

1方向不規則波の波高分布に及ぼす非線形干渉の影響について

安田孝志*・伊藤一教**・森 信人***

非回転流体場での任意スペクトルを持つ不規則波の高精度の長時間伝播計算数値結果を基に、これまで未解明であった共鳴を伴うような高次の非線形干渉の波高分布に及ぼす影響についての検討を行い、波高分布が伝播の過程で大きく変動し、高波高の出現度数が Rayleigh 分布によるものを大きく上回るようになることを示している。さらに、波高分布を Weibull 分布で表し、その母数が GF だけでなくスペクトルバンド幅にも依存することを見出し、これを基にした推算式を導いている。

Keywords: nonlinear interactions, wave height distribution, irregular waves

1. 結 言

大水深海域においては、水深が波高の上限とはならないため、設計波高の算定には高波浪時の波高分布や最高波高に関する正確な情報が必要となる。これまでは、一般にゼロクロス法で定義した波高は Rayleigh 分布に従うとの仮定の下に設計波の算定が行われて来た。Rayleigh 分布自体は線形狭帯域スペクトルの条件の下で適用されるべきものであるが、広範な海象下のゼロクロス波高の確率分布と良く適合することは確かである。

しかしながら、その一方で、暴風波浪の高波の発生確率が Rayleigh 分布によって過大評価されることが指摘され、より一般的な Weibull 分布等による表示法が提案されている¹⁾。Rayleigh 分布が高波浪に対して過大評価になるという指摘は、設計外力の合理的算定の立場からなされているが、最近注目を集めるようになった freak wave²⁾の存在は、Rayleigh 分布が最高波高 H_{max} に対しては逆に過小評価となり、構造物の安全性に対して危険となることを示している。また、間瀬ら³⁾や関本ら⁴⁾は、実測結果に基づく検討によって、波高分布が波群や非線形性に依存していることを明らかにしている。これらの結果は、データの蓄積の少ない大水深海域での設計波の算定においては、安易に Rayleigh 分布を仮定することは安全性だけでなく経済的観点からも問題であり、このような海域では波群や非線形干渉の影響を含めた波高分布や最高波高に対する再検討が必要なことを示している。

Tayfun⁵⁾は不規則波の包絡波形の理論を展開し、包絡波形振幅と波高との関係を基に波高分布に及ぼすス

ペクトルのバンド幅や2次の非線形干渉の影響を解析的に調べ、スペクトルのバンド幅が広がるに従って Rayleigh 分布からずれるが、2次の非線形干渉では峰高に変化はあっても波高にはほとんど影響が顕れないため、波高分布は2次干渉の影響を受けないことを明らかにしている。Longuet-Higgins⁷⁾もバンド幅や2次の非線形干渉の影響について検討し、これらの影響に関係なく波高は Rayleigh 分布に従うことを示している。これらの検討は限られた条件下で解析的になされていることもあり、その結論は一般性を欠いていた。

これらに対し、所定の統計的性質を持つ不規則波形を数値シミュレーションによって生成し、波高分布に対するスペクトル形状の影響を調べる検討が合田⁸⁾によってなされ、Rayleigh 分布は高波でやや過大、低波でやや過小評価となることが示されている。また、安田ら⁹⁾によって、種々のスペクトルバンド幅を持つ非線形波列の伝播シミュレーションが行われ、共鳴を伴う非線形干渉と波群現象とが密接に関わっており、波群化によって最高波高が著しく増大することが示されている。特に、伝播過程での波群の盛衰に応じて最高波高などの統計量も変動するという計算結果は、深海での設計波の推算においてはこうした波浪変形に対する評価が必要となることを示すものとして重要であろう。このように、数値シミュレーションに基づく研究によって、3次以上の非線形干渉の不規則波列に及ぼす影響の一端が明らかにされたが、波高分布に及ぼす影響についてはほとんど未解明のままである。これは、任意のバンド幅を持つ不規則波列の波高分布の計算においては、エネルギー方程式ではなく、例えば Zakharov 方程式のような波形の時間発展を直接記述する方程式を解く必要があるためである。しかし、これを任意のスペクトルバンドを持つ不規則波に対して実際に解き、その長時間発展の計算を行うのは、現時点の計算機の能力では不可能に近い。このため、実際

* 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科 (〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

** 正会員 工修 大成建設株式会社 技術研究所

*** 学生会員 岐阜大学大学院工学研究科

には狭帯域仮定の下で Zakharov 方程式が解かれ、有限モード場での3次の共鳴干渉による不安定問題に関する検討がなされているに留まっている^{10),11)}。

以上述べたように、波高分布に対する共鳴干渉を伴うような高次の非線形干渉の影響については、それを定量的に評価する手法に制約があり、これまでほとんど検討されていない。このため、こうした非線形干渉の影響が無視できない場合にどのような変化が生じるのか、また用いるべき波高分布関数は何であるのかが不明のままである。そこで本研究では、Dommermuth & Yue の手法¹²⁾を基に非回転流体場での基礎方程式を高速かつ高精度で解くスキームを開発し、これによって任意のスペクトルを持つ1方向非線形不規則波の伝播問題を解き、その波形データを基に波高分布や代表波高などに及ぼす非線形干渉の影響を明らかにしようとするものである。

2. 不規則波の伝播シミュレーション

(1) 支配方程式とその解法

非圧縮非回転波動に対する自由表面での境界条件は、波形 $\eta(x, t)$ および水面での速度ポテンシャル $\phi^s(x, t)$ に関する発展方程式に容易に書き換えられ、鉛直2次元の場合について示せば次のようになる。

$$\partial_t \eta = -\partial_x \phi^s \partial_x \eta + [1 + (\partial_x \eta)^2] \phi_z \dots\dots\dots (1)$$

$$\partial_t \phi^s = -g\eta - \frac{(\partial_x \phi^s)^2}{2} + \frac{[1 + (\partial_x \eta)^2] \phi_z^2}{2} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 ∂_t および ∂_x は t および x に関する偏微分記号、 g は重力加速度、 x は水平座標、 z は平均水面を原点とする上向き鉛直座標、 t は時間である。

η および ϕ^s を連続式および底面での境界条件を満たすようにフーリエ積分表示し、式(1)および(2)をフーリエ振幅に関する方程式に書き換えれば、いわゆるモード方程式となる。ただし、現在の計算機の能力では、任意のスペクトルを持つ不規則波に対し、式(1)および(2)をモード方程式として実際に解くことは2次干渉が限度であり、3次干渉を正しく評価した計算は難しい。そこで、Dommermuth & Yue¹²⁾にならい、式(1)および(2)を η および ϕ^s に関して直接解き、 J 個のフーリエモードから成る波動場において M 次までの非線形干渉を考慮した場合の ϕ_z を、連続式および底面での境界条件を満たすように次式で与える。

$$\phi_z = \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^{M-m} \frac{\eta^n}{n!} \sum_{j=1}^J \phi_j^{(m)}(t) \partial_x^{n+1} \phi_j(x, 0) \dots\dots\dots (3)$$

$$\phi_j(x, z) = \frac{\cosh k_j(z+h) e^{ik_j x}}{\cosh k_j h} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\phi_j^{(m)}(t)$ は、

$$\sum_{j=1}^J \phi_j^{(1)} \phi_j(x, 0) = \phi^s \dots\dots\dots (5)$$

$$\sum_{j=1}^J \phi_j^{(m)} \phi_j = - \sum_{n=1}^{m-1} \frac{\eta^n}{n!} \partial_x^n \left[\sum_{j=1}^J \phi_j^{(m-n)}(t) \phi(x, 0) \right] \\ m=2, 3, \dots, M \dots\dots\dots (6)$$

