

# 研究展望

## REVIEW

# 研究展望 数値流体力学の風工学への応用

APPLICATION OF COMPUTATIONAL FLUID-DYNAMICS TO WIND ENGINEERING

岡島 厚

Atsushi OKAJIMA

工博 金沢大学教授 工学部  
(〒920 金沢市小立野2丁目40-20)

**Keywords:** *computational fluid-dynamics, wind engineering, finite difference method, finite element method, discrete vortex method, application*

## 1. 序 論

自然風の強風下にある構造物周りの流れの特徴は、レイノルズ数が極端に高く、多くの場合は剝離した乱れた流れである。しかもそのような流れの中に置かれた構造物風辺の流れや作用する空気力を知るだけでなく、フラッタなどの構造物の空力弾性的不安定性も知る必要がある。しかし、このような流れを理論的に取り扱うことは極めて難しく、まして剝離を伴う構造物に作用する静的および動的空気力を理論解析によって正確に求めることは実際上不可能に近く、構造物に作用する空気力や構造物の風に対する応答など構造物の耐風性を知るには、風洞による模型実験に頼っているのが現状である。

一方、近年のコンピュータの記憶容量の大規模化、高性能化と数値計算のアルゴリズムの進歩、向上はめざましく、特に、スーパーコンピュータによる流れのシミュレーション技術は飛躍的に進歩し、今日スーパーコンピュータによるシミュレーションは、“doing Science in the 3rd mode”として第3の科学と呼ばれる分野を創り出しつつあるとも言われている<sup>1)</sup>。事実物理、航空、機械、建築、土木、水理学、風工学などの広い分野において流れの基礎方程式を数値的に解くことが試みられ、着実に研究成果は蓄積されつつある。しかし、風工学における流れの複雑な諸現象に流れの数値シミュレーションを適用するには、困難なことが数多くあり、数値シミュレートされた結果も信頼性や精度、さらに経済性の面から満足出来る段階であるとは言い難い。そこで、土木学会・耐風設計研究小委員会（委員長：宮田利雄横浜国大教授）では、1986年、「耐風工学数値実験分科会」を発足させて、風工学の立場から数値解析法の精度や信頼性の検討を行い、数値シミュレーション法の現段階における限界点や問題点を摘出する基礎的かつ総合的な調査研

究を行ってきた。その研究成果の一部は、1989年「耐風工学のための数値風洞実験に関する文献概要集」と「同文献集その1、その2」の3分冊からなる報告書にまとめた。そして1991年、装いも新たに「風工学における数値計算の応用と評価」研究小委員会（委員長：野村卓史東大助教授）が発足し、引き続き、数値計算の実用化に向けて調査研究を続行している。

本稿では、これまでの分科会の活動を踏まえ、現在良く用いられている差分法、有限要素法、離散渦点法による解法について触れながら、それぞれの数値解析法による風工学への応用例を示し、現況を概説して今後の展望を述べる。

## 2. 流れの数値シミュレーションの基礎的事項

風工学における流れの諸現象を取り扱う際、流れは非圧縮としてよいので、流れの場は非定常で、非圧縮そして粘性のある流れとする。

### (1) 基礎式

流れの場を支配する基礎方程式は、 $v$ を速度ベクトル、 $p$ を圧力とすれば、連続の式の

$$\nabla \cdot v = 0 \dots \dots \dots (1)$$

と、運動量の式であるナビエ・ストークスの式の

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 v \dots \dots \dots (2)$$

である。ここで、 $\rho$ は流体の密度、 $\nu$ は流体の動粘性係数である。

次に、式(2)の回転を取れば、渦度に対する輸送方程式が得られる。渦度 $\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ は

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (v \cdot \nabla)\omega - (\omega \cdot \nabla)v = \nu \nabla^2 \omega \dots \dots \dots (3)$$

と表される。

2次元の場合、式(3)の左辺第3項は消え、また、

流れ関数  $\phi$  と渦度  $\omega (= \omega_z)$  との関係は、

$$\omega = -\nabla^2 \phi \dots\dots\dots (4)$$

である。

一方、式 (2) の発散を取ると、圧力  $p$  のポアソンの式、

$$\frac{1}{\rho} \nabla^2 p = -\nabla \cdot ((v \cdot \nabla)v) + \left\{ -\frac{\partial D}{\partial t} + \nu \nabla^2 D \right\} \dots\dots (5-1)$$

$$D = \nabla \cdot v \dots\dots\dots (5-2)$$

が得られる。ここで、連続の式が完全に満足されれば、 $D=0$  である。

(2) 境界条件

物体表面上では、粘着条件 (すべりなし) で、速度について  $v=0$  であるが、物体が運動している場合には、その表面速度を与える。乱流計算の  $k-\epsilon$  法では表面上の摩擦応力などに、 $1/7$  乗則や壁法則を、LES 法では二層モデルなどが用いられるが、それぞれの乱流モデルに対して、適切な条件を与える必要がある。

一方、一様流中にある物体周りの流れなどにおいて、無限遠の境界条件は、数値計算では有界領域において与えねばならず、一般には速度や圧力に対して自由流出の条件を与える。また、流れ関数  $\phi$  を用いる方法では、遠方領域における  $\phi$  にオゼーン近似の漸近解を与えたり、圧力値一価の条件から  $\phi$  の境界の値を求める方法、遠方境界を出来るだけ遠くにとる方法などが用いられている。

(3) 乱流モデル<sup>2)</sup>

風工学における構造物周りの流れの現象はそれ自体のレイノルズ数が高いばかりか、大気境界層という大きな乱流境界層中に構造物がある場合を対象としているので、乱流流れを計算しなければならない。しかし、レイノルズ数が  $10^5$  程度の乱流でも、3次元流れとしてエネルギー散逸まで取り入れた計算をすると、領域の格子数は  $10^{11}$  となり、計算は不可能に近い<sup>3)</sup>。そこで乱流モデルの構築が必要となる。すなわち、注目したいスケールをある限度までとし、エネルギー散逸量を近似する適切な乱流モデルを用いて計算をする。

現在、一般に行われている乱流計算には、アンサンブル平均されたレイノルズ方程式と乱れの輸送方程式を用いる時間平均操作形モデル、そして LES と呼ばれる格子平均モデル (Large Eddy Simulation) 法に大別される。前者の場合、圧力、流速などの未知変数の数と方程式の数を合わせるためモデル化が行われ、乱流渦粘性係数の概念に基づいてモデル化がなされ、乱れの輸送方程式の数などにより、混合長モデル (0 方程式モデル)、1 方程式モデル、2 方程式モデルに分類され、このうち  $k-\epsilon$  の 2 方程式モデルがよく用いられている。 $k-\epsilon$  モデルでは、アンサンブル平均する際に生ずるレイノルズ応力項を乱流エネルギー  $k$  と散逸率  $\epsilon$  によって記述され

る乱流粘性係数を用いて表現する。また、レイノルズ応力を直接、モデル化した微分方程式を立てる方法はレイノルズ応力方程式モデルと呼ばれる。これらの方法は、翼の周りの剥離のない流れの計算などで成果をおさめているが、モデル化の際に必要なパラメータの個数が多い。一方、格子平均モデル (LES) は、微細な乱れの粗視化のためにフィルタリングと呼ばれる格子平均操作を行う。統計理論によって予想可能なパラメータを一個含むだけなので、乱流の基礎的研究の方法として用いられ、近年のスーパーコンピュータの発達と相まって、乱流のバーストやスweepなどの乱流の秩序運動、乱流構造などの計算も行われ成果を挙げている。

