

時間軸上に展開された非平衡流砂過程のモデル化

辻本哲郎*・後藤仁志**・中川博次***

掃流粒子に作用する流体力の変動のうち、特に掃流過程の時間スケールである moving period 程度の周期の変動が卓越するとき、時間軸上の非平衡性が顕著となる。本論文では、掃流運動の力学機構に基づいた数値シミュレーションにより、moving period 程度の周期の流体力変動を伴う流れ場において pick-up rate と moving period を推定し、振動流・方向流共存場での実験結果と比較・検討する。

Keywords: bed-load, convolution-integral model, pick-up rate, moving period, oscillation-current coexisting flow

1. まえがき

掃流粒子に作用する流体力は一般にさまざまなスケールの変動を含んでおり、掃流過程もその変動に応答する形でまたさまざまな変動している。

流体力の変動は、④流れ場自体の変動によるもの、⑤移動床系の変化に起因する流れの境界条件の空間的変動によるものに大別される。更に④の変動は変動周期により、①水流の乱れによる短周期変動、②波動による中周期の変動、③洪水波・潮汐などの長周期変動に分類できる。⑤の変動には、河床形状の不規則性に起因するもの、縦断方向の交互分級によるものなどがあるが、これらは流れ場と移動床系との相互作用の面から検討されるべきものであり、流れ場の変動に対する移動床系の応答特性の把握が先決である。この意味から④の変動の理解が⑤の変動の理解の基礎になると言うこともできる。

掃流過程についてはいくつかのモデルが提案されている¹⁾が、本論文では、Einstein²⁾のモデルをひな型とし、空間軸上の非平衡性を表現する手法として中川・辻本³⁾により発展させられた確率モデルを時間軸上に拡張し、流れ場の変動のうち②の変動に対する移動床系の応答を把握することとする。空間軸上の非平衡流砂モデルである中川・辻本モデルは、pick-up rate と step length によって構成されたが、時間軸上においては pick-up rate と moving period によって非平衡流砂モデルが構成される。空間軸上のモデルにおいて step length が距離についての非平衡の緩和スケールであったのに対して、時間軸上のモデルでは moving period が時間についての緩和スケールとなっている。

本論文で②の変動に着目したのは、②の変動が moving period 程度の周期を有する変動であって、時間軸上の非平衡性が顕著となる場合に相当するからである。これまででもばら空間軸上の緩和過程の記述に用いられてきた重畳積分型の非平衡流砂モデルが、時間軸上の非平衡性を記述するのに有効な手法であるのかどうかは、②の変動が支配的な流れ場において生じる時間軸上の非平衡性に対して良好な説明を与えられるか否かにかかっていると云える。

①の変動は離脱過程に対して支配的であり、特に pick-up rate の推定において移動限界付近で重要であるが、流送過程では支配的ではない。流送過程の確率的特性を支配するのは、河床面の境界条件の不規則性すなわち砂粒子スケールの不規則な凹凸であり、流送過程において水流の乱れが果たす役割は無視できるほど小さいことが知られている^{1),2)}。また、①の変動は定常等流下においても存在する変動であり、非定常性の効果とは別に議論されるべき問題である。辻本⁴⁾は、中川・辻本の非平衡流砂量式を用いて移動床系の動的応答の検出法を提示し、Suszka⁵⁾による平坦礫床上の定常等流下での流砂量変動の計測結果を良好に説明できることを示している。

①の変動が定常等流下においても存在する変動であったのに対して、②③の変動は通常、非定常性として取り扱われるが、③の変動の周期は砂粒子の運動時間スケールである moving period に比べて十分に長いことから一般に準定常の仮定が適用される。

非定常性は⑥加速度の効果、⑦履歴効果と言う2つの効果により表現される⁶⁾。⑥の効果は砂粒子に作用する流体力の評価に加速度項を含めることにより考慮され、⑦の効果は砂粒子の運動を Lagrange 的に追跡することにより考慮される。これらの効果の何れかが無視し得ない場では準定常の仮定は成立せず、非定常性を考慮した

* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科 (〒920 金沢市小立野 2-40-20)

** 学生会員 工修 京都大学大学院工学研究科 博士課程 土木工学専攻

*** 正会員 工博 京都大学教授 環境地球工学教室

取扱いが重要となるが、②の変動がちょうどこれに当たる。

本論文では、砂粒子の運動の力学機構を考慮した数値シミュレーションにより、流体力が時間的に変化する場における pick-up rate と moving period の推定を行い、振動流・一方向流共存場における実験結果⁷⁾と比較して検討を加えた。なお、流れ場の変動に対する移動床系の応答特性の本質を理解するために、平坦河床上の均一砂礫の掃流に限定した議論を行っている。

2. 時間軸上の非平衡流砂過程のモデル

中川・辻本³⁾の非平衡流砂モデルは、重畳積分形式の表現で流砂の遅れ機構を定式化したモデルであり、掃流過程における種々の非平衡現象を説明する有効な手段である。

pick-up rate と step length とで構成される掃流砂モデルにより、pick-up rate を入力とし流砂量を出力とする一つのシステムとして掃流過程を捉えると、流砂量の局所的水理量に対する空間的遅れ機構を簡単かつ明瞭に説明することができる。空間的に非一様・時間的に定常な場合の掃流過程のこのような取扱いは中川・辻本の非平衡流砂モデル³⁾として知られ、局所掃流砂量および deposit rate はそれぞれ、

$$q_B(x) = K_B d \int_0^\infty p_s(x-\lambda) \int_\lambda^\infty f_B(\xi|x-\lambda) d\xi d\lambda \dots (1)$$

$$p_d(x) = \int_0^\infty p_s(x-\lambda) f_B(\lambda|x-\lambda) d\lambda \dots (2)$$

と表わされる。 $K_B = A_3/A_2$ であり、 A_2, A_3 : 2次元および3次元の形状係数、 d : 砂粒子の粒径、 $p_s(x)$ は位置 x における pick-up rate、 $f_B(\xi|x)$ は、位置 x で pick-up された砂粒子の step length ξ の確率密度関数である。

局所掃流砂量は、以下のようにも表わせる。

$$q_B(x) = K_B d \int_0^\infty p_s(x-\lambda) G_x(\lambda|x-\lambda) d\lambda \dots (3)$$

$$G_x(\lambda|x-\lambda) = \int_\lambda^\infty f_B(\xi|x-\lambda) d\xi \dots (4)$$

式(3)、(4)の表現によると、移動床系は $p_s(x)$ を入力 $q_B(x)$ を出力とするシステムとして捉えることができる。このシステムの impulse 応答は、step length の超過確率関数 $G_x(\lambda|x)$ で与えられる。