を逐次解くことによって η および ϕ^s の関数として扱うことができる。

この手法では式(1)および(2)がそのまま解かれ、摂動展開による近似は ϕ_z に対してのみなされ、他の項は厳密である。このため、 $M=3$ の解は Stokes 波流の展開における3次近似以上の精度を有することになる。したがって、 ϕ_z が厳密となるに十分な M および J の値が与えられた解は流体力学的にほぼ厳密であると考えられる。ただし、 ϕ_z のみに近似を行うということは、オーダー上の不整合と見られることも出来るため、この手法では ϕ_z の近似による誤差がほぼ無視でき、かつ計算時間が極力短縮化されるよう、最適な M および J を選ぶ必要がある。これによって、数値解は厳密解に近い精度を有することになる。このため、数値解の精度評価のために行う定常周期波の時間発展計算に対しては、Stokes 波の厳密解を用いて初期波を与える。ただし、不規則波に対しては、厳密解が存在しないため、線形近似の下で所定の初期統計量 $k_p a$ 、 $k_p h$ および m (ここで、 k_p は波数スペクトルのピーク波数、 h は水深、 a は $H_{1/3}$ の半波高に等しい振幅、 m はスペクトルのバンド幅を決定する形状パラメーター) に従う次式の Wallops 型スペクトルを持つ初期波を与える。

$$S(f) = \alpha H_{1/3}^2 f_p^{-1} (f/f_p)^{-m} \exp[-0.25m(f/f_p)^{-4}] \dots (7)$$

ここに、 α は $H_{1/3} = 4.004 \left[\int_{-\infty}^{\infty} S(f) df \right]^{1/2}$ を満たす定数であり、周波数 f と波数 k の関係は線形分散関数 $2\pi = (gk \tanh kh)^{1/2}$ によって与えられる。これより、初期波形 $\eta(x, 0)$ は、上述の線形分散関数によって式(7)を波数軸上のスペクトル $S(k)$ に変換し、そのスペクトルから

$$\eta(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2S(k_n) 2\pi/L_0} \sin(k_n x + \epsilon_n) \dots\dots\dots (8)$$

によって与えられ、 ϕ^s はその線形変換によって求められる。ここで、 L_0 は波動場の全長を決める観測長、 ϵ_n は $0 \sim 2\pi$ の値を取る一様乱数である。

初期波からの η および ϕ^s の時間発展の計算は実空間上で4次の Runge-Kutta-Gill 法によって行われ、非線形干渉の影響が取り込まれる。このときの式(1)および(2)の右辺の導関数については波数空間上で計算する一方、すべての非線形項の計算については実空間上で aliasing 誤差を除去しつつ所定の M 次のオーダーまで取り込んで計算する。以上の計算をスーパーコンピュータによって高速で実行するため、プログラムのベクトル化を徹底した。これによって、任意のスペクトルを持つ非線形不規則波の長時間発展の計算が可能となってい

Table 1 Accuracy of the numerical solutions for the steady periodic waves (the Stokes waves)

ka	kh	M	J	t/T _p	ε ₁ × 10 ²	ε ₂ × 10 ³
0.17	1	3	16	100	0.043	1.33
0.17	1	4	16	100	0.037	0.85
0.20	∞	3	16	100	0.042	0.72
0.20	∞	3	32	100	0.042	0.72
0.20	∞	4	16	100	0.042	0.70
0.30	∞	3	16	100	0.305	5.72

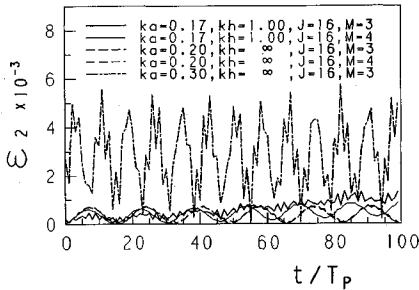


Fig.1 Time evolutions of the error criterion ε₂ of the numerical solutions for the energy conservation law

る。

(2) 数値解の精度および計算条件

数値解は周期境界条件下での空間波形を与えるため、実験で得られる実測時間波形との比較による精度検証はできない。そこで、厳密解 η_e が得られている定常周期波 (Stokes 波) の計算を行い、その時間発展波形の数値解 η_n と η_e を比較し、数値解の精度について検討する。具体的には、η_n の η_e に対する伝播過程での最大誤差 ε₁ = max|1 - η_n/η_e| により精度評価を行う。これは、波形だけではなく、位相速度も含めた評価となっている。さらに、初期波の全エネルギー E(0) に対する誤差 ε₂ = |1 - E(t)/E(0)| によってエネルギー保存則に対する精度についても検討する。

Table 1 は 100 周期までの時間進ませたときの ε₁, ε₂ の最大値を示す。実空間波形の直接的精度指標となる ε₁ については、M, J の値の変化による精度の改善は余り見られない。一方、エネルギー保存則に対する誤差指標である ε₂ は、M の値の増加に伴って減少するが、J の値には余り影響されることがわかる。また、Fig.1 は、Table 1 に示した各ケースの J=16 の場合について伝播に伴う ε₂ の時間変化を示したものである。これから、ε₂ は伝播の過程で単調に増大するのではなく、周期的に変動を繰り返していることがわかる。この変動は ka, kh, M および J の値にはほとんど依っていないことから、ここで用いる上述の計算法によって長時間発展の安定した計算が可能となると判断される。したがって、M の値を 3 とすれば、定常周期波に関する限り、ほぼ厳密解に近い精度が期待できる。しかし、共鳴干渉を伴う非定常問題に対しても M の値が 3 で十分かについては必

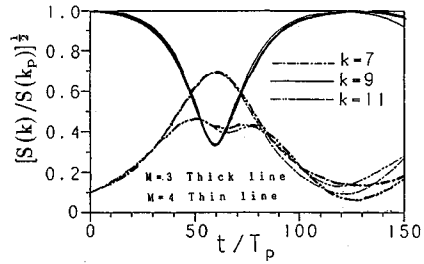


Fig.2 Time evolutions for the peak and its side band mode modulations and the influence of the order M on the evolution

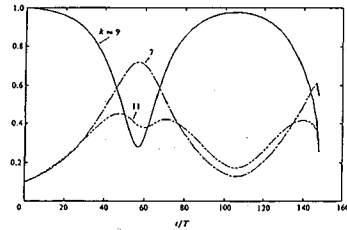


Fig.3 Time evolutions of the mode modulations computed by Dommermuth & Yue¹²⁾ under the same condition with the computation shown in Fig.2