近年、広い分野で、差分法、有限要素法などいずれの解法においても、これらの乱流モデルを導入して数値シミュレーションが行われている。

3. 差分法による流れの数値シミュレーション

差分法は、流れ場を正方形や長方形などの形状をもつ細かい格子に分割し、ナビエ・ストークスの式をいろいろな差分スキームを用いて差分方程式に置き換え、近似解を求めるものである。この際、構造物周りの流れの場が複雑な境界を持つ場合や、物体近傍の計算精度を上げるなどの目的のため、物体境界にうまく適合する座標系を用いた格子生成<sup>4)</sup>を行う。格子生成には、等角写像による方法、偏微分方程式を数値的に解く方法、代数式で分割する方法などにより生成される。特に、風工学において対象となる物体形状は複雑な形をしているため、任意の形状の物体に適した一般曲線座標を用いることが便利である。また、一般には、3次元であるが、ここでは簡単のために、2次元とし、一般曲線座標の格子生成について簡単に述べ、次に差分法による数値解法について説明する。

(1) 一般座標への変換と格子生成

物理座標  $(x, y)$  を変数とする偏微分方程式を、格子分割された計算座標系  $(\xi, \eta)$  に変換する。また、計算座標系  $(\xi, \eta)$  を滑らかに格子分割するためにいろいろな方法が提案されている。楕円型の偏微分方程式を用いる方法は座標系  $(\xi, \eta)$  が、

$$\nabla^2 \xi = P(x, y) \dots\dots\dots (6-1)$$

$$\nabla^2 \eta = Q(x, y) \dots\dots\dots (6-2)$$

を満足するようにする。式 (6) は  $\xi-\eta$  座標上に変換すると、

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} = -J^2(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) \dots\dots\dots (7-1)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} = -J^2(Py_{\xi} + Qy_{\eta}) \dots\dots\dots (7-2)$$

となる。ここで、 $J$  はヤコビアンと呼ばれ、

$$J = x_{\xi}y_{\eta} - x_{\eta}y_{\xi} \dots\dots\dots (8)$$

と定義され、また、 $\alpha, \beta, \gamma$  は

$$\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2, \quad \beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta, \quad \gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2$$

である。ここで、 $x_\xi$  は  $(\partial x / \partial \xi)$  を、 $x_{\xi\xi}$  は  $(\partial^2 x / \partial \xi^2)$  などを示す。

式 (7) は SOR (Successive Over-Relaxation) 法などの方法によって解かれる。

そこで、微分演算子についての変換則を用いて、 $\xi$ - $\eta$  座標系における連続の式 (1) およびナビエ・ストークスの式 (2) を  $x$ - $y$  座標の速度ベクトル  $\mathbf{v}$  について表わすと、

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{A} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \dots\dots\dots (10)$$

と変換される。ただし、反共変ベクトル  $\mathbf{A} (A_1, A_2)$  および  $\nabla, \nabla^2$  は、 $x$ - $y$  座標の速度成分 ( $u, v$ ) によって

$$A_1 = (y_\eta u - x_\eta v) / J \dots\dots\dots (11-1)$$

$$A_2 = (x_\xi v - y_\xi u) / J \dots\dots\dots (11-2)$$

$$\nabla = \frac{1}{J} (y_\eta \frac{\partial}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial}{\partial \eta}) i + \frac{1}{J} (-x_\eta \frac{\partial}{\partial \xi} + x_\xi \frac{\partial}{\partial \eta}) j \dots\dots (12)$$

$$\nabla^2 = \frac{1}{J^2} (\kappa \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \lambda \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \alpha \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}) \dots\dots\dots (13)$$

であり、 $\kappa, \lambda$  は、

$$\kappa = (D_y x_\eta - D_x y_\eta) / J \dots\dots\dots (14-1)$$

$$\lambda = (D_x y_\xi - D_y x_\xi) / J \dots\dots\dots (14-2)$$

$$D_x = \alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} \dots\dots\dots (14-3)$$

$$D_y = \alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} \dots\dots\dots (14-4)$$

である。

なお、一様流中で振動する物体周りの流れを解く場合などは、Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) 法<sup>5)</sup>に基づいて、振動の境界条件に合わせるように、各格子点を移動速度  $\mathbf{V}$  で移動させれば良い。ただし、この場合、運動方程式 (10) の左辺、第 2 項の速度ベクトル  $\mathbf{A}$  の替わりに  $(\mathbf{A} - \mathbf{V})$  を用いる。この計算については、差分法では文献 26)、有限要素法では文献 31) を例に上げて後述する。

## (2) 数値解法

ナビエ・ストークスの式を数値的に解く方法には、速度  $\mathbf{v}$  と圧力  $p$  の基礎変数 (primitive variables) によるもの、あるいは渦度  $\omega$  と流れ関数  $\phi$  によって、運動方程式や渦度などの輸送方程式を、各種差分スキームによって離散化して、差分方程式として解かれる。流れを数値的に解く場合、極端に低いレイノルズ数では拡散項に、高いレイノルズ数流れでは対流項に留意し、数値解の不安定の発生を防止することが、解法上、重要な問題である。対流項に対して風上差分法など、いろいろの対策が立てられている。

速度と圧力を変数として解く方法では、非圧縮流れの

場合、速度について homogeneous でなくなり、一般には連続の式を満足することが難しくなる。そこで、圧力と連続の式を巧くカップリングさせ、連続の式を満足するように解くいろいろなアルゴリズムが考案されている<sup>6), 7)</sup>。例えば、MAC (Marker-And-Cell) 法<sup>8)</sup>、Chorin の方法<sup>9)</sup>、SMAC 法 (Simplified MAC)<sup>10)</sup>、ABMAC 法 (Arbitrary Boundary MAC)<sup>11)</sup>、SIMPLE 法 (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations)<sup>7)</sup>、SIMPLER 法 (SIMPLE Revised)<sup>7)</sup>、SOLA 法 (A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows)<sup>12)</sup> などのアルゴリズムが広く用いられている。今後、さらに研究改良が積み重ねられ、精度の高い、効率のよい新しいアルゴリズムの開発が期待される。

一方、流れ関数  $\phi$  - 渦度  $\omega$  による解法は、圧力を消去したこと、連続の式が自動的に満足されることから、2次元の場合には取り扱う変数の数が少なく、連続の式を厳密に満足し、収束も比較的早い。しかし、乱流などの計算への適用は簡単ではないことや、物体周りの流れを解く際などで境界条件が与え難いことなどの欠点もある。この場合、まず式 (3) の渦度輸送方程式を差分近似する。この場合にも非定常の際には、陽的 (Explicit) および陰的 (Implicit) 方法で解かれ、対流項の差分近似には、風上差分スキームなどで表示する。次に、得られた渦度  $\omega$  に対し、式 (4) のポアソン式を解く、ポアソンの式を解くには、直接解法や反復解法がある。

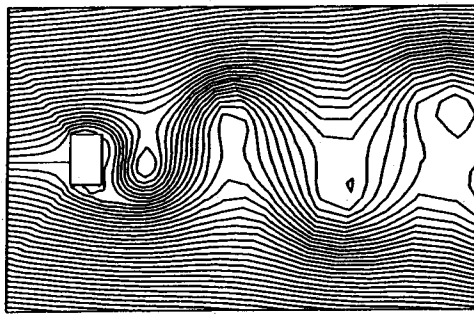
## (3) 空間微分の差分近似

偏微分方程式を離散化された空間点に対し、差分近似を得る。空間微分に関しては、テイラー級数展開を利用した各種スキームによる差分表示がある。例えば、中心差分、1次精度および2次精度風上差分などの基本的なもの、さらに、計算の安定化を計り、しかも高い精度をもつ差分スキームの QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics)<sup>13)</sup> スキームや、次式 (15) に示す UTOPIA (Uniformly Third-Order Polynomial Interpolation Algorithm) スキーム<sup>14)</sup>、Kawamura スキーム<sup>15)</sup>などが提案され、広く用いられている。

