

河床砂礫のpick-up rate推定式について

村上正吾*・辻本哲郎**・中川博次***

非平衡掃流過程は pick-up rate と step length より構成される確率モデルよって的確に表現されるので、この両者を水理量に対して力学的合理性を保って評価することが必要である。本研究では砂礫の離脱時の運動方程式に、掃流力の変動および河床砂礫の配列状況の不規則性の効果が確率論的な考察により付加されることにより pick-up rate 推定式が提案され、とくに粒径の効果、掃流力の変動の効果が明らかにされその適用範囲が向上した。

Keywords : bed-load transport, pick-up rate, critical tractive force

1. 序 論

近年精度の高い河床変動・移動床現象の表現が試みられるとき、とくに非平衡状態についての考慮が必要とされる場合が少なくない。こうした場合単に平衡状態で提案された流砂量式をそのまま適用するのではなく、より微視的にみた流砂特性量の評価が必要とされる。とくに河床からの砂の移動開始量は侵食・洗掘の評価に必須であり、非平衡状態への適用に優れている中川・辻本¹⁾の掃流モデルを適用する場合の構成要素の一つであって、これを精度よく評価する式を整えておくことは河川工学上重要である。

中川ら^{1),2)}は Einstein の掃流砂モデル^{3),4)}を基に、単位時間当たり(砂1個当りの)移動確率として pick-up rate を定義し、粒子の運動機構に基づいた、しかも実験値をもよく表す pick-up rate 推定式を提案した。その推定式は実際には適用範囲が粗砂に限定されているにもかかわらず頻用されている。

pick-up rate 自体は stochastic model と呼ばれる掃流砂モデルに固有の概念ではないが、このモデルの範疇でその推定が試みられている⁵⁾。しかし、これらの取り扱いでは、平衡状態での流砂量式として構成された後、実験定数が決められており、pick-up rate 自体の推定式の段階で実験的検証がなされている研究はきわめて少ない。最近になって、pick-up rate 評価の重要性が認識され、たとえば、van Rijn⁶⁾は粒径を広範囲に変えた系統の実験を行い、中川・辻本式¹⁾の適用性を検討し、さらに独自の実験式を提案している。一方、中川・辻本式をベースとして、混合砂の粒径別 pick-up rate 式⁷⁾、側岸

土砂の pick-up rate 推定式⁸⁾が誘導されたり、さらに粘性土で結合された砂礫の pick-up rate の推定式への修正⁹⁾、河床からの吹き出し、吸い込みを伴う場合の pick-up rate の変化予測¹⁰⁾が試みられている。いずれも限界掃流力に関わる項を修正しようとしたものである。このように pick-up rate 推定式の利用が多様化してきた現状に対して、ここでは、中川・辻本^{1),2)}の転動離脱モデルを滑動モデルに置き換え、モデルを整理し、現象に効く諸量の役割を分かりやすくし、様々な条件への適用に拡張し易くする。とくにモデル構成の本質に関わる粒径の効果、流体力変動の効果について一般化を図り、実験値との適合性をも示す。また、中川・辻本のモデルで実験的に決められた主として特性時間に関わる定数の妥当性についての説明を補った。

2. 河床砂礫の離脱機構と pick-up rate の評価

(1) pick-up rate の評価に関する理論的検討

河床に存在する砂礫粒子の離脱時の力学は従来よりいくつかの離脱形式の仮定のもとに扱われているが、本質的には差はない⁵⁾。最も分かりやすい滑動形式で表現すると、離脱時の砂礫の運動の支配方程式は、次のようである (Fig.1 参照)。

$$M \frac{dv_g}{dt} = D + W \sin \alpha - \mu(W \cos \alpha - L - B) \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 M : 砂礫の仮想質量、 W : 重量、 B : 浮力、 D : 抗力、 L : 揚力、 v_g : 砂礫の離脱速度、 μ : 静止摩擦係数である。式(1)中の各力は、

$$M = \rho(\sigma/\rho + C_M) A_3 d^3 \dots \dots \dots (2)$$

$$D = \epsilon C_D \frac{1}{2} \rho (u_s - v_g)^2 A_2 d^2 \approx \epsilon C_D \frac{1}{2} \rho u_s^2 A_2 d^2 \dots \dots \dots (3)$$

$$L = k_L D ; W = \sigma g A_3 d^3 ; B = \rho g A_3 d^3 \cos \alpha \dots \dots \dots (4)$$

と書け、このとき式(1)は次のように無次元化できる。

* 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学教室 (〒606 京都市左京区吉田本町)
 ** 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
 *** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

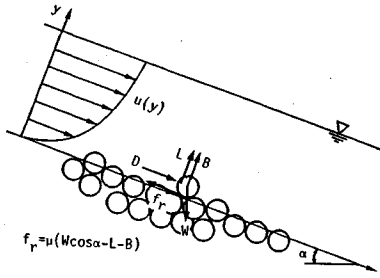


Fig.1 Schematic figure.