ずしも明らかでない。

そこで、深海域における非線形波動の特徴的な現象の 1 つであり、3 次の共鳴干渉による変調不安定、いわゆる Benjamin-Feir の不安定に関して M の値の影響について検討する。このため、初期波として、Dommermuth & Yue¹²⁾ と同様、

$$k_0 \eta(x, 0) = 0.13 \cos 9k_0 x + 0.013 [\cos(7k_0 x - \pi/4) + \cos(11k_0 x - \pi/4)] \dots \dots \dots (9)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{k_0^3/g} \phi^s(x, 0) = & (0.13/3) e^{9i\eta} \sin 9k_0 x \\ & + (0.013/\sqrt{7}) e^{7i\eta} (7k_0 x - \pi/4) \\ & + (0.013/\sqrt{11}) e^{11i\eta} (11k_0 x - \pi/4) \\ & \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

で表わされるような側帯波成分を持つ単色波を与える。ここで、k₀ = 2π/L₀ であり、L₀ は上述したようにこのときの波列の全長である。

Fig.2 は M=3 および 4, J=64 とした場合のフーリエ振幅の変調の様子を示し、伝播の過程でピークモードと側帯波モードの間でエネルギー授受が行われ、再び元の状態に戻って行くのがわかる。Fig.3 は Dommermuth & Yue¹²⁾ が M=4, J=64 で行った計算結果を比較のために示したものである。いずれも平滑化のためのフィルターは使用していないが、後者では t/T=140 付近で数値解が不安定になっているのに対し、前者では安定な解が得られている。このことから著者らの計算では Dommermuth & Yue のものに比べてさらに高精度なものになっていることがわかる。また、M=3 と 4 の間で

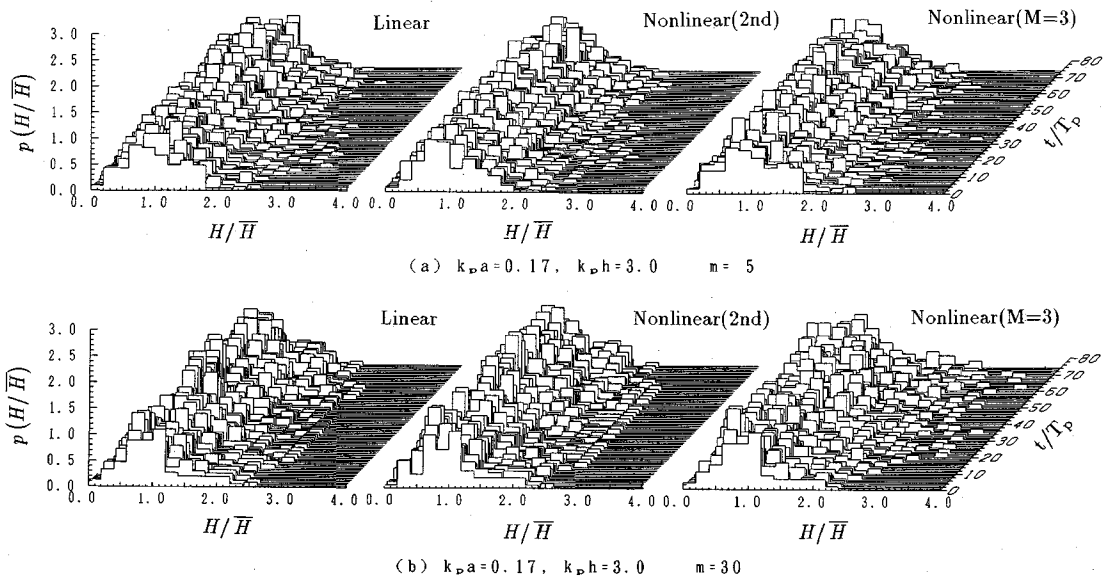


Fig.4 Time evolutions of the wave height distribution in the propagation process of the simulated waves

は若干の違いは見られるが、その差は無視できる程度であり、 $M=3$ とすれば変調不安定についても十分な精度で計算できると判断される。

以上の結果は、任意のバンド幅を持つ不規則波に対する精度を直接保証するものではない。しかし、ここで用いる手法によって流体力学の基礎方程式が厳密に近い精度で解かれていることは確かである。それ故、不規則波に対しても同程度の精度が期待できるとし、非砕波の下での ϵ_2 の上限を 0.05 と設定して計算を行った。このとき、 $64 L_p$ (L_p はスペクトルのピークモードの波長) の長さの波列に対して $M=3$ および $J=512$ としたが、aliasing 誤差の除去のみでここで計算する全ケースに対して ϵ_2 を 0.05 以下とすることができた。なお、このときの 1 ケース当たりの計算時間は VP-200 で約 20 分であった。シミュレーションの対象とした初期波の条件としては、前述の $k_p h$ の値を 1.04, 1.35, 1.72, 2.35, 3.0, $k_p a$ の値を 0.02, 0.04, 0.08, 0.17, m の値を 5, 10, 15, 30 と変化させた 34 ケースとした。

3. 波高分布に対する非線形干渉の影響

(1) 伝播に伴う波高分布の変化

伝播の過程が完全に不規則であれば、統計的一様性を仮定した扱いが可能となり、1 地点で観測された不規則波形を対象とした波高分布の理論は十分に普遍性を持ちうる。しかしながら、十分に発達した風波やうねりに対しては、風などの偶然外力に代わって非線形干渉などの影響が相対的に強く顕れるようになり、統計的一様性の仮定が必ずしも成り立たなくなる。ただし、その影響が実際にどの程度のものであるかはほとんど未解明のまま

である。このため、上述の初期条件に従う不規則波の時間発展を式 (1) および (2) によって解き、その過程での波高分布の変化について調べ、それに及ぼす非線形干渉の影響を明らかにしたい。

Fig.4 は、上述の手法で計算した初期統計量が $k_p h=3.0$, $k_p a=0.17$, $m=5$ および 30 の非線形波 (Nonlinear ($M=3$)) と表示) の伝播過程でのゼロダウン波高の度数分布の変化を、線形波 (Linear と表示) および 2 次の非線形波 (Nonlinear(2nd) と表示) として伝播させた場合の結果と比較したものである。ここで、2 次の非線形波は、式 (1) および (2) における η , ϕ^s および ϕ_2 を ka のベキ級数展開し、その 2 次のオーダーで揃えた近似解によるものであり、第 2 次近似の Stokes 波に相当したものとと言える。このときの波列に含まれるゼロダウン波の個数は 80 程度ということもあり、線形波動場においてもフーリエモード間の線形干渉によって波高分布は伝播の過程で細かく変動していることがわかるが、これについては統計的変動と見なすべきであろう。また、2 次の非線形波のものも、 m の値に関係なく線形波のものと同様に変動しており、これからも 2 次の非線形干渉が波高分布に何ら影響を及ぼさないことがわかる。これに対し、共鳴干渉によるフーリエモード自体の変調が加わる $M=3$ の場合について見ると、高波高域における一時的な分布の突出を除けば、 $m=5$ では線形の場合とほぼ同様な変動となっている。しかし、 $m=30$ では高波高の度数が増大し、3 次以上の非線形干渉の影響が高波高域において明瞭に顕れるようになる。このような 2 次と 3 次以上の非線形干渉による際立った差異は、このときの $k_p a$ の値が 0.17 であることから考えて

