

繰り返し水平力を受ける鋼変断面片持ち柱の弾塑性挙動に関する研究

酒造敏廣*

本研究は、定鉛直荷重下で繰り返し水平力を受ける鋼変断面片持ち柱の弾塑性解析を行い、変断面性に起因した柱の履歴挙動の基本的特性を調べている。この種の柱は、複数の塑性崩壊モードを有することを指摘し、柱基部および断面変化点付近の残留曲率に起因して、半サイクルごとに相異なる崩壊モードを呈する場合があることを示した。その特徴として、履歴ループの移動、構成断面の吸収エネルギー分担率の変動等をあげた。また、繰り返し力下で崩壊モードが移行する遷移領域が存在することも示した。

Keywords : variable cross-section, column, hysteresis loop, elasto-plastic analysis

1. まえがき

橋脚やタワーなどに代表される鋼製ラーメン構造物では、たわみ制限や部材要素に作用する最大断面力とその抵抗断面力を上まわらないという合理的設計法の見地から、断面寸法および材料強度を部材軸方向に変化させた溶接変断面構造の柱（以下、変断面ラーメン柱、あるいは、変断面柱という）が多用されている¹⁾。

ところが、激震時に繰り返し力を受けた場合、この種の変断面ラーメン柱がどのような弾塑性挙動を呈するかは、筆者の知る限り、ほとんど明らかにされていない。

等断面部材からなる鋼骨組の地震時挙動については、この四半世紀の間に、建築分野で数多くの研究論文が発表されている（たとえば、文献2）～5)）。そして、この種の骨組の履歴崩壊挙動の特性として、①降伏比（＝降伏点／引張強度）が小さい軟鋼を用いた骨組の履歴曲線は、ひずみ硬化の影響で、柱の軸方向圧縮力が零のときの2次剛塑性解に漸近し、高張力鋼からなる骨組はそれに達する保証はないこと、②繰り返し力を受ける骨組の耐力低下は、ほとんどの場合、局部座屈や柱のねじり座屈に起因すること等が明らかにされている。また、中村・上谷⁶⁾は、定鉛直荷重下で水平方向の定振幅変位を受ける等断面片持ち柱を取り上げ、局部座屈やねじれ座屈以外にも、柱が耐力低下を示すことを実験・数値解析を通じて指摘している。

変断面ラーメン柱では、弾塑性領域にまで及ぶ繰り返し力を受けると、部材軸方向の抵抗断面力の分布が作用断面力のそれに近くなるため、塑性領域は、柱基部や柱・はり接合部の部材格点部だけでなく、複数の断面変化点でも同時に進展する。そのため、部材格点部の近傍に塑性変形が集中するような等断面ラーメン柱とは、かなり

相違した弾塑性挙動を呈すると予想される。

本研究は、変断面性に起因した柱の弾塑性履歴挙動の基本的特性を数値解析によって検討するものである。

まず、2種類の断面から構成され、定鉛直荷重下で繰り返し水平力を受ける変断面片持ち柱を解析対象とし、その弾塑性解析法^{7),8)}について述べる。つぎに、変断面片持ち柱の2次剛塑性解析⁵⁾を行い、塑性崩壊曲線を誘導する。そして、これと弾塑性解析の結果とを通じて、変断面性に起因した柱の変形特性、エネルギー吸収特性、復元力特性、および、等断面柱との相違点を調べる。最後に、断面変化位置に着目して柱の崩壊モードと履歴曲線との関連を調べ、変断面柱に特有の現象が現れる遷移領域が存在することを示す。

2. 繰り返し力を受ける変断面柱の解析モデルと弾塑性解析法

(1) 変断面柱の解析モデル

変断面柱の弾塑性履歴挙動に影響を与える諸因子としては、①変断面の数、②断面変化位置、③構成断面の断面性能比や降伏点比、④構成断面最小の圧壊荷重に対する定鉛直荷重の割合（以下、軸力比という）、⑤繰り返し載荷の条件、⑥細長比、⑦初期不整などが考えられる。

一般的な変断面ラーメン構造物を対象に、これらのパラメーターをすべて考慮した解析を行うには膨大な時間を要する。そのため、本研究では、最も簡単な変断面の骨組構造として、Fig.1のように、2種類の正方形箱形断面 Sec.1 および Sec.2 から構成され、柱基部から kh の点で断面が変化する片持ち柱を解析対象とした。ここに、 h : 柱高さ。

2つの断面間では、フランジ・プレートおよび腹板の板厚中心間隔 (B, D) ならびに、降伏点 σ_y が等しく、板厚のみが異なるものとした ($t_1 > t_2$)。

荷重条件としては、柱上端に、鉛直荷重 P が一定の

*工博 大同工業大学助教授 工学部建設工学科
(〒457 名古屋市中区白水町 40)

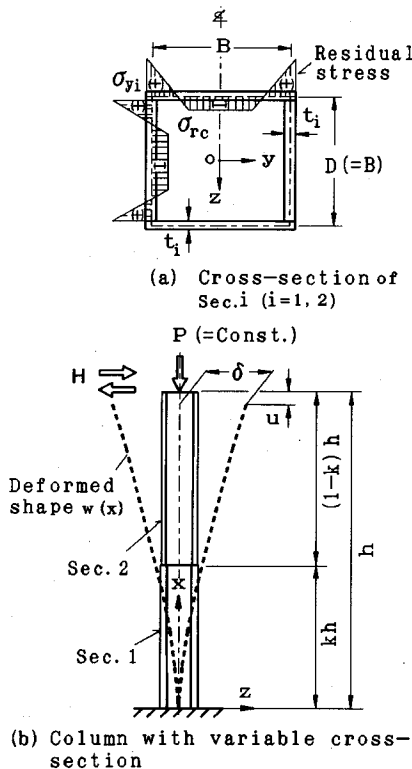


Fig.1 Column subjected to cyclic load, H

持続荷重として作用した状態で、繰り返し水平力 H (変位 δ) が作用するものとした。

また、部材軸方向の塑性域進展に影響を及ぼす初期不整を考慮する場合、道路橋示方書⁹⁾の製作規準をもとに、部材軸線の初期たわみ波形に次式を仮定した。

$$w_0(x) = \frac{h}{1000} \left(\frac{x}{h} - \sin \frac{\pi x}{2h} \right) \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $w_0(x)$ の方向は、Fig.1 (b) に示した z 軸方向 (= 柱頭部の変位 δ の正方向) を正としている。さらに、残留応力には圧縮残留応力度 $\sigma_{rc} = -0.4 \sigma_{yi}$ を有する台形分布のものを仮定した (Fig.1 (a) 参照)。

なお、弾塑性解析では、変断面柱の複雑な変形モードを把握できるように、部材軸方向に柱を 30 等分割した。

(2) 解析した変断面柱の種類

Sec.1 および Sec.2 の断面寸法諸元等を Table 1 に示す。また、柱高さ ($h=9\text{ m}, 12\text{ m}$)、断面変化位置 ($k=0\sim 0.6$)、軸力比 ($=P/N_{y2}=0.3, 0.5$)、および、初期不整をパラメーターとし、本文中で解析した片持ち柱 C0~C12 を Table 2 にまとめる。ここに、 N_{y2} : Sec.2 の圧縮荷重。

これらの柱の設計条件としては、定鉛直荷重下で水平荷重を単調載荷した場合に、柱基部 (Sec.1) と断面変化点 (Sec.2) で、i) いずれの断面が先に降伏するか、あるいは、ii) 全塑性状態になるかということ考慮に

Table 1 Dimension and properties of cross-section

Items	B(=D)	t_i	A_i	I_i	σ_{yi}	N_{yi}	M_{pi}
Sec.i	(mm)	(mm)	(cm^2)	($\times 10^6 \text{cm}^4$)	(MPa)	(KN)	(KN-m)
1	750	33	990	9.2992	314	31,069	8,744
2	750	22	660	6.1928	314	20,713	5,827

Notes: A_i : Cross-sectional area, I_i : Moment of inertia, σ_{yi} : Yield point, N_{yi} : Squash force, and M_{pi} : Fully-plastic moment.

