

斜面上における不規則波高の確率特性の変化モデル

木村 晃*

この研究は一様勾配斜面上における不規則波の波高の確率分布の変化を計算するための新しいモデルを提案したものである。このモデルは、実験結果とともに定式化された斜面上の不規則波のすべての過程（Shoaling, 碎波, 碎波後の変形）でのゼロクロス波の性質を用いて作成した“等波高線図”と深海域における波高の確率分布（Rayleigh分布）を組み合わせて計算する方式であり、計算結果も従来の方法によるものとよい一致を示している。

Keywords : irregular wave, shoaling, breaking, probability distribution

1. はじめに

浅海域における不規則波の碎波変形モデルとしては Collins (1970), Battjes (1972), 郭・郭 (1972), 合田 (1975) らのものがよく知られている。これらのモデルは基本的には“ゼロクロス波の力学的特性は同じ波高・周期の規則波のものと等しい”ことを前提としている。各モデルともそれぞれ一定の適合性を持つことが示されているが、たとえば Collins, Battjes らのモデルでは波高の確率分布が最大波高の部分においてスパイク状の集中形状を持つこと、郭ら、合田のモデルでは碎波後の波高の変化特性が考慮されておらず、分布形状の修正で確率的に処理されていること、などの問題がある。水口ら (1980), 岩垣・間瀬 (1981) はこうした点を改良するため個々波の変形を考慮した波高の確率特性の計算方法を示しているが、その都度かなり煩わしい計算が必要であるなど、実用面に問題を残している。著者らはここ数年来、これらのモデルで残されていたゼロクロス波の力学特性の確認と、その結果を含む碎波変形モデルの確立を目指して、実験室での測定結果を用いて検討し、変形特性の定式化に努めてきた。(1977, 1986, 1988)。そしてその結果をもとに、斜面上での波高分布の変化について数値計算を試み、妥当な結果が得られることを示した(1989)。本研究は利用の簡単な浅海域の波高変化モデルの完成を目指したもので、そのために新たに“斜面上における波高と深海波高との関係図（等波高線図）”を用いて波高の確立分布を計算する方法を提案する。

2. 浅海域における波高の変化特性

ここで取り扱う不規則波はゼロダウンクロス法で定義

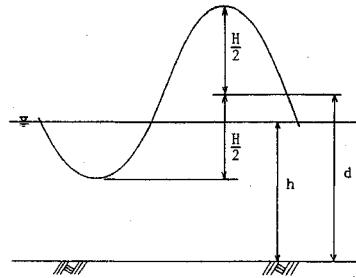


図-1 d の定義

した波で、波高、周期は静水面を基準として定義する。水深 d は波高中分点より底面までとし、静水深 h と区別して取り扱う(木村ら, 1986)(図-1)。周期は全ての波について一定で、有義波周期に等しいと仮定し、一様勾配斜面上を等深線に直角に進行する波を対象とする。この状況では波高は浅水変形、碎波変形および速度分散の影響により変化する。前2者の力学的作用は波高の確立母集団に一定の影響を与えるが、速度分散は影響しないと考える。したがってここでは浅水変形と碎波変形による波高の確率特性の変化について検討する。この仮定により、ゼロクロス波は深海部で定義された波高・周期を持つパーマネントウェーブのように斜面上を進行し、浅水・碎波の両変形作用のみによりその波高を変化させると考えることができる。したがって波高変化の基本的な取り扱い方法は規則波のそれと変わらない。

(1) Shoaling 特性

波が浅海域に到達すると、海底の影響を受けて浅水変形が始まる。Shoaling による波高変化は有義波高の波形勾配が 0.01 以上の場合には、波高変化における非線形性が顕著になる前に碎波するので、斜面勾配にかかわりなく次式の微小振幅波理論で十分近似できる(木村ら, 1988)。

*正会員 工博 烏取大学教授 工学部社会開発システム工学科
(〒680 烏取市湖山町南 4-101)

$$H/H_0 = \left[\left\{ 1 + \frac{4\pi d/L}{\sinh(4\pi d/L)} \right\} \tanh(2\pi d/L) \right]^{-1/2} \quad \dots (1)$$