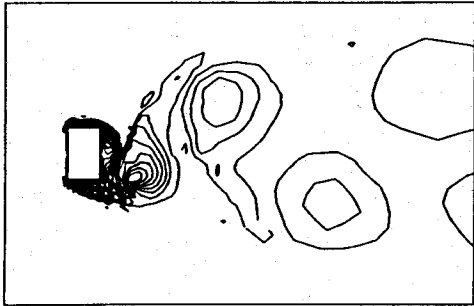
$$U = \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_i \approx U \frac{(\phi_{i+2} + 8\phi_{i+1} - 8\phi_{i-1} + \phi_{i-2})}{12\Delta x} + \alpha |U| \frac{(\phi_{i+2} - 4\phi_{i+1} + 6\phi_i - 4\phi_{i-1} + \phi_{i-2})}{12\Delta x} \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 $\alpha=1$  ならば UTOPIA スキーム、 $\alpha=3$  ならば、Kawamura スキーム、そして  $\alpha=0$  ならば 4 次中心差分スキームとなる。

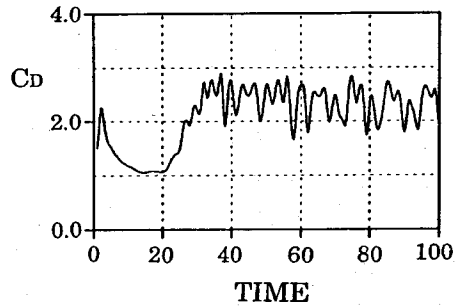
次に、有限体積近似は、式 (2) をコントロール・ボリューム  $V$  について積分する。その際、左辺の第 2 項



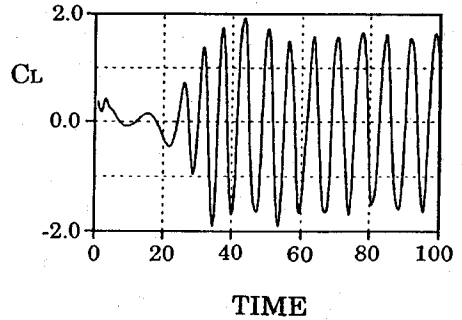
(a) 流線



(b) 渦度分布



(c) 抗力変化



(d) 揚力変化

図—1 断面辺長比  $B/H=0.6$  矩形柱周りの流れの計算結果<sup>19)</sup> ( $Re$  数  $10^3$ , 差分法)

の対流項，右辺の第2項の粘性項の積分にはガウスの定理を適用して，体積積分を周囲表面積  $S$  に対する面積積分に直すと，

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V v dV + \int_S v v \cdot dS = - \int_V \frac{1}{\rho} \nabla p dV + \int_S \nu \nabla v dS \quad (16)$$

と表示され，有限体積（2次元の場合は面積）法は，式（16）を差分近似する。なお，この場合にも，対流項などは計算の安定化のため，境界面上の値を風上差分で近似する。

#### (4) 時間積分に対する近似

次に，非定常項を含むナビエ・ストークスの式を差分近似して得られた代数方程式を，初期値問題として陽的（Explicit）スキームで，あるいは，陰的（Implicit）スキームで，時間に対して積分する。Explicitスキームは，各計算点の関数値を独立に計算するもので，Euler Explicit法，DuFort-Frankel法（Leap Frog法）<sup>16)</sup>，また Adams-Bashforth法<sup>17)</sup>などがある。時間ステップ当りの計算時間は少ないが，計算の安定条件より時間間隔  $\Delta t$  をあまり大きく取れない。Implicitスキームは，それらの関数値を連立一次方程式を反復計算することにより，もとの非線形問題の解を求めるもので，安定条件からの制約はないが，計算精度の面から  $\Delta t$  は出来るだけ小さくする必要がある。Implicitスキームには，Euler Implicit法，Pure Implicit法，Crank-Nicolson法<sup>6)</sup>，

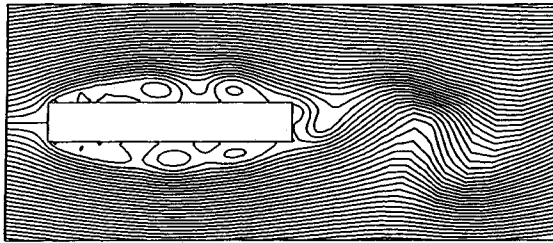
Beam-Warming法<sup>6)</sup>のほか，多次元問題で，次元問題に帰着させて解く ADI (Alternating Direction Implicit) 法<sup>18)</sup>などが用いられる。近年，時間積分についても，高精度化と高効率化の工夫が盛んである。

#### (5) 差分法の応用

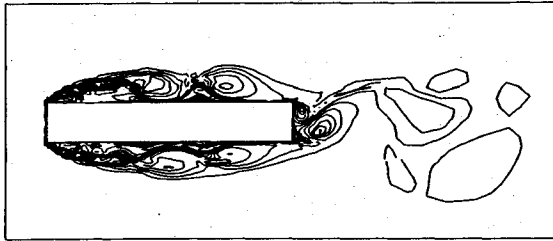
コンピュータの高性能化と普及にともない，土木構造物の耐風性の研究において，各種の流れの数値シミュレーションの試みが成されている。以下，応用例を挙げ，現況を説明する。

##### a) 矩形柱周りの流れと後流のストローハル数<sup>19)</sup>

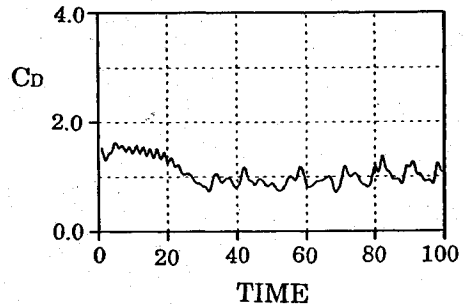
レイノルズ数 ( $Re=UH/\nu$ ， $U$ は一様流速， $H$ は矩形断面の流れに垂直方向の辺高さ)  $=10^3$ ，矩形断面の辺長比 ( $B/H$ ， $B$ は矩形柱の流れ方向辺長さ) が  $0.6$ ， $6$  の矩形柱周りの流れの計算結果を図—1，2に示す。矩形近傍の最小格子間隔は辺高さ  $H$  の  $1/40$  で，計算は基礎変数  $p-v$  法により行い，対流項は3次風上差分で，スタガード格子を用い，Simple法とCrank-Nicolson法による。図には，それぞれ  $B/H=0.6$ ， $6$  の矩形柱の (a) 流線，(b) 渦度分布，(c) 抗力変化および (d) 揚力変化を示すが，種々な  $B/H$  比の矩形柱のうち最大抗力の作用する  $B/H=0.6$  矩形柱の背面の渦巻込みの様子や比較的細長い断面の  $B/H=6$  矩形柱側面の剝離剪断層の渦列が観察される。また，図—3に，レイノルズ数に対する  $B/H=6$  矩形柱のストローハル数 ( $S_f=fH/U$ ， $f$ は渦の周波数) と背圧係数  $C_{pb}$  の計算結果と実験値<sup>20)</sup> の