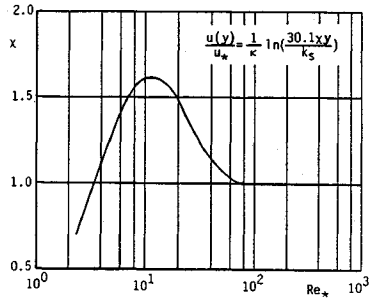


Fig.2 Relation between χ and Re_* .

$$\frac{d\bar{v}_g}{dt} = \frac{1+k_L\mu}{\sigma/\rho+C_M} \Xi(\tau_{*f}-\tau_{*cf}) \dots\dots\dots (5)$$

$$\Xi = \varepsilon \frac{C_D \cdot A_2}{2A_3} A_*^2 \dots\dots\dots (6)$$

$$\tau_{*cf} = \frac{\mu}{1+k_L\mu} \cdot \frac{1}{\Xi} \cdot \cos\alpha \cdot \left(1 - \frac{\sigma/\rho}{\sigma/\rho-1} \cdot \frac{\tan\alpha}{\mu}\right) \dots\dots\dots (7)$$

ただし、速度、時間、掃流力を次のように無次元化している。

$$\bar{v}_g \equiv \frac{v_g}{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}}; t \equiv t\sqrt{\frac{(\sigma/\rho-1)g}{d}} \dots\dots\dots (8)$$

$$\tau_{*f} = \frac{u_*^2}{(\sigma/\rho-1)gd} \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 σ : 砂の密度、 ρ : 流体の密度、 d : 砂の粒径、 C_M : 付加質量係数、 ε : 遮蔽係数、 u_d : 砂粒近傍の流速、 C_D : 抗力係数、 A_2, A_3 : 砂粒の形状係数、 k_L : 揚力・抗力比、 g : 重力加速度、 $A_* = u_d/u_*$ 、 u_* : 摩擦速度、 τ_f : 変動を考慮していない(添字 f で明示した) 掃流力で、 τ_{cf} : 掃流力の変動を考慮しないで与えられる移動限界時の掃流力である。 u_d, C_D, ε などは河床での砂粒の配置状況で値が異なるが、離脱現象が静止摩擦係数で表現されるような河床に乗った状態の砂を対象とする。静的な釣合条件に基づいて式(7)で与えられる移動限界掃流力は、掃流力の変動を考慮していないため、通常の水の流れの乱れを考慮した限界掃流力とは違う概念である。またここで、 A_*, C_D は明らかに砂粒 Reynolds 数 ($Re_* \equiv u_*d/\nu$, ν : 動粘性係数)の関数で、次のように表される。

$$A_* = \frac{1}{\kappa} \ln(30.1\chi\alpha) \dots\dots\dots (10)$$

$$C_D = C_{D0} + \frac{24}{u_d/\nu} = C_{D0} + \frac{24}{Re_*A_*} \dots\dots\dots (11)$$

ここで、砂粒近傍代表流速は対数則原点より $y=ad$ 上方で与えるものとし、また等価砂粗度は粒径 d と同一とした。また、 κ : Kármán 定数であり、 χ は Fig.2 に示すような砂粒 Reynolds 数の関数として与えられる。 C_{D0} は Reynolds 数の充分大きいときの抗力係数で一定値である。遮蔽係数、揚力・抗力比 k_L も Reynolds 数の影響を受けるであろうが、詳細はわからないので Re_* が十分に大きい場合の一定値を用いることにした。

つぎに砂粒が k_1d 移動するときこれを離脱と見なす。いま、粒径程度移動することによって河床の拘束を解かれたと見なすと、 $k_1=1$ 程度にとられる。

この程度の運動内では等加速度運動を仮定でき、時間 T_D 内の平均速度 \bar{v}_g は無次元表示で次のようになる。

$$\frac{\bar{v}_g}{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}} = \frac{1}{2} k_T \frac{1+k_L\mu}{\sigma/\rho+C_M} \Xi_1 \times \left[1 + \frac{24}{C_{D0}} \cdot \frac{1}{A_*Re_*}\right] (\tau_{*f}-\tau_{*cf}) \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 $\Xi_1 = \varepsilon C_{D0} \cdot A_2 / (2 \cdot A_3) \cdot A_*^2$ である。

$$T_D = k_T \sqrt{\frac{d}{(\sigma/\rho-1)g}} \dots\dots\dots (13)$$

とおいた。ここで k_T は一定と考える。これは筧ら¹¹⁾が流れ内に強制的に規則的の周波数成分を加えたとき、揺動の固有振動数で共振して離脱の生じ易いことを見だしていることから、流れによらない特性時間として仮定されたものである。 k_T の値は実験的に定めることにする。