ここに、 H_0 は任意のゼロクロス波の深海波高、 H および L はその波の水深 d における波高、波長である。 H/H_0 の実測値は、式 (1) を中心としてほぼ正規分布し、その標準偏差は平均波高の 10% 程度である(木村ら、1986)。

(2) 碎波特性

波がさらに浅い部分に進行すると波は碎波を始める。碎波点における波高水深比の実測値は次式で近似できる(木村ら、1986)。

$$H_b/d_b = 0.16 [1 - \exp(-0.8\pi(d_b/L_0)(1 + 15\tan\theta^{4/3}))] \\ \times (L_0/d_b) - 0.96\tan\theta + 0.2 \quad \dots (2)$$

L_0 は深海波長、添字 b は碎波点における値であること示す。 $\tan\theta$ は斜面勾配である。実測値は式 (2) を中心としてばらつくが、その分布は標準偏差が H_b/d_b の 10% 程度の正規分布で近似できる。

(3) 碎波後の波高変化

このモデルで採用した碎波点は波の峰から水粒子が飛び出す瞬間とした。この定義によれば碎波後もわずかに波高が増大する傾向がある。波高は Plunging 点付近まで増大し、ピークを示した後急激に減少する。 H/H_b が 0.6 程度まで減少すると波形は比較的安定した Bore 状になり、以後の波高的減衰特性はやや緩やかになる。このモデルでは碎波後の波高変化を次の 3 領域に分けた。すなわち、碎波点 (B) から波高が最大になる点 (P) まで (Shoaling 領域)、P 点から Bore の出現点 (Br) まで (Plunging 領域)、Br 点から汀線まで (Bore 領域) の 3 領域である。各々の領域内での波高変化は斜面勾配、波形勾配にかかわりなくほぼ直線で近似できるので領域ごとの波高変化を次式で近似した(木村ら、1988)。

$$H/H_b = A_i(d/d_b) + B_i \quad \dots (3)$$

A_i 、 B_i は定数、 i は領域を示す添字で、Shoaling 領域の場合は S 、Plunging 領域の場合は P 、Bore 領域の場合は Br をそれぞれ用いる。

(1) Shoaling 領域

$$\left. \begin{array}{l} A_S = -0.01\tan\theta - 0.37 \\ B_S = 1 - A_S \end{array} \right\} \dots (4)$$

(2) Plunging 領域

$$\left. \begin{array}{l} A_P = 1.65 \exp(-2.3\tan\theta) \\ B_P = -0.86 \exp(-24.1\tan\theta) \end{array} \right\} \dots (5)$$

(3) Bore 領域

$$\left. \begin{array}{l} A_{Br} = 0.72 \exp(6.11\tan\theta) \\ B_{Br} = 0.02 \end{array} \right\} \dots (6)$$