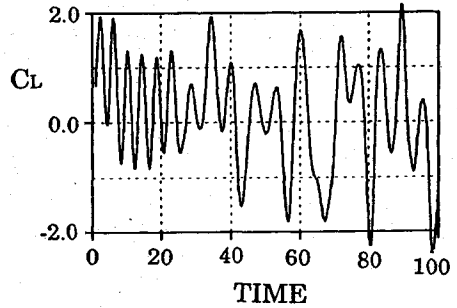
(a) 流線



(b) 渦度分布

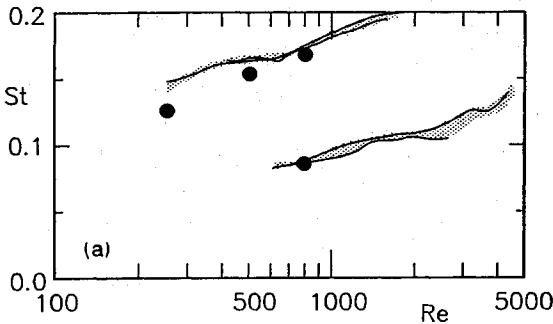


(c) 抗力変化

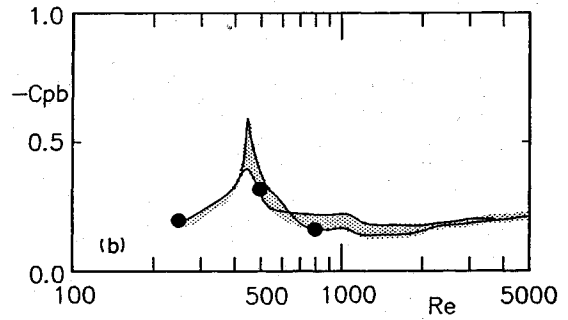


(d) 揚力変化

図-2 断面辺長比  $B/H=6$  矩形柱周りの流れの計算結果<sup>19)</sup> ( $Re$  数  $10^3$ , 差分法)



(a) ストローハル数  $St$



(b) 背圧係数  $-C_{pb}$

図-3 断面辺長比  $B/H=6$  矩形柱のストローハル数と背圧係数の計算結果<sup>19)</sup> (●) と実験値<sup>20)</sup> (▨) の比較

比較を示す。ストローハル数や背圧係数の値がレイノルズ数に対して臨界的に変化する様子が数値シミュレートされている。

b) 矩形柱周りの流れ—Impinging-Shear layer-Instability 現象のシミュレーション<sup>21)</sup>

レイノルズ数  $10^3$  で、比較的断面辺長比の大きい  $B/H=8$  矩形断面柱において、Impinging-Shear layer-Instability の現象が数値シミュレーションされている。計算は、 $p-v$  法で、対流項は 3 次風上差分近似し、MAC 法で、時間積分は Euler Implicit 法を用いている。図-4 に示す流れパターン A, B, C が時間経過とともに入れ替わって生じる。図-5 は、辺長比  $B/H=3\sim 15$  の

範囲における渦周波数  $f$  をストローハル数  $S_{fB} = fB/U$  で整理して示してある。 $S_{fB}$  値は  $B/H$  比に対し、ステップ状の変化を呈し、実験結果<sup>22)</sup> に定性的によく一致している。

c) LES 法による正方形柱周りの流れ

村上ら<sup>23)</sup> は、一様流中の 2 次元正方形柱周りの流れを LES 法によって 2 次元 ( $99 \times 63$  格子点) 計算および 3 次元 ( $99 \times 63 \times 10$  格子点) 計算を行った。図-6, 7 には正方形柱周りの圧力分布および変動揚力と変動抗力のスペクトル分布を実験値<sup>24), 25)</sup> と比較して示すが、LES 法による 3 次元計算値は実験値と驚くほど一致している。

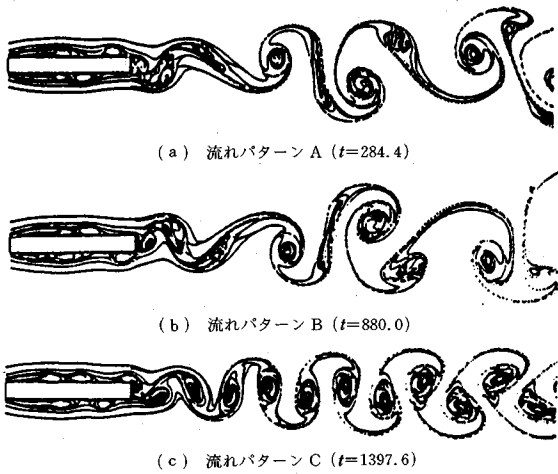


図-4 断面辺長比  $B/H=8$  矩形柱周りの流れに生じる流れパターン<sup>21)</sup> ( $Re$  数  $10^3$ )

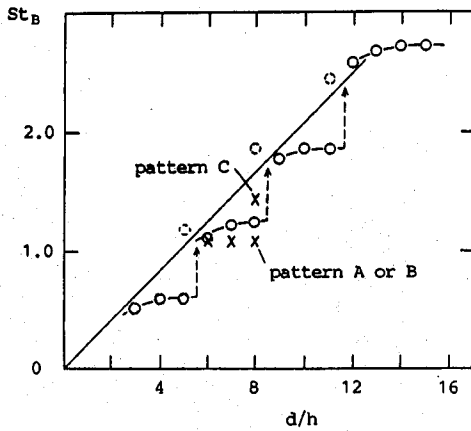


図-5 断面辺長比  $B/H=8$  矩形柱周りの流れのストローハル数  $St_B$  の計算 (○, △は寄与が低い)<sup>21)</sup> と実験値 (×)<sup>22)</sup> の比較 ( $Re$  数  $10^3$ )

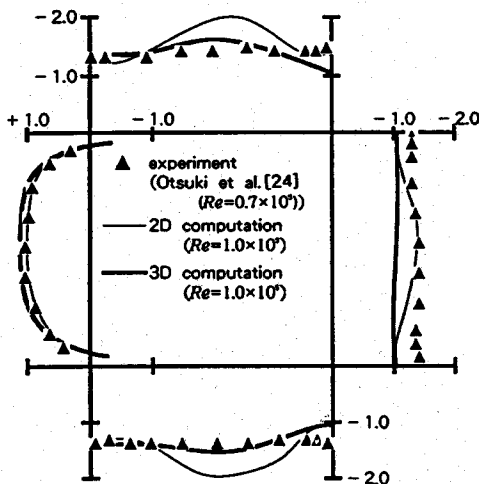
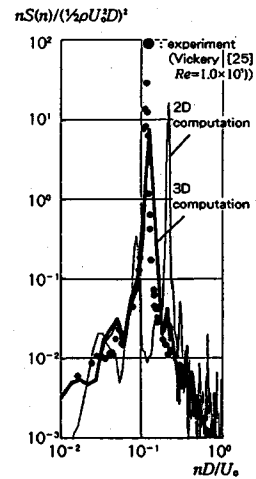
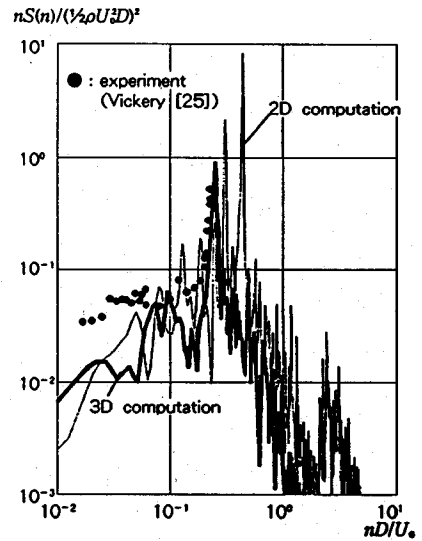


図-6 正方形周りの静圧分布の計算値 (LES)<sup>23)</sup> と実験値<sup>24)</sup> の比較 ( $Re$  数  $10^3$ )