入れた。これらの参考となる初期降伏荷重 H_y 、および、弾性線形解と塑性崩壊曲線 (3.(1) 参照) との交点を意味する塑性ヒンジ荷重 ($H_{p1}, H_{p2}, H_{pu1}, H_{pu2}$) を同表に示し、i), ii) の条件がわかるようにした。なお、変断面柱の弾塑性性状にのみ着目するため、局部座屈に関わるフランジ・プレートおよび腹板の幅厚比の設定については、とくに考慮していない。

また、Table 2 中の $\bar{\lambda}_y$ 値は、変断面片持ち柱の無次元細長比の参考値である。具体的には、上述した初期不整を考慮し、鉛直荷重のみを作用させて耐荷力解析を行う。その後、SSRC¹⁰⁾の柱の耐荷力曲線 II から、Sec.2 を有する等断面中心圧縮柱に対応する $\bar{\lambda}_y$ 値を求めた。

なお、同表において、解析モデルには、次のような表記方法を用いている。

- (例) C1WR-0.4-0.7
- ⑤無次元細長比 $\bar{\lambda}_y$ 値
 - ④断面変化点の位置 k 値
 - ③残留応力 (R:有)
 - ②初期たわみ (W:有)
 - ①解析モデルの番号

後述の考察では、最初の呼び名①、あるいは、①②③で解析モデルを記す。

(3) 繰り返し力を受ける柱の弾塑性解析法

解析には断面内および部材軸方向の塑性領域の広がり を考慮し、Updated-Lagrangian 法による平面骨組の有限変位解析法に従った。解析プログラムには、文献7) で示された平面骨組の弾塑性有限変位解析プログラムを用い、弧長増分法⁸⁾のサブルーチンを組み込んだ。

繰り返し力を受ける柱の弾塑性解析を実施するために修正した主な点を以下に述べる。

a) 応力-ひずみ曲線、および、弾塑性判定

鋼材の応力 σ -ひずみ ϵ 関係には、解析的な取り扱いが最も容易な Fig.2 に示す Bi-linear 型を仮定した⁹⁾。図中、 E および E_t は、それぞれ弾性域 ($=2.06 \times 10^6$ MPa)、および、塑性域での σ - ϵ 曲線の勾配である。 E_t の具体的な値については後述する。

また、塑性域の広がりには断面を細分割して考慮し、細分割した矩形要素内で接線係数 E^* が線形分布するものとした⁷⁾。その際、垂直応力とひずみが、同図の σ - ϵ 曲線上で、弾性負荷 (a-a', e-f, e'-f'), 除荷 (c-e, c'-e'), 塑性負荷 (b-d, b'-d'), および、弾性~塑性負荷 (a-b,

Table 2 List of columns with variable cross-section analyzed in this paper

Column	Items	h (m)	k	λ_v	$\frac{P}{N_{v2}}$	$\frac{P_0}{N_{v2}}$	δ_v/h	H_{v1} (KN)	H_{v1} (KN)	H_{v2} (KN)	H_{v1} (KN)	H_{v2} (KN)	$\frac{H_{vm}}{H_v}$	$\frac{H_{vm}}{H_v}$
C0	-0-0.72	9.0	0	0.72	0.5	0.777	0.00592	279.7(S1)	-	353.9	-	531.0	-	1.898
C1	-0.4-0.49	9.0	0.4	0.49	0.5	0.883	0.00728	466.2(S2)	712.4	566.4	836.2	849.9	1.215	1.794
C2W	-0.4-0.49													
C3WR	-0.4-0.49													
C4WR	-0.2-0.61													
C5WR	-0.3-0.55	9.0	0.4	0.49	0.5	0.883	0.00728	466.2(S2)	712.4	566.4	836.2	849.9	1.215	1.794
C6WR	-0.4-0.49													
C7WR	-0.5-0.43													
C8WR	-0.6-0.37													
C9WR	-0.2-0.88	12.0	0.3	0.82	0.3	0.685	0.01542	367.1(S2)	576.9	429.2	609.4	487.7	1.169	1.329
C10WR	-0.3-0.82													
C11WR	-0.4-0.76													
C12WR	-0.5-0.68													

Notes: 1)h and k: See Fig.1(b). 2) λ_v : Column slenderness on the basis of Sec.2. 3) P_0 : Overall buckling strength of columns with initial imperfections ($\delta_0=0.001h$ and $\sigma_{r0}=-0.4\sigma_y$) under the condition of $E_t=0.01E$. 4) N_{v2} : Squash force of Sec.2 (See Table 1). 5) H_{v1} and δ_v : Horizontal load and sway displacement, respectively, corresponding to initial yield (See Fig.4). 6) (S1) and (S2) mean that initial yield occurs at the location of Sec.1($x=0$) and Sec.2($x=kh$), respectively. 7) H_{v1} , H_{v2} , H_{v1} and H_{v2} : See Fig.4. 8) $H_{vm} = \text{Min.}\{H_{v1}, H_{v2}\}$. 9) $H_{vm} = \text{Min.}\{H_{v1}, H_{v2}\}$.

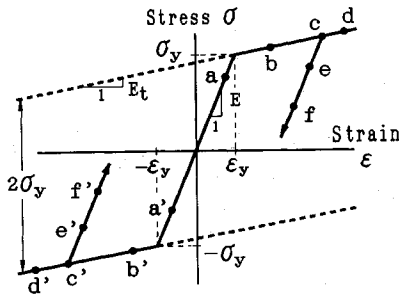


Fig.2 Stress-strain relationship

a'-b', e-d, e'-d') のいずれの経路にあるかを判定して、 E^* 値を求めるようにした。

b) 非線形計算法と変位の反転方法

非線形計算には、荷重および変位の極限点を自動的に乗り越えられる弧長増分法を用いた。本文では Crisfields⁸⁾によって提案された方法を採用した。

ここでは、弧長増分法の詳細については省略し、柱の定振幅変位の履歴解析を行う際に制御する特定点の変位の反転方法を説明する。

すなわち、弧長増分解析では、つり合い経路の弧長 l をパラメーターとするため、変位増分法のように、ある定められた点の変位を一般に制御できない。

そこで、一つ前の弧長増分による特定点での変位増分から、次の弧長増分に対する変位増分を推定することにより、通常の変位増分解析と同様に、任意の指定した変位振幅の解析が可能となるようにした。