ただし $\tan\theta > 1/50$ では $\tan\theta = 1/50$ の値を用いる。

Bore 出現点 (Br 点; Plunging 領域と Bore 領域の境

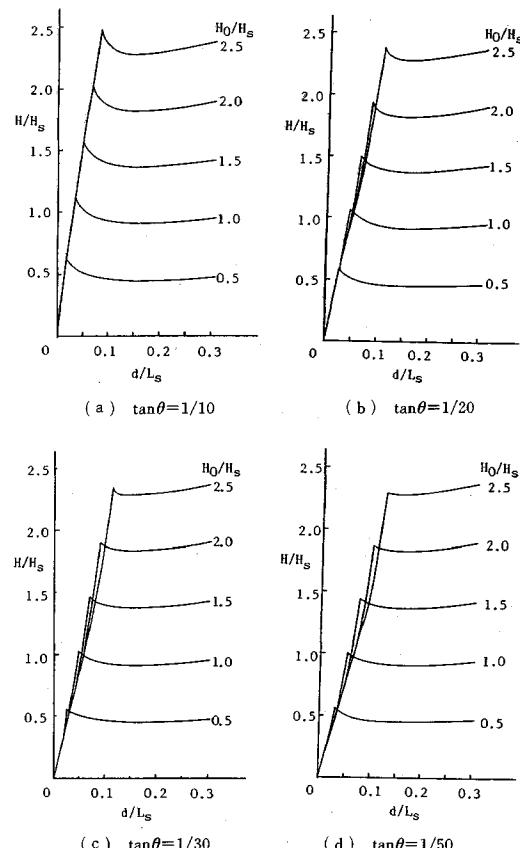


図-2 H/H_s と d/L_s の関係

界) の水深 $(d/d_b)_{Br}$ およびその点で波高 $(H/H_b)_{Br}$ は次式で与えられる。

$$(d/d_b)_{Br} = (B_p - B_{Br}) / (A_{Br} - A_p) \quad \dots (7)$$

$$(H/H_b)_{Br} = 0.67 \exp(-3.1\tan\theta) \quad \dots (8)$$

Shoaling 領域と Plunging 領域の境界 (P 点) の水深は

$$(d/d_b)_P = (B_S - B_P) / (A_P - A_S) \quad \dots (9)$$

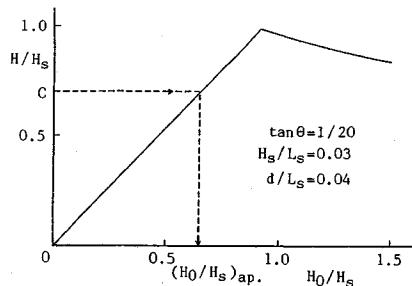
となる。

ここに示した実験式はすべて水槽内に Pierson-Moskowitz 型不規則波(岩垣ら、1974)を用いて実験し、決定したものであり、波形勾配が 0.01 から 0.06 程度の波を対象とした。

この節で用いた H_0 および L_0 は一般の深海波高および波長を表すために用いたものであり、次節以降で用いる有義波の深海波高 H_s 、深海波長 L_s とは別のものである。

3. 水深変化にともなう波高の変化

図-2 は浅海域での波高 H/H_s と水深 d/L_s の関係を示したもので H/H_0 をパラメーターとして計算した結果である。ここに H_s 、 L_s はそれぞれ深海での有義波高、

図-3 H_0/H_s の近似値の求め方

i から j へ領域の変わる波の碎波水深 d_b/L_s が計算できる。 d_b/L_s で碎波する波の碎波高 H_b/H_s は式(2)を変形した次式の右辺に上の d_b/L_s の値を代入すると計算できる。 $(H_s/L_s, \tan\theta)$ の値はパラメーターとして別に与える)

$$(H_b/H_s) = 1/\{(H_s/L_s)(L_s/d_b)\} \\ \times 0.16[1 - \exp\{-0.8\pi(d_b/L_s)(1 + 15\tan\theta^{4/3})\}] \\ \times (L_s/d_b) - 0.96\tan\theta + 0.2 \dots \dots \dots (19)$$

碎波水深 d_b/L_s , 碎波高 H_b/H_s の波の深海における波高 H_0/H_s は式(17)で与えられる。式(17), (18)および式(19)の各式より、 d/L_s を与えるとその水深で碎波後の領域をかえる波の深海波高 H_0/H_s が計算できる。同じ計算を異なる d/L_s について繰り返すと $d/L_s \sim H_0/H_s$ 平面上に領域 i と j の境界が引ける。具体的には A_i, B_i の値としてそれぞれ式(4)および式(5)あるいは式(5)および式(6)の各値を用いると、Shoaling と Plunging, あるいは Plunging と Bore の境界線を決定できる。各境界線上の波高は式(3)を用いて

$$H/H_s = H_b/H_s [A_i \{(d/L_s)/(d_b/L_s)\} + B_i] \dots \dots \dots (20)$$

から計算することができる。 A_i, B_i は隣合う領域に対する値のどちらを用いててもよい。

以上のようにすればすべての領域で $H/H_s = C$ の波の d/L_s と H_0/H_s の関係が求められる。 H_0/H_s の計算は複数の式を連立させたり非線形の代数式を解くケースが多い。これらは初期値を仮定して繰り返し計算すればすべて計算できる性格のもので、 d/L_s ごとの初期値は、次のようにして与えることができる。図-3の実線は、図-2(b)で $d/L_s = 0.04$ の点で縦軸に垂直に立てた線上での H/H_s と H_0/H_s の値をプロットした直線で結んだものである。図中に示すように H/H_s の値 ($=C$) を与えると矢印のように H_0/H_s の近似値 $(H_0/H_s)_{ap.}$ が得られる。この値を初期値として各式に代入して両辺が等しくなるように繰り返し計算を行えば d/L_s ごとの $H/H_s \sim H_0/H_s$ の関係が得られる。収束は非常に早い。