(a) 変動揚力のスペクトル密度分布

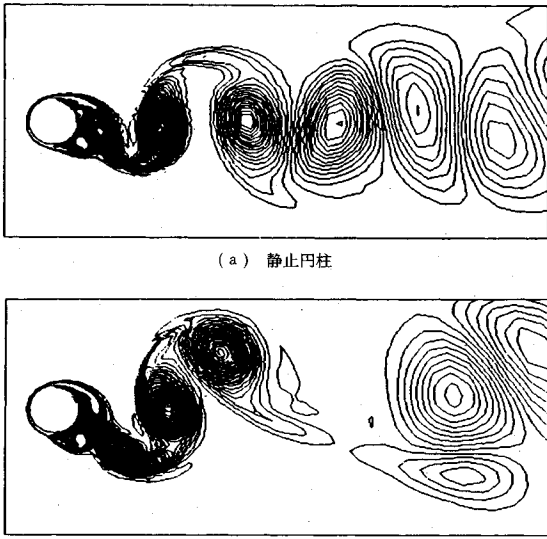


(b) 変動抗力のスペクトル密度分布

図-7 変動揚力と抗力のスペクトル密度分布の計算結果 (LES)<sup>23)</sup> と実験結果<sup>25)</sup> の比較

d) 振動円柱周りの流れ

田村ら<sup>26)</sup>は、2次元直接法で、レイノルズ数  $3 \times 10^3$ ,  $10^4$  において強制的に並進振動させた円柱および円柱を弾性的に支持し、自由振動する円柱周りの流れを移動格子<sup>5)</sup>を利用して計算した。図-8 (a)(b)には、それぞれ直径  $d$  の円柱の静止の場合と振幅  $0.2d$ , 無次元風速  $U/fcd$  ( $f_c$  加振振動数) = 3 で加振した時の流れパターンを示すが後流渦の配置は極端に相違している。そして図-8 (c)は、渦列によって励振する円柱の渦周波数  $f$  と円柱の振動数  $f_n$ , 円柱の振動振幅  $y/d$  を示すが、後流渦が円柱の振動とロックイン現象を起こし、実際に渦励振によって振動する円柱の挙動も明らかにされている。



図—8 静止円柱および強制加振円柱周りの流れ ( $Re$  数  $3 \times 10^3$ )

#### 4. 有限要素法による流れの数値シミュレーション

有限要素法は、重み付き残差法の一つであり、対象とする支配方程式が非線形の場合、ガラーキン法が用いられる。そこで、基礎式である連続の式 (1)、ナビエ・ストークスの式 (2) を空間に対して、ガラーキン有限要素法を適用して離散化する。例えば、流速1次、圧力一定の要素を用いると、有限要素方程式 (17), (18) を得る。

$$M_L \dot{u} + K_a(u)u + K_v u + K_p p = f \dots\dots\dots (17)$$

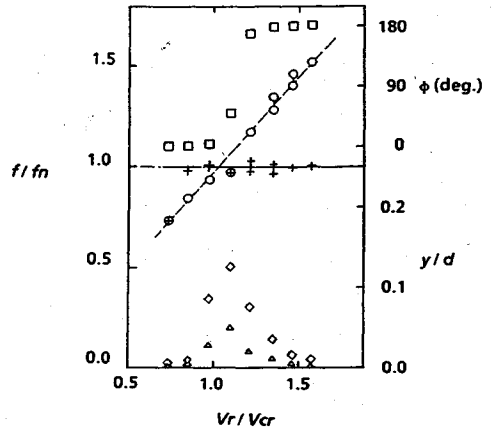
$$K_p^T u = 0 \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $M_L$  は密度に関するマトリックス (集中質量)、 $K_a(u)$  は対流項に関するマトリックス、 $K_v$  は粘性に関するマトリックス、 $K_p$  は空間の勾配に関するマトリックスであり、 $u, p, f$  はそれぞれの節点の流速、要素内圧力、および物体力と境界上での表面からなる節点力のベクトルである。有限要素解析においては、流体の運動を記述する点は節点である。有限要素法で流れを解く基礎的問題を取り扱った論文に文献 27)~30) がある。

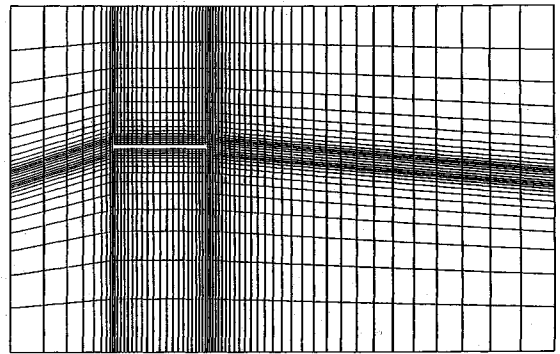
##### (1) 解析方法

有限要素運動方程式 (17) に直接時間積分公式 (ここでは陽的な BTD 法を用いた) を適用すると、時間  $t^n$  から  $t^{n+1} (= t^n + \Delta t)$  への 1 積分ステップでの流速と圧力を求める漸化関係式を次のように求めることができる。

$$(K_p^T M_L^{-1} K_p) p^n = K_p^T M_L^{-1} (f^n - K_a(u^n) u^n - K_v u^n)$$



図—8(c) 渦励振による振動円柱の応答振幅  $y/d$ 、位相  $\phi$  および振動数  $f^{(6)}$ 。 ( $2M/\rho d^2 \cdot 2\pi h = 1.89$ ,  $Re$  数  $3 \times 10^3$ ,  $\circ$ : 渦周波数,  $+$ : 円柱振動数,  $\square$ : 位相,  $\diamond$ : ピーク振幅,  $\triangle$ : フーリエ成分振幅)



図—9 上下振動するH型断面柱まわりの流れ計算のための有限要素分割メッシュ<sup>31)</sup>

$$+ K_p \frac{\bar{u}^{n+1} - \bar{u}^n}{\Delta t} \dots\dots\dots (19)$$

$$u^{n+1} = u^n + \Delta t M_L^{-1} (f^n - K_a(u^n) u^n - K_v u^n - K_p p^n) \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 $\bar{u}$  は境界上で与えられている既知流速の成分である。

##### (2) 有限要素法の実用

###### a) 並進振動する偏平H型断面柱周りの流れ

有限要素法による応用例として、野村、飯島<sup>31)</sup>による一様流中で上下方向に強制的に並進振動する偏平H型断面柱周りの流れの計算を示す。この場合、流体と物体との間の時間と共に移動する境界を取り扱わなければならないので、Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) 法<sup>5)</sup>を用いる。この場合、物体の変位に伴って周辺の流れ場の格子形状を図—9のように変形させる。時間と共に移動する節点の移動速度ベクトルを  $V$  とすると、基礎と



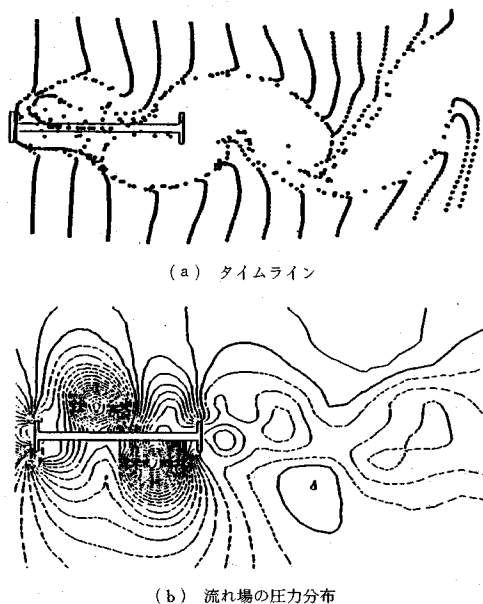
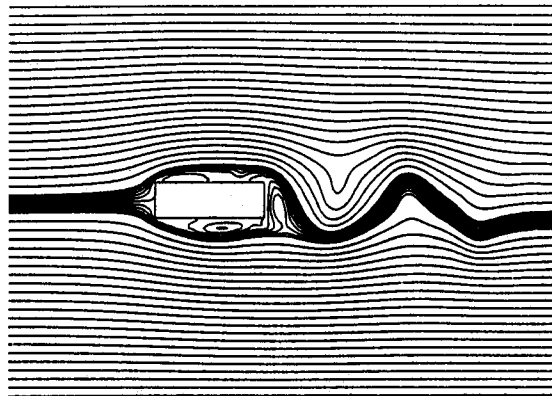