1個の砂が離脱終了すると引き続いて同じ場所で、次の離脱への待ち状態が始まると考えれば¹²⁾、pick-up rate p_{s1} は次のように与えられる。ただしこのような理想的な離脱を考えるに当たっては、こうした幾何的配置にある確率 p_1 を考慮する必要がある。滑動離脱を仮定すると粒子の存在する高さが幾何的配置の特性量に当たる。

$$p_{s1} = p_1 v_g / k_1 d \dots\dots\dots (14)$$

上式のように無次元化される。

$$p_{s*1} \equiv p_{s1} \cdot \sqrt{\frac{d}{(\sigma/\rho-1)g}} = F_p (\tau_{*f}-\tau_{*cf}) \dots\dots\dots (15)$$

ただし、

$$F_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{k_T}{k_1} \cdot p_1 \cdot \frac{1+k_L\mu}{\sigma/\rho+C_M} \cdot \Xi_1 \left[1 + \frac{24}{C_{D0}} \cdot \frac{1}{A_*Re_*}\right] \dots\dots\dots (16)$$

注1) 砂粒1個で占められるような一点のみに注目すると、一個の砂粒が離脱した直後はその点の粒子はより深い位置に存在するなど履歴が残るが、移動床問題を考えるときの一点は多くの砂粒が覆っている面積を代表している。そうした観点からすると離脱を待つ機会での配置状況は一回ごと独立でしかも同一な確率状態とみなせると考えられる。

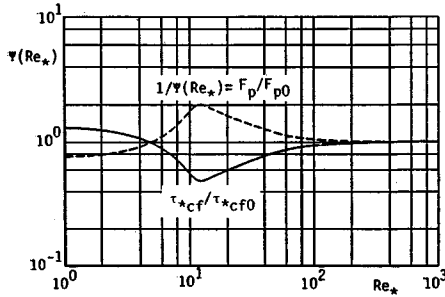


Fig.3 Relation between Ψ and Re_* .

である。ここで定義される F_p と移動限界の掃流力 τ_{*cf} (式(7)) が砂粒 Reynolds 数の関数となる。 A_* も C_D も砂粒 Reynolds 数が十分大きい (下付添字 0 で表す) ときには一定値になることから、これらをそれぞれ F_{p0} , τ_{*cf0} と書くとき、次式で定義される砂粒 Reynolds 数の効果を表す指標 $\Psi (Re_*)$ は Fig.3 のように計算される。

$$\Psi = F_{p0}/F_p = \tau_{*cf}/\tau_{*cf0} = \left[1 + \frac{24}{C_{D0}} \cdot \frac{1}{A_* Re_*} \right] \frac{E_1}{E} \dots (17)$$

一方、流体力は実際には変動性を有し、実際の pick-up rate p_s は p_{s1} と掃流力の変動の確率密度関数 f を用いて次のように確率的な期待値として算定されるべきである。

$$p_{s*}(\bar{\tau}_*|\alpha_\tau) = \int_{\tau_{*cf}}^{\infty} p_{s1} \cdot f(\tau_*|\alpha_\tau) d\tau_* \dots (18)$$

ここに、 $\bar{\tau}_*$: 変動を考えたときの平均掃流力、 $f(\cdot)$ は底面せん断応力の確率密度関数で、変動係数 α_τ の正規分布を仮定^{(2)-(4), 12)} すると次のようになる。

$$p_{s*}(\bar{\tau}_*|\alpha_\tau) = F_p p_1 \tau_{*cf} \int_{r_c}^{\infty} \eta (1 + \alpha_\tau r) \left[1 - \frac{1}{\eta (1 + \alpha_\tau r)} \right] \phi(r) dr \dots (19)$$

ここに、

$$r = \frac{\tau_* - \bar{\tau}_*}{\alpha_\tau \bar{\tau}_*}; r_c = \frac{\eta - 1}{\alpha_\tau}; \eta = \frac{\bar{\tau}_*}{\tau_{*cf0}} \dots (20)$$

$$\phi(r) = \phi(r) / \int_{-1/\alpha_\tau}^{\infty} \phi(r) dr \dots (21)$$

$$\phi(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}r^2\right] \dots (22)$$

$$p_i = \int_{r_c}^{\infty} \phi(r) dr \dots (23)$$

であり、式(19)~(23)によって河床砂れきの pick-up rate は評価される。なお以下簡単のために $\bar{\tau}_*$ を単に τ_* と表記することにする。