ここまで説明した方法で計算した等波高線図を示した

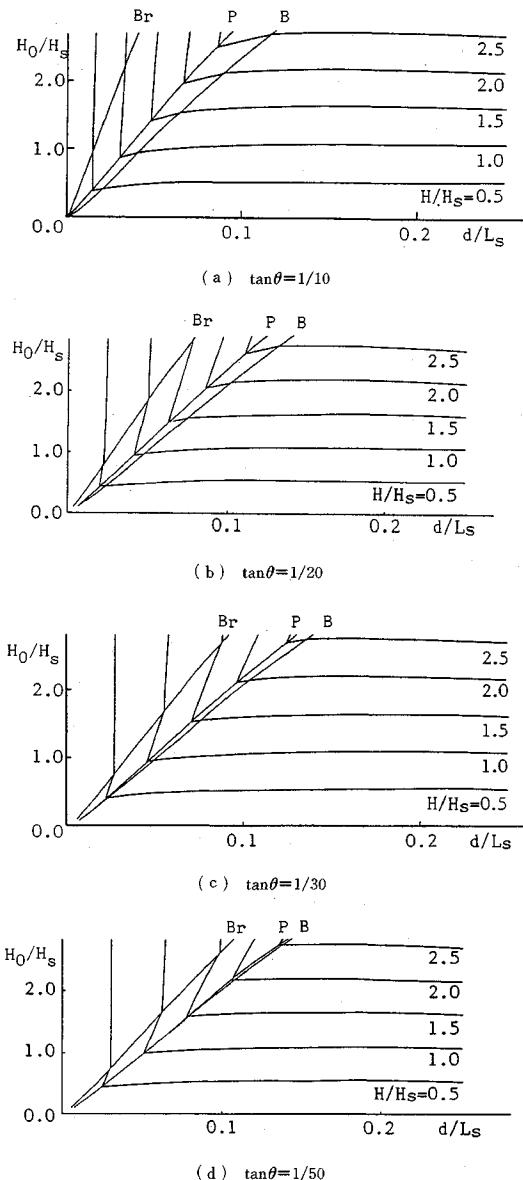


図-4 等波高線図

のが図-4であり、各図は図-2の各図にそれぞれ対応する。図中の B, P および Br はそれぞれ本文中に示した碎波点、最高波の出現点および Bore の出現点での H_0/H_s と d/L_s の関係を示すもので、たとえば H_0/H_s が Br 線よりも上の波はすべて Bore 状の波になっており、P 線と B 線の間にある波は Plunging 状態にある。

5. 波高の確率分布の計算方法

(1) 平均水位の変動

4. で説明した等波高線図(図-4)を用いると任意水深 d/L_s において波高が $H \sim H + dH$ の範囲に入る確率

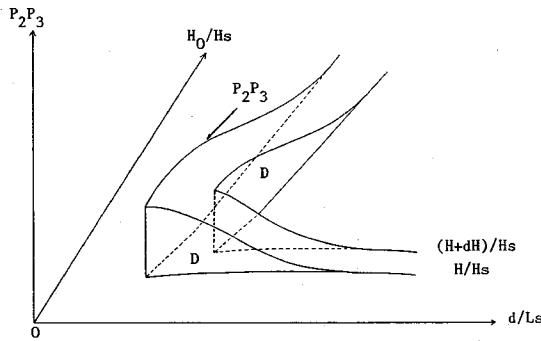


図-5 積分領域の模式図

は次式で与えられる。

$$P_1(H)dH = \int_D P(H_0)dH_0 \dots \quad (21 \cdot a)$$

ここに D は図-4 の与えられた水深 d/Ls での 2 本の等波高線 H/Hs と $(H+dH)/Hs$ に挟まれる範囲であり、 $P(H_0)$ は有義波高 Hs で正規化した Rayleigh 分布である。式 (21・a) は水深が d の点のものである。しかし、サーフビートあるいは、ゼロクロス波の波高中分点と平均水位との距離の存在はいずれも水深の変化と同じ効果をもたらす。つまり波の存在によって生じるこれらの量が見かけ上水深を不規則に変動させる変動量となる。ここでは底面から d の位置を中心としたサーフビートの水位変動を ζ 、波高中分点までの距離を ξ で表す(向きが正)。