更に、空間的な非一様性がそれほど大きくない場合は、移動床場は軽微な非平衡性を呈し、平均 step length の場所的な変化は pick-up rate の変化に比べて緩慢であり、step length の確率密度関数の砂粒子の移動開始位置への依存性は小さくなる。このような場では $f_B(\xi|x)$ が移動開始点 x に依存せず単に遅れ距離だけの関数となり、局所掃流砂量は、次のように書ける。

$$q_B(x) = K_B d \int_0^\infty p_s(x-\lambda) G_x(\lambda) d\lambda \dots (5)$$

$$G_x(\lambda) = \int_\lambda^\infty f_B(\xi) d\xi \dots (6)$$

一方、空間的には一様で時間的に非定常な場合の掃流過程は、式(1)、(2)と同様の重畳積分形式で時間軸上に展開されて、時刻 t での瞬間掃流砂量及び時刻 t での瞬間 deposit rate はそれぞれ、

$$q_B(t) = K_B d \int_0^\infty p_s(t-\tau) u_g(t|\tau) \times \int_\tau^\infty f_T(\zeta|\tau) d\zeta d\tau \dots (7)$$

$$p_d(t) = \int_0^\infty p_s(t-\tau) f_T(\tau|t) d\tau \dots (8)$$

となる。ここに $p_s(t)$ は時刻 t の pick-up rate、 $f_T(\zeta|t)$ は時刻 t に pick-up された砂粒子の moving period が ζ である確率密度関数、 $u_g(t|\tau)$ は時刻 $t-\tau$ に pick-up された砂粒子が運動を継続するとしたときの時刻 t における、すなわち時間 τ 後の移動速度である⁷⁾。瞬間掃流砂量は以下のようにも表せる。

$$q_B(t) = K_B d \int_0^\infty p_s(t-\tau) U_T(\tau|t) d\tau \dots (9)$$

$$U_T(\tau|t) = u_g(t|\tau) \int_\tau^\infty f_T(\zeta|\tau) d\zeta \dots (10)$$

ここに、 $U_T(\tau|t)$ は、システムの応答特性を規定し、速度の次元を有しているが、砂粒子の移動速度 u_g を moving period の確率密度関数により重み付けされた速度である。

流砂量式について見ると、空間的に一様・時間的に非定常な場合の掃流過程の方は砂粒子の移動速度が入ってくる点で、空間的に非一様・時間的に定常な場合の掃流過程と異なった表現となっているが、deposit rate 式においては、空間的に非一様・時間的に定常な場合の掃流過程と空間的に一様・時間的に非定常な場合の掃流過程とは同様の形式で表現され、前者の step length が後者の moving period に対応している。

式(7)は空間的に一様・時間的に非定常な場合、式(1)は空間的に非一様・時間的に定常な場合の掃流砂量を表しているが、空間的に一様・時間的に定常な場合には、両式は簡略化されて、

$$q_B = K_B d \cdot p_s \cdot \Lambda = K_B d \cdot p_s \cdot T_m \cdot \bar{u}_g \dots (11)$$

となる。ここに、 Λ : 平均 step length、 T_m : 平均 moving period、 \bar{u}_g は砂粒子の平均移動速度である。

3. 砂粒子の離脱機構の数値シミュレーション*

(1) 転動離脱モデル

pick-up rate を合理的に推定するには、砂粒子離脱の

* 本章の基本的な考え方は第35回水理講演会で発表済みであるが、表現等一部改良し、実験的検証を拡充した。

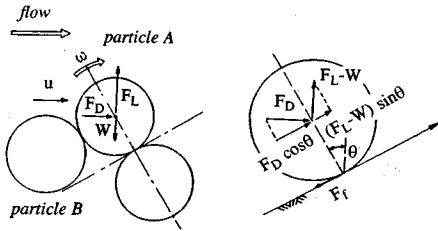


Fig.1 Definition Sketch for Dislodgement Process

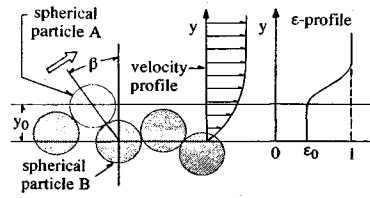


Fig.2 Schematic figure for the velocity profile and the sheltering coefficient

力学過程を運動方程式によりモデル化することが必要となる。中川・辻本⁹⁾は、転動離脱の運動方程式から砂粒子の離脱平均角速度を評価し、1個の粒子の離脱に要する時間を求め、その逆数としての単位時間あたりの離脱粒子数と関連づけて pick-up rate を評価している。本論文では、中川・辻本と同様の転動離脱モデルにより河床粒子の離脱過程をモデル化し、河床付近の流れ場を乱数発生的手法により数値的に模擬して、離脱過程の数値シミュレーションを実施する⁹⁾。離脱様式には滑動・転動・リフトオフの3つがあるが、ここで転動離脱を採用したのは、①移動開始以前の小刻みな動揺を rocking motion として表現できることに加えて、②他の様式に比べて離脱完了が下流側粒子の真上への乗り上げとして明瞭に定義されるためである。

初期移動形式として、Fig.1 に示す球状粒子の転動離脱モデルを考える。純転動の運動方程式は、

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = (\epsilon F_L - W) \sin \theta + \epsilon F_D \cos \theta - F_f \dots \dots \dots (12)$$

で与えられる。ここに、 M ：粒子の仮想質量、 F_L ：揚力、 F_D ：抗力、 W ：水中重量、 F_f は移動しようとしている砂粒子 (=A) と下流側の隣接砂粒子 (=B) との間の摩擦力である。 ϵ は遮蔽係数であり、上流側砂粒子による遮蔽効果を表している。並進方向の移動距離 x と回転角 θ との関係 ($x = \theta d$) を考慮して、式 (12) は、

$$Md \frac{d^2 \theta}{dt^2} = (\epsilon F_L - W) \sin \theta + \epsilon F_D \cos \theta - F_f \dots \dots \dots (13)$$

となる。砂粒子Aの周りの回転運動の方程式は、

$$I_G \frac{d\omega}{dt} = F_f d/2 \dots \dots \dots (14)$$

であるから (I_G ：慣性モーメント、 ω ：回転の角速度)、完全転動を仮定して、

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{d\omega}{dt} \dots \dots \dots (15)$$

