

乱流完結モデルによる熱塩成層場の乱流構造解析

道奥康治*・Erich PLATE**

乱流完結モデルを用いて熱塩対流の数値シミュレーションを行う。一定の濃度勾配を持つ線型密度成層の底面から熱フラックスを供給し、自然対流がもたらす鉛直混合と乱流構造を解析する。平均濃度・温度について著者らの水理実験結果と解析との比較を行い、現象が良好に再現されていることを確認した。また、既往の実験的研究においては明らかにされていなかった熱塩成層場の乱流構造に関する新しい知見を得た。

Keywords: density currents, double-diffusion, turbulence models, thermal convection

1. 序 論

近年の乱流理論の進展と計算機能力の向上により、さまざまな流れの場に乱流完結モデルが適用できるようになってきた。中でも、種々の工学的対象に現われる密度流現象への乱流モデルの適用は、近年の乱流研究における大きな動向である。特に、熱密度流現象に関しては流速計測がきわめて困難であり、乱流場における動力学的実験的解明に限界があるため、乱流理論を背景とした完結モデルが乱流解析の有力な手段となり得る。本研究では、熱塩対流現象を対象として乱流完結モデルを適用し、鉛直混合過程の再現予測および乱流構造の解析を行う。

熱塩成層の問題は、塩分と温度によって密度成層を構成する河口湖・汽水湖・貯水池など閉鎖水域における水質輸送過程；海洋深層部の鉛直微細構造の生成・発達過程；熱エネルギー備蓄施設として利用されるソーラーポンドの貯熱機構；さらには金属などの含有成分によって二重成層を成す地中マグマ内の流動機構；その他、化学工学・天文学分野の諸現象；など様々な自然科学分野に見いだされる。熱塩対流あるいは二重拡散現象の研究は、水理実験に基く熱塩輸送量の実験的評価、線形安定性理論による対流層発生限界の解析、などの基礎的研究を中心に1950年代頃から展開されてきた¹⁾。しかしながら、流速計測がほぼ不可能であり、乱流現象であるにも関わらず乱流構造が未だ不明である。乱流情報の欠落は、基礎研究成果を実際問題へ応用する上で大きな障害となる。例えば、これまでに提案されている熱塩成層発達過程の予測モデルは²⁾、水理実験で得られた熱塩輸送量に関する経験則と線形安定解析に基く対流発生限界条件を

基礎としており、平均温度・濃度に関する実験情報のみに基づいて構築されたものである。つまり乱流の動力学的な欠いた経験的モデルである。現時点ではこれらを実際問題に準用せざるを得ないが、当然のことながら乱流輸送量の正確な評価は困難である。また、積分モデルであるので水理諸量の連続的空間分布を記述することもできない。さらに、単純な条件下での実験結果を基に熱塩輸送過程を記述しているため汎用性に乏しく、自然界の複雑な二重拡散対流場へ適用する上での柔軟性に限界がある。的確な現象の記述と様々な条件へ対応可能な予測手法を開発するためには、乱流の運動方程式を直接取り入れた数値モデル、すなわち乱流モデルの導入が必要である。

以上の背景のもとに本研究では、大気成層乱流を対象に開発された Mellor と Yamada の “Level-2.5 Turbulence Closure Model” (以下MYモデルと略述する)³⁾を熱塩二重成層場へ拡張適用し、数値シミュレーションによって熱塩対流過程を再現する。温度と濃度の平均量については実験値との比較が可能であるので、これより本解析の妥当性を検証する。次に、これまで明らかにされなかった乱流構造や Rayleigh-Taylor Instability の発生過程などに関し詳細な考察を行う。

2. 対象とする熱塩成層場

下方で高温度・高濃度、上方で低温度・低濃度を呈する、「過剰安定型 (diffusive 型) — 熱塩対流」を対象とする。この時、温度は重力的に不安定勾配、濃度は安定勾配を成す。ここでは、Fig.1 に示すような一定の物質濃度勾配 $(dS/dz)_i (\leq 0)$ を持つ密度成層場において、一定の熱フラックス H_0 が底面より供給される鉛直一次元熱塩成層場を考える。このような熱塩成層場は実験技術的に設定しやすく、比較的多くの実験研究例があり解析の検証を行う上で都合がよい。Fig.1 の系においては、

* 工博 神戸大学助教授 工学部土木工学科
(〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)

** Dr. Ing., o. Prof., Department of Civil Eng., Univ. Karlsruhe, FRG

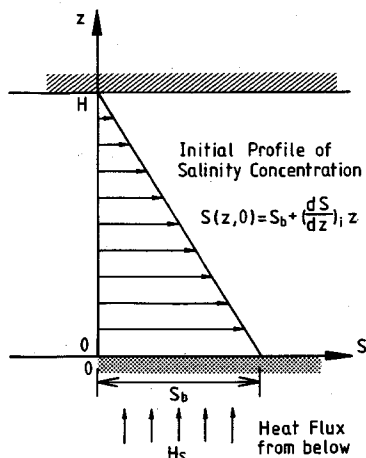


Fig.1 Schematic description of density stratification composed of heat-salt complex. (initial salinity gradient is linear and a constant heat flux is supplied from below)

断続的に発生する Rayleigh-Taylor Instability によって対流層が順次形成され、ステップ状の特徴的な多重成層が発達することが知られている。二重拡散現象の発生機構については多くの成書やレビュー^{1),10)}に詳述してあるのでここでは割愛する。他にもいくつかの種類の過剰安定型—熱塩対流現象が想定されるが、各々の状況に応じた初期条件、境界条件を用いれば本解析モデルをそのまま適用することができ本質的な差はないものと思われるのでここでは検討対象外とする。一方、鉛直上方が高温・高塩分、下方が低温・低塩分の「Finger型熱塩対流」は、ここで扱う過剰安定型熱塩対流や“Penetrative Convection”と異なる対流層構造を有している。特に、fingerの構造を保持しながら発達していく段階においては、水平方向の熱塩分布もまた熱塩輸送量に関与する三次元モードを呈している。Finger型熱塩対流に対する乱流モデルの適用性に関して現時点で著者らは明確な結論を得ていない。

二重成層における密度分布 $\rho(z, t)$ は温度 $T(z, t)$ と濃度 $S(z, t)$ から状態方程式

$$\rho(z, t) = \rho_0(1 - \alpha T + \beta S) \dots (1)$$

を介して与えられる。ここで、 z : 鉛直座標 (鉛直上向きを正とする)、 t : 時間、 ρ_0 : 基準密度、 $\alpha = -(\rho_0/\rho) \partial \rho / \partial T$: 熱膨張係数、 $\beta = (\rho_0/\rho) \partial \rho / \partial S$: 「物質濃度—密度」間の換算係数である。なお、 T と S は基準状態においてともに 0 として定義する。

Fig.1 の系において現象を支配する関連物理量は、 $(dS/dz)_i, H_s, \alpha, \beta$ の他、重力加速度 g 、熱・物質の分子拡散係数 κ_T, κ_S である。