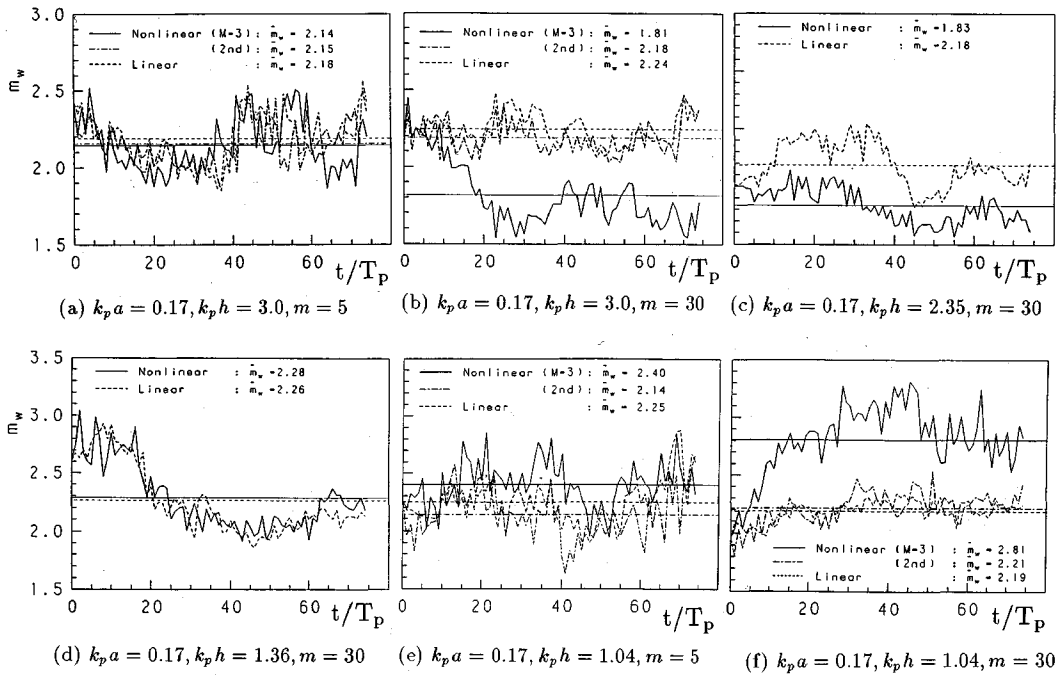


Fig.5 Time evolutions of the Weibull modulus m_w in the propagation process and nonlinear effects on them

も明らかに共鳴干渉の有無によるものであり、共鳴を伴う非線形干渉の波高分布に対する影響を示している。

(2) Weibull 母数の変化

波高分布の変動をより定量的に評価するため、刻々の波高分布を次式の Weibull 分布で近似し、その母数 m_w の決定を最尤法によって行い、その変動を調べることとする。

$$p_1(x) = (m_w/\xi)x^{m_w-1}\exp(-x^{m_w}/\xi) \dots \dots \dots (11)$$

ここに、 $\xi = [\Gamma(1+1/m_w)]^{-m_w} x = H/\bar{H}$ であり、 Γ はガンマ関数および \bar{H} は平均波高である。

Fig.5 は、初期統計量が $k_p a = 0.17$, $k_p h = 3.0, 1.72, 1.36, 1.04$, $m = 5$ および 30 の場合について、その結果を線形波のものと併せて示したものである。なお、 $k_p h = 3.0$ および 1.04 の場合については、上述の 2 次の非線形波のものも比較のために示してある。図中の横軸に平行な各直線はそれぞれの m_w の伝播過程での平均値 \bar{m}_w を示したものである。これから、Weibull 母数 m_w の値で見ても、初期統計量 ($k_p h, m$) の値に関係なく線形波の波高分布が伝播の過程で大きく変動していることがわかる。したがって、この程度の波高分布の変動は、非線形干渉の有無に関係なく起こり得るとの認識が必要であろう。また、 $k_p h = 3.0$ および 1.04 の場合に示した 2 次の非線形波のものもこれとほぼ同じ変動をしており、波高分布は 2 次干渉に何ら依っていないことが再確認できる。このため、以下では、非線形干渉と言った場合、3 次以上の非線形干渉を意味するものとする。

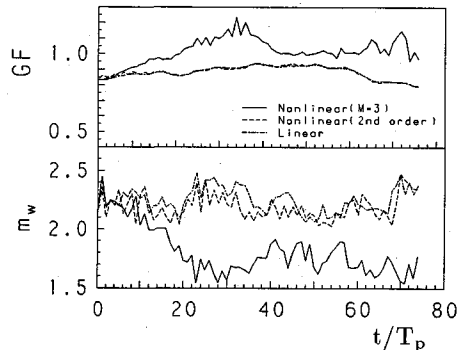


Fig.6 Relation of the time evolutions of the Weibull modulus to those of GF ($k_p a = 0.17, k_p h = 3.0, m = 30$)

ついで、 m_w の変動に及ぼす非線形干渉の影響について見ると、 $m = 5$ の場合ではその影響は何ら認められないが、狭帯化とともに非線形干渉の影響が顕れるようになり、 $m = 30$ まで狭帯化が進むと極めて顕著となって来る事がわかる。ただし、その影響は $k_p h$ に大きく依存し、 $m = 30$ のような狭帯スペクトルの場合であっても浅水化とともに非線形干渉の影響は弱くなり、 $k_p h$ の値が 1.36 では非線形干渉の影響はほとんど顕れなくなる。しかし、 $k_p h = 1.04$ まで浅水化が進むと再び非線形干渉の影響が顕れるようになる。ただし、この場合の非線形干渉の影響は、 $k_p h > 1.36$ の場合とは逆に m_w の値を線形波のものよりも増大させる方向に顕れ、 $k_p h = 1.36$ 付近を境にして非線形干渉の波高分布に及ぼす影響が逆転することがわかる。これは、不規則波に対して

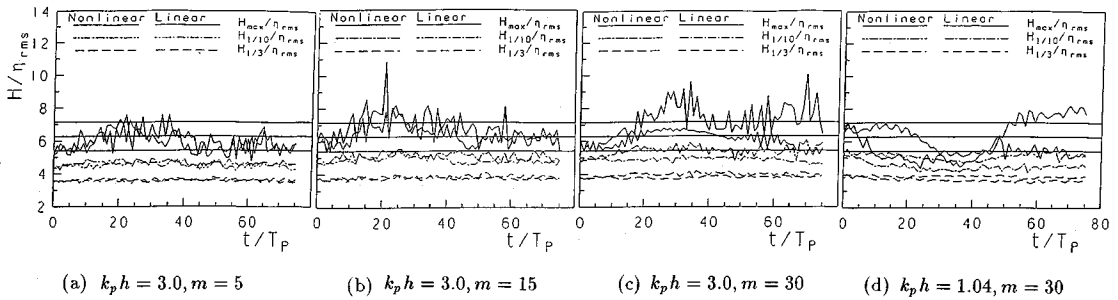


Fig.7 Time evolutions of representative wave heights in the propagation process of the simulated waves ($k_p a = 0.17$)

もそのピーク波数 k_p を用いれば, Stokes 波の変調不安定の臨界点 $kh = 1.36$ に基づく $k_p h = 1.36$ がそのまま意味を持つことを示しているようで興味深い. ただし, 任意のバンド幅を持つ不規則波に対して $k_p h = 1.36$ が臨界点となる理由は不明であり, 今後の検討課題である. また, 非線形干渉によって m_w の平均値 $\overline{m_w}$ からのずれも増大するため, $k_p h = 3.0, m = 30$ の場合では, 短時間ではあるが m_w の値が 1.6 以下まで低下し, Rayleigh 分布に比べて高波高の発生度数が大幅に増大する.