まず ζ の確率特性に対してはその標準偏差が合田(1975)による次式で与えられる正規分布を仮定する。

$$\zeta rms/Ls = 0.01H_0/Ls / \sqrt{H_0/Ls(1+d/Hs)} \dots \quad (22)$$

つぎに ξ も波高の非常に小さい部分を除いて正規分布で近似でき、その標準偏差は Pierson-Moskowitz スペクトルの場合次式でほぼ近似できる(木村ら, 1991) ものと仮定する。

$$d/Ls < 0.15 :$$

$$\xi rms/Ls$$

$$= Hs/Ls ((-1.2 \tan \theta + 0.46)(d/Ls - 0.15) + 0.09)$$

$$d/Ls > 0.15 :$$

$$\xi rms/Ls = 0.09(Hs/Ls) \dots \quad (23)$$

上式は数値シミュレーションと水槽での実験結果をもとに決定したものである。

これらを加え合わせた $(\zeta + \xi + d)$ を d' とおいた。 d' は次の確率特性を持つ変化量と仮定できる。

$$P_2(d') = 1/\sqrt{2\pi}\sigma \exp(((d'-d)/Ls)^2/\sigma^2)$$

$$\sigma^2 = (\xi rms)^2 + (\zeta rms)^2 \dots \quad (24)$$

この d' をこの時点における水深と定義する。Wave set-up (down) も水深に影響するが、これは後で考慮する(図-7)。 ζ と ξ の影響を考慮した波高の確率分布

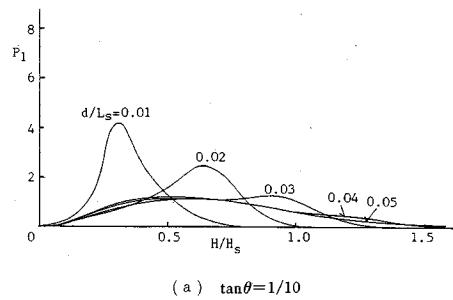
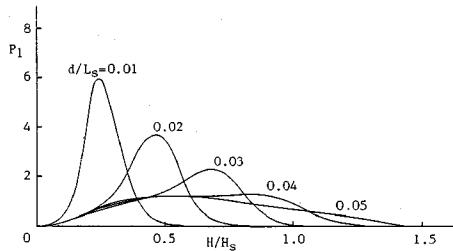
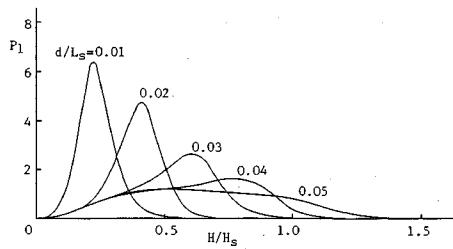
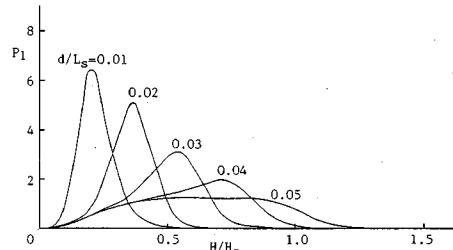
(a) $\tan \theta = 1/10$ (b) $\tan \theta = 1/20$ (c) $\tan \theta = 1/30$ (d) $\tan \theta = 1/50$

図-6 波高の確率分布の変化

を

$$P_1(H)dH = \int \int_D P_2(d') P(H_0) dH_0 dd' \dots \quad (21 \cdot b)$$

で与える。ここに H_0 と d' は独立と仮定した。積分領域 D は 2 本の等波高線 H/Hs と $(H+dH)/Hs$ に挟まれる全領域である。積分すべき部分を模式的に示したもののが図-5 である。