二重拡散現象は密度成層を構成する二つの物質の分子拡散性が異なる場合に生じ、「熱—塩」の場合、常温

(20°C) においてほぼ、 $\kappa_T = 1.45 \times 10^{-3}$ (cm²/sec)、 $\kappa_S = 1.45 \times 10^{-5}$ (cm²/sec) である。本研究における以下の議論は、 T および S として「熱—塩」の組み合わせのみならず、任意の二つの物質の組み合わせとして読み替えることができる。 $\kappa_S = \kappa_T$ の場合は二重拡散効果がない場合の自然対流による物質輸送現象に対応し、大気対流境界層中の水蒸気輸送や海洋・湖沼表層での自然対流時における溶存物質の鉛直混合輸送がその例である。

3. 乱流完結モデル

(1) 基礎方程式

平均場と乱流場に対する運動方程式、体積連続式、熱保存式、物質保存式を鉛直次元の場に適用する。MY-モデル³⁾に基づいて、三次相関項に関する完結、乱流場の非等方性を考慮した乱流方程式の簡略化などを行う。結局、鉛直次元熱塩成層系に対する Level-2.5 モデルは次のように得られる⁶⁾。

a) 平均水温の保存式

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_T \frac{\partial T}{\partial z} - \overline{w\theta} \right) \dots (2)$$

b) 平均濃度の保存式

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_S \frac{\partial S}{\partial z} - \overline{w\sigma} \right) \dots (3)$$

c) 乱流エネルギーの方程式

$$\frac{\partial q^2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ q \lambda_1 \left(\frac{5}{3} \frac{\partial q^2}{\partial z} \right) \right\} + 2(\alpha g \overline{w\theta} - \beta g \overline{w\sigma}) - 2q^3/\Lambda_1 \dots (4)$$

d) 乱流二次相関項の完結方程式

$$\overline{u^2} = \overline{v^2} = \frac{q^2}{3} - \frac{2l_1}{q} (\alpha g \overline{w\theta} - \beta g \overline{w\sigma}) \dots (5)$$

$$\overline{w^2} = \frac{q^2}{3} + \frac{4l_1}{q} (\alpha g \overline{w\theta} - \beta g \overline{w\sigma}) \dots (6)$$

$$\overline{w\theta} = \frac{3l_2}{q} \left\{ -\overline{w^2} \frac{\partial T}{\partial z} + (\alpha g \overline{w\theta} - \beta g \overline{w\sigma}) \right\} \dots (7)$$

$$\overline{w\sigma} = \frac{3l_2}{q} \left\{ -\overline{w^2} \frac{\partial S}{\partial z} + (\alpha g \overline{w\theta} - \beta g \overline{w\sigma}) \right\} \dots (8)$$

$$\overline{\theta^2} = -\frac{\Lambda_2}{q} \overline{w\theta} \frac{\partial T}{\partial z} \dots (9)$$

$$\overline{\sigma^2} = -\frac{\Lambda_2}{q} \overline{w\sigma} \frac{\partial S}{\partial z} \dots (10)$$

$$\overline{\sigma\theta} = -\frac{\Lambda_2}{2q} \left(\overline{w\theta} \frac{\partial T}{\partial z} + \overline{w\sigma} \frac{\partial S}{\partial z} \right) \dots (11)$$

ここで、 (u, v, w) : 各々 (x, y, z) 方向の乱流速度成分、 $q^2/2 = (\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2})/2$: 乱流運動エネルギー (TKE)、 (θ, σ) : 各々、水温、物質濃度の乱流変動成分、overbar: 時間平均であり、 $(l_1, l_2, \Lambda_1, \Lambda_2, \lambda_1) = (A_1, A_2, B_1, B_2, D_1)$ l は、次式で与えられる乱れの Master Length l に比例する渦スケールである。

$$l = \frac{\kappa z}{1 + \kappa z/l_0}, \quad l_0 = \gamma \frac{\int_0^\infty qz dz}{\int_0^\infty q dz} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 κ : カルマン定数, $\gamma=0.55$, (A_1, A_2, B_1, B_2, D_1) = (0.92, 0.587, 16.6, 10.1, 0.23) である。

上式で与えられる l は z に関する単調増加関数であり、 l_0 は $z \rightarrow \infty$ における l の漸近値である。このままの形では l は壁面せん断乱流に対する Karman-Prandtl 型の混合距離に相当するが、対象とする現象に応じて合理的な乱流構造が再現されるように、 l に対して後述のような制約条件式 (16) が設定される。

なお、以上の完結仮説には分子過程の効果が考慮されていない。特に、動粘性は平均量に関する基礎式にも含まれないため、本モデルでは対流層発生限界に関与する Rayleigh 数が支配パラメーターから除外される。乱流項に関し全く情報が無い現段階において根拠のない補正を加えることはできないので、ここではあえて粘性補正を導入しない。結果的には後述のように本モデルにより再現された対流層の発生頻度が水理実験結果と比較的良好に一致するが、理想的には何らかの形で粘性の影響を考慮したモデル化を再考する必要がある。

(2) 境界条件・初期条件

底面上 ($z=0$) では一定の熱フラックス H_s が供給される。一方、物質の供給と乱れはない。よって、境界条件は次のように与えられる。

$$H_s = -\kappa_T \frac{\partial T}{\partial z}, \quad \frac{\partial S}{\partial z} = 0, \quad q^2 = 0 \quad \text{at } z=0 \dots\dots\dots (13)$$

上端面 ($z=H$) では熱・物質ともに入出力はなく、乱れもないとして、境界条件は

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial S}{\partial z} = 0, \quad q^2 = 0 \quad \text{at } z=H \dots\dots\dots (14)$$

となる。

初期 ($t=0$) においては、

$$S(z, t) = S_0 + (dS/dz)_0 z, \quad T(z, t) = 0, \quad q^2 = 0 \dots\dots (15)$$

とする。

(3) 乱流構造に関する制約条件

現実的な乱流場の解を得るために、密度成層が強安定の場合と強不安定の場合の両極限状態において次のような制約条件が設けられる^{7)~9)}。

a) 安定成層場における制約条件

Andréら⁸⁾による安定温度成層状態での長さスケールの限界条件

$$l \leq \frac{0.53q}{(\alpha g \partial T / \partial z)^{1/2}}$$

を熱塩二重成層に準用し、

$$l \leq \frac{0.53q}{\{\alpha g (\partial T / \partial z) - \beta g (\partial S / \partial z)\}^{1/2}} \dots\dots\dots (16)$$

のように、長さスケール l の上限値を与える。式(16)