以上示したように, 波高分布は伝播の過程でかなり大きく変動し, $k_p h \geq 2.35$ となるような大水深海域において狭帯化が進むと統計的変動に非線形干渉の影響が加わり, Rayleigh 分布から大きく外れることもあり得るため, 設計波の算定に当たっては注意が必要となる.

(3) 波群との関係

前述したような波高分布の変動は, 不規則波列を構成しているフーリエモード間の線形および非線形干渉の結果として顕れる波列の変動によると考えられる. そこで, まず, このような波列の形状 (波群) を表す指標として GF (Groupiness Factor)¹³⁾ を用いることにし, 空間波形に対して次式のように定義する.

$$GF = \left\{ \int_0^{L_0} [Y(x) - \bar{Y}]^2 dx \right\}^{1/2} / \bar{Y} L^{1/2} \dots \dots \dots (12)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} Y(x) &= k_p \int_0^\infty \eta^2(\tau+x) Q(\tau) d\tau \\ Q(\tau) &= \begin{cases} 1 - |\tau| k_p & : |\tau| < 1/k_p \\ 0 & : |\tau| \geq 1/k_p \end{cases} \dots \dots \dots (13) \\ \bar{Y} &= \int_0^\infty S(k) dk \end{aligned} \right\}$$

Fig.6 は, m_w の変動に対する非線形干渉の影響が顕著に顕れる $k_p a = 0.17, k_p h = 3.0, m = 30$ の場合について m_w と GF の変動を線形および非線形波それぞれに対して比較したものである. なお, 比較のために前述の 2 次の非線形波の結果も示しているが, その結果は線形波のものとはほとんど変わらず, 2 次干渉が波群特性にも何ら影響を及ぼさないことがわかる. ついで, 線形波につ

いて見ると, GF の変動は m_w のそれに比べてはるかに緩やかであり, 線形波では波高分布は波群の発達とは無関係に変動していることがわかる. これに対し, 非線形干渉を考慮した場合には GF の変動も活発であり, GF の増大と m_w の減少とがほぼ一義的に対応しており, 非線形干渉による波群の発達は波高分布の変動と密接に関係していることが認められる. すなわち, 共鳴を伴う非線形干渉によって波列に顕著な波群が生じ, この波群の変動に伴って波高分布も変化するということである.

(4) 代表波高の変動

非線形干渉が波高分布およびその変動に大きな影響を及ぼすことを明らかにして来たが, ここではそうした波高分布への影響を代表波高に関して明らかにしたい.

Fig.7 は, 代表波高として $H_{1/3}, H_{1/10}$ および H_{max} に着目し, これらを初期波の η_{rms} によって無次元化した H/η_{rms} の伝播過程での変動を線形波のものと比較したものである. 図中の 3 本の横線は, 波高が Rayleigh 分布に従うとして導かれる H_{max}/η_{rms} の期待値 $E = (2 \log N)^{1/2} + 0.5772(2 \log N)^{1/2}$ とこれに対する標準偏差 $\sigma = \pi / (3 \log N)^{1/2}$ の範囲を示したものであり, 上から順に $E + \sigma, E$ および $E - \sigma$ となる. ここで, N は波列に含まれるゼロダウン波の個数. このときの波高が Rayleigh 分布に従うなら, H_{max}/η_{rms} は E の周りを変動し, $H^{1/3}/\eta_{rms}$ は一定値 4.004 となるはずである. しかし, すでに Fig.5 に示したように m_w の値は Rayleigh 分布の場合の 2 とは必ずしも一致していないため, そうはなっていない. ただし, $H_{1/3}/\eta_{rms}$ の値こそ 4.004 ではないが, $k_p h, k_p a, m$ の値, 非線形干渉の有無に関係なく伝播の過程ではほぼ一定値を保っている. また, H_{max}/η_{rms} について見ると, $m = 5$ では線形・非線形の差異は小さく, その値は E の周りを激しく伝播の過程で変動しているが, その範囲はほぼ $E \pm \sigma$ に収まっているのが分かる. しかし, $m = 15$ および 30 では線形波の変動が依然 $E \pm \sigma$ の範囲に収まっているのに対し, 非線形干渉を考慮したものは $E + \sigma$ から大きく外れるようになり, 特に非線形干渉の影響が強顕れてくる $m = 30$ ではその傾向が顕著となる. ただし, $k_p h = 1.04$ では線

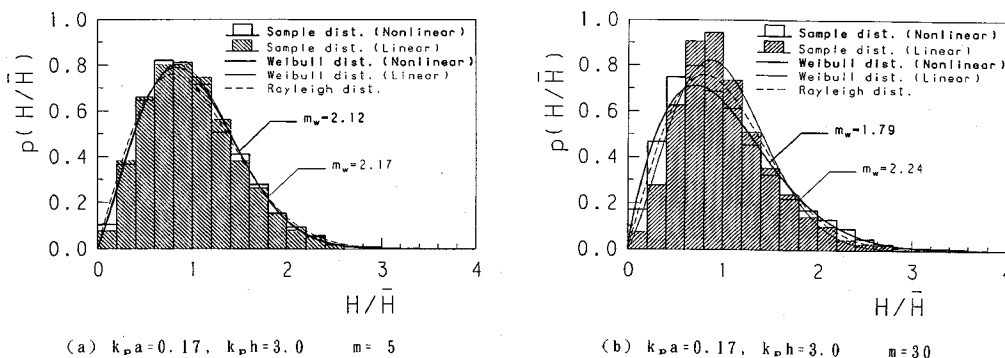


Fig.8 Wave height distributions averaged over the whole propagation process and nonlinear effects on them