とすると、

$$F_f = \frac{4I_G}{d} \frac{d^2 \theta}{dt^2} \dots \dots \dots (16)$$

となる。式 (16) を式 (13) に代入して、

$$\left[Md + \frac{4I_G}{d} \right] \frac{d^2 \theta}{dt^2} = (\epsilon F_L - W) \sin \theta + \epsilon F_D \cos \theta \dots \dots (17)$$

を得る。球状粒子を想定しているので、運動方程式中の諸項は以下ようになる。

$$M = \rho(\sigma/\rho + C_M) A_3 d^3 \dots \dots \dots (18)$$

$$W = \rho(\sigma/\rho - 1) g A_3 d^3 \dots \dots \dots (19)$$

$$I_G = \frac{2}{5} d^2 M \dots \dots \dots (20)$$

$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho \left[u - d \cdot \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \right]^2 A_2 d^2 \dots \dots \dots (21)$$

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho \left[u - d \cdot \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \right]^2 A_2 d^2 + \rho(1 + C_M) A_3 d^3 \frac{du}{dt} \dots \dots \dots (22)$$

以上より、運動方程式 (17) を数値積分することにより、回転角 θ を介して砂粒子の離脱過程が模擬できる。なお、非定常性の効果は式 (22) の抗力項に加味されている。ここに、 σ, ρ ：砂粒子および流体の密度、 g ：重力加速度、 C_M ：付加質量係数、 C_D, C_L ：抗力・揚力係数である。式 (18)~(22) における諸定数については、多くの研究に用いられている標準的な値として、 $C_M = 0.5, C_D = C_L = 0.4, A_2 = \pi/4, A_3 = \pi/6$ を用いた¹⁾。

初期条件は、時刻 $t=0$ において $\theta = \beta$ (抜け出し角) であり、 $\theta=0$ で離脱完了とみなすこととする。式 (17) が厳密に解ければ、回転角を時間の関数として表すことが可能となり、1個の粒子の離脱に要する時間 T_d は次のように定式化できる。

$$\theta(T_d) = 0 \dots \dots \dots (23)$$

ここでは、1個の砂粒子の離脱に要する時間 T_d を式 (23) の定義に基づいて求め、pick-up rate はその逆数として求められるものとする。このとき、

$$p_s = k_d / T_d \dots \dots \dots (24)$$

ここに、 k_d は経験定数である。本モデルでは、1つの砂粒子が離脱した後直ちに次の砂粒子がスタンバイする状態を想定しているが、実際には河床に停止した粒子の多くは河床の凹部にトラップされ、再配列の過程を経て離脱可能な状態となる。このような効果を表現するために、定数 k_d が導入された。

さて、砂粒子の pick-up を考えるには、砂粒子に作用する流体力を評価することが必要となる (Fig.2 参照)。平均流速については、次の対数則を仮定した。

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left[\frac{30.1 \chi y}{k_s} \right] \dots \dots \dots (25)$$

ここに、 $k_s = \alpha d$ で $\alpha = 1.0$ とした。また、 $\chi =$ 砂粒 Reynolds 数の効果を考慮した補正係数である。なお、平均河床面の位置を下流側隣接粒子の中心 ($y_0 = d \cos \beta$) に仮定する。次に遮蔽係数については、離脱の進行に伴う遮蔽効果の減少を考慮して、

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_0 & (y \leq y_0) \\ \varepsilon_0 + (1 - \varepsilon_0) \exp \left[-\frac{9}{2} \left(\frac{y - y_0}{d} - 1 \right)^2 \right] & (y > y_0) \end{cases} \dots \dots \dots (26)$$

のように仮定し、基準値 ε_0 については標準的な値 0.4 を用いる¹⁾。

変動流速場については、摩擦速度 u_* の変動が正規分布に従うと仮定する。摩擦速度の変動係数 η は、無次元せん断力の変動係数 η_0 と

$$\eta = \sqrt{\eta_0 + 1} - 1 \dots \dots \dots (27)$$

を用いて関係づけられ、Einstein²⁾ に従い、 $\eta_0 = 0.5$ とすると、 $\eta = 0.225$ となる。この変動係数を用い、正規乱数を発生させて摩擦速度の時系列を模擬し、それを式 (25) に代入したものを局所流速の時系列とした。土屋・三島・土田¹⁰⁾ による研究では流速変動をスペクトルで与えているが、加速流でのスペクトル特性が明確でないため本モデルの対象とする条件では、土屋らの手法を直ちに適用することは困難である。そこで本研究では、最も単純な変動を考えて白色雑音を用いることとした。

計算においては、抜け出し角 β を初期条件として河床に砂粒子を配列し、砂粒子の挙動を時間的に追跡する。下流側砂粒子の真上に乗上げた状態 (回転角 $\theta = 0$) を離脱完了と定義し、離脱が完了した砂粒子について離脱に要する時間を記録する。離脱が完了すると回転角をリセット ($\theta = \beta$) し、次の瞬間から新たな砂粒子を追跡する。河床の粒子は上流側粒子に拘束され、 $\theta > \beta$ になりえないから、数値的には $\theta > \beta$ となる場合も先と同様リセットした。なお、計算の時間刻み Δt については、1/200 秒とした。

Fig.3 に、本シミュレーションにより模擬された離脱過程の例を局所流速 u 、回転角 θ 、角速度 ω の時系列で示した。

抜け出し角は初期移動状態を規定する重要な因子の1つであるが、分布特性についてのモデル化は困難であり、これまでは、傾斜角を変化させられる斜面を用いて抜け出し角の分布形の計測面から把握しようと言う辻本¹¹⁾、沢本・山下¹²⁾ の試みが見られる程度である。辻本は移動床の場合についても計測を行っており、移動床の場合の抜け出し角分布は同一粗度の固定床の場合に比べて分布範囲が狭くなることを確かめている。このようなことから、計算に際しては中川・辻本⁹⁾ と同様に、抜け出し角