によって l は局所リチャードソン数にも依存するようになり、密度境界面で l が小さくなるという密度成層乱流の基本的特徴を再現できる。

b) 不安定成層場における制約条件

Uberoi⁹⁾の実験に基づいて、「 $0.12q^2$ より小さな水平乱れ成分 $\overline{u^2}$ はない」という制約条件、すなわち、

$$\overline{u^2} \geq 0.12q^2 \dots\dots\dots (17)$$

が設けられる。

4. 代表物理量

基礎方程式を基準化するための各種代表物理量を次元考察に基づいて導出すれば次のようになる。

- a) 時間: $t_0 = \{-\beta g (dS/dz)_0\}^{-1/2}$
- b) 長さ: $L_0 = (\alpha g H_s)^{1/2} \{-\beta g (dS/dz)_0\}^{-3/4}$
- c) 速度: $w_0 = L_0/t_0 = (\alpha g H_s)^{1/2} \{-\beta g (dS/dz)_0\}^{-1/4}$
- d) 温度: $T_0 = (\alpha g)^{-1} (\alpha g H_s)^{1/2} \{-\beta g (dS/dz)_0\}^{1/4}$
- e) 濃度: $S_0 = (\beta g)^{-1} (\alpha g H_s)^{1/2} \{-\beta g (dS/dz)_0\}^{1/4}$

これらを用いて、次のように無次元物理量を定義する。

$$\begin{aligned} \bar{t} &= t/t_0, \quad \bar{z} = z/L_0, \quad \bar{q}^2 = q^2/w_0^2, \\ \bar{u}_i &= u_i/w_0 \quad (u_i \text{ は任意の乱流速度成分}), \\ (\bar{T}, \bar{\theta}) &= (T, \theta)/T_0, \quad (\bar{S}, \bar{\sigma}) = (S, \sigma)/S_0, \\ (\bar{l}_i, \bar{\lambda}_i, \bar{\lambda}_i) &= (l_i, \lambda_i, \lambda_i)/L_0, \quad (i=1, 2), \text{ etc.} \end{aligned}$$

5. 基礎方程式系の無次元化と二次相関項の渦動拡散係数表示

上記の各種代表量を用いて 3. における基礎方程式・境界条件等は次のように無次元化される。

(1) 平均水温の保存式

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{1}{P_{eT}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} - \bar{w}\bar{\theta} \right) \dots\dots\dots (18)$$

(2) 平均濃度の保存式

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{\tau}{P_{eS}} \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{z}} - \bar{w}\bar{\sigma} \right) \dots\dots\dots (19)$$

(3) 乱流エネルギーの方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial \bar{t}} &= \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left\{ \bar{q} \bar{\lambda}_1 \left(\frac{5}{3} \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial \bar{z}} \right) \right\} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{(I) 拡散項}} \\ &\quad + 2(\bar{w}\bar{\theta} - \bar{w}\bar{\sigma}) - 2\bar{q}^2/\bar{\lambda}_1 \dots\dots\dots (20) \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{(II) 浮力項}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{(III) 逸散項}} \end{aligned}$$

(4) 乱流二次相関項の完結方程式

式(5)~(11)は代数式である。簡単な代数演算によりこれらを次のような温度分布、濃度分布に関する局所リチャードソン数

$$\phi = (l^2 \alpha g / q^2) (\partial T / \partial z) \dots\dots\dots (21)$$

$$\phi = -(l^2 \beta g / q^2) (\partial S / \partial z) \dots\dots\dots (22)$$

の関数として簡略的に記述できる。さらに、4. の無次元化を施すと、二次相関項が ϕ 、 ψ および無次元渦動拡散係数 k_q の関数として以下のように得られる。

$$\tilde{w}^2 = \tilde{v}^2 = \tilde{q}^2 \left\{ \frac{1}{3} + 2A_1 k_q (\phi + \psi) \right\} \dots\dots\dots (23)$$

$$\tilde{w}^2 = \tilde{q}^2 \left\{ \frac{1}{3} - 4A_1 k_q (\phi + \psi) \right\} \dots\dots\dots (24)$$

$$\tilde{w}\tilde{\theta} = -k_q \tilde{q} \tilde{i} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \dots\dots\dots (25)$$

$$\tilde{w}\tilde{\sigma} = -k_q \tilde{q} \tilde{i} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial \tilde{z}} \dots\dots\dots (26)$$

$$\tilde{\theta}^2 = -B_2 \frac{\tilde{i}}{\tilde{q}} \tilde{w}\tilde{\theta} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \dots\dots\dots (27)$$

$$\tilde{\sigma}^2 = -B_2 \frac{\tilde{i}}{\tilde{q}} \tilde{w}\tilde{\sigma} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial \tilde{z}} \dots\dots\dots (28)$$

$$\tilde{\sigma}\tilde{\theta} = -B_2 \frac{\tilde{i}}{2\tilde{q}} \left(\tilde{w}\tilde{\sigma} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} + \tilde{w}\tilde{\theta} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial \tilde{z}} \right) \dots\dots\dots (29)$$

ここで、 k_q は ϕ と ψ の関数として次式で与えられる。

$$k_q = - \left[(1 + 1.5A_2 B_2 (\phi + \psi)) A_2 \right] / \left[(12A_1 + 1.5B_2)^2 A_2^2 \phi \psi - (1 + 12A_1 A_2 \phi + 3A_2 B_2 \phi + 1.5A_2 B_2 \psi) \times (1 + 12A_1 A_2 \psi + 1.5A_2 B_2 \psi + 3A_2 B_2 \phi) \right] \dots\dots (30)$$

また、 ϕ と ψ は無次元量を用いれば次のように再定義される。

$$\phi = \{ \tilde{P} (\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z}) \} / \tilde{q}^2 \dots\dots\dots (31)$$

$$\psi = \{ -\tilde{P} (\partial \tilde{S} / \partial \tilde{z}) \} / \tilde{q}^2 \dots\dots\dots (32)$$

(5) 境界・初期条件の無次元表示

a) 底面 ($\tilde{z}=0$) における境界条件 (式 (13))

$$1 + P_{eT}^{-1} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} = 0 \dots\dots\dots (33)$$

および

$$\partial \tilde{S} / \partial \tilde{z} = 0, \quad \tilde{q}^2 = 0 \dots\dots\dots (34)$$

b) 上端 ($\tilde{z}=\tilde{H}$) における境界条件 (式 (14))

$$\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z} = \partial \tilde{S} / \partial \tilde{z} = 0, \quad \tilde{q}^2 = 0 \dots\dots\dots (35)$$

c) 初期条件 ($\tilde{t}=0$) (式 (15))

$$\tilde{S} = \tilde{S}_0 - \tilde{z}, \quad \tilde{T} = 0, \quad \tilde{q}^2 = 0 \dots\dots\dots (36)$$

