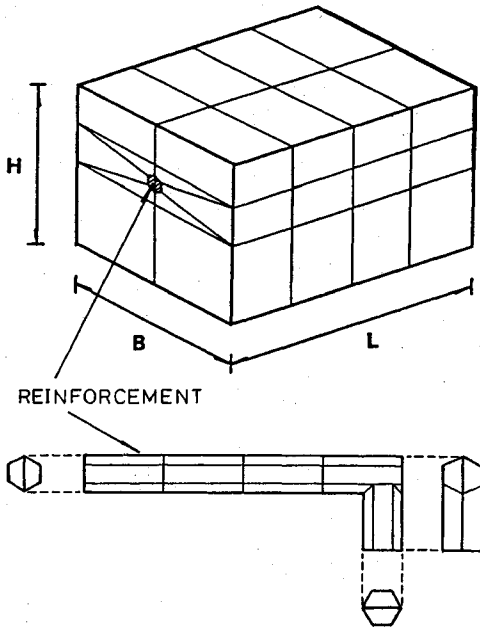


Fig. 6 Model divided into elements (RC member with crack).

応するものとひびわれ位置が振動モードの腹の部分にくるもので、ひびわれの影響を大きく受けるピーク周波数とそうでないものにおいて共振が生じている、という報告もなされている¹²⁾。

(2) ひびわれを有する RC 試験体の解析

解析モデルとして、Fig. 2 に示される無筋コンクリート試験体と同寸法のものにかぶり 3 cm で鉄筋 ($\phi 6$ mm) を配置した鉄筋コンクリート (RC) 試験体 (Fig. 5) を考え、3. (1) と同様に表面に設けたひびわれの深さ d と透過弾性波の周波数特性との関係について調べた。実験においては、入出力センサをひびわれを挟んで対称の位置に間隔 $2e=20$ cm で配置し、入力波のスweep時間は 12 秒とした。解析においては RC をコンクリートと鉄筋から成る不均質体とみなし、鉄筋を FEM で、その周囲のコンクリートを BEM でモデル化し、各部分領域をそれぞれ 10 要素 (6 面体要素) と 88 要素 (4 辺形要素) に分割して部分領域分割解法を用いた。この

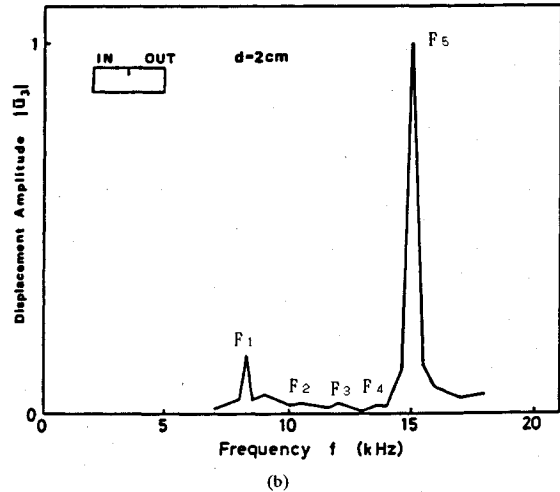
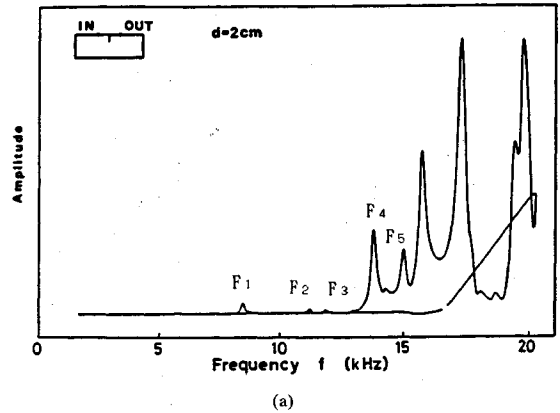


Fig. 7 Spectral response of 2cm-notched RC member ; a) measurement and b) BEM analysis.

Table 2 Peak frequencies in the case of RC member with crack of 2 cm.