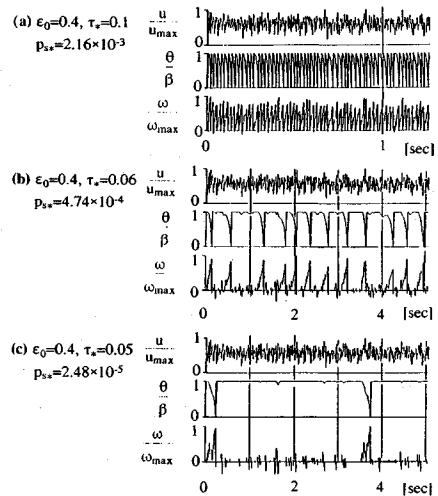


Fig.3 Time series of u , θ and ω

を $\beta = \pi/4$ と仮定した。

掃流力が限界掃流力を充分に上回る場合に相当する (a) $\tau_* = 0.1$ の場合には、砂粒子の離脱が次々に生じていることが模擬されている。離脱時間の分散はそれほど大きくなく、離脱事象が平均的掃流力により支配されていることが理解できる。次に、掃流力が限界掃流力を僅かに上回る (b) $\tau_* = 0.06$ の場合は、粒子の離脱は平均的掃流力だけでなく掃流力の変動成分にも大きく支配される。回転角を見ると、回転角の微小な擾乱いわゆる rocking 現象が模擬されている。砂粒子は rocking を繰り返しながら離脱の機会を待ち、平均値よりある程度大きい乱れが作用することによって充分な運動量が供給されると離脱するという様子が表されている。土屋・上田・大下¹³⁾ は、流体力が周期的に変化する場における rocking motion の自動的な特性に着目し、不安定解の出現を離脱として定義することにより、波動場における砂粒子の離脱過程を rocking motion として定式化している。土屋らの研究が自動的な rocking を扱っていて、乱れの効果とは直接には無関係であるのに対し、本モデルにより再現された rocking は乱れの効果のみによって生じるものである。波動場では両者ともに無視し得ないであろうが、非周期的な流体力変動が卓越する場合は、本モデルで考慮した乱れの効果が主たる役割を果たしているものと考えられる。また、(c) $\tau_* = 0.05$ の場合は、(b) と同様 rocking を繰り返しながら離脱の機会を待ってはいるが、離脱の頻度は (b) に比べてかなり低くなっている。離脱時の角速度についてはどの場合でも、ばらつきはそれほど大きくなく、掃流力の大きさに対してはほぼ一定していると考えられる。

(2) 非定常流れ場での pick-up rate 推定式

非定常流れ場では、無次元掃流力の時間微分 dr_*/dt

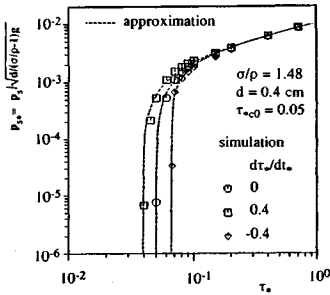


Fig. 4 Effect of acceleration on sediment pick-up rate

を考慮して pick-up rate の推定式を導く必要がある。非定常流れ場についても底面近傍の局所流速 u に限れば、これと摩擦速度 u_* との関係が、

$$\phi_p = \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left[\frac{30.1 \chi y}{k_s} \right] \dots\dots\dots (28)$$

で与えられると期待され、局所流速の時間微分は、

$$\frac{du}{dt} = \phi_p \frac{du_*}{dt} + u_* \frac{d\phi_p}{dt} \dots\dots\dots (29)$$

となる。底面近傍の局所流速 u と摩擦速度 u_* との位相差は僅かであると考えられるから、近似的に $d\phi_p/dt=0$ とすることは妥当であると考えられる。さらに、摩擦速度 u_* およびその時間微分は、無次元掃流力 τ_* を用いて、

$$u_* = \sqrt{\tau_*(\sigma/\rho-1)gd} \dots\dots\dots (30)$$

$$\frac{du_*}{dt} = \frac{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}}{2} \frac{1}{\sqrt{\tau_*}} \frac{d\tau_*}{dt} \dots\dots\dots (31)$$

と表せるから、無次元掃流力およびその時間微分を与えると、式 (28)~(31) を用いて、局所流速およびその時間微分が求められ、離脱時の運動方程式 (17) の各項が評価される。

このようにして、 $d\tau_*/dt_*$ を変化させることにより非定常性の効果を考慮した数値模擬を実施した結果を Fig. 4 に示す。図中の破線は、後述の実験に用いた $\sigma/\rho = 1.48$, $d=0.4$ cm の粒子を対象としたシミュレーション結果の近似式

$$p_{s*} = p_s \sqrt{d(\sigma/\rho-1)g} = F_0 \tau_*^{1/2} \left[1 - \frac{k_2 \tau_{*c0}}{\tau_*} \right]^{k_3 m} \dots\dots\dots (32)$$

である。ここに、 k_2, k_3 : 加速度の効果を表す補正係数、 τ_{*c0} : 定常状態の移動限界、 $F_0=0.011$, $m=0.8$ である。なお、モデル化に伴う経験定数 k_d については $k_d=0.01$ とした。非定常性の効果 (すなわち $d\tau_*/dt$ の効果) は pick-up rate 式の移動限界からの立ち上がり部分のみに顕著に現れていることが理解できる。

加速度の効果を表す補正係数 k_2, k_3 については、加速度を変化させて数値シミュレーションを実施した結果、Fig. 5 に示す関係が成立することが分かった。なお、 t_*

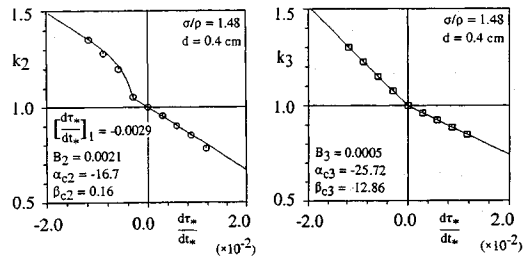


Fig. 5 Coefficients of flow acceleration

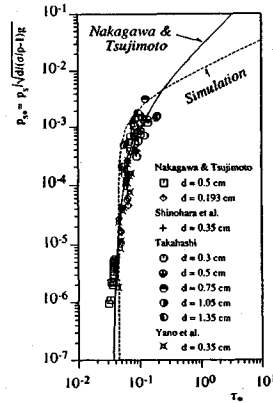


Fig. 6 Sediment pick-up rate

は、 $t_* = t\sqrt{(\sigma/\rho-1)g/d}$ で定義される無次元量である。図中の実線は、近似曲線

$$k_2 = 1 + \alpha_{c2} \frac{d\tau_*}{dt_*} + \beta_{c2} \Gamma_{c2} \dots\dots\dots (33)$$

$$\Gamma_{c2} = \begin{cases} 1 - \exp \left[\frac{1}{B_2} \left(\frac{d\tau_*}{dt_*} - \left[\frac{d\tau_*}{dt_*} \right]_1 \right) \right]; & \frac{d\tau_*}{dt_*} < \left[\frac{d\tau_*}{dt_*} \right]_1 \\ 0; & \frac{d\tau_*}{dt_*} \geq \left[\frac{d\tau_*}{dt_*} \right]_1 \end{cases} \dots\dots\dots (34)$$

$$k_3 = 1 + (\alpha_{c3} + \beta_{c3} \Gamma_{c3}) \frac{d\tau_*}{dt_*} \dots\dots\dots (35)$$

$$\Gamma_{c3} = \begin{cases} 1 - \exp \left[-\frac{1}{B_3} \frac{d\tau_*}{dt_*} \right]; & \frac{d\tau_*}{dt_*} > 0 \\ 0; & \frac{d\tau_*}{dt_*} \leq 0 \end{cases} \dots\dots\dots (36)$$