(6) 乱流構造の制約条件の無次元表示

a) 安定成層場 [$(\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z} - \partial \tilde{S} / \partial \tilde{z}) \geq 0$] (式 (16))

$$\tilde{i} \leq \frac{0.53\tilde{q}}{(\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z} - \partial \tilde{S} / \partial \tilde{z})^{1/2}} \dots\dots\dots (37)$$

b) 不安定成層場 [$(\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z} - \partial \tilde{S} / \partial \tilde{z}) \leq 0$] (式 (17))

$$8/75 + A_1 k_q (\phi + \psi) \geq 0 \dots\dots\dots (38)$$

6. 無次元支配パラメーター

以上、基礎方程式の基準化によって、式 (18)、(19) に含まれる次の二つの支配パラメーターが見いだされ

た。

$$P_{eT} = w_0 L_0 / \kappa_T = (\alpha g H_0) / [\kappa_T (-\beta g (dS/dz)_i)] \dots\dots (39)$$

$$\tau = \kappa_s / \kappa_T \dots\dots\dots (40)$$

P_{eT} は熱塩成層系の Péclet 数であり、熱対流強度に対する濃度分布の浮力安定効果と熱拡散の安定効果の比を表わす。熱フラックス H_0 は混合の起動力であり、物質濃度勾配 $(dS/dz)_i$ は混合を抑制する要因である。熱拡散性 κ_T は不安定な温度浮力勾配の鉛直方向拡散を促進するので、物質濃度とともに鉛直混合の抑制要因として働く。したがって、 P_{eT} が大きいほど対流強度が大きく鉛直混合が活発であることを意味する。

τ は二重成層を構成する二つの物質の拡散係数比であり、Lewis 数と呼ばれる。熱塩二重成層の場合は、 $\tau = 0.01$ である。 $\tau = 1$ の場合は両物質間に拡散性の差異がないので、有効浮力 $(\beta S - \alpha T)g$ を熱浮力 $\alpha g T$ に読み替えれば、温度成層場における通常の Penetrative Convection と等価な現象となる。 τ が 1 より大きくあるいは小さくなるほど、二物質間の分子過程に起因する相互干渉が大きくなり、鉛直混合におよぼす二重拡散効果が増加する。

なお、ここでは平均流による粘性応力はなく、また乱流項に関して粘性効果の補正を加えていないので粘性が関連するパラメーターはモデル式から全て除外されている。ただし、対象とした熱塩対流の乱流レベルを概算する上で参考になるとと思われる代表的な無次元パラメーターについては以下のようにそれらの算定式を示す。

① 乱流 Reynolds 数: Re_t

$$Re_t = ql/\nu = (L_0^2 / t_0 \nu) \tilde{q} \tilde{i} = (P_{eT} / P_r) \tilde{q} \tilde{i} \dots\dots\dots (41)$$

② Rayleigh 数: R_a

$$R_a = \alpha g \Delta T d^3 / \kappa_T \nu = (P_{eT}^2 / P_r) \Delta \tilde{T} \tilde{d}^3 \dots\dots\dots (42)$$

③ Grashof 数: G_r

$$G_r = \alpha g \Delta T d^3 / \nu^2 = R_a / P_r = (P_{eT} / P_r)^2 \Delta \tilde{T} \tilde{d}^3 \dots\dots\dots (43)$$

以上の諸式で、 ν : 動粘性係数、 $P_r = \nu / \kappa_T$: Prandtl Number (水の場合、 $P_r = 7$)、である。対象とする箇所の無次元量、 $(P_{eT}, \tilde{q}, \tilde{i}, \Delta \tilde{T}, \tilde{d})$ 、などを代入すれば上記のパラメーターが算定される。

7. 数値計算⁶⁾

四点 Implicit Scheme を用いる。Newton-Raphson 法によって差分方程式を線型化し、帯行列法によって逐次近似解を求めていく方法をとる。差分時間・空間間隔 (無次元値) として $\Delta \tilde{t} = 0.05 \sim 0.5$ 、 $\Delta \tilde{z} = 0.5 \sim 2.0$ 、を用いる。

8. 熱塩密度場の時間発展

Fig.2 (a), Fig.3 (a) において、水温 \tilde{T} (実線)

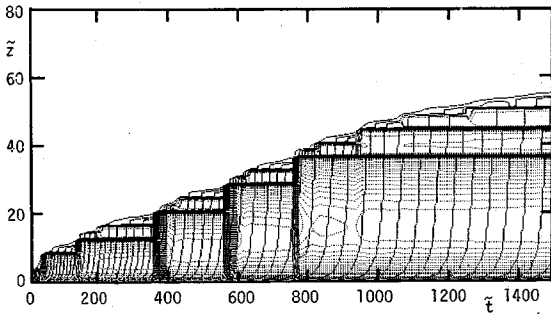


Fig.2 (a) Time-development of temperature, $\bar{T}(\bar{z}, \bar{t})$ and turbulence field, \bar{q}^2 , in the $(\bar{z}-\bar{t})$ plane (Case-5, $P_{eT}=61.54$, $\tau=0.01$). Solid and dotted lines represent contour maps for \bar{T} and \bar{q}^2 , respectively, and their intervals are $\Delta\bar{T}=1.0$ and $\Delta\bar{q}^2=0.5$, respectively.

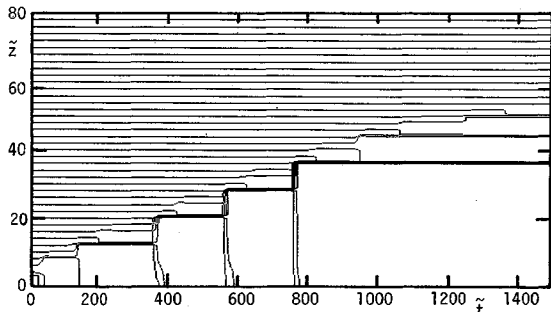


Fig.2 (b) Contour map of salinity concentration $\bar{S}(\bar{z}, \bar{t})$ for Case-5 ($P_{eT}=61.54$, $\tau=0.01$). Contour interval is $\Delta\bar{S}=2.0$.

および乱流強度 \bar{q}^2 (点線) の時間発展に関する数値解を (\bar{z}, \bar{t}) 平面上の等値線として示す。これらは著者らの水理実験⁴⁾の条件に対応する解析結果である (Case-5, 6 は各々, 文献4) 中の Case-1, 2 に対応)。

Fig.2 (b), Fig.3 (b) は各々のケースに対応する塩分濃度場の時間発展をあらわす。熱塩対流系特有の多重成層構造がうまく再現されている。各対流層内はほぼ一様に混合し明瞭な密度境界面が隔てられている。最下層の底面付近では熱境界層の存在による強い温度勾配が観察される。底面からの熱フラックスと対流層間の熱輸送によって水温は時間的に上昇していくのに対し、塩分濃度は系外からの供給がないので時間的にさほど変化しない。塩分濃度は熱の 100 分の 1 の拡散性であるため、対流層上端の熱拡散領域における物質拡散はほとんど見られず、その領域での等濃度線はほぼ水平で初期の塩分濃度分布を保持している。乱流強度の等値線より、各対流層のほぼ中央付近で乱流強度のピークが見られる。

Case-5 は Case-6 に比べて P_{eT} が大きい、換言すれば Case-5 においては熱拡散性の貢献より熱対流の乱流効果の方が相対的に大きい。両者を比較すると、Case-6 の方が上端における熱拡散域 (あるいは熱境界層) の厚さが大きく、Case-6 において拡散過程の影響

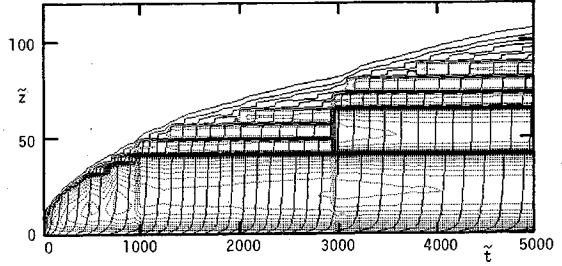


Fig.3 (a) Time-development of $\bar{T}(\bar{z}, \bar{t})$ and $\bar{q}^2(\bar{z}, \bar{t})$ for Case-6 ($P_{eT}=19.02$, $\tau=0.01$). Intervals are $\Delta\bar{T}=2.0$ and $\Delta\bar{q}^2=1.0$.