Peak	Frequency (kHz)	
	Analysis	Experiment
1st	8.25	8.00
2nd	10.40	10.70
3rd	12.00	11.35
4th	13.60	13.35
5th	15.00	14.60

要素分割モデル (Fig. 6) は、計算機の容量制限から所要精度を維持する最小限度の分割数にとったため、無筋コンクリート試験体の場合に比べてかなり粗いものとなっている。

ひびわれ深さ $d=2$ cm の場合について、入力波を $f=0\sim 20$ kHz の周波数域で変化させて応答スペクトルを求

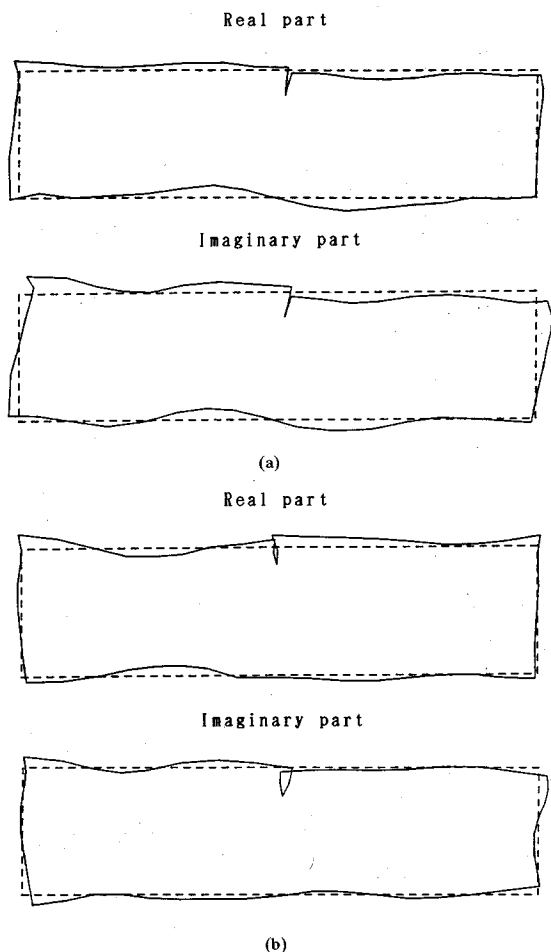


Fig.8 Resonance vibration mode ; a) at peak frequency of f_1 and b) at peak frequency of f_5 .

め、実測値と計算値を比較した。その結果を Fig.7 に示す。8~15 kHz の間に特徴的なピークが 5 個程度存在することがわかる。これらのピーク（第 1 ピークから第 5 ピーク）の周波数を Table 2 に示す。

これをみると、計算値と実測値は多少異なるものの全体のピークの出現傾向はよく一致しており、RC 試験体の応答スペクトルについても弾性理論に基づく BEM によって解析できることがほぼ確認された。

すでに報告されているいくつかの実験結果¹²⁾によれば、第 1 ピーク周波数の値 f_1 がほとんど変わらないのに対して、第 5 ピーク周波数の値 f_5 は d の変化につれて低周波数側へ変動することがわかっている。そこで、この原因を検討するために、BEM 解析結果からピーク周波数 f_1 および f_5 に対応する試験体の振動モードを求めた。Fig.8 は、試験体の幅 (B) 方向中央部の断面 (IN および OUT 点を含む部材軸方向断面) における応答変位を用いて描いたピーク周波数の共振モードである。こ

れを見ると、第 1 ピーク周波数 f_1 では振動モードの節の部分がひびわれ位置に対応しているのに対し、第 5 ピーク周波数 f_5 は腹の部分になっていることがわかる。このことから、ひびわれ位置に節がくる共振モードの周波数 (f_1) がひびわれの影響をほとんど受けなかったのに対し、ひびわれ位置が腹となる共振モードの周波数 (f_5) はひびわれの影響を受けて深さの変化に応じて移動したものと考えられ、RC 試験体においてもひびわれ深さとピーク周波数との間に密接な関係があることが解析的にも確かめられた。

4. 結 論

本論文では、非破壊検査法の一つである弾性波スペクトロスコピー法の理論的解明に 3 次元領域における BEM を適用し、FEM-BEM 結合法を用いた部分領域分割解法の定式化を試み、解析例を通してその妥当性を確認した。得られた結果をまとめると、次のとおりである。

(1) 従来より提案されている超音波（弾性波）を用いた種々の非破壊検査法¹³⁾に代わるものとして、弾性体内部の欠陥の評価にスペクトロスコピー法を取り上げ、BEM 解析（BEM-FEM 結合法を用いた部分領域分割解法）によりその有効性を検討した。実測および解析結果より、試験体（無筋コンクリートおよび RC）の入力波に対する応答スペクトルが BEM 解析によって求められることが確認できた。理論的には、これらのスペクトルが部材の弾性共振応答に対応していることが明らかになった。