まず、ある平衡点 i から次の平衡点 $i+1$ への計算を進めるとき、 $i+1$ での柱頭部の水平変位 δ_{i+1} を次式によって推定した。

$$\delta_{i+1} = \delta_i + (\delta_i - \delta_{i-1}) \frac{\Delta l_{i+1}}{\Delta l_i} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 δ_i : 平衡点 i の水平変位、 Δl_i : $(i-1) \sim i$ の計算で用いた弧長増分、 Δl_{i+1} : $i \sim (i+1)$ で用いる弧長増分である。

つぎに、 $|\delta_{i+1}|$ が指定した最大変位振幅 δ_m よりも大きい場合には、次式によって Δl_{i+1} を修正した。

$$\Delta l_{i+1} = \Delta l_i \frac{|\delta_m - \delta_i|}{|\delta_{i+1} - \delta_i|} \dots\dots\dots (3)$$

$|\delta_{i+1}| \leq |\delta_m|$ の場合には、弧長増分 Δl_{i+1} を修正せずに、そのまま計算を進めるようにした。

3. 単調増加水平力を受ける変断面片持ち柱の 2次剛塑性解析と弾塑性解析

(1) 変断面片持ち柱の 2次剛塑性解析

変断面柱の履歴挙動の参考とするため、2次剛塑性理論⁵⁾に従って、変断面片持ち柱の水平荷重 H と柱頭部の水平変位 δ との関係を誘導した。

2つの断面からなる片持ち柱の場合、全塑性モーメント値が断面変化点でステップするため、Fig.3 に示すように、柱基部あるいは断面変化点に塑性ヒンジが生じた2つの崩壊機構、それぞれ V および Y を仮定できる。

以下では、これら2つのメカニズムを、単にモード V、モード Y という。

a) モード V の塑性崩壊曲線 (同図 (a))

まず、モード V の崩壊機構を考えると、外部仕事 = 内部仕事の関係より、鉛直荷重 P (=一定)、水平荷重 H 、柱頭部の水平変位 δ 、鉛直変位 u 、および、部材回転角 θ の間には、次式が成り立つ。

$$H\delta + Pu = M_{pm}\theta \dots\dots\dots (4)$$

また、幾何学的な関係より、

$$\theta \approx \tan\theta = \delta/h, \quad u = \delta \tan\theta \dots\dots\dots (5)_{a,b}$$

が得られる。すると、上式から、崩壊機構形成後の H

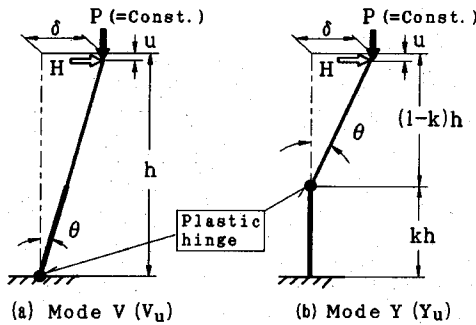


Fig.3 Plastic collapse mechanism of columns with variable cross-section

と δ との関係式として、次式を得る。

$$H = \frac{M_{pn1}}{h} - \frac{P\delta}{h} \dots\dots\dots (6)$$

b) モード Y の塑性崩壊曲線 (同図 (b))

つぎに、断面変化点 (Sec.2) に塑性ヒンジを仮定した崩壊モード Y に対しては、上記と同様にして次式を得る。

$$H = \frac{M_{pn2}}{(1-k)h} - \frac{P\delta}{(1-k)h} \dots\dots\dots (7)$$

以上の諸式において、 M_{pn1} は、軸方向力 ($=P$) の影響を考慮した Sec.1 の塑性モーメントである^{5),7)}。

c) 上限の塑性崩壊曲線モード V_u と Y_u

さらに、式 (6)~(7) 中の M_{pn1} の代わりに、その上限値である全塑性モーメント M_{pi} (Table 1 参照) を用いたときのモード V および Y を、それぞれモード V_u および Y_u と定義した。これは、ひずみ硬化の影響によって拡大する履歴曲線³⁾との比較のためである。

d) 塑性崩壊曲線に関する考察

これらの塑性崩壊曲線と線形弾性解との関係を模式的に示すと、Fig.4 のようになり、2つの断面からなる片持ち柱には、 H の正負の領域で、合計 4 つの塑性崩壊曲線が描ける。図中、モード Y (Y_u) と V (V_u) との交点 S (S_u) は、柱基部と断面変化点で同時に塑性ヒンジが形成される不安定点を意味する。また、断面変化点が柱の上方にあると、Y (Y_u) の傾きが大きくなり、軸力比が小さくなると、V (V_u) と Y (Y_u) とは傾きが零に近くなる。等断面柱では Y (Y_u) と V (V_u) とが一致する。

(2) 変断面片持ち柱の弾塑性解析

上記の塑性崩壊モードとの比較のため、軸力比 0.5 の定鉛直荷重下で単調増加水平力を受ける変断面片持ち柱の弾塑性解析を行った。解析には、 $k=0.4$ の柱 C1 を用い、 E_t 値には $0.001E$ あるいは $0.01E$ を仮定した。

荷重 H -変位 δ 曲線と柱基部 (Sec.1) および断面変化位置 (Sec.2) のモーメント M -曲率 ϕ 関係を Fig.5

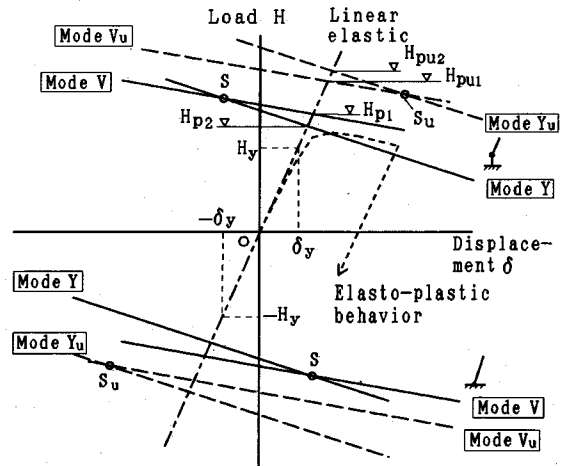
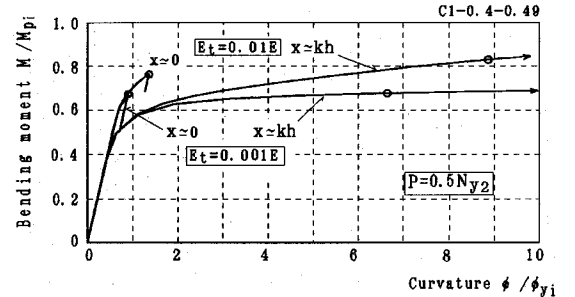
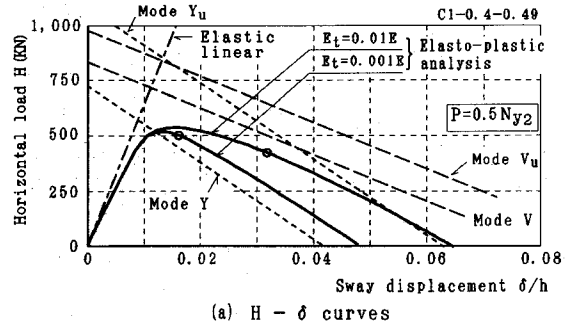