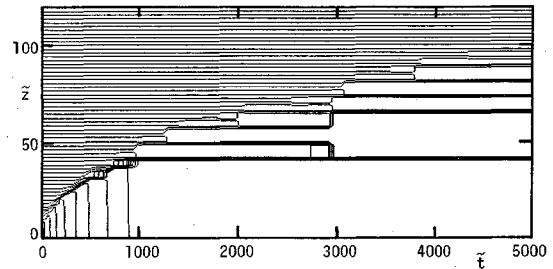
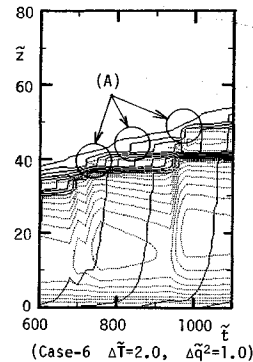
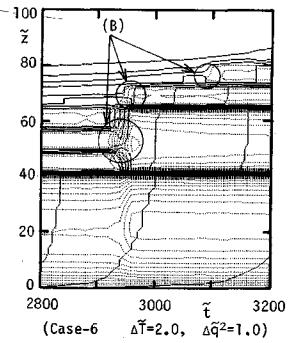


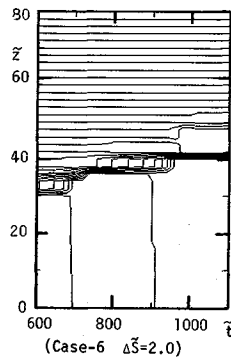
Fig.3 (b) Time-development of $\bar{S}(\bar{z}, \bar{t})$ for Case-6 ($P_{eT}=19.02$, $\tau=0.01$). $\Delta\bar{S}=2.0$.



(Case-6 $\Delta\bar{T}=2.0$, $\Delta\bar{q}^2=1.0$)

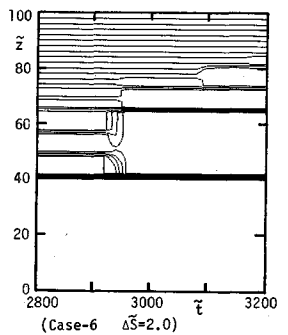


(Case-6 $\Delta\bar{T}=2.0$, $\Delta\bar{q}^2=1.0$)



(Case-6 $\Delta\bar{S}=2.0$)

(a)



(Case-6 $\Delta\bar{S}=2.0$)

(b)

Fig.4 Detailed diagrams which show formation of new convective layers (circles (A)) and merging process of neighboring two or three convective layers (circles (B)). (Case-6)
(a) $600 \leq \bar{t} \leq 1100$
(b) $2800 \leq \bar{t} \leq 3200$

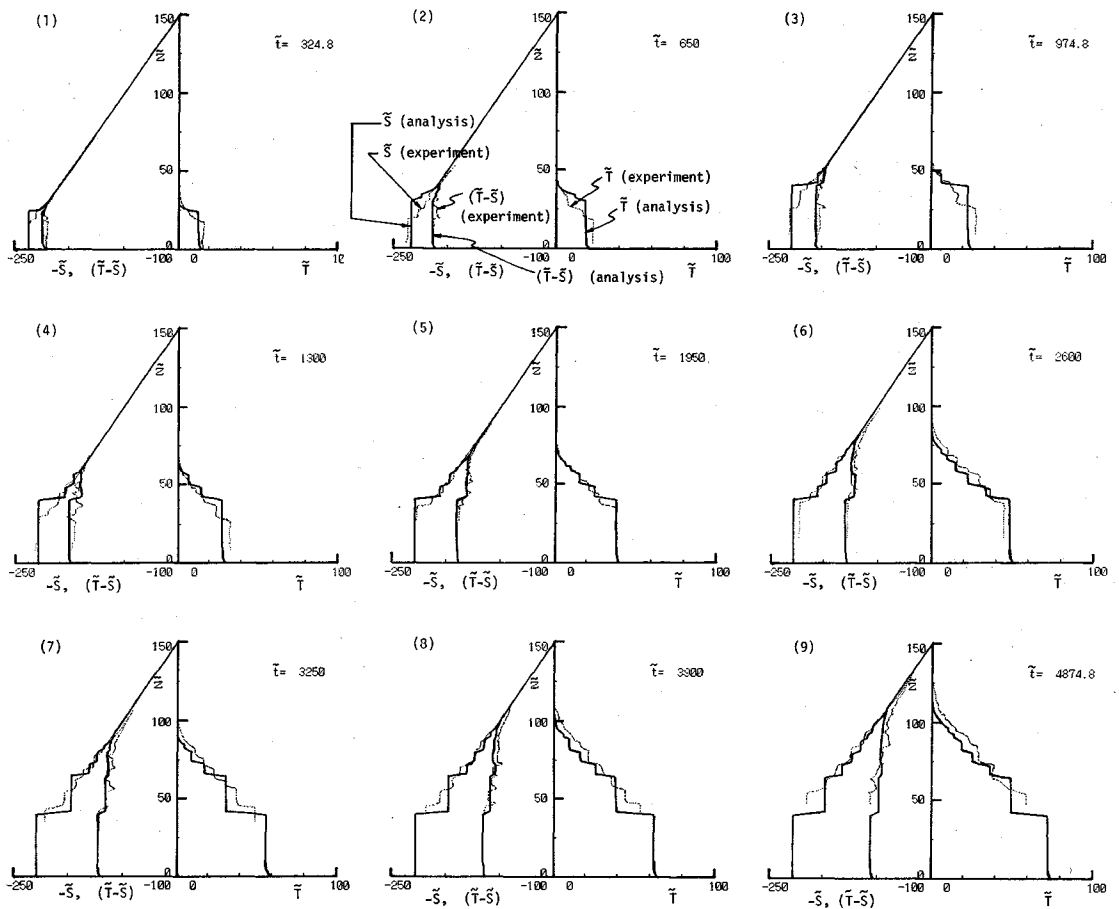


Fig.5 Comparison of analytical solutions for temperature, salinity concentration and specific buoyancy with experimental data (Case-6).