である。式中の定数については、図中に示した。

なお、本シミュレーション結果の近似式 (32) を自然砂に適用し既往の実験値および中川・辻本⁸⁾式とともに示したのが、Fig. 6 である。既存の実験値の傾向を良好に示す中川・辻本式と比較すると、本シミュレーション結果は、(i) 限界掃流力付近からの立ち上がりが急峻であり、一定勾配部への移行が速やかであり、(ii) 一定勾配部の勾配が 1/2 と緩やかである。前者は流速変動により pick-up rate が支配される領域がかなり狭いことを、後者は平均的 τ_* の増加に対する pick-up rate の増加が緩やかとなることを示している。シミュレーショ

ンでは当然のことながら場の理想化が行われており、種々の不確定要因は排除され、確率論的な要素は流体力の変動のみに集約されている。ところが実際の移動床場では、砂粒子の配置状況の不規則性等の不確定要因が存在する（本来これらの要因が抜け出し角の分布に取り込まれて表現されるべきであるが、分布特性の合理的モデル化はその複雑さ故、現時点では困難である）ため、確率論的要素の介在する範囲を大きくしている。従って、離脱過程の力学構造を抽出しただけでは実現現象のすべてを良好に説明することはできず、既存の実験値の傾向と完全に合致するには至らない。これに対し、中川・辻本式は、運動方程式を直接解かず、離脱初速度を砂粒運動の固有周期にかかわる時間で平均化して近似することにより、実現現象に近い曲線を得たものである。

以上の議論で明らかのように、本シミュレーション結果と既存の実験結果との相違は主として砂粒子の配置状況の不規則性等の不確定要因に帰されるべきものである。一方、加速度の効果は運動方程式中の加速度項を通じて現れるものであり、むしろ決定論的な議論に負うものである。従って、加速度効果を式中のパラメータの変化としてシミュレーションにより抽出し、抽出されたパラメータを用いて中川・辻本式の補正を行うことで、既存の実験結果とも良好に一致且つ加速度の効果的に表現できる pick-up rate 式が得られると考える。すなわち、加速度の効果が発現化するとき中川・辻本式は、次のように修正されるべきである。

$$p_{s*} = p_s \sqrt{d/(\sigma/\rho - 1)g} = F_0 \tau_* \left[1 - \frac{k_2 \tau_* \omega_0}{\tau_*} \right]^{k_3 m} \dots (37)$$

ここに、 $m=3$ 、自然砂については $F_0=0.03$ である。

(3) 振動流・一方向流共存場での pick-up rate の実験との比較

本論文で提案した pick-up rate の推定法を、振動流・一方向流共存場に適用し、U字管式振動流装置 (Fig.7) を用いて発生させた振動流・一方向流共存場での pick-up rate の測定結果⁷⁾と比較した。Fig.8には、その一例を示す。実験条件を Table 1 に示す。なお、 $F_0=0.036$ としたが、これは本実験結果に適合するよう F_0 の値を調整したもので、標準値 (中川・辻本式の $F_0=0.03$ を比重の効果で補正した値 0.014^*) の 2.6 倍となっている。

なお、図中の実線が本モデルにより加速度効果を補正した中川・辻本式を用いた計算結果であり、破線は補正を行わない計算結果である。図中には流れ場の計測結果から評価した底面せん断力の時間変化もあわせて示して

* 比重の効果を検討した補正には次式を用いた。

$$\frac{F_{0m}}{F_0} = \left[\frac{\sigma/\rho - 1}{\sigma/\rho + C_m} \right]_m / \left[\frac{\sigma/\rho - 1}{\sigma/\rho + C_m} \right]$$

ここに、添え字 m は補正を要する砂粒子を示している。

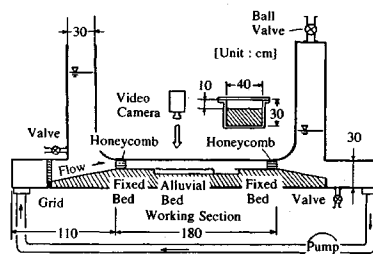


Fig.7 Experimental apparatus

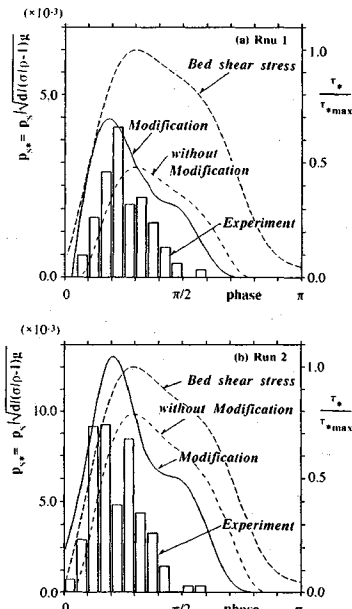


Fig.8 Sediment pick-up rate in oscillation-current coexisting flow

Table 1 Experimental condition

	Run 1	Run 2
Diameter of the particle d (cm)	0.4	
Relative density of the particle σ/ρ	1.48	
Amplitude of the oscillating velocity U_w (cm/sec) (at $y=d/2$)	41.01	43.74
Mean velocity of the current u_c (cm/sec)	18.0	18.0
Ratio of U_w to u_c	2.28	2.43
Period of the oscillation T (sec)	4.0	4.0

いる。分布範囲については、加速度の効果による補正の有無にかかわらず実際に分布より広い範囲の予測を与えるが、補正を行った場合の方が補正なしの場合に比べて位相が進んだ分布形を呈する。補正した中川・辻本式と実験結果との適合性について詳細に述べると、流速振幅の小さい (a) の場合、ピークの高さ・ピークの位相とも良好な一致を示すが、流速振幅の大きい (b) の場合、ピークの位相についてはほぼ適正な評価が得られるもの

の、ピークの高さについては過大評価になっている。分布形状については、補正された中川・辻本式を補正無しの場合と比較すると、加速期に促進・減速期に抑制と言う加速度の効果が明瞭に現れている。実験結果は加速期に速やかに立ち上がり、ピークを過ぎて減速期に入るとしばらくして変曲点を持つような推移を示すが、これらの特性は、補正された中川・辻本式を用いた場合、(a)、(b) どちらについても明瞭に示されており、加速度効果を考慮した補正の有効性が示唆される。