Fig.4 Horizontal load-sway displacement curves predicted by rigid plastic theory



(b) $M - \phi$ curves of Sec.1 ($x=0$) and Sec.2 ($x=kh$)
Fig.5 Monotonic analysis of columns with variable cross-section

に示す。ここで、 M および ϕ は、それぞれの断面の全塑性モーメント M_{pi} および降伏曲率 ϕ_{yi} ($=2\sigma_{yi}/E/(D+t_i)$) で無次元表示している。さらに、同図 (a) および (b) 中にプロットした \circ 印は互に対応している。

同図 (a) からわかるように、 $E_t/E=0.001$ の $H-\delta$ 曲線では、最大耐力後、断面変化点に塑性ヒンジを仮定した塑性崩壊曲線 Y の勾配にほぼ等しくなっている。これに対して、 $E_t/E=0.01$ の場合、最大耐力後、 \circ 印の位置から以後、曲線の負勾配が徐々に大きくなっている。

また、同図 (b) の $M-\phi$ 曲線からは、 E_t 値にかかわらず、 \circ 印の位置で、柱基部断面 ($x \approx 0$) に除荷が生

じていることがわかる。

したがって、単調増分載荷にもかかわらず、柱の崩壊メカニズムは $H-\delta$ 曲線の○印の位置を境として、VからYに変化していることになる。これは、変位 δ が増加するにつれて、鉛直荷重 P の影響で断面変化点に作用する付加曲げモーメント（以下、単に $P\Delta$ モーメントという）が大きくなり、モードVよりもYを起こす方が内力仕事が小さくなるためである。

この現象は、軸力比や構成断面の断面性能比等にも影響されると考えられるが、2つ以上の塑性崩壊曲線を有する変断面柱に特有の弾塑性挙動であるといえる。

4. 定振幅変位の繰り返し水平力を受ける変断面片持ち柱の弾塑性解析

軸力比 0.5 の定鉛直荷重下で、繰り返し水平力を受ける等断面柱 C0、および、断面変化位置を $0.4h$ に固定した変断面柱 C1~C3 の弾塑性解析を行った。

柱 C1 では、 $E_t=0.001E$ および $0.01E$ の 2 種類を仮定してひずみ硬化の影響を調べ、柱 C2 および C3 では初期不整の影響を調べた。

水平力は、最大水平変位 δ_m を $\pm 0.02h$ とする定振幅変位の条件で作用するものとした。ここで、 $\delta_m=0.02h$ は、柱 C0 および C1~C3 に対して、それぞれ $3.8\delta_y$ および $2.8\delta_y$ に相当する。ここに、 δ_y : 初期降伏変位 (Table 2 参照)。

なお、柱 C1 に対して $E_t=0.001E$ とした解析では、解の収束性が悪く、解析可能となった範囲として、正・負の δ_m 値を、それぞれ $0.025h$ および $-0.0125h$ とした。

(1) 水平荷重 H と柱頭部の水平変位 δ との関係

解析した等断面柱 C0 および変断面柱 C3 の $H-\delta$ 曲線を Fig.6 に例示する。

a) 柱 C0-0-0.72 ($E_t=0.01E$, 等断面柱, 同図 (a))

この柱は等断面柱であり、 $H-\delta$ 曲線の履歴ループは、繰り返し回数が増加するごとに、原点を中心に拡大し、五十嵐³⁾らが指摘しているように、2次剛塑性理論による上限のモード V_u に漸近していくことがわかる。

このことから、本文で仮定した Bi-linear タイプの $\sigma-\epsilon$ 曲線において、ひずみ硬化域での勾配に $E_t=0.01E$ を仮定しておけば、軟鋼からなる等断面柱について、従来明らかにされている弾塑性挙動³⁾をほぼ再現できると考えてよい。

b) 柱 C3 WR-0.4-0.49 ($E_t=0.01E$, 同図 (b))

この図からわかるように、 $H-\delta$ 曲線では、 H の正側において、最初の数回のループでモード V の崩壊曲線に漸近し、最大耐力点~変位反転点の勾配も V のそれにほぼ等しい。しかし、その後、最大耐力は大きく低下し、その勾配は徐々にモード Y (Y_u) に等しくなっ

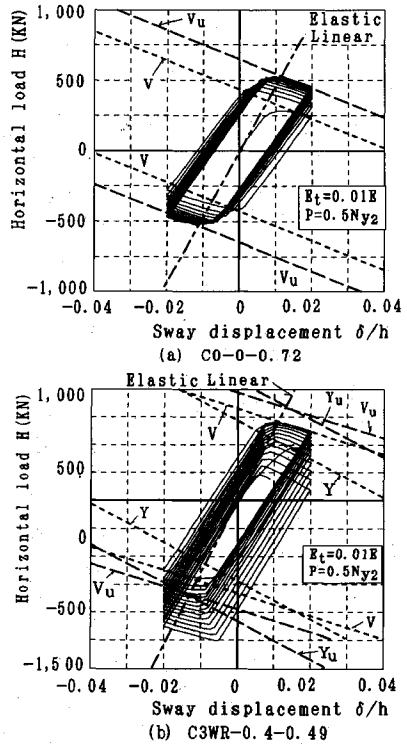


Fig.6 Hysteretic load-displacement curves of columns, C0 and C3WR

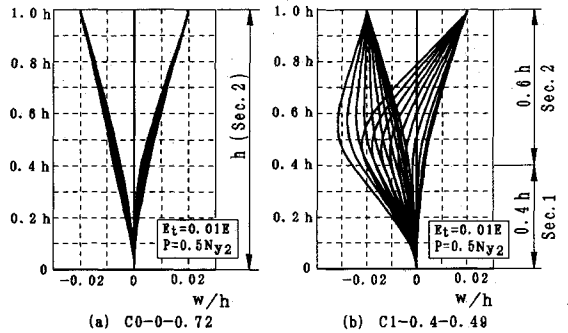


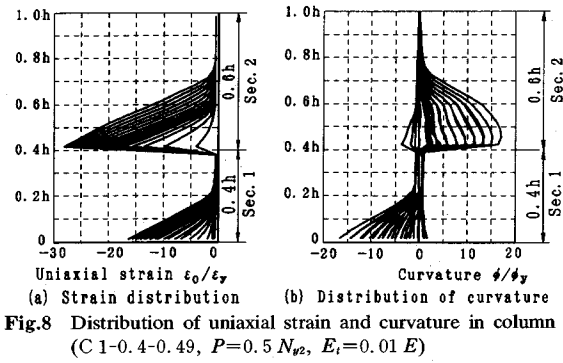
Fig.7 Sway modes of columns

ている。一方、 H の負側では、最大耐力点~変位反転点の曲線の勾配は、最初のループから、モード V (V_u) の勾配とほぼ等しく、 H の正側とは逆に、最大耐力は繰り返しごとに大きくなっている。