が相対的に大きいことが示される。また、 Pe_r の大きな Case-5 の方で鉛直混合による対流層間の融合がより活発に行われている。

詳細を見るために、拡大図を Fig.4 に示す。Fig.4 (a) では、対流層上端の熱境界層内において Rayleigh-Taylor Instability が断続的に発生し、新しい対流層が形成されている (Fig.4 (a) の丸印 (A) で囲った箇所)。新しく形成された直後の対流層は乱れがきわめて小さいため、 $\Delta q^2=1$ 程度の等値線間隔ではこれを十分表現することができない。しかし、対流層の発生前後で q^2 が 0 からある有限値にまで急激に増加することを数値的には確認しており、本モデルによって熱境界層から対流層への移行が合理的に記述されているものと考えられる。Fig.4 (b) では、対流層間の有効密度差が減少しほぼ 0 以下になった時点で瞬時に隣接対流層が融合する過程が再現されている (Fig.4 (b) の丸印 (B) で囲った箇所)。対流層の発生時においても融合時においても密度場、乱流場にかなり急激な変化が見られる。特に、融

合時においては対流層の厚さが一挙に増大しかつ対流層上下間の温度差が大きくなるため対流運動が急速に促進され、乱れエネルギーが急増している。

以上のように高い分解能で熱塩成層場の時間発展を計測することはほぼ不可能であり、乱流モデル解析の大きな利点である。特に、対流層の発生や融合時のように急激な時間変化をともなう場合の熱塩成層の変形、それにともなう乱流構造の変化などは従来の実験的手法では得難い情報と考える。

9. 温度・濃度の鉛直分布に関する実験値との比較

水温 $\bar{T}(z, t)$ 、塩分濃度 $\bar{S}(z, t)$ および有効浮力 $\{\bar{T}(z, t) - \bar{S}(z, t)\}$ の鉛直分布について、本解析値 (実線) と著者らの実験値 (点線) との比較を Fig.5 に例示する。浮力 (あるいは負の相対重力) を正と定義している。他のケースについても同様の結果を得ており、熱塩対流現象が定量的にも良好に再現されていると判断できる。

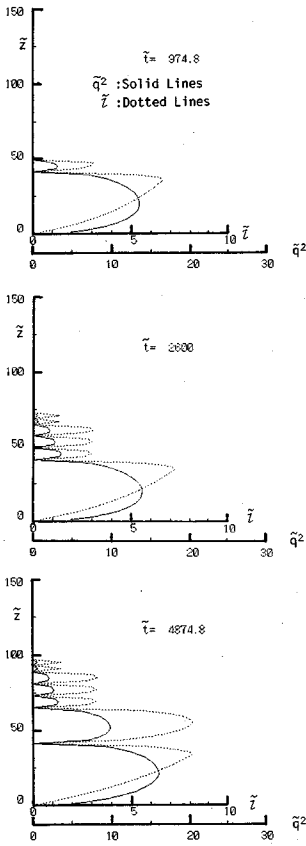


Fig.6 Vertical profiles of turbulent intensity q^2 , and length scale \bar{l} .

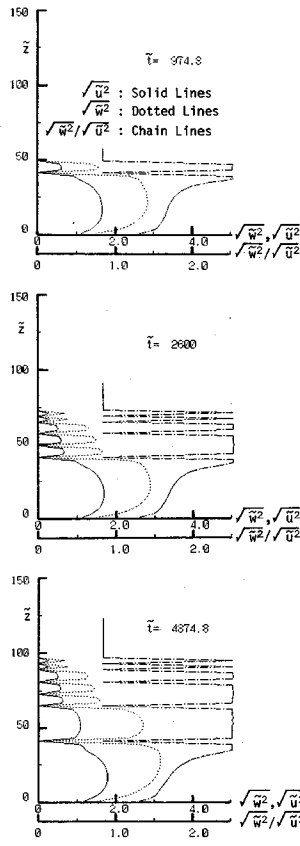


Fig.7 Horizontal and vertical components of turbulent intensity, $\sqrt{u^2}$ and $\sqrt{w^2}$, and their ratio $\sqrt{w^2}/\sqrt{u^2}$.

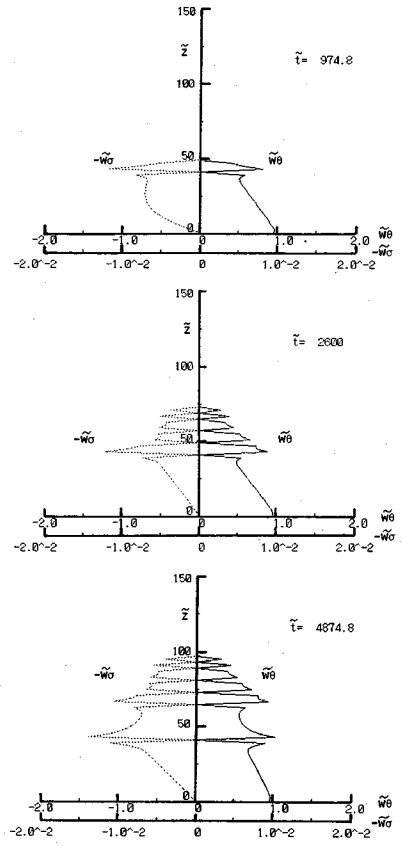


Fig.8 Turbulent buoyancy fluxes due to heat and salinity concentration, $w\theta$ and $w\omega$.

10. 乱流諸量の鉛直構造

乱流諸量の解析結果を例示し、その特徴を要約する。

(1) 乱流強度 q^2 および渦スケール \bar{l} (Fig.6)

乱流強度 q^2 、渦スケール \bar{l} もも各々の対流層の中ほどで最大値をとり、密度境界面では小さくなる。式 (12) と制約条件式 (37) (あるいは式 (16)) の組み合わせによって定義される \bar{l} は局所リチャードソン数 (ϕ, ψ) の関数でもあり、これによって密度境界面による乱れスケールの低減効果が考慮されている。したがって、最下層のみならず上層の対流層についても \bar{l} は乱れスケールの分布特性を基本的に表現していると考えられる。

式 (41) より乱流レイノルズ数 Re_t を概算すれば Case-5 と 6 に対しておおよそ $Re_t = 0 \sim 200$ の範囲で分布し、乱流/非乱流層が交互に多層をなしていることがわかる。ただし、対象とする現象が熱塩対流であり、壁面乱流などで議論される Re_t の数値と直接比較すべきではないことに留意されたい。

(2) 水平・鉛直方向乱れ強度 $\sqrt{u^2}$ 、 $\sqrt{w^2}$ および非等方性度 $\sqrt{w^2}/\sqrt{u^2}$ (Fig.7)