図-10 上下振動させた時のH型断面柱まわりの流れの計算結果<sup>31)</sup> ( $Re$ 数  $1.2 \times 10^3$ , 無次元振動数  $St=0.1$ , 有限要素法, 図は下死点時)

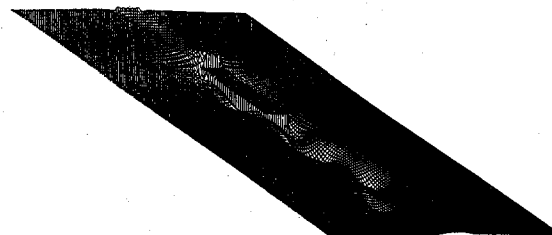
なる有限要素方程式 (17) の対流項のマトリックスを  $K_a(u-V)u$  に替えればよい。したがって式 (19), (20) 中,  $K_a(u^n)u^n$  を  $K_a(u^n-V^n)u^n$  に替え, 式中の係数マトリックスは, いずれも物体の変位に従って時間ステップ毎に更新する。具体的な応用例として, H型断面柱が一樣流速  $U$  の流れ (弦長  $l$  を基準としたレイノルズ数,  $Re=Ul/\nu=1.2 \times 10^3$ ) の中で, カルマン渦の自然発生周波数に近い無次元振動数  $St(=H/TU, T$  は渦発生周期)  $=0.1$  で, 上下方向に強制的に並進振動させた場合のH型断面柱周りの流れを, シミュレーションした結果を図-10に示す。図には, 上下振動の下死点時における (a) タイムライン (b) 流れ場の圧力分布を示すが, 前縁から剥離した渦が後縁の運動と相互干渉することによって, 後流渦が静止時と比べて大きく発達する。なお, この瞬間に作用する揚力は下向きである。

b) 流速修正法による矩形柱周りの流れ<sup>32)</sup>

志村は, 流速修正法において, 圧力のポアソン方程式を解く際の境界条件について問題にしている。特に, 流れが流出する際の境界において用いられる圧力の自由流出条件に対し, 境界においても圧力のポアソンの式を解くことを提案をしている。計算例として, レイノルズ数  $10^3$  の正方形や断面辺長比3の矩形柱周りの流れを, 線形アイソパラメトリック要素で流速・圧力ともに同次補間関数を用いて, 上記の解法を適用し, その解法の妥当性を示した。計算された (a) 流線および (b) 瞬時圧力場の鳥瞰図を図-11に示す。ここで提起された境界の取り扱いについても今後, 検討すべき重要な課題であ



(a) 流線



(b) 圧力場の鳥瞰図

図-11 断面辺長比  $B/H=3$  矩形柱周りの流れの計算結果<sup>32)</sup> ( $Re$ 数  $10^3$ , 有限要素法)

る。

c) LES法による矩形柱周りの流れ

小河・鈴木・柳沢<sup>33)</sup>は, LES法による乱流の有限要素法解析で, 流速2次, 圧力1次の三角形要素を用いて, 断面辺長比1および2矩形柱周りの流れを解き, 風洞実験の結果と比較し, 両者の良い一致を示した。

5. 離散渦点法による流れの数値シミュレーション

高レイノルズ数流れにおいては, 粘性の影響は極めて狭い領域あるいは薄い境界層のみに限定され, その他の大部分の領域では渦無し非粘性流れと見なされる。また, 渦は粘性の作用する極く限られた領域で発生し, しかも一度発生した渦は減衰はするが, なかなか消滅しない。そこで離散渦点法 (Discrete Vortex法, 渦糸近似法)<sup>34)~36)</sup>は, 剥離せん断層を多数の渦糸の集団で置き換え, 渦糸間の運動学的な相互作用で起こる渦糸の運動を追跡することによって, 剥離せん断層の時間的変化を調べようとする計算方法である。物体は等角写像<sup>37), 38)</sup>により, あるいは物体表面に特異点も分布させて表現させる方法などがある<sup>39)</sup>。具体的な応用例としては, Bluff body 背後の渦放出や, 平板, 円柱<sup>40)</sup>, 角柱周りの流れ<sup>41)~43)</sup>, さらに2円柱, 2角柱, 振動円柱<sup>44)</sup>, そして橋梁断面<sup>45)</sup>などいろいろな断面柱周りの流れが比較的簡便

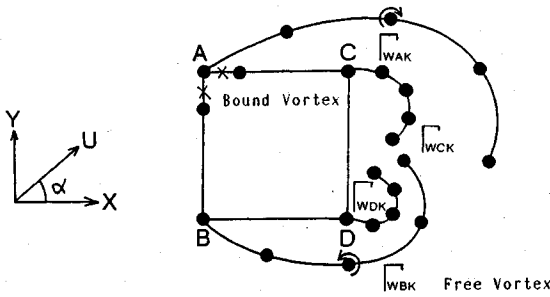


図-12 離散渦点法の概念図

に数値シミュレーションされ、空力不安定性の検討の資料を供している。

(1) 解析方法

流れの支配方程式は、連続の式から速度ポテンシャル  $\Phi$  に関するラプラス方程式、

$$\nabla^2 \Phi = 0 \dots\dots\dots (21)$$

である。物体表面での境界条件は、

$$v_n = \partial \Phi / \partial n = 0 \dots\dots\dots (22)$$

$n$  : 物体表面の法線方向座標

$v_n$  : 物体表面の外向き法線速度成分

である。

図-12に離散渦点法の概念図を示す。例として、一様流中に迎え角  $\alpha$  の物体が置かれている場合を考える。構造物の表面境界を表現する方法のうち、ここでは、ラプラス方程式 (21) 式の特解である渦点を物体表面に離散的に分布させて、物体周りポテンシャル流れを表示する。すなわち、物体は渦点  $\Gamma_j (j=1, M)$  を表面上に分布させて近似し、物体の角 A, B, C, D を剥離点として生ずる剥離せん断層を剥離渦  $\Gamma_{WA}, \Gamma_{WB}, \Gamma_{WC}, \Gamma_{WD}$  の渦点列によって近似する。速度ポテンシャル  $\Phi$  は、一様流の速度ポテンシャル  $\Phi_U$ 、束縛渦の速度ポテンシャル  $\Phi_V$ 、および後流渦を近似する渦列の速度ポテンシャル  $\Phi_W$  を重ね合わせて次のように表わされる。

$$\Phi = \Phi_U + \Phi_V + \Phi_W = U \cos \alpha \cdot X + U \sin \alpha \cdot Y - \sum_{j=1}^M \frac{\Gamma_j}{2\pi} \tan^{-1} \frac{y-y_j}{x-x_j} - \sum_{k=1}^N \frac{\Gamma_{wk}}{2\pi} \tan^{-1} \frac{y-y_{wk}}{x-x_{wk}} \dots\dots\dots (23)$$

ただし、 $\Gamma_j$  は、物体表面に分布させた束縛渦の循環、 $M$ はその数、 $\Gamma_{wk}$  は、自由渦の循環、 $N$ はその数、 $U$ は一様流、 $\alpha$ は迎え角である。自由渦の循環は既知量であるから、未知量は物体表面上に分布させた渦点の強さ(束縛渦)の循環  $\Gamma_j$ のみである。この未知量  $\Gamma_j$  は、物体表面上流れがよぎらない(物体表面の渦点間の midpoint で物体表面に垂直な方向成分の速度が0)という式(22)と流れ場全体で循環の総和がいつも一定というケルビンの定理を満足するように決定される。物体に作用する流体力は、非定常な流れに拡張されたブラジウスの公式よ