したがって、柱 C3 は、繰り返し回数が増すと、1 回の履歴ループに 2 つの崩壊モードが現れるという複雑な挙動を呈していると予想できる。柱 C1 および C2 でも、同様な挙動が見られた。

(2) 柱のたわみモード

水平変位の反転時における等断面柱 C0 と変断面柱 C1 ($E_t=0.01E$) のたわみモードを Fig.7 に比較する。



まず、同図 (a) からわかるように、等断面柱 C0 では、柱中央付近で若干の膨らみがあるが、正負でほぼ対称なたわみモードとなっている。

一方、同図 (b) の変断面柱 C1 では、断面変化点より少し上で負方向に大きく湾曲し、V と Y とが重なった S 字に類似したモードが現れていることがわかる。柱 C2 および C3 でも、ほぼ同様なたわみモードが得られた。

ここで、中村・上谷⁹⁾、辻¹⁰⁾は、定鉛直荷重下で等断面柱が繰返し水平力を受けると、繰返すごとに部材軸方向に塑性域が進展して曲率が最大となる点が徐々に移動し、同図 (b) と類似したたわみモードが現れることを指摘している。とくに、中村らは、軸力比、細長比、および、水平振幅をパラメーターにして、等断面片持ち柱のたわみの対称モードと非対称モードとの境界曲線を提案している。それによると、等断面柱 C0 は対称・非対称モードのほぼ境界線上にあり、同図 (a) において、その傾向が若干現れている。

(3) ひずみの部材軸方向の分布

変位反転時における変断面柱 C1 ($E_t=0.01 E$) の図心軸の軸ひずみ ϵ_0 と曲率 ϕ の分布を Fig.8 に例示する。

この図からわかるように、軸ひずみ ϵ_0 は、柱基部および断面変化点から、繰返しごとに部材軸方向に進展している。一方、曲率 ϕ は、柱基部付近では負側、断面変化点近傍 (Sec.2) では正側に大きくなっている。その際、断面変化点付近では、繰返し回数が増すにつれて、 ϕ が最大となる位置が、断面変化点から柱の上方に移動していることがわかる¹¹⁾。

(4) 部材回転角の変動と残留変形

変断面柱 C1 について、柱全体、Sec.1 部分、および、Sec.2 部分に着目した部材回転角、それぞれ R , R_1 , および、 R_2 と繰返しサイクル数 N との関係調べた。その結果を Fig.9 に示す。 R , R_1 および R_2 の取り方は同図に示すとおりである。ここで、1 回目の水平変位反転点を 0.5 サイクル点とし、ある変位反転点から次の反転点までを 0.5 サイクルと数えている。

この図からわかるように、 $N > 約 2.5$ の範囲で、 R_1 は負側、 R_2 は正側に移動し始めており、この時点で上述した S 字形のたわみモードが現れ始めている。

この原因としては、断面内に塑性域が発生すると、圧縮軸ひずみの影響で、圧縮側の塑性域は引張側に比して大きくなり、この影響が変位反転時に残留曲率として現れることがあげられる。

すなわち、柱 C1 の場合、Fig.5 の $E_t=0.01 E$ の結果を参照すると、 $N=0.5$ ($\delta=0.02 h$) の変位反転時には、断面変化点で大きな塑性変形が生じており、これは $N=1$ に至る段階で $R_2 > 0$ の残留変形を生じる。また、 $N=1$ のときに同様に現れる $R_2 < 0$ の残留変形は、 $N=0.5$ のときの残留変形 ($R_2 > 0$) と相殺され、小さなものとなる。さらに、繰返しごとに、軸ひずみが断面変化点から柱上方に進展するので、変位反転時に残留曲率がかなりの部分で現れる (Fig.8 参照)。

この点を踏まえて、変位反転時のたわみモードの変化を模式的に示すと Fig.10 のようになり、 $R_1 < 0$, $R_2 > 0$ となるたわみモード発生を以下のように説明できる。

- ① 状態 I: 残留変形がないときに比して大きな PA モーメントが断面変化点に作用し塑性域を拡大させる (モード Y, $R_2 > 0$)。
- ② 状態 J: 残留変形の影響で、断面変化点に作用する PA モーメントが小さくなり、塑性域が発生している柱基部で、さらに塑性変形が進展する (モード V)。このとき、 $R_1 < 0$ とするような残留変形を生じる。
- ③ 状態 K: ①と同様な PA モーメントが卓越し、断面変化点のみに塑性変形が集中し始める (モード Y)。
- ④ 状態 L: ②と同様に、柱基部に塑性変形が集中し、 $R_1 < 0$ の残留変形が大きくなる。また、 $R_2 > 0$ とする PA モーメント ($=P\delta_2$) が断面変化点付近の湾曲を大きくする。

このように、S 字形の変形モードは、柱基部と断面変化点付近とで逆方向に現れる残留曲率と PA モーメントに起因して現れたものと思われる。

(5) 構成断面のエネルギー吸収分担特性

上述の結果を確認するために、増分解析の結果から、半サイクルごとに柱全体が吸収するひずみエネルギー増分 ΔU_T と $x=0.4 h-h$ の区間における吸収ひずみエネルギー増分 ΔU_2 を整理した⁷⁾。 ΔU_2 からは、 ΔU_T に対する分担率 α_U を求めた。すなわち、