$\sqrt{u^2}$ と $\sqrt{w^2}$ については q^2 と同様の分布形を持つ。乱れの非等方性度 $\sqrt{w^2}/\sqrt{u^2}$ は対流層内で 1 より大きく、対流混合層の乱れ特性を定性的に再現しているといえる。しかしながら、不安定成層場の制約条件式 (38) (あるいは式 (17)) によって非等方性度の上限値 $\sqrt{w^2}/\sqrt{u^2} = 2.52$ が定められているため、上方の対流層内では $\sqrt{w^2}/\sqrt{u^2}$ が頭打ちの鉛直分布を示している。比較すべき乱流計測例がないため、このような結果が実際現象とどの程度異なるものかを検証することはできない。非等方性度のように微妙で高次の乱流量ほど、あるいは幾何学的境界条件が単純な乱流場ほど、完結仮説に起因する問題点は露呈しやすい。その意味でここで対象とするような鉛直一次現場に対し $\sqrt{w^2}/\sqrt{u^2}$ を乱流モデル検証の指標とすることは厳しすぎる判定基準であるかもしれない。楽観的に考えると、実際の場においては流れが三次元的で対流項の貢献も大きいので完結仮説の矛盾が覆い隠される可能性が高い。対象とする現象に応じて、ど

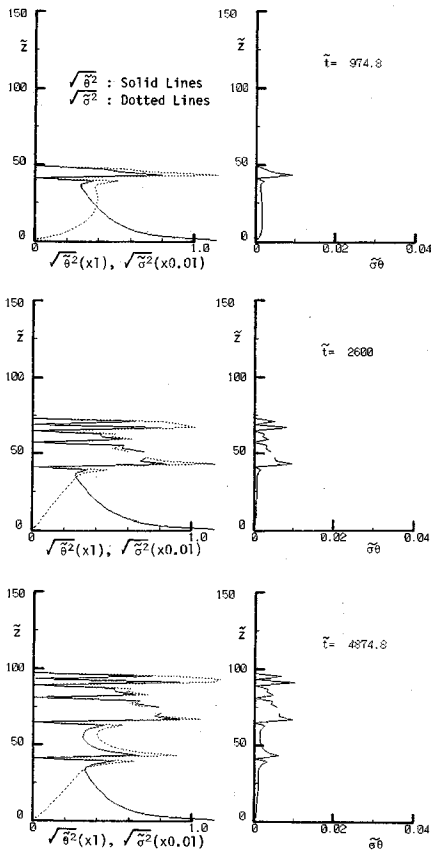


Fig.9 Temperature fluctuation, $\sqrt{\theta^2}$, salinity concentration fluctuation, $\sqrt{\sigma^2}$ and correlation between them, $\theta\sigma$.

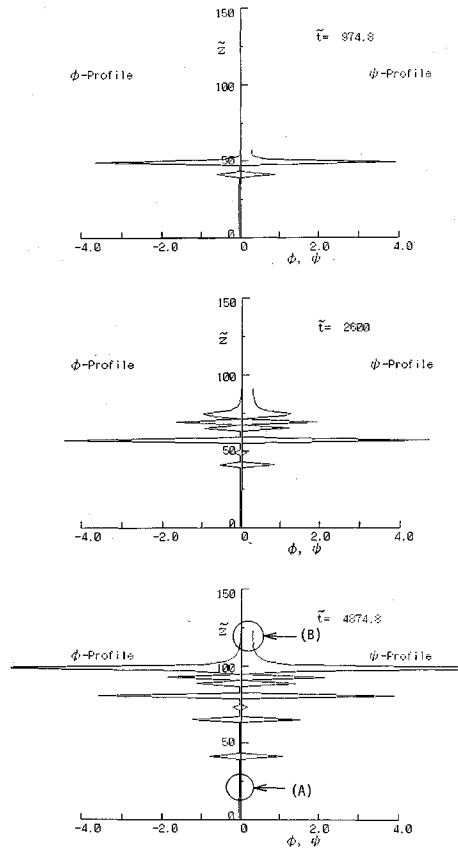


Fig.10 Richardson numbers with respect to temperature field, ϕ , and salinity concentration field, ψ .

の程度の乱流量までを正確に再現すべきなのか認識しながら適切な乱流モデルを選択する必要があると考えられる。

(3) 温度および濃度の乱流浮力フラックス $\tilde{w}\theta$, $\tilde{w}\sigma$ (Fig.8)

熱は重力的に不安定な正の浮力フラックスをもたらす。乱流を生成する(本研究の無次元化においては底面での全熱浮力フラックスが1.0となる)。底面に近づくほど全熱フラックスに占める分子熱拡散の割合が大きくなり、逆に乱流熱フラックスは減少する。一方、物質は対流運動によって重力の作用方向と逆方向に輸送されるため、負のフラックスとなる。密度境界面においては両成分ともその絶対値が減少する。これは、式(30)の k_q においても考慮されているように、界面での安定密度勾配が大きくなるため乱流フラックスが減少し、逆に鉛直輸送量のかなりの部分を分子拡散過程が担うようになるからである。このような傾向は、実験においても定性的にはあるが観測されている。[(乱流輸送量)/(拡散輸送量)]の比をあらわす Nusselt Number

$$Nu_T = -[P_{eT} \cdot \tilde{w}\theta / (\partial \tilde{T} / \partial z)] \dots \dots \dots (44)$$

$$Nu_S = -[P_{eS} \cdot \tilde{w}\sigma / (\partial \tilde{S} / \partial z)] \dots \dots \dots (45)$$

は Fig.5 の平均量 \tilde{T} , \tilde{S} の鉛直分布と Fig.8 から算定され、これらによって上記の輸送特性を確認することができる(なお、 $P_{eS} = P_{eT} / \tau$)。いずれも密度境界面で小さく対流層内で大きくなり、基本的に(0 ± ∞)の範囲で変化する。

(4) 水温と濃度の変動強度 $\sqrt{\theta^2}$, $\sqrt{\sigma^2}$ およびそれらの相関係数 $\theta\sigma$ (Fig.9)

最下端の対流層における $\sqrt{\theta^2}$ の鉛直分布形に着目すれば、温度成層場で観察されるそれと類似の分布形を示す。

(5) 局所リチャードソン数 ϕ , ψ (Fig.10)

密度境界面付近では、 ϕ , ψ がともに先鋭なピークを持ち、 ψ の絶対値の方が ϕ のそれよりやや大きい。すなわち、重力的に安定な密度境界面が構成されている。

下方の対流層内(図中の(A)の箇所など)においては、 ϕ がほぼ0であるのに対し、 ψ はごくわずかながら負の値を示す。よって、有効局所リチャードソン数 (ϕ)

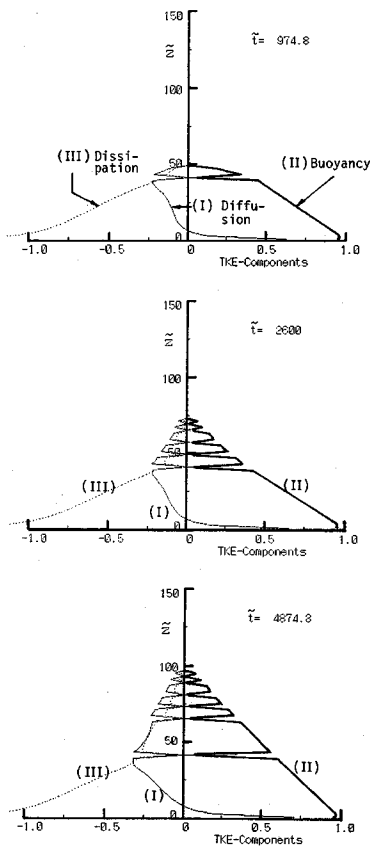


Fig.11 Contribution of each component in TKE (Turbulent Kinetic Energy) Equation (Eq. (20)).