(2) 実験式の誤差

3. でそのたびに説明したように、ここで用いた実験式は多くの実験値の平均値をもとに決定したものであ

る。実験値は実験式のまわりにある程度の幅で散乱する。例えば、プロットされたデータは、碎波前の浅水変形では波高の10%，碎波点では波高の8~11%，碎波後は碎波高の約10%程度の標準偏差をもった正規分布で近似できる。 $H_s/L_s > 0.01$ 程度の不規則波では浅水変形による波高変化は比較的小さいことを考慮すると、平均値からの誤差の標準偏差は深海から浅海域のBore領域に至るまで深海における波高の約10%程度と評価して差し支えない。この誤差の影響は図-4の等波高線に不確定性をもたらせるか、あるいは式(21)の積分領域Dに不確定性をもたらせるべきであろうが、煩雑であるので、ここでは次のように、逆に被積分関数である波高の確率分布にそれを導入した。すなわち、深海における波高の確率分布としては次式のRayleigh分布が仮定できる。

$$P(H_0) = (\pi/2)(H_m/H_s)(H_0/H_s) \times \exp\{(-\pi/4)(H_m/H_s)^2(H_0/H_s)^2\} \dots (25)$$

ただし、 H_m は深海域での平均波高で、 $H_s/H_m = 1.60$ の関係がある。本来式(25)の分布をもつ波高 H_0 が $H'_0 = H_0 + N$ のように、計測の誤差のために、 H_0 の10%の標準偏差をもつ正規分布ノイズ N で汚染された場合両者の和 H'_0 の確率分布は

$$P_3(H_0) = \int_{-\infty}^{\infty} P(H_0 + N) q(N) dN \dots (26)$$

ここに

$$q(N) = 1/\sqrt{2\pi}\sigma \exp(-N^2/2\sigma^2)$$

$$\sigma = 0.1H_0$$

のように与えられる。したがって、波高の確率分布として P_3 を用いれば、波高変化の実験式などに含まれる不確定性を考慮したことと等価である。

$$P_1(H) dH = \int \int_D P_2(d') P_3(H_0) dH_0 dd' \dots (21\cdot c)$$

積分領域Dは式(21·b)と同じ領域である(図-5)。波高の確率分布の計算例を示したものが図-6である。 $H_s/L_s = 0.03$ を用いた計算結果である。各図は(a)が $\tan\theta = 1/10$ 、(b) 1/20、(c) 1/30、(d) 1/50のケースである。

【ゼロクロス波の定義が静水位でなされているため、 $\zeta + \xi$ は $H/2$ を越えることはないこと、式(26)の積分の下限は $-H_0$ とするべきなどの小さな補正は必要であるが、それらの影響は小さいのでここでは省略する】

6. wave set-up

波浪が平均水深の変動に影響をもたらす量として5.ではサーフビート ζ と波高中分点の平均水位からのシフト量 ξ を考慮した。波浪場において平均水位の変化に寄与する量としては、この他にwave set-up(down) η がある。ここまで議論では、水深 d は底面から波高

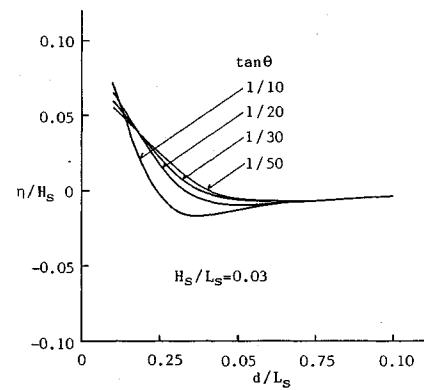
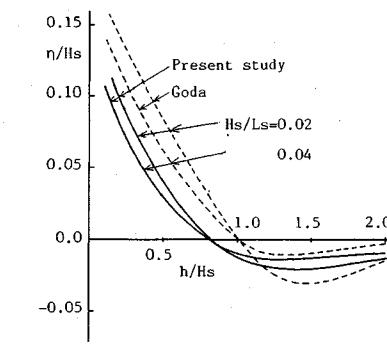