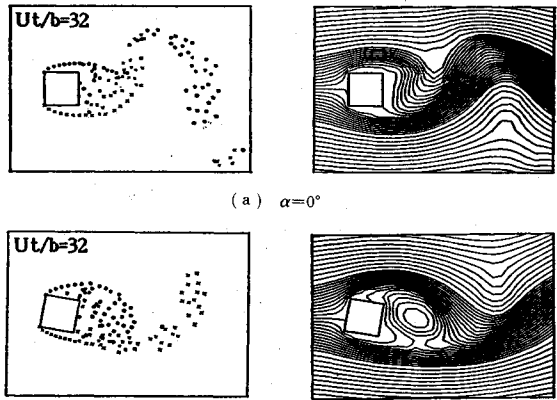
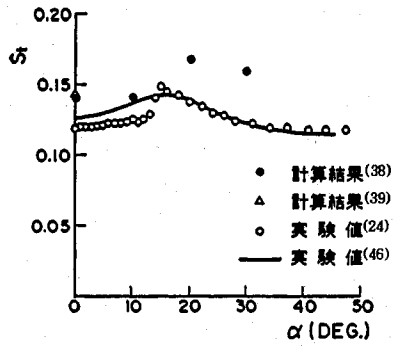
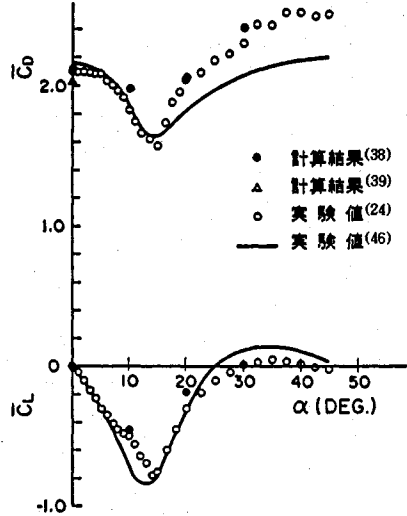


図-13 正方形柱まわりの渦点分布と流線<sup>39)</sup>(離散渦点法)



(a) ストローハル数  $St$



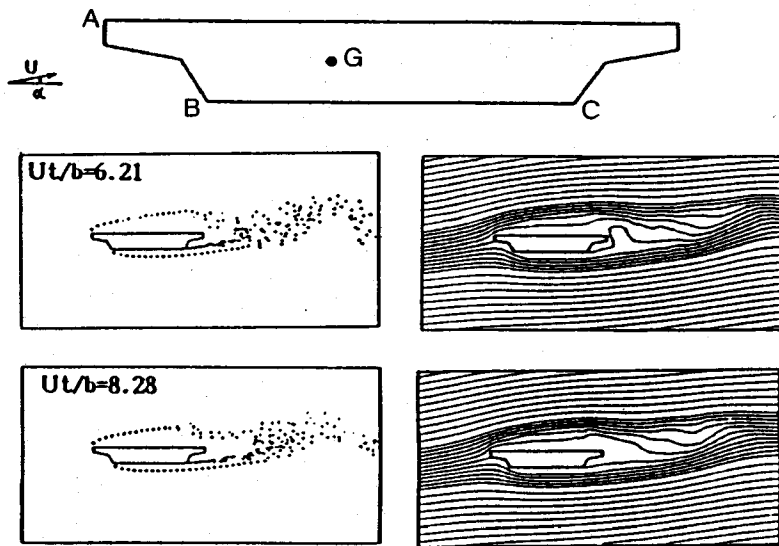
(b) 抗力係数  $\bar{C}_D$  と揚力係数  $\bar{C}_L$

図-14 離散渦点法によるストローハル数  $St$ 、抗力係数  $\bar{C}_D$ 、揚力係数  $\bar{C}_L$  の計算値<sup>38), 39)</sup>と実験値<sup>24), 46)</sup>の比較

り求められる。

(2) 離散渦点法の応用

a) 迎え角のある正方形柱周りの流れ<sup>39)</sup>



図一五 ねじれ振動する逆台形断面まわりの流れ<sup>45)</sup> [離散渦点法  
: 迎え角  $\alpha=7^\circ$ , 振動振幅  $1^\circ$ , 無次元風速  $Ur(=U/fb)$   
=1.69]

迎え角  $\alpha=0^\circ, 10^\circ$  の正方形柱周りの流れの渦点分布および流線を図一13に示す。後流に強い渦塊が放出され、後流渦が形成されている。図一14 (a) には揚力の時間変化から求めたストローハル数  $St$  値, 図 (b) に平均抗力係数  $\bar{C}_D$  と平均揚力係数  $\bar{C}_L$  の迎え角  $\alpha$  に対する変化を実験値<sup>24), 46)</sup>と比較して示す。計算値は実験値と良く一致し, 特に,  $\alpha=0^\circ$  付近で, ギャロッピング振動の発生と密接な関係のある  $\partial \bar{C}_L / \partial \alpha$  値が負となる静特性が離散渦点法によって計算されている。

b) ねじれ振動する逆台形断面柱周りの流れ<sup>45)</sup>

図一15に, 一樣流中, 迎え角  $\alpha=7^\circ$  の逆台形断面柱が振幅  $1^\circ$ , 無次元風速  $Ur(=U/fb)=1.69$  で, 図 (a) に示す G 点周りにねじれ振動する時の流れを示す。流れは点 A, B, C から剝離して, 離散渦点が後流に流出する。G 点周りのモーメント  $C_m$  も計算され, この場合は正減衰のモーメントが働いており, 空力弾性的に安定であるが,  $Ur=2.11, 2.53, 2.95$  の場合には, 計算された  $C_m$  の値は励振力を示し (負減衰), フラッタが生ずることが明らかにされている。

6. 今後の課題と展望

最近, 風工学における構造物周りの流れについては, 層流計算はもとより各種乱流モデルの適用および Large Eddy Simulation 法, Direct Simulation 法などによって流れの数値シミュレーションが活発に行われている。しかし, 風工学における構造物周りの流れはレイノルズ数が極端に大きい剝離した乱流流れであり, また断面形状が複雑であること, しかも計算される空気力の計算結

果には高い精度が要求されることなどから, 解決すべき課題が多い。なかでも, 風工学における構造物の耐風性の研究に適した乱流モデルの構築は最も重要であろう。また, 構造物は2次元で近似できても, 流れ自体の3次元性は無視できず, 必然的に超大規模計算となり, これらの技法を適用するための核となるナビエ・ストークスの式の計算方法の効率化と高精度化に対しても, 一層の研究が必要である。今後とも, 構造物の種々な耐風性の問題に対し, 数値シミュレーションの果敢な試みを期待したい。

最後に, 本稿を書くに際し, 土木学会・風工学における数値計算の応用と評価の研究小委員会の委員各位には大変お世話になった。ここに, 記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 高橋亮一: スーパーコンピュータによる計算工学, エネルギーレビュー, 第8巻12号, pp.26~27, 1988.12.
- 2) 日本流体力学会編: 流体力学ハンドブック, 丸善, 1987.
- 3) 吉澤 徹: 乱流モデル構成法, 生研講習会テキスト (数値乱流工学), pp.1~16, 1988.
- 4) Thompson, J.F.: Numerical Grid Generation, North-Holland, New York, 1985.
- 5) Hirt, C.W., Amsden, A.A. and Cook, J.L.: An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds, J. Comp. Phys., Vol.14, pp.227~253, 1974.
- 6) Peyret, R. and Taylor, T.D.: Computational Method for Fluid Flow, Springer-Verlag, 1983.
- 7) Patankar, S.V.: Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corp., 1980: 水谷幸夫・香月正司訳: コンピュータによる熱移動と流れの数値解