4. 砂粒子の掃流過程に関する数値シミュレーション

(1) シミュレーションモデルの位置づけ

空間軸上に展開された重畳積分形式の非平衡流砂モデルである中川・辻本⁹⁾モデルにおいて、掃流粒子の流送過程を規定するのは、step length の確率密度関数であり、step length は pick-up rate を deposit rate ないしは流砂量に変換するフィルターの役割を担っている。pick-up rate に比べ、step length については砂粒子の運動方程式に基づく解析的評価には困難な面が多い。これは、pick-up rate が局所的な流れ場によってのみ支配されるのに対して、step length は砂粒子の移動過程全体によって規定されるため履歴性が強い上に、履歴を決定づけるのが河床との接触の不規則性と言う確率的要因であることに起因している。このようなことから、たとえ定常等流下であろうとも step length に関する解析的表示を得ることは難しく、運動方程式に基づいて合理的に step length を推定するには数値シミュレーションに依らざるを得ない。

数値シミュレーションによる掃流粒子の移動過程の研究には、滑動モデルを用いた中川・辻本・細川¹⁴⁾による研究、saltation モデルを用いた辻本・中川¹⁵⁾、関根・吉川¹⁶⁾による研究などがあるが、いずれも定常等流下を対象としている。

本論文では、時間軸上に展開された重畳積分形式の非平衡流砂モデルにおいて掃流粒子の流送過程を規定する moving period の推定を対象とするが、推定手法が掃流過程を Lagrange 的に追跡する数値シミュレーションである点では既往の数値シミュレーションと同じである。本論文は従来の掃流過程に関する数値シミュレーションの非定常流れ場への適用として位置づけられるものと考えられる。

掃流力が時間的に変化する場における砂粒子の移動過程は、①流れ場の非定常性(砂粒子に作用する流体力自体の時間的変化)と②河床との不規則な接触により特徴づけられる。さらに流れ場の非定常性は③加速度の効果、④履歴効果と言う 2つの効果により表現されるが、ここでは、これらの効果が及ぼす影響についてもシミュレ-

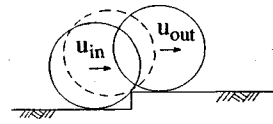


Fig.9 Schematic figure of collision of a particle

ーション結果を通じて考察が加えられる。

(2) モデルの概要

ここでは、掃流粒子の流送過程を滑動形式でモデル化し、①河床突起との衝突過程と②衝突を伴わない摩擦過程とに分けて考える¹⁴⁾。①の過程については、Fig.9 に示すような河床突起乗り越しモデル⁸⁾(弾性衝突モデル)

$$\frac{u_{out}}{\sqrt{gd}} = \sqrt{\left[\frac{1+4k^2/d^2-2\Delta_*}{1+4k^2/d^2} \right]^2 \frac{u_{in}^2}{gd} - 2\Delta_* B_*} \dots\dots\dots (38)$$

$$B_* = (\sigma/\rho - 1) / \{ (\sigma/\rho + C_M) (1+4k^2/d^2) \} \dots\dots\dots (39)$$

を用いて表現する (k : 重心に関する回転半径 $k = \sqrt{I_G/M}$)。

ここに、 $\Delta_* = \Delta/d$ (Δ : 突起高さ) であり、指数分布

$$f_H(\Delta_*) = \frac{1}{\Delta_{*0}} \exp \left[-\frac{\Delta_*}{\Delta_{*0}} \right]; \quad \Delta_{*0} = 0.3 \dots\dots\dots (40)$$

で近似すると、砂粒子の衝突直前の速度 u_{in} と衝突直後の速度 u_{out} の関係は、推移確率

$$h(u_{out}^* | u_{in}^*) = \frac{1}{\Gamma(4)} \left[\frac{4}{0.08u_{in}^{*2} + 0.3u_{in}^*} \right]^4 u_{out}^{*3} \times \exp \left[-\frac{4u_{out}^*}{0.08u_{in}^{*2} + 0.3u_{in}^*} \right];$$

$$u_{in}^* = u_{in}/\sqrt{gd}, \quad u_{out}^* = u_{out}/\sqrt{gd} \dots\dots\dots (41)$$

で与えられる¹⁴⁾。移動床における衝突は非弾性衝突であり、河床粒子のずれ動きの効果のためエネルギー損失が生じるが、この点を考慮して、衝突後砂粒子が運動を継続する条件として

$$u_{out} > \beta_1 u_{in}; \quad \beta_1 = 0.1 \dots\dots\dots (42)$$

を仮定した。

次に、③の過程における砂粒子の運動は、運動方程式

$$\rho(\sigma/\rho + C_M) A_3 d^3 \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho |u - u_p| (u - u_p) A_2 d^2 + \rho(1 + C_M) A_3 d^2 \frac{du}{dt} - g(\sigma/\rho - 1) A_3 d^3 \mu_f \dots\dots\dots (43)$$

(u_p : 砂粒子の速度の流下方向成分, x_p : 流下方向の座標軸) を、初期条件 $x_p = 0, u_p = 0; t = 0$ の下に、Runge-Kutta-Verner 法により解くことにより追跡される。なお、河床突起との衝突が生じると $u_p = u_{out}$ として砂粒子が停止するまで計算を継続する。式 (43) 中の諸定数については、 $C_M = 0.5, C_D = 0.4, A_2 = \pi/4, A_3 = \pi/6$ を用いた¹⁾。河床面との摩擦接触効果を規定する摩擦係数 μ_f については砂粒子の移動速度の関係を考慮

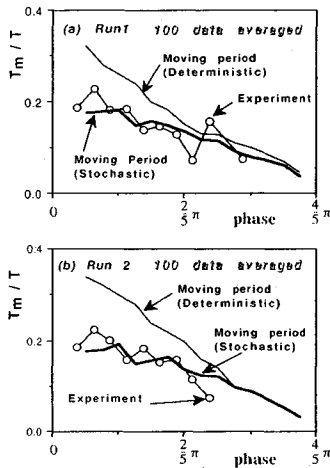


Fig.10 Mean moving period

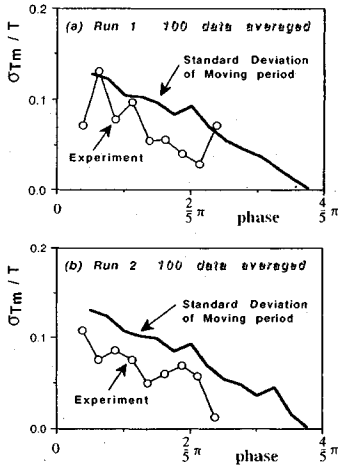


Fig.11 Standard deviation of moving period

して求められた実験式¹⁴⁾

$$\mu_f = \frac{\mu_{r0}}{(u_b/\sqrt{gd})^2 + 0.5}; \mu_{r0} = 0.9 \dots \dots \dots (44)$$