図-7 η/H_s と d/L_s の関係



(a) $\tan\theta = 1/10$

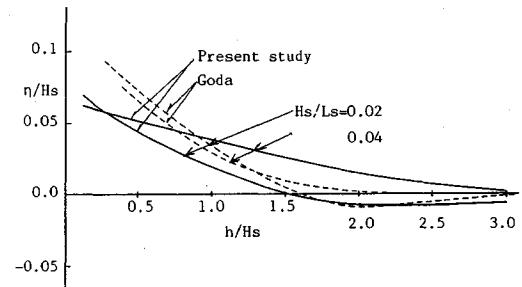


図-8 η/H_s と h/H_s の関係

中分点までの距離と定義し、それに変動をもたらす量として上述の2つの量 ζ , ξ を考慮した。短時間にはこれらの量が影響するが、さらにwave set-up (down)が変動しない一定値として d に影響を及ぼすと考えられている。本研究では一貫して d を用いて計算を進めてきたが、位置が静水深 h で与えられることが多いので両者の関係は明確にしておく必要がある。合田(1975)は次式を用いて η を評価した。

$$\frac{d\eta}{dx} = -\frac{1}{\eta+h} \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{8} \overline{H^2} \left(\frac{1}{2} + \frac{4\pi h/L}{\sinh(4\pi h/L)} \right) \right] \dots (27)$$

$\overline{H^2}$ はrms波高である。ただし合田の理論ではrms波

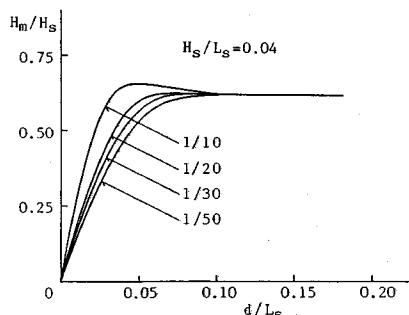


図-9 平均波高の変化

高が $h + \eta$ の値に応じて変化するので、各水深ごとに波高の確率分布の計算も含めて各値が収束するまで繰り返し計算が実行される。合田によれば、例えば $Hs/Ls = 0.03$ 程度の条件下で $d/Ls = 0.01$ 付近では、海底勾配に関わりなく η/Hs はほぼ 0.06 程度の値を示し、それより沖での値はそれより小さい。したがってここでは η を微小と仮定して式(27)を

$$\frac{d\eta}{dx} = -\frac{1}{d} \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{8} \overline{H^2} \left(\frac{1}{2} + \frac{4\pi d/L}{\sinh(4\pi d/L)} \right) \right] \dots \dots (28)$$

のように書きかえる。計算に必要な d/Ls ごとの rms 波高は η に関係なく計算することができる、深海における η の値を 0 として前進差分で簡単に数値計算することができる。静水深 h は $h = d - \eta$ とする。この研究では h と d の関係をあらかじめ与えておき、静水深 h を与えると d が読み取れるようにして、くりかえし計算の必要のないようにした。図-7 は $Hs/Ls = 0.03$ のケースの η/Hs と d/Ls の関係を示したものである。

図-8 は合田による η/Hs と h/Ls の関係と本研究による計算結果を比較したもので、 $\tan\theta = 1/10$ (a) と $1/30$ (b) の斜面上における $Hs/Ls = 0.02$ と 0.04 の条件下のものである。

水深減少とともに Hm/Hs の計算結果を示したもののが図-9 である。これは深海での有義波の波形勾配が 0.04 の場合のものである。

図-10 は本研究による計算結果と合田のモデルの比較結果を示したもので、 $\tan\theta = 1/10$ (a) と $1/30$ (b) の斜面上における $Hs/Ls = 0.02$ と 0.04 の結果を示したものである。

7. おわりに

この研究は浅海域における不規則波の碎波変形モデルを提案したもので、モデル構築の基礎となる不規則波の shoaling, 碎波, 碎波後の変形の各特性は実験値をもとに作られた実験式を用いた。また理論式を用いた場合も、実験、実測により妥当性の検証が行われたものを用いた。