- 析, 森北出版, 1983.
- 8) Harlow, F.H. and Welch, J.E. : Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Phys. Fluids*, Vol.8, pp.2181~2189, 1965.
  - 9) Chorin, A.J. : Numerical solution of incompressible flow problems, *Studies in Numerical Analysis*, Vol.2, pp.64~70, 1968.
  - 10) Amsden, A.A. and Harlow, F.H. : A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations, *J. Comp. Phys*, Vol.6, pp.322~325, 1970.
  - 11) Viacelli, J.A. : A method for including arbitrary external boundaries in the MAC incompressible fluid computing technique, *J. Comp. Phys*, Vol.4, pp.543~551, 1969.
  - 12) Hirt, C.W. and Cook, J.L. : Calculating three-dimensional flows around structures and over rough terrain, *J. Comp. Phys.*, Vol.10, pp.324~330, 1972.
  - 13) Leonard, B.P. : A stable and accurate convective modeling procedure based on quadratic upstream interpolation, *Comp. Meth. Applied Mech. & Eng.*, North-Holland, Vol.19, pp.59~98, 1979.
  - 14) Leonard, B.P. : A survey of finite differences with upwinding for numerical modelling of the incompressible convective diffusion equation, *Comp. Tech. in Transient & Turbulent Flow*, Vol.2, Pineidge Press, 1981.
  - 15) Kawamura, T. and Kuwahara, K. : Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness, *AIAA paper*, 84-0340, 1984.
  - 16) DuFort, E.C. and Frankel, S.P. : Stability conditions in the numerical treatment of parabolic differential equations, *Math. Tables and Other Aids to Computation*, 7, pp.135~152, 1953.
  - 17) Lilly, D.K. : On the computational stability of numerical solutions of time-dependent non-linear geographical fluid dynamics problems, *U.S. Weather Bureau Monthly Weather Review*, 93-1, pp.11~20, 1965.
  - 18) Peaceman, D.W. and Rachford, H.H. Jr. : The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations, *J. Soc. Indust. Applied Math.*, Vol.3, No.1, pp.28~41, 1955.
  - 19) Okajima, A., Kondoh, Y. and Ueno, H. : Numerical simulation of flow and thermal fields around rectangular cylinders, *Proc. 2nd KSME-JSME Fluids Eng. Conf.*, Vol.2, pp.2-287~2-292, 1990.
  - 20) 岡島 厚・上野久儀・長久太郎・加藤和人 : 細長い長方形断面柱のストローハル数と背圧係数, *日本機械学会論文集*, B第56巻523号, pp.577~584, 1990.3.
  - 21) 小園茂平・大屋裕二・中村泰治・中山龍三 : 大きな辺長比を持つ矩形断面柱周りの流れの数値解析, *風工学シンポジウム*, 第11回, pp.197~202, 1990.
  - 22) Nakamura, Y., Ohya, Y. and Tsuruta, H. : Experiments on vortex shedding from flat plates with square leading and trailing edges, *J. Fluid Mech.*, Vol.222, pp.437~447, 1991.
  - 23) Murakami, S., Mochida, A., Hayashi, Y. and Sakamoto, S. : Numerical Study on velocity-pressure field and wind forces for bluff bodies by  $k-\epsilon$ , ASM and LES, *Proc. 8th ICWE*, 1992(to appear).
  - 24) 大築志夫・藤井邦雄・鷺津久一郎・大屋昭男 : 一樣流中におかれた2次元静止矩形柱の空力3分力特性と圧力分布について, *建造物の耐風性に関するシンポジウム論文集*, 第5回, pp.169~176, 1978.
  - 25) Vickery, B.J. : Fluctuating lift and drag on a long cylinder of square cross-section in a smooth and in a turbulent streams, *J. Fluid Mech.*, Vol.125, pp.481~494, 1966.
  - 26) Tamura, T., Tsuboi, K. and Kuwahara, K. : Numerical simulation of unsteady flow patterns around a vibrating cylinder, *AIAA-88-0128*, 1988.
  - 27) Gresho, P.M., Chan, S.T., Lee, R.L. and Upson, C.D. : A modified finite element method for solving the time-dependent, incompressible Navier-Stokes equations, Part 1, Theory, *Int. J. Num. Meth. in Fluids*, Vol.4, pp.557~598, 1984.
  - 28) 吉田 裕・野村卓史・菅野良一 : 非定常非圧縮粘性流れの有限要素方程式の解法, *土木学会論文報告集*, 第351号, pp.59~68, 1982.11.
  - 29) Kawahara, M. and Hirano, H. : Two step explicit finite element method for high Reynolds number viscous fluid flow, *土木学会論文報告集*, 第329号, pp.127~140, 1983.
  - 30) Yoshida, Y. and Nomura, T. : A transient solution method for the finite element incompressible Navier-Stokes equations, *Int. J. Num. Meth. in Fluids*, Vol.5, pp.873~890, 1985.
  - 31) 野村卓史・飯島政義 : ALE法に基づく粘性流体と構造との相関問題の有限要素解析手法, *土木学会論文集*, 第416号/I-13, pp.285~294, 1990.4.
  - 32) Shimura, M. and Kawahara, M. : Two dimensional finite element flow analysis using the velocity correction method, *Proc. JSCE*, No.398/I-10 pp.255s~263s, 1988.10.
  - 33) 小河利行・鈴木敏郎・柳沢明宏 : 有限要素法による2次元非定常流れのLarge Eddy Simulation, *建築学会構造系論文報告集*, 第374号, pp.36~44, 1987.4.
  - 34) 高見頼郎・桑原邦郎 : 物体と渦, *日本機械学会誌*, 第83巻, 739号, pp.641~649, 1980.6.
  - 35) 林 正徳・麻生 茂 : パネル法と離散渦点法を用いた剝離流の数値シミュレーション, *日本航空宇宙学会誌*, 第34巻, 390号, pp.350~355, 1986.
  - 36) Sarpkaya, T. : Computational method with vortices-the 1988 Freeman scholar lecture, *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol.111, No.3, pp.5~52, 1989.
  - 37) Sarpkaya, T. and Schoaff, R.L. : Inviscid model of two-dimensional vortex shedding by a circular cylinder, *AIAA J.*, Vol.17, No.11, pp.1193~1200, 1979.
  - 38) 永野三郎・内藤政彦・高田浩之 : うず点法による長方形周りの流れの解析, *日本機械学会論文集*, B第47巻, 413号, pp.32~43, 1981.1.
  - 39) 坂田 弘・足立武司・稲室隆二 : うず放出モデルを用いたはく離を伴う非定常流れの一解法(第1報, 単独正方形柱周りの流れ), *日本機械学会論文集*, B第49巻, 440号, pp.801~808, 1983.
  - 40) 稲室隆二・足立武司 : うず放出モデルを用いたはく離を伴う非定常流れの一解法(第2報, 単独円柱周りの流れ), *日本機械学会論文集*, B第52巻, 476号, pp.1600~1607, 1986.4.
  - 41) Sarpkaya, T. and Ihrig, C.J. : Impulsively Started Steady

- Flow about Rectangular Prism : Experiments and Discrete Vortex Analysis, Trans. ASME, Ser. I, J. Fluids Eng., Vol.108, pp.47~54, 1986.
- 42) Stansby, P.K. : A generalized discrete vortex method for sharp edged cylinders : AIAA J., Vol.23, No.6, pp.856~861, 1985.
- 43) Stansby, P.K. and Dixon, A.G. : The importance of secondary shedding in two-dimensional wake formation at very high Reynolds numbers, Aero. Quart., Vol.33, pp.105~123, 1982.5.
- 44) 河井宏允：円柱の渦励振機構について—離散渦法による数値シミュレーション，風工学シンポジウム，第11回，pp.179~184，1990.
- 45) 稲室隆二・足立武司：風工学における流れの数値シミュレーション，日本風工学会誌，第28号，pp.29~44，1986.
- 46) Lee, B.E. : The effect of turbulence on the surface pressure field of a square prism, J. Fluid Mech., Vol.69, part 2, p.263~282, 1975.

(1992.2.10 受付)