$$\alpha_U = \Delta U_2 / \Delta U_T \dots \dots \dots (8)$$

$E_t=0.01 E$ とした柱 C0~C3 の ΔU_T および α_U と繰返しサイクル数 N との関係は Fig.11 に示す。

同図 (a) からわかるように、等断面柱 C0 では、繰返しサイクル数 N が大きくなると、 ΔU_T は徐々に減

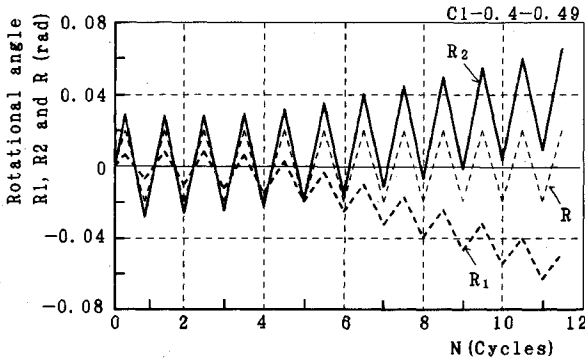


Fig.9 Variation of rotational angle, R, with cyclic times

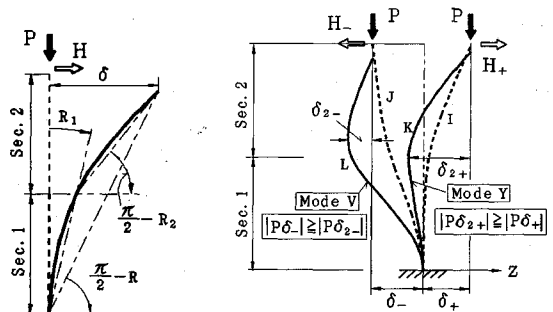
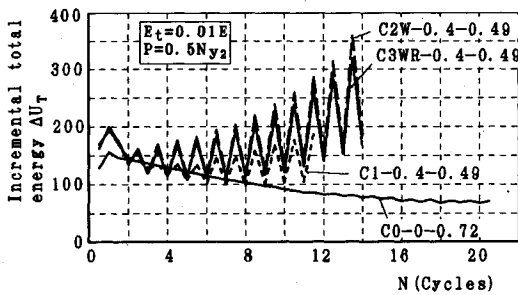
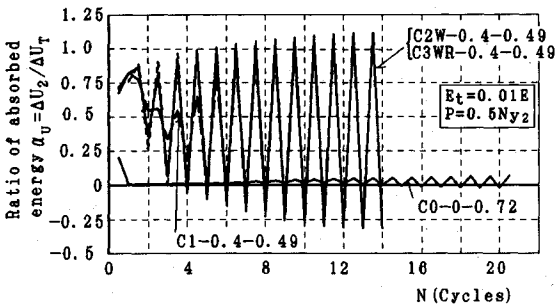


Fig.10 Sway modes of column due to variable cross-section



(a) Incremental total energy ΔU_T



(b) Incremental absorbed energy ΔU_2 ($x=0.4h-h$)

Fig.11 Variation of incremental absorbed energy with cyclic times

少して一定値に近づく傾向にある。一方、変断面柱 C1 ~ C3 の ΔU_T 値は、 $N \geq 2$ の範囲において、半サイクル毎の増減が大きいたことがわかる。とくに、柱 C2 ~ C3 ではその傾向が著しい。これは仮定した初期たわみの湾曲が残留曲率と同方向になっているためと思われる。

また、同図 (b) から、柱 C1 ~ C3 では、 $N \geq 2.5$ の範囲で、 α_U 値は半サイクルごとの上下振幅が激しいことがわかる。これは、塑性変形が集中する箇所が交番していることを示し、一回の履歴ループに2つの崩壊モードが現れていることを裏づけている。

(6) 復元力特性に関するパラメーター α_H および α_L

変断面片持ち柱の復元力特性を調べるため、Fig.12 に示すように、点 (n, 1), (n, 2), ..., (n+1, 1) からな

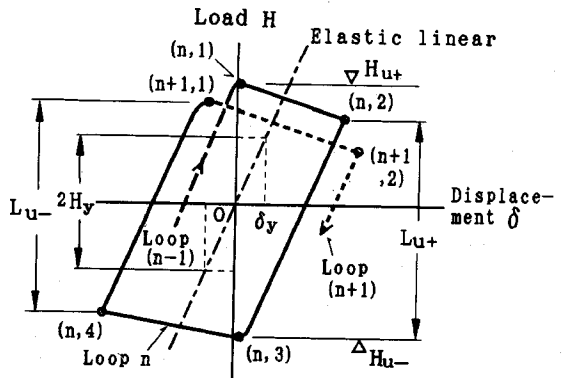


Fig.12 n-th loop of hysteretic load-displacement curve of column

る荷重-変位曲線の n サイクル目の履歴ループに着目し、次の2つのパラメーターを導入した。

$$\alpha_H = \frac{|H_{u+}|}{|H_{u-}|}, \quad \alpha_L = \frac{L_{u+}}{2H_u} \text{ or } \frac{L_{u-}}{2H_u} \dots \dots \dots (9)_{a,b}$$

ここに、 L_{u+} および L_{u-} は変位反転点 (n, 2) および (n, 4) から、最大耐力点、それぞれ (n, 3) および (n+1, 1) までの荷重差 (以下、総称して L_u と記す)、また H_{u+} および H_{u-} は、それぞれ (n, 1) と (n, 3) に対応する正負の最大耐力である。したがって、 α_H は水平荷重の正負方向の履歴曲線の移動、また α_L は初期降伏荷重に対する履歴ループの拡大率を意味する。

柱 C0 ~ C3 の α_H および α_L と繰り返しサイクル数 N との関係を Fig.13 に示す。

a) パラメーター α_H 値の変動

同図 (a) から、等断面柱 C0 では、 α_H 値は $N > 2$ の範囲でほぼ1になっており、各履歴ループの正負の最大水平耐力はほぼ等しいことがわかる。これに対して、変断面柱 C1 ~ C3 ($E_t = 0.01E$) では、2サイクル目以後の α_H の減少が顕著であり、履歴ループが H の負方向に移動していることがわかる。とくに、C2 および C3 の履歴ループの移動が顕著である。

b) パラメーター α_L 値の変動

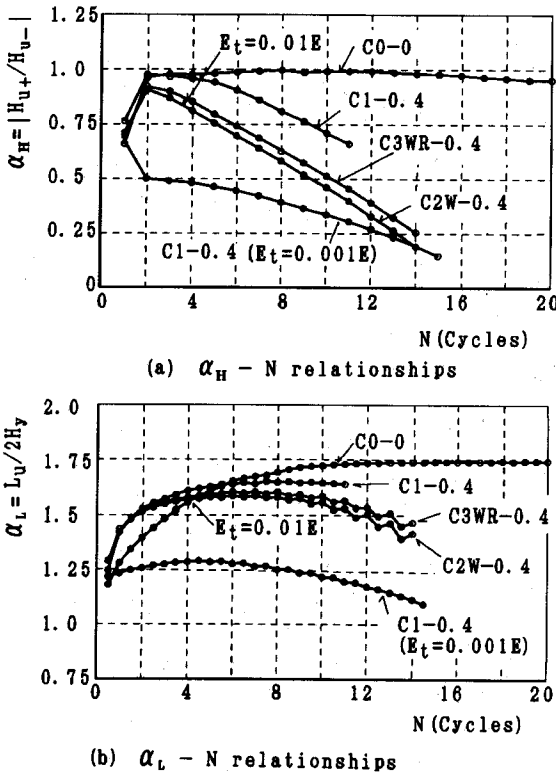


Fig.13 Variation of restoring force quantities, α_H and α_L with cyclic times ($P=0.5 N_{02}$)

また、同図 (b) から、等断面柱 C0 の α_L 値は、 N の増大とともに徐々に大きくなり、 $N \geq 12$ の範囲で約 1.75 に漸近していることがわかる。この値は、初期降伏荷重からモード V_u に対応する塑性崩壊荷重までの余剰耐力率 $H_{pum}/H_y (=1.898, \text{Table 2 参照})$ よりも若干小さい。これは、塑性域の広がりや考慮した $H-\delta$ 曲線上 (Fig.6 (a) 参照) の最大耐力点が H の正・負側の塑性崩壊曲線 V_u の若干内側にあるためであり、履歴ループはひずみ硬化の影響で、ほぼモード V_u の曲線まで広がっていると思われる。

一方、変断面柱 C1~C3 ($E_t=0.01 E$) の α_L 値は、 $N \leq 8$ の範囲で大きくなり、等断面柱と同様に履歴ループの拡大が見られる。ただし、柱 C1 の $E_t=0.001 E$ の結果からわかるように、ひずみ硬化係数が小さいと履歴ループの広がりやほとんどない。ちなみに、柱 C2 および C3 の α_L の最大値は約 1.63 であり、この値は $H_{pum}/H_y (=1.215, \text{Table 2 の Notes 参照})$ よりも約 35% 大きい、 $H_{pum}/H_y (=1.794)$ より約 12% 小さい。