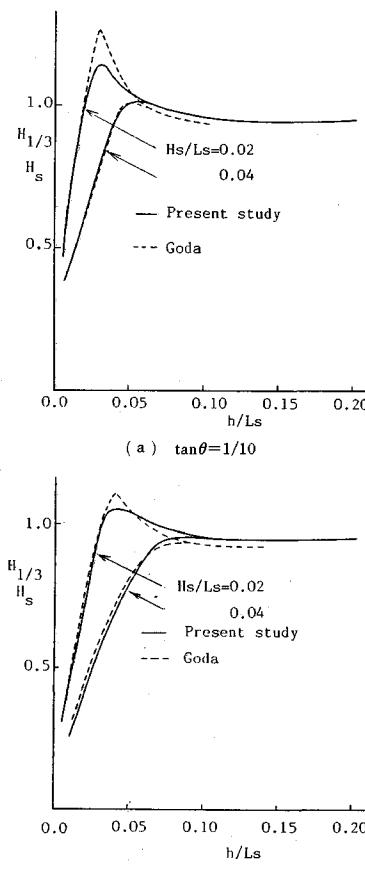


図-10 平均波高の変化

碎波後の波の変形についても、その過程を 3 つに区分してできる限り現象を忠実にモデルの中に取り込んだ。このため、1. で説明したいくつかの碎波変形モデルに比較してその計算がかなり複雑な部分もある。しかし、一様勾配斜面に関するかぎり、等波高線図を準備しておけば波高の確率分布の計算は簡単である。

最後に本研究を進めるにあたり、後藤克史、山田良作両君（当時大学院生）の協力を得た。記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 岩垣雄一・木村 晃・岸田典史：斜面上における不規則波の破碎に関する研究、第 24 回海岸工学講演会論文集、pp.102~106, 1977.
- 2) 郭 金棟 郭 秀吉：風波による碎波の波高減衰と波高の確率分布、第 19 回海岸工学講演会論文集、pp.137~142, 1972.
- 3) 岩垣雄一・木村 晃：不規則波発生機による現地波浪のシミュレーションシステム、第 21 回海岸工学講演会論文集、pp.231~236, 1974.
- 4) 木村 晃・瀬山 明：斜面上の不規則波の碎波限界について、第 33 回海岸工学講演会論文集、pp.174~178, 1986.

- 5) 木村 晃・後藤克史・瀬山 明：浅海域における不規則波の波高変化について，第35回海岸工学講演会論文集，pp. 168～172，1988.
 - 6) 木村 晃・山田良作：斜面上における不規則波の波高の頻度分布の変化，海岸工学論文集，第36卷，pp. 114～118，1989.
 - 7) 木村 晃・太田隆夫・松見吉晴：波高中分点の確率特性について，海岸工学論文集，第38卷，pp. 96～100，1991.
 - 8) 合田良実：浅海域における波浪の碎波変形，港研報告，第14卷，第3号，pp. 59～106，1975.
 - 9) 合田良実：波浪観測記録における波高と周期の結合分布について，港湾技研資料，No. 272，19 p. 1977.
 - 10) 合田良実：港湾構造物の耐波設計（増補改訂版），鹿島出版会，333 p. 1990.
 - 11) Battjes, J.A. : Set-up due to irregular waves, Proc., 13rd ICCE, pp.1993～2004, 1972.
 - 12) Collins, J.I. : Probabilities of breaking characteristics, Proc., 12nd ICCE, pp.399～414, 1970.
- (1991.1.25 受付)

A MODEL OF CHANGE IN THE PROBABILITY DISTRIBUTION OF IRREGULAR WAVE HEIGHT ON A SLOPING BEACH

Akira KIMURA

This study proposes the new model for calculating the changes in a probability distribution of irregular wave height on sloping beaches. Experimentally measured properties of irregular wave height changes in all the processes such as shoaling, breaking and decay after breaking on different slopes are taken into account in the model. The technique of applying the wave height contour map on deep water wave height vs. water depth plain is newly introduced. Integration of modified Rayleigh distribution multiplied with the normal distribution, which introduces the effect of mean water depth change in the model, over the equal wave height area on the contour map gives a probability distribution of wave height on slopes very simply.