により与えることとする。なお、移動床における河床面の突起間隔は、水理条件にほとんど無関係に平均値 $X = (5.0 \sim 7.0)d$ 、変動係数 $\alpha_x = 0.6 \sim 0.7$ の gamma 分布で与えられることが実験的に確かめられている¹⁴⁾。計算時刻間みについては、 $\Delta t = 1/200$ 秒とする。

(3) 振動流・一方向流共存場での moving period の実験との比較

本シミュレーションを振動流・一方向流共存場に適用し、Fig.7 に示した U 字管式振動流装置を用いた moving period の実験結果と比較したのが Figs.10, 11 である。実験条件・計算条件は Table 1 と同様である。なお、砂粒子周辺の局所流速については、実験に用いた砂粒子と同一の粒子で粗度づけされた固定床上における計測値

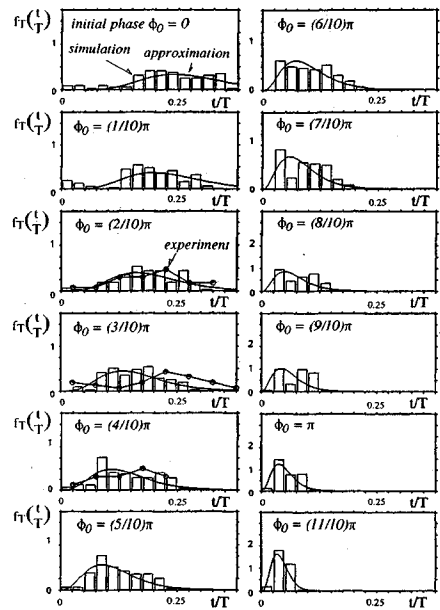


Fig.12 Probability density function of moving period

を用いることとした。

Fig.10 は、平均 moving period T_m についての結果であり、河床の突起との不規則衝突を考慮しない決定論的モデルによる計算結果も併せて示している。移動開始時刻が遅いほど moving period が短い点は、確率モデル・決定論的モデルとも共通しているが、決定論的モデルは移動開始時刻が早いときに過大評価となっている。移動開始時刻が遅くなるに従って両モデルによる結果の差が小さくなっており、確率モデルの解は決定論的モデルの解へと漸近していく。停止事象の発生要因としては、①砂粒子が河床突起との衝突により急激に運動量を失うことと②流体力が移動限界を下回ることの2つが考えられる。移動開始時刻が遅くなるに従って個々の砂粒子の河床突起との衝突回数は減少するから、確率論的である①の要因の占める割合が決定論的である②の要因のそれに比べて相対的に減少すると考えられ、このことが確率モデルの解を決定論的モデルの解へと漸近させる役割を果たしているものと推察される。

次に、Fig.11 は、moving period の標準偏差 σ_{Tm} についての結果である。確率モデルによる計算値は、実験値の存在範囲の上限付近に相当するが、全体としての傾向は良好に模擬されており、本シミュレーションは、平均特性だけでなく変動特性についても予測可能であることが理解できる（決定論的モデルでは分布範囲の議論さえも不可能であることは言うまでもない）。

Fig.12 は、シミュレーションが予測する moving period の確率密度関数 $f_T(t/T)$ の移動開始位相別の変化である。図には実験結果も併せて表示しているが、実

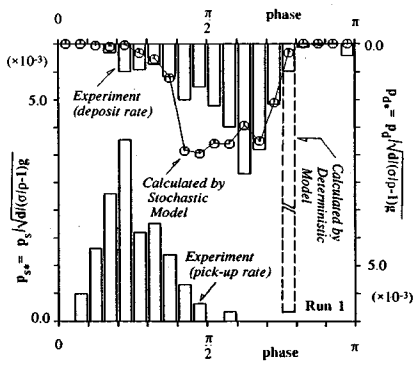


Fig.13 Comparison between simulation and experiment

験でサンプリングされた砂粒子数は移動開始位相ごとに異なっており、移動個数の少ない位相では平均値や標準偏差などの議論ならばどうにか可能でも、確率密度関数の形状を論じるにはサンプリング数が少なすぎて信頼性の点で問題がある。従って、実験値は比較的サンプリング数の多い位相についてのみ示すこととした。

これに対して数値シミュレーションはサンプリング数を自由に調整可能であり、実験では不可能であったサンプリング数の極めて少ない移動開始位相の確率密度関数の形状までも予測可能であり、全ての移動開始位相について同一の信頼性を有するデータを得ることができる。そこで数値シミュレーションより密度関数の移動開始位相別の特長について考察を加えることにする。

移動開始位相が小さい場合は密度関数は広範囲に分布し、床面の突起との不規則な衝突が現象を大きく支配しているが、移動開始位相が大きくなるに従って決定論的に決められる moving period の周辺に分布が集中する様子が示されている。図中の実線は gamma 分布による近似曲線

$$f_T(\xi) = \frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda\xi)^{r-1} \exp(-\lambda\xi) \dots (45)$$

$$\lambda = \frac{T_m}{\sigma_{T_m}^2}; r = \left[\frac{T_m}{\sigma_{T_m}} \right]^2 \dots (46)$$

を示している。ここに、 $f_T(\xi)$ は規格化された密度関数で、 $\xi = t/T_m$ である。本近似式によって、シミュレーション結果をほぼ良好に近似可能であることが図から理解できる。

次に、シミュレーションによって推定された確率密度関数を用いて、式(8)の積分を実行し、pick-up rate から deposit rate への変換過程を予測したのが、Fig.13 である。実験から得られた pick-up rate を入力として、確率論的モデルと決定論的モデルにより deposit rate を予測し、実験結果と比較した結果を図示している。確率論的モデルによると deposit rate の分布範囲は正確に予測され、分布形状についてもピークの直前の部分に若干

のずれはあるものの、立ち上がりが緩やかでピークを経て急激に減少する形状をほぼ良好に再現している。これに対して、決定論的モデルでは分布範囲の予測そのものが不可能であり、deposit rate は特定の位相に δ 関数的に分布する。重心が前にある鋭い分布を持った pick-up rate が掃流過程のフィルター的な作用により、重心を後ろに持った広がった deposit rate に変換されることが実験結果からも明らかであるが、このような掃流過程の特性を表現する上で、確率論的モデルが決定論的モデルに対して決定的に有利であることを Fig.13 は示している。