Table 2 Averaged values \bar{m}_w and the coefficients of variations C.V. [m_w] of the Weibull modulus m_w for the simulated waves under various initial wave statistics ($k_p a$, $k_p h$, m)

m	$k_p a = 0.17$					$k_p a = 0.08$		
	$k_p h$					$k_p h$		
	1.04	1.36	1.72	2.35	3.00	1.04	1.72	3.00
5	2.37(2.33) 0.08(0.08)	2.16(2.09) 0.06(0.07)	2.09(2.10) 0.07(0.08)	2.27(2.27) 0.06(0.08)	2.15(2.19) 0.08(0.07)	2.14(2.09) 0.07(0.07)	2.10(2.10) 0.07(0.08)	2.11(2.19) 0.07(0.07)
10	2.50(2.25) 0.07(0.06)	2.27(2.25) 0.05(0.07)	2.14(2.21) 0.08(0.07)	2.07(2.24) 0.07(0.06)	2.04(2.25) 0.06(0.06)	2.31(2.25) 0.07(0.06)	2.20(2.21) 0.08(0.07)	2.21(2.25) 0.06(0.06)
15	2.40(2.05) 0.10(0.07)	2.22(2.27) 0.08(0.09)	2.15(2.31) 0.09(0.08)	2.08(2.20) 0.07(0.09)	1.92(2.08) 0.07(0.08)	2.12(2.05) 0.07(0.07)	1.98(2.02) 0.07(0.08)	1.97(2.08) 0.07(0.08)
30	2.62(2.10) 0.11(0.08)	2.29(2.26) 0.12(0.13)	2.21(2.33) 0.07(0.06)	1.84(2.19) 0.08(0.09)	1.82(2.25) 0.11(0.05)	2.26(2.10) 0.09(0.08)	1.98(2.01) 0.06(0.07)	1.93(2.06) 0.05(0.07)

形波のものも $E \pm \sigma$ の範囲を超えるようになるのに対して、非線形波のものは線形波のものだけでなく $E - \sigma$ をも下回るようになる。これは、先に示した $k_p h = 1.04$ での Weibull 母数の変動と対応するものであり、非線形干渉が深水域と浅水域とで H_{max}/η_{rms} に対して相反した影響を及ぼすことを示している。

以上の結果は、共鳴を伴うような非線形干渉は最高波高の値と密接に関わっており、Rayleigh 分布の下で η_{rms} や $H_{1/3}$ 等の代表波高から非線形性の顕著なうねりの H_{max} を推定すると、深海域においては過小評価、逆に浅海域では過大評価になることを示している。

4. 非線形干渉の影響と初期統計量の関係

(1) 波高分布の観測平均

非線形干渉が伝播過程での波高分布の変動に大きな影響を及ぼすことを示したが、ここでは、伝播過程での刻々の空間波形から得られる波高の総平均に対しても非線形干渉の影響が無視できなくなることを示そう。

Fig.8 は、 $k_p h = 3.0$, $k_p a = 0.17$, $m = 5$ および 30 の初期統計量の波について $t/T_p = 0$ から 75 までの伝播過程での刻々の波高分布を平均し、ヒストグラム (ハッチングの付いたものは線形波の波高分布) として示したものであり、図中の破線は Rayleigh 分布、実線 (太線は $M=3$ の非線形波、細線は線形波) は前述の式 (11) による Weibull 分布を示す。これから、 $m=5$ 場合、非線

形干渉の有無に関係なく Rayleigh 分布との対応は高波高部分を含めて全般に良好であり、Fig.4 に見られた波高分布の変動が Rayleigh 分布周りの統計的変動によるものであったことがわかる。これに対し、 $m=30$ では非線形干渉の影響が強く顕れ、線形波では見られない高波高部分での Rayleigh 分布とのずれが増大するようになる。この結果は、スペクトルの狭帯化とともに波高分布の観測平均に対しても非線形干渉の影響が無視できなくなることを示すものといえる。

そこで、このような非線形干渉の影響と初期統計量の関係を明らかにするため、Table 2 に伝播過程での m_w の平均値 \bar{m}_w と変動係数 C.V. [m_w] の値をそれぞれ各行の上段および下段に示す。なお、() 内の値は線形波のものを示す。これからわかるように、観測平均に対する非線形干渉の影響が顕著となって来るのは、 $k_p a$ の値が 0.08 以上で、しかも $k_p h = 3.0$ や 2.35 のような大水深域において $m \geq 15$ となる限られた条件の下である。 $k_p h = 1.72$ および 1.36 では、 $k_p a = 0.17$ でしかも $m = 30$ となる大振幅狭帯スペクトルの下でも非線形干渉の影響はほとんど認められない。ただし、 $k_p h = 1.04$ では再び非線形干渉の影響が大水深の場合とは逆の方向に顕著になり、波高分布の尖鋭化が進むことになる。

以上示したように、非線形干渉の波高分布に対する影響が顕著となるのは限られた条件下ではあるが、 $k_p h$ の値が約 2.35 以上の大水深で、かつ m の値が 15 および

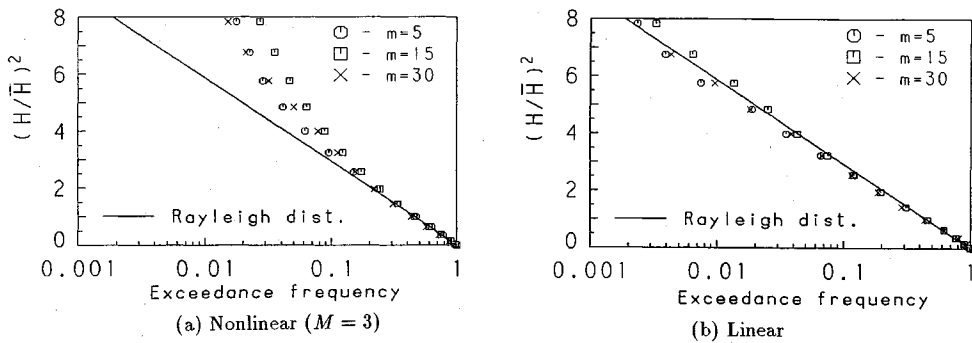


Fig.9 Mean exceedance frequency distributions for the whole zero-down crossing waves in the propagation process and nonlinear effects on them ($k_p a = 0.17$, $k_p h = 3.0$)

$k_p a$ の値が 0.08 以上の場合には観測時刻に関係なく顕れるものと考えらるべきである。これによって、高波の出現度数が Rayleigh 分布によるものを上回るようになるため、注意が必要である。

(2) 超過度数分布

これまでの検討によって明らかとなったように、非線形干渉の影響は H_{max} を含む高波高の度数分布に顕れて来るため、超過度数分布の観測平均を用いて高波の出現頻度をより明瞭に表したい。

Fig.9 は、 $k_p h = 3.0$ および $k_p a = 0.17$ で、 $m = 5, 15, 30$ の場合についてそれぞれの超過度数分布の観測平均を線形波のものと比較したものである。線形波では、スペクトルのバンド幅に関係なくほぼ Rayleigh 分布に従っているのが分かる。これに対し、非線形干渉を考慮した場合は、バンド幅に関係なく超過度数が Rayleigh 分布によるものを大きく上回るようになり、非線形干渉によって高波の発生頻度が増加することがわかる(この傾向は H/η_{rms} について見ても同様である)。特に、 $H/\bar{H} > 2$ となるような高波の発生頻度にバンド幅による差異が余り見られないという結果は、このような高波の発生に対する非線形干渉の影響が広帯域でも顕れてくることを示すものとして興味深い。