さらに、柱 C1~C3 ($E_t=0.01 E$) の履歴ループは $N > 8$ の範囲で小さくなり、柱 C2 および C3 では、その傾向が顕著であることがわかる。これは、柱 C3 の $H-\delta$ 曲線 (Fig.6 (b) 参照) からわかるように、 H の正・

負側で最大耐力の変動量が相違するためであり、柱基部と断面変化点とに逆方向の $P\Delta$ モーメントが作用し S 字形のたわみモードが卓越する変形挙動に関係していると思われる。

また、全体として、 N に対する α_L の変動は α_H のそれに比べて緩慢であり、崩壊モードが変化し始めると、履歴ループは H の負方向に平行移動するような傾向がある。

以上のように、履歴ループの変動の特性は、崩壊モードとひずみ硬化によって影響を受けることがわかる。

5. 断面変化位置に着目した変断面片持ち柱の履歴解析とラーメン柱の履歴挙動に関する考察

上述した半サイクルごとのモード変化がどのような条件で起こるかを調べるため、パラメータに断面変化位置 (k 値) を選び、軸力比を 0.3 または 0.5 として、変断面柱 (C4~C8 および C9~C12) の解析を行った。

断面変化点を移動させると、塑性崩壊曲線 $V (V_u)$ および $Y (Y_u)$ と線形弾性解との相対的な位置 (Fig.4 参照) が変化し、構成断面の断面性能比を変化させたのと同様な意味がある。ちなみに、Table 2 を参考にすると、初期降伏は、柱 C4~C6 および C9~C11 では断面変化位置の Sec.2 で生じ、柱 C7~C8 および C12 では柱基部で生じる。

載荷方法としては、正負の最大水平振幅の初期値を初期降伏変位 δ_y に設定し、1 サイクル毎に $0.5 \delta_y$ ずつ増加させた。

(1) 荷重-変位曲線とたわみモード

軸力比 0.5 の条件で解析した柱 C4~C8 の内、 $k=0.2, 0.4$ および 0.6 の柱のたわみモードと荷重-変位曲線とを Fig.14 に示す。

同図 (a) および (c) より、 $k=0.2$ から 0.6 となって、断面変化点が柱の上方に移動すると、たわみモードの固定端に相当する位置が断面変化点から柱基部に移っていることがわかる。そのため、それぞれモード Y_u および V_u がほぼ上限となる履歴ループを呈している。

一方、同図 (b) からわかるように、断面変化点が柱 C4 と C8 の中間にある $k=0.4$ の柱 C6 では、およそ 5 サイクル目以後に、たわみモードが非対称になり始め、一回の履歴ループの中で 2 つの崩壊モードが交互に現れている。

したがって、柱 C6 は、解析した水平振幅の範囲内で、変断面性に起因した 2 つの崩壊モードの遷移領域にあるということになる。ここで、柱 C6 は C4 よりも大きな曲げ耐力・座屈耐力 (Table 2 参照) を有しており、最大耐力を意味する柱の終局強度からは、このような遷移領域を予測できないことがわかる。

この遷移領域の推定には、初期降伏荷重や塑性ヒンジ

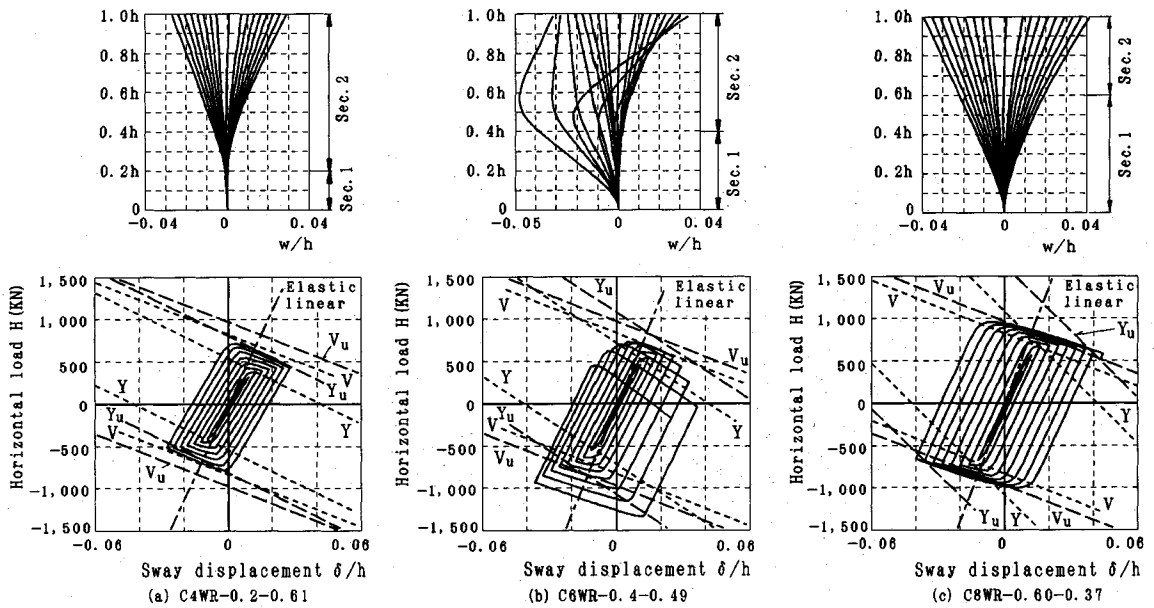


Fig.14 Sway displacement modes and load-displacement curves of columns with variable cross-section ($P=0.5 N_{v2}$, $E_t=0.01 E$)

荷重がある程度は参考になると思われるが、軸ひずみの進展や残留変形の累積という繰り返しの影響を考慮できない。そのため、柱基部および断面変化点で同時に塑性域が進展するような変断面柱に対しては、繰り返しサイクル数、変位振幅の大きさや対称性、および、軸力比の3つの点から遷移領域を調べていく必要があると考える。

なお、軸力比0.3の柱C9~C12についても同様な結果が得られ、 $k=0.4$ の柱C11が2つの崩壊モードの遷移領域にあるような挙動を示した。

(2) エネルギー吸収分担率 α_U の変動

柱C4~C12のエネルギー吸収分担率 α_U (式(8)参照) の変動を調べた。その結果を Fig.15 に示す。

同図 (a) から、 $k=0.3, 0.4$ および 0.5 の柱では、それぞれ $N=7, 4$ および 2.5 以後に、 α_U 値の変動が大きくなり、崩壊モードが半サイクルごとに変化し始めていることがわかる。同図 (b) の軸力比 0.3 で $k=0.4$ の柱C11についても、 $N \geq 3$ の範囲で同様なことがいえる。