(2) 特に無筋コンクリートおよび RC 表面に存在する任意のひびわれに関して、ひびわれ深さと周波数特性の関係に注目し、その応答スペクトルを求めることを試みた。いくつかの場合について計算値と実測値の比較を行ったが、ここで扱ったケース ($d=5$ cm 以下) に関する限り両者の間によく一致がみられる。この結果より、ピーク周波数とひびわれ深さの間には密接な関係があることが推測できるので、なんらかの方法によって両者の関係を表すことができれば、現場計測から得られるひびわれに関する応答スペクトルのピーク周波数を用いてひびわれ深さに関する定量的な情報を得ることができると考えられる。

参 考 文 献

- 1) 明石外世樹・尼崎省二：超音波スペクトロスコピーによるコンクリートの品質評価，セメント・コンクリート，No. 489, 1987.
- 2) 和田八三久・生嶋 明編：超音波スペクトロスコピー，培風館，1990.
- 3) Gerick, O.R. : Determination of the Geometry of Hidden Defects by Ultrasonic Pulse Analysis Testing, J.

- Acoust. Soc. Am., Vol.35, No.3, pp.364~368, 1963.
- 4) 尼崎省二・明石外世樹・高木宣章・平野博範：超音波スペクトロスコーピーのコンクリート工学への適用に関する基礎研究，第41回土木学会年次学術講演会概要集-V，pp.121~122, 1986.
 - 5) 坂田康徳・大津政康：弾性波フィルター特性によるコンクリートのひび割れ評価法に関する基礎研究，コンクリート工学，Vol.24, No.7, pp.135~145, 1986.
 - 6) Blandford, G.E., Ingraffea, A.R. and Liggett, J.A. : Two-dimensional stress intensity factor computations using the boundary element method, Int. Jour. Num. Meth. Eng., 17, pp.387~404, 1981.
 - 7) 北原道弘・中川克也：積分方程式法による3次元Inclusion問題の解析，境界要素法論文集，第3巻，pp.135~138, 1986.
 - 8) 上杉真平・大津政康：スペクトロスコーピー法に基づく欠陥評価に関するBEM解析，境界要素法論文集，第6巻，pp.281~286, 1989.
 - 9) Kobayashi, S. : Elastodynamics, Ch.4, Boundary Element Methods in Mechanics, Ed. by D.E. Beskos, Elsevier Science Publishers, pp.192~255, 1987.
 - 10) Zienkiewicz, O.C. : The Finite Element Method, 3rd ed., McGraw-Hill, 1977.
 - 11) 坂田康徳・大津政康：超音波スペクトロスコーピーに基づくコンクリートのひび割れ評価に関する基礎研究，土木学会論文集/V-12, 第414号，pp.69~78, 1990.
 - 12) 大津政康・中川照久・上杉真平：超音波を用いた鉄筋コンクリートのひびわれ深さ評価に関する考察，第44回セメント技術大会講演集，pp.340~245, 1990.
 - 13) 魚本健人・加藤 潔・広野 進：コンクリート構造物の非破壊検査，森北出版，1990.
 - 14) 鷺津久一郎・田中正隆・田中喜久昭：境界要素法—基礎と応用，10, pp.231~243, 丸善，1982.

(1991. 6. 10 受付)

BEM ANALYSIS OF CRACK DEPTH EVALUATION IN THE ULTRASONIC SPECTROSCOPY

Shinpei UESUGI, Teruhisa NAKAGAWA and Masayasu OHTSU

The ultrasonic spectroscopy is known to be one of promising techniques for non-destructive evaluation of defects in structures. Conventional ultrasonic testings have an essential drawback on the applicability to composite structures, because the technique is basically associated with the arrival time measurement. The spectroscopy deals with information in the frequency domain, instead of the arrival times in the time domain. As a result, spectral responses of composite members possibly identify crack information without stained by the inhomogeneity effect.

In the present paper, the spectral responses of plain concrete and reinforced concrete (RC) members are investigated analytically by the three-dimensional boundary element method (BEM) and are compared with experimental results. To analyze a notched concrete member, a multi-domain BEM procedure is employed. In addition, BEM-FEM coupling procedure is applied to model a RC member with a notch. Spectral responses between 1 kHz and 20 kHz are determined on plain concrete and RC specimens with artificial cracks of several depths. Analytical results show close correlation with experimental results. It implies that the present method is promising for the evaluation of crack depth in composite materials.