5. 波高分布の推算式

これまでの検討によって明らかとなって来たように、波高分布は、初期統計量に応じて伝播の過程だけでなくその観測平均も変化するため、その表示には母数 m_w を持つ Weibull 分布が望ましい。勿論、Fig.9 に示したように Weibull 分布を用いても非線形干渉の影響を受けた高波高の出現度数を正確に表現することは難しいが、全体的には Fig.8 に示したようにほぼ妥当な結果となっている。したがって、波高分布の推定問題は母数 m_w をいかに推算するかに着目される。

これについては、既に間瀬ら³⁾が実測波形の m_w と GF の間に負の強い相関があるとし、次式を導いている。

$$m_w = 3.44 - 1.99GF \dots\dots\dots (14)$$

また、関本ら⁴⁾は、日本海で得られた現地観測データを用いて式 (14) について調べ、 m_w は Ursell 数にも依存することを明らかにしている。このような m_w と GF の間に相関のあることは前述の Fig.6 から明らかであるが、この相関は本質的には非線形干渉およびバンド幅に依存している。そこで、Fig.10 には $k_p a = 0.17$ の波についてスペクトルのバンド幅ごとに m_w と GF の関係を線形波の場合とともに示す。図中の破線は式 (14) に示した間瀬らの実験式によるものであり、実線はそれぞれの場合について最小自乗法で求めた次の回帰式による。

非線形 : $m = 5$ $m_w = -1.73GF + 3.21 \dots (15)$

($M=3$) 15 $m_w = -1.87GF + 3.55 \dots (16)$

30 $m_w = -2.31GF + 4.18 \dots (17)$

線形 : $m = 5$ $m_w = -1.52GF + 3.16 \dots (18)$

15 $m_w = -1.16GF + 3.11 \dots (19)$

30 $m_w = -1.26GF + 3.33 \dots (20)$

m_w の値は $k_p h$ にも依存するが、 $k_p h$ と GF の相関が高く、 $k_p h$ の影響は GF に取り込まれるため、 m_w と GF の関係にはその影響は直接顕れて来ない。これに対し、バンド幅 m の影響は GF に一部取り込まれるが、各バンド幅ごとに m_w と GF の関係は変化し、回帰式を使い分ける必要がある。また、非線形干渉は m_w と GF の負の相関を強める働きをし、そのことが非線形干渉の影響が強く顕れる $m = 30$ において明瞭となっている。また、間瀬らの実験式が良い近似となるのは風波に相当した $m = 5$ の広帯域で、かつ GF の値が 0.5 から 0.8 の場合であり、それよりも狭帯化が進むと、線形・非線形を問わず、不一致が目立つようになり、 $m = 15$ では大きく外れてしまう。このため、狭帯化が進んで来ると上述の式 (16) および式 (17) を用いた方が良く、また、狭帯域から広帯域までの広い範囲の不規則波を対象とする場合には、バンド幅の影響を取り込んだ m_w の推算式を用いる必要のあることがわかる。

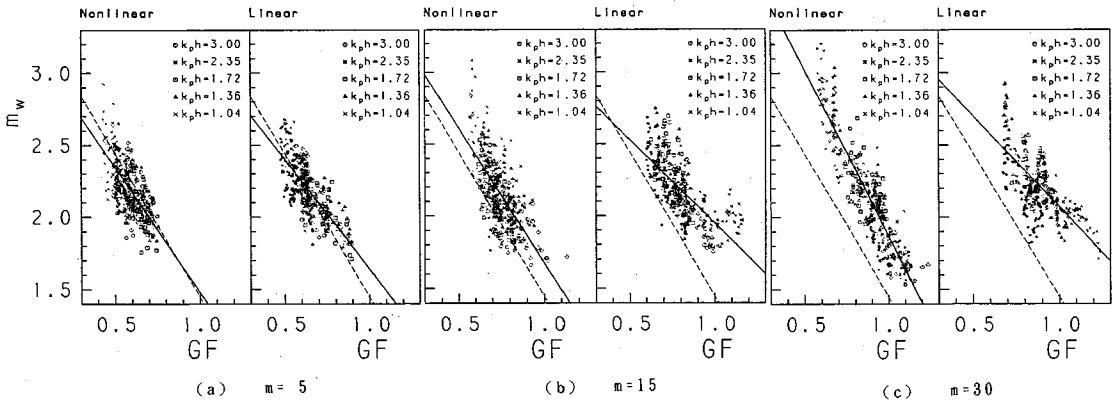


Fig.10 Relation between the Weibull modulus m_w and GF of the simulated waves ($k_p a=0.17$)

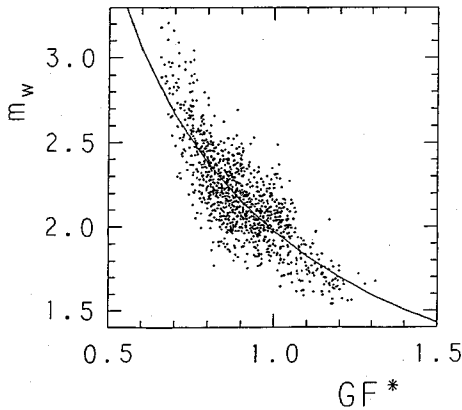


Fig.11 Relation between the Weibull modulus m_w and the modified GF^* taking into account the effect of a spectral band width parameter m

そこで、バンド幅パラメーター m を GF に取り込んだ新しい指標 GF^* を

$$GF^* = GF + m^{-0.75} \dots\dots\dots(21)$$

のように定義し、前述の Fig.10 に示した非線形波の結果をこの GF^* によって新しく整理し直す。Fig.11 はその全結果を示し、図中の曲線は次の回帰式による。

$$m_w = 0.124 \cot(0.0767 GF^*) + 0.352 \dots\dots\dots(22)$$

シミュレーション結果はほぼ回帰曲線に従っており、 m_w の値はバンド幅の影響を取り込んだ GF^* によってほぼ一義的に推定できることがわかる。

Fig.12 は、関本ら⁹⁾によって用いられた東電柏崎刈羽原子力発電所沖合いでの観測データによる m_w と GF の関係に、上述の式 (15)~(17) による回帰直線を重ねたものである。この場合、 m の値を 5~15 としたときの非線形波列に対する回帰式が最適と推察されることから、逆にこのときの現地波浪のバンド幅が $m=5\sim 15$ 程度であり、しかも若干の非線形干渉の影響が及んでいることが読み取れる。これは、このときの現地波浪が吹送距離の短い日本海の冬期波浪であることを考えれば、納得

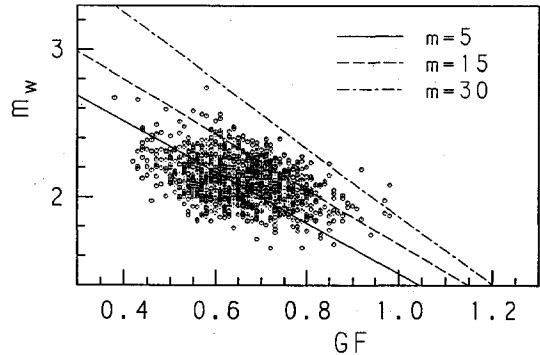


Fig.12 Comparison of the regression equations shown in eqs. (15), (16) and (17) with the observed data⁹⁾ in field