+ ϕ) (負値) に対応する乱流輸送が対流層内で生じている。

上端の熱拡散層 (図中の (B) の箇所など) においては、 ϕ が 0 に漸近するのに対し、 ϕ は初期塩分濃度勾配の寄与によって正の値をとる。この領域において ($\phi + \phi$) > 0 の場合、密度場は安定であり、乱流輸送は行われない。しかし、熱拡散によって熱境界層が増大し、部分的に ($\phi + \phi$) < 0 となってある限界値を越えると Rayleigh-Taylor Instability が発生し、新しい対流層が上端に形成される。

以上のような乱流輸送量の ϕ , ϕ への依存性は式 (30) の中に集約的にモデル化されている。

(6) 乱流エネルギー方程式の各成分 (Fig.11)

対流層の形成時や融合時を除けば、式 (20) の左辺は一般に小さい。よって右辺の三成分についてのみを示す。

浮力フラックス (II) は底面において発生し (無次元系においては底面で 1 の値をとる)、乱れエネルギーを生成する。上方の対流層ほど浮力によるエネルギー生成は小さくなり、また、各対流層内に着目すると、高さとともに単調に減少している。浮力によって生成されたエ

ネルギーは乱れの拡散 (I) によって鉛直方向に分配される。また、乱れ運動エネルギーの大きなところほど逸散 (III) によるエネルギー損失が大きい。上層ほど浮力による乱れエネルギー生成量が小さくなるので、必然的に乱れの拡散輸送および逸散も小さくなる。

11. 結 論

線形密度成層場の底面を加熱した場合に発生する熱塩対流現象を乱流完結モデルによって解析した。解析結果は著者らの実験値と比較され、平均温度・塩分濃度分布の発達特性が精度よく再現されていることを確認した。特に、これまでの実験的研究で情報を得ることが困難であった乱流構造についてもその特性が明らかにされた。

水理モデルでは作業流体が限定されるため多様な物性を有する流体を用いて現象を実験的に再現することは困難であるが、乱流モデルは任意の拡散性を持つ流体の数値実験が可能であるという利点を持つ。こうした乱流解析の長所は、地中のマグマ挙動など観測や実験がほとんど不可能である特殊な流体問題の解決への足がかりとなるらう。

乱流モデルの応用に際して、その中に含まれる完結仮説を十分認識すべきことはいうまでもない。今回は熱塩対流に対して乱流モデルを適用するはじめての試みであることから、比較対象となる実験結果が平均量のみであることから、MY モデルの中で比較的簡便な Level-2.5 モデルを用いた。平均量に関してはこのモデルにおいても、熱塩輸送量の乱流/非乱流成分とともに再現できるように定式化されている。しかし、乱流項に関しては完結仮説の中に分子過程の影響が考慮されておらず、密度境界面のように乱流強度の小さい箇所での流体粘性効果をモデルに取り込むことができない。あらゆる乱流レベルの対流を再現できることが理想的なモデルであることは自明である。しかし、様々な低乱流モデルが検討されている壁面乱流の分野と異なり、熱塩対流の現象に関しては乱流構造に関する情報も乱流モデルに関する既往の研究例もない。現状では本解析による乱流構造の再現性に関して定量的検証すらできない。今後、熱密度乱流に関する質の高い実験成果を積み重ね、本研究を足がかりとして乱流モデルを向上させる必要があるらう。著者らは乱流モデルに関して、1) Level-3 あるいは Level-4 モデルを導入すること、2) l を求めるために「 q^2 -方程式」を新たに加えること、3) 分子過程、特に粘性の影響に関する何らかの補正を加えること、など必要に応じて本研究を展開する余地があると考えている。一方、乱流モデルをバックアップする意味でも計測技術のより一層の開発向上が必要である。

本研究を遂行するにあたり、第一著者は 1990 年において Alexander von Humboldt 財団の奨学金援助を受け

た。同奨学金への応募ならびに本研究遂行に際し、神戸大学工学部麓源亮・神田徹両教授にはご支援を賜った。本研究で参照した水理実験は大阪産業大学室田明教授の指導のもとに行われたものである。本研究の構想段階において、山田哲二博士には有益な助言を頂いた。数値計算を行うに際し、Karlsruhe大学のM. Rau氏をはじめとする人々の協力を得た。数値計算に関し、同大学Prof. W. Rodiの有益な示唆を受けた。以上、ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) (例えば) 吉田・長島：海洋中の二重拡散対流，ながれ，9, pp.93-114, 1990.
- 2) Huppert, H. E. and Linden. P.F. : On heating a stable salinity gradient from below, *J. Fluid Mech.*, Vol.95, pp.431~464, 1979.
- 3) Mellor, J. and Yamada. T. : A hierarchy of turbulence closure model for planetary boundary layers, *J. Atmos. Sci.*, Vol.31, pp.1791~1806, 1974.
- 4) 室田・道奥：二成層場および連続密度成層場における熱塩対流に関する研究，土木学会論文集，第345号/II-1, pp.73~82, 1984.
- 5) 室田・道奥・口田：複合因擾乱により誘起される鉛直混合現象の数値解析，土木学会論文集，第393号/II-9, pp.67~76, 1988.
- 6) 道奥・Plate, E. : 過剰安定型—二重拡散現象の乱流モデル定式化と陰的差分法による数値解析法，建設工学研究所報告，第33号(印刷中)，1991.
- 7) Hassid, S. and Galperin, B. : A Turbulent Energy Model for Geophysical Flows, *Boundary-Layer Meteorology*, 26, pp.397~412, 1983.
- 8) André, J. C., DeMoor, G., Lacarrère, P. and du Vachat, R. : Turbulence Approximation for Inhomogeneous Flows, Part I, The Clipping Approximation, *J. Atmos. Sci.*, 33, pp.476~481, 1976.
- 9) Uberoi, M. S. : Equipartition of Energy and Local Isotropy in Turbulent Flows, *J. Applied Phys.*, 18, pp.1165~1170, 1957.
- 10) 柳瀬：二重拡散対流のカオス，ながれ，Vol.7, No.3, pp.3~14, 1988.

(1991.3.22 受付)

ANALYSIS OF TURBULENT STRUCTURE IN THERMOSOLUTAL CONVECTION FIELD WITH USE OF TURBULENCE CLOSURE MODEL

Kohji MICHIOKU and Erich PLATE

Thermosolutal convection in heat-salt stratification system is numerically simulated by using a turbulence closure model. The density field considered here is a simple double-diffusive system composed of linear salinity gradient heated from below. Development of multi-layers structure, merging processes of neighboring convective layers, profiles of the turbulent second order terms and other characteristic convective motions are successfully reproduced. The present analysis enables us to predict and examine not only mean density fields but also turbulent structures which have not been discussed in preceding studies so far.