(3) 変断面ラーメン柱の履歴挙動に関する考察

上述したように、変断面柱で半サイクル毎に崩壊モードが交番する現象は、最大耐力の変動、履歴ループの拡大、縮小、移動を含み、繰り返しサイクル数が増すと、これらの特徴は大きく現れる。このことから、本文で解析した等断面柱の履歴曲線で見られたように、一定の履歴ループに収束していく弾塑性挙動と比較すると、この現象は一種の不安定現象として位置づけることができる。

ここで、常時の作用断面力の分布を考慮して合理的に

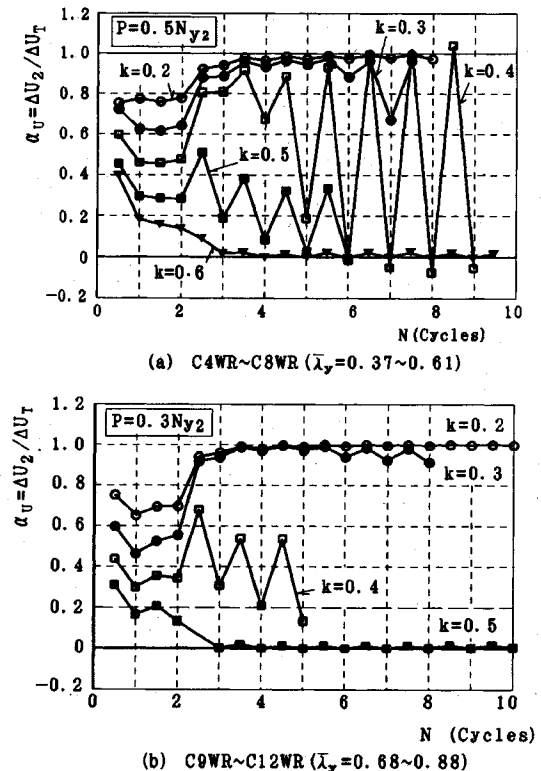


Fig.15 Variation of incremental energy absorbed by Sec.2 with cyclic times

断面配置された一般的な変断面ラーメン柱を考えてみると、この種の柱には複数の塑性崩壊モードが同時に起こり得る不安定点が線形弾性解の近傍に存在する可能性がある。そのため、繰り返し水平力下では、部材格点部や

複数の断面変化点での塑性域進展に起因して残留変形がかなり大きくなるものと思われる。

このような場合、柱の履歴挙動に、上記のような不安定現象が生じないかどうかを今後確かめていく必要がある。具体的には、崩壊モードの遷移領域を明らかにすることが重要な課題である。その際、本文では考慮していない局部座屈等の影響も含めて、変断面ラーメン柱の弾塑性挙動を実験的に調べることも必要である。

6. ま と め

本研究は、変断面片持ち柱の弾塑性解析を通じて、変断面性に起因した柱の履歴挙動の特性を明らかにしたものである。

本文で得られた主な結論は、以下のとおりである。

- 1) 変断面片持ち柱は、半サイクルごとに、塑性変形の集中箇所が移動し、崩壊モードが変わるような弾塑性挙動を呈することがある。
- 2) これは、柱基部と断面変化点付近に現れる残留曲率と鉛直荷重によって生じる付加曲げモーメントの影響が大きい。
- 3) このとき、柱はS字に類似したたわみモードを示す。
- 4) また、荷重-変位の履歴曲線は、以下のような特徴を有する。すなわち、①崩壊モードY (Y_u) が現れる側の最大耐力は低下し、モードV (V_u) が現れる側の最大耐力は上昇する、②履歴ループが移動する。
- 5) この現象は、繰り返しごとに大きく現れ、一種の不安定現象であると言える。
- 6) 断面変化位置をパラメーターとして、崩壊モードが移行する遷移領域が存在することを示した。
- 7) この遷移領域は、変断面柱としての全体座屈強度や曲げ強度の大小からは予測できない。
- 8) 今後、変断面ラーメン柱の弾塑性履歴挙動を実験で確認し、この遷移領域を明らかにしていく必要がある。

謝 辞：本研究の実施には、平成2年度の大同工業大学・研究奨励金の補助を受けたことを付記し、ここに謝

意を表します。また、研究をまとめるにあたり、貴重な助言をいただいた大同工業大学・建設工学科の事口寿男教授および同・水澤富作助教授に厚く御礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 中井 博, 河井章好, 吉川 紀, 北田俊行, 酒造敏廣：鋼製ラーメン橋脚の実績調査 (上), (下), 橋梁と基礎, Vol.16, pp.35~40, 1982年6月, Vol.16, pp.43~49, 1982年7月。
- 2) 若林 實, 松井千秋他：鉄骨ラーメンの弾塑性安定に関する実験的研究 (その1~4), 日本建築学会論文報告集, 第192号, pp.11~22, 1972年2月, 同193号, pp.17~28, 1972年3月, 同194号, pp.9~20, 1972年4月, 同195号, pp.25~38, 1972年5月。
- 3) 五十嵐定義, 松井千秋, 吉村浩二, 松村和雄：Inelastic Behaviours of Structural Steel Sections under Alternative Loading-2 Final State of Resisting Moment and Experimental Study, 日本建築学会論文報告集, 第170号, pp.39~50, 1970年4月。
- 4) 松井千秋, 三谷 勳：繰り返し水平力を受ける高張力骨組の弾塑性性状に関する研究, 日本建築学会論文報告集, 第250号, pp.31~41, 1976年2月。
- 5) 若林 實編著：鉄骨構造学詳論, 丸善 (株), 1985年5月。
- 6) 中村恒善, 上谷宏二：両振り繰り返し塑性曲げを受ける片持ち梁-柱のための対称限界曲線と設計基礎曲線, 日本建築学会論文報告集, 第346号, pp.78~90, 1984年12月。
- 7) Nakai, H., Miki, T. and Ohgaki, K. : An Analytical Method for Critical Strength of Thin-Walled Steel Frames, *Memoirs of the Faculty of Engineering*, Vol.26, Osaka City University, pp.233~250, Dec. 1985.
- 8) Crisfield, M.A. : An Arc-Length Method Including Line Searches and Accelerations, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.19, pp.1269~1289, 1983.
- 9) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説, II. 鋼橋編, 丸善 (株), 1990年2月。
- 10) SSRC : *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, 4th Edition, Edited by Galambos, T.V., John & Wiley Sons, pp.57~66, 1988.
- 11) 辻 文三：Beam-Columnの挙動に関するメモ, 日本建築学会近畿支部, 鉄骨構造部会, 昭和61年度研究会資料集, pp.3-1~3-13, 1987年3月。

(1991.4.11 受付)

ELASTO-PLASTIC BEHAVIORS OF STEEL CANTILEVER COLUMNS WITH VARIABLE CROSS-SECTION SUBJECTED TO HORIZONTALLY CYCLIC LOAD

Toshihiro MIKI

This paper investigates the elasto-plastic behaviors of cantilever columns with variable cross-section subjected to horizontally cyclic load under the condition of constant vertical one. The numerical results based on the plastic zone theory show that the different collapse modes may appear in such columns every half cycle. This phenomenon occurs due to the interaction between the accumulated residual deformation of column by cyclic bending and PA effects by vertical load. It is also observed that such kind of columns have the transition region of collapse modes