5. あとがき

本論文では、時間軸上の非平衡性流砂モデルを重畳積分形式の表現を用いて定式化し、モデルの構成要素である pick-up rate と moving period について掃流粒子の運動の力学的特性を考慮した数値シミュレーションにより推定した。

本研究で得られた主要な結果を要約すると以下のとおりである。

(1) 空間的には一様で、時間的に非定常な場合の掃流過程は、pick-up rate と moving period を構成要素とする時間軸上の重畳積分形式のモデルで記述される。流砂量式については、空間的に一様・時間的に非定常な場合の掃流過程には砂粒子の移動速度が構成要素として導入され、空間的に非一様・時間的に定常な場合の掃流過程の表現を若干異なった表現となるが、deposit rate 式については、空間的に非一様・時間的に定常な場合の掃流過程と空間的に一様・時間的に非定常な場合の掃流過程とは同様の形式で表現され、前者の step length が後者の moving period に対応している。

(2) 転動離脱の運動方程式を数値積分して流体力の変動を伴う場における砂粒子の挙動を追跡することにより、限界掃流力付近の砂粒子の揺動 (rockin) の存在を確認した。これまでは観察結果として報告されるのみであった乱れによる rocking motion が、数値シミュレーションを通じて再現されたことで、シミュレーションモデルの表現力が実証された。

(3) 上述のシミュレーションモデルを非定常性を伴う流れ場に適用し、加速度の効果が pick-up rate に与える影響をシミュレーション結果から検討し、加速度の効果を考慮して中川・辻本式を補正する方法を提案した。補正された中川・辻本式を振動流・一方流共存場における実験結果に適用し、良好な一致を確認した。

(4) 滑動形式の運動方程式と突起との衝突乗り越しモデルを用いて、掃流過程の砂粒子の運動をシミュレートし、非定常流れ場に適用した。シミュレーションモデルを振動流・一方流共存場における実験結果に適用し、moving period の平均値・標準偏差ともに実験結果

との良好な一致を確認した。

(5) 次に、シミュレーションモデルを用いて moving period の確率密度関数を求め、その特性について検討した。シミュレーションによれば、実験では不可能であったサンプリング数の極めて少ない移動開始位相の確率密度関数の形状までも予測可能であり、全ての移動開始位相について同一の信頼性を有するデータを得ることができた。予測結果は、移動開始位相が遅くなるに従って決定論的に求められる moving period の周辺に分布が集中することを示しており、移動開始位相が遅くなるほど確率論的要因の影響が減少することが明らかとなった。

(6) シミュレーションから求められた確率密度関数を用いて pick-up rate から deposit rate への変換過程を予測し、確率論的モデルによる予測結果は、deposit rate の実験結果と良好に一致し、決定論的アプローチでは示すことのできない deposit rate の分布の広がりも良好に再現された。

謝辞：本研究にあたり、実験・データ処理について、京都大学大学院 仙波 克君の協力を得たことを付記し、謝意を表する。

参考文献

- 1) たとえば、中川博次・辻本哲郎：移動床流れの水力，土木学会新体系土木工学 23，技報堂出版，310 p.，1986。
- 2) Einstein, H.A.: The bed load function of sediment transportation in open channel flows, Tech. Bull., No.1026, USDA, Soil Conservation Service, p.78, 1950.
- 3) 中川博次・辻本哲郎：砂れきの運動に伴う移動床砂面の擾乱発生過程，土木学会論文報告集，第 291 号，pp. 53～

- 62, 1979.
- 4) 辻本哲郎：変動する掃流力による掃流砂量変動の確率過程論的解析，土木学会論文集，第 417 号，pp. 119～127，1990.
- 5) Suszka, L.: Sediment transport at steady and unsteady flow ; A laboratory study, Thesis for Dr. Technical Science, No.704, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 1988.
- 6) 辻本哲郎・W.H. グラフ：流れの非定常性の掃流砂量への影響，第 32 回水理講演会論文集，pp. 395～400，1988.
- 7) 中川博次・辻本哲郎・後藤仁志：振動流・一方向流共存場での掃流過程の確率モデルに関する研究，京都大学防災研究所年報，第 33 号 B-2，pp. 595～603，1990.
- 8) 中川博次・辻本哲郎・後藤仁志：非定常性を考慮した砂粒子の離脱過程のモデル化，水工学論文集，第 35 巻，pp. 429～434，1991.
- 9) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂礫の移動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第 244 号，pp. 71～80，1975.
- 10) 土屋義人・三島豊秋・土田充：飛砂の移動限界の理論，海岸工学論文集，第 36 巻，pp. 344～348，1989.
- 11) 辻本哲郎：掃流過程の確率モデルとその移動床問題への応用，京都大学学位論文，1978.
- 12) 沢本正樹・山下俊彦：波による半周期漂砂量，土木学会論文集，第 363 号，pp. 195～204，1985.
- 13) 土屋義人・上田康裕・大下哲則：漂砂の移動限界の理論，第 31 回海岸工学講演会論文集，pp. 272～276，1984.
- 14) 中川博次・辻本哲郎・細川泰廣：移動床における掃流砂れきの不規則運動性状について，京都大学防災研究所年報，第 22 号 B-2，pp. 553～573，1978.
- 15) 辻本哲郎・中川博次：掃流粒子の Saltation の確率過程論的解析，土木学会論文集，第 345 号，pp. 83～90，1984.
- 16) 関根正人・吉川秀夫：掃流砂の停止機構に関する研究，土木学会論文集，第 309 号，pp. 105～112，1988.

(1991.6.17 受付)

NON-EQUILIBRIUM SEDIMENT TRANSPORT ALONG A TEMPORAL AXIS

Tetsuro TSUJIMOTO, Hitoshi GOTOH and Hiroji NAKAGAWA

The non-equilibrium bed-load transport process under the time-dependent shear stress is explained well by the convolution integral model along the temporal axis proposed in this paper, which is constituted by the pick-up rate and the moving period. In order to evaluate the constituent elements of the model, first, the numerical simulation of the dislodgment process is executed. Based on such a simulation, the effect of acceleration on the pick-up rate is clarified. Secondly, the numerical simulation of the moving process is executed to estimate the characteristics of the moving period. Finally the simulation are applied to the oscillation-current coexisting flow. The transformation process from the pick-up rate to the deposit rate is simulated accurately by the present simulation, and the applicability of the present study is emphasized.