できる結果である。

6. 結 語

以上、本研究では、非回転流体場での基礎方程式を極力厳密に解くことにより、これまで未解明であった共鳴を伴う非線形干渉の波高分布に及ぼす影響について流体力学的立場から検討を行い、伝播の過程で波高分布が統計的変動の範囲を超えて大きく変動するようになり、これに伴って高波高の出現度数が増加し、最高波高も著しく増大することを明らかにした。その結果を要約すれば以下の通りである。

i) ここで用いた数値計算法によって、 $ka=0.3$ 程度の Stokes 波であればほぼ厳密解に近い精度の解が得られる一方、変調不安定を伴うような不規則波であっても非砕波であればエネルギー保存則に対する誤差を 5% 以内に留めて長時間発展の記述が可能となっている。それ故、ここで得られた結果は非回転流体力学的には十分な精度を有していると判断される。

ii) 波高の度数分布は線形波動場においても伝播の過程で変動するが、スペクトルの狭帯化が進んだ場合に 3 次以上の非線形干渉が加わると、高波高の出現度数の増大を伴うような変動が顕著になり、海底地形や流れなど

の外因が加わらなくても非線形干渉のみによって波高分布は伝播の過程で変化する。

Ⅲ) 波高の度数分布を Weibull 分布で表示し、その変動を Weibull 母数 m_w の値で見ると、2 次の非線形干渉の影響は初期波の条件に関係なくほとんど認められないが、3 次以上の非線形干渉の影響によっては伝播の過程で m_w の値が 1.6 以下まで低下し、高波高の発生度数が Rayleigh 分布に比べて大幅に増大する場合が現れる。ただし、このような非線形干渉の影響は、 $m=5$ の広帯域では $k_p h$ の値に関係なく認められず、 $m \geq 15$ の狭帯域でも $k_p h=1.36$ まで浅水化が進むとほとんど顕れなくなる。しかし、浅水化がさらに進むと再びその影響は顕れるが、 m_w の値は線形波のものを逆に大きく上回るようになり、 $k_p h=1.36$ 付近を境にして非線形干渉の波高分布に対する影響が逆転するようになる。

Ⅳ) $k_p h$ が 2.35 以上の大水深域を進む、 m の値が 15 以上でかつ $k_p a$ の値が 0.08 以上の大振幅のうねりに対しては、非線形干渉の影響が伝播過程での波高分布の総平均に対しても顕れ、高波高の出現度数が常に Rayleigh 分布を上回るようになるため、注意が必要である。なお、非線形性の増大に伴って同様な傾向が顕れることは Longuet-Higgins⁷⁾ によって指摘されている。

Ⅴ) GF で表示される波群の変動も 3 次以上の非線形干渉によっており、それが伝播過程における波高分布や最高波高の変動と対応していることが明らかとなった。これに対し、有義波高はこのような非線形干渉の影響はほとんど受けず、不変量として扱える。

Ⅵ) Weibull 母数は GF だけでなくバンド幅 m にも依存することを見だし、バンド幅を考慮した Weibull 母数の推算式を導いた。これを用いることによって、間瀬らの式が $m=5$ の広帯域の場合の推算式であることを明らかにした。

最後に、Stokes 波の厳密解の計算を初めとして種々の御教示を頂いた本学工学部の田中光宏博士に深謝の意を表すとともに、本研究が文部省科学研究費一般 (C) による成果であることを付記し、謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Forristal, G.Z. : On the statistical distribution of wave heights in a storm, *Jour. Geophys. Res.*, Vol.83, No.C 5, pp.2353~2358, 1978.
- 2) Dean, R.G. : Freak waves ; a possible explanation, in *Water Wave Kinematics* (Eds. A. Torum & T. Gudmestad, Kluwer Aca. Pub.), pp.609~612, 1990.
- 3) 間瀬 肇・松本明男・岩垣雄一 : 不規則波の浅水・碎波変形計算モデルに関する研究, *土木学会論文集*, 第 375 号 / II-6, pp.221~230, 1986.
- 4) 関本恒治・鶴飼亮行・今井澄雄・寺田賢二 : 波群特性を考慮した最高波高の出現確率に関する研究, *海岸工学論文集*, 第 37 卷, pp.111~115, 1990.
- 5) Tayfun, M.A. : Distribution of crest-to-trough wave heights, *Jour. WPCO, ASCE*, Vol.107, No.WW 3, pp.149~158, 1981.
- 6) Tayfun, M.A. : Nonlinear effects on the distribution of crest-to-trough wave heights, *Ocean Eng.*, Vol.10, No.2, pp.97~106, 1983.
- 7) Longuet-Higgins, M.S. : On the distribution of the heights of sea waves ; Some effects of nonlinearity and finite band width, *Jour. Geophys. Res.*, Vol.85, No.C 3, pp.1519~1523, 1980.
- 8) 合田良実 : 波浪の統計的性質に関する二、三の数値的検討, *港研報告*, 第 24 卷, 第 4 号, pp.65~102, 1985.
- 9) 安田孝志・伊藤一教 : 高波の連なりに及ぼす非線形干渉の影響について, *海岸工学論文集*, 第 37 卷, pp.106~110, 1990.
- 10) Yuen, H.C. and Lake, B.M. : Nonlinear dynamics of deep-water gravity waves, *Advances in Applied Mech.*, Vol.22, pp.67~229, 1982.
- 11) Alber, I.E. : The effects of randomness on the stability of two-dimensional surface wavetrains, *Proc. Roy. Soc. Lond., A*, 363, pp.525~546, 1978.
- 12) Dommermuth, D.G. and D.K.P. Yue : A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves, *J. Fluid. Mech.*, Vol.184, pp.267~288, 1987.
- 13) Funke, E.R. and E.P.D. Mansard : On the synthesis of realistic sea states in a laboratory flume, *Report LTR-HY-66*, NRC of Canada, 54 p., 1979.

(1991. 9. 9 受付)

NONLINEAR EFFECTS ON THE WAVE HEIGHT DISTRIBUTION OF UNIDIRECTIONAL IRREGULAR WAVES

Takashi YASUDA, Kazunori ITO and Nobuhito MORI

The purpose of this study is to make clear the nonlinear effects accompanying resonant interactions on the wave height distribution of unidirectional irregular waves having arbitrary spectral bands width and finite wave heights. The hydrodynamic equations of two-dimensionally irrotational flow are solved numerically but very accurately, and then numerical simulations describing the long-time evolutions of the waves are carried out. Based on the simulated results, the nonlinear effects on the wave height statistics are investigated. As a result, it is found that the wave height distribution strongly suffers from the influence of nonlinear interactions higher than the 3rd order and changes its form in the propagation process. Further, a regression equation is derived to estimate the wave height distribution of the waves suffering from the nonlinear effects.