(2) pick-up rate 推定式の近似化に関する検討

前節での検討より pick-up rate が平均掃流力に対して推定可能となったが、原式は誤差関数を含むなど複雑でまた平均掃流力に対して陽に表現されていないことから、

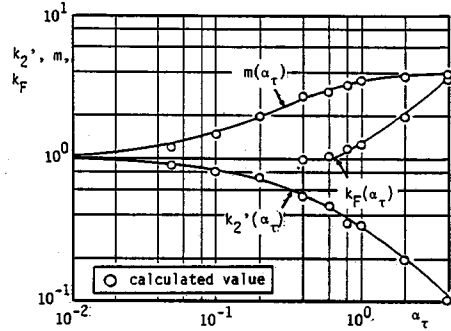


Fig.4 Correction coefficients of pick-up rate formula against the variation coefficient of bed shear stress.

ら、中川・辻本²⁾の提案式を参考に次のような近似式を提案する。

$$p_{s*} = k_F F_p \tau_* \left[1 - \frac{k_2' \tau_{*cf}}{\tau_*} \right]^m \dots (24)$$

k_F , k_2' , m は α_τ の関数として決められ、変動係数を変えた計算曲線と近似式の比較から、次のような関係が得られた (Fig.4 参照)。

$$k_F = \begin{cases} 1.0 & ; \alpha_\tau < 0.625 \\ 0.8\alpha_\tau + 0.5 & ; \alpha_\tau \geq 0.625 \end{cases} \dots (25)$$

$$k_2' = \frac{1}{1 + 2\alpha_\tau} \dots (26)$$

$$m = 1 + 3 \cdot [1 - \exp(-2\alpha_\tau)] \dots (27)$$

ところで、中川・辻本²⁾は等流状態での粗砂を対象とし、粒径 d を 0.193~1.35 cm と変えた実験値より、次の pick-up rate 推定式を与えている。

$$p_{s*} = 0.03 \tau_* (1 - 0.7 \tau_{*cf}/\tau_*)^3 \dots (28)$$

ここに τ_{*cf} はいわゆる限界掃流力で、粗砂の場合岩垣式¹³⁾が示すように 0.05 程度である。さて通常の等流状態の粗面乱流では掃流力の変動係数 α_τ は 0.5 程度 (Einstein が用いた壁面圧力変動の変動係数値¹¹⁾ で、これは底面近傍流速の変動係数が 0.2 程度であることも対応していて、妥当な値と考えられている。このとき式(25)~(27)は、 $k_F = 1.0$, $k_2' = 0.5$, $m = 3$ を与える。よって、中川・辻本式は、 $F_{p0} = 0.03$, $\tau_{*cf0} = 0.07$ と設定されていることになる。これらを実験定数として認めれば、砂粒 Reynolds 数の効果や掃流力の変動係数の異なる場合についても次の式で pick-up rate が推定できる。

$$p_{s*} = k_F(\alpha_\tau) F_{p0} / \Psi(Re_*) \cdot \tau_* \times [1 - k_2(\alpha_\tau) \Psi(Re_*) \tau_{*cf0} / \tau_*]^{m(\alpha_\tau)} \dots (29)$$

上式中の $k_2 (= \tau_{*cf0} / \tau_{*c0} \cdot k_2' = r_{k0} \cdot k_2')$ は、 k_2' に等流状態の粗砂に対するいわゆる限界掃流力 τ_{*c0} と静的な移動限界の掃流力 ($p_{s1} = 0$ に対応) の比 $r_{k0} = 1.4 (= 0.07 / 0.05)$ を乗じたものである。ここで、砂粒 Reynolds 数の効果、流体力変動の効果は $\Psi(Re_*)$, $k_F(\alpha_\tau)$, $k_2(\alpha_\tau)$,

$m(\alpha_r)$ に代表される。ただし、等流に限っても砂粒 Reynolds 数の小さい場合、砂面は粘性底層に覆われるので流体力変動は急減する。すなわち、そのような状態における掃流力の変動係数の完全粗面におけるその値に対する比は、砂粒 Reynolds 数の関数となる（すなわち $\alpha_r/\alpha_{r0} = \gamma(Re_s)$ と表わされる）。ここでは代表流速を与える高さ ($y=ad$) が粘性底層内に没しているときは $\gamma=0$, inertial sublayer にはいと $\gamma=1.0$ とし、いわゆる buffer layer ではこの値を次式のように変化させた。

$$\gamma = 1 - \exp(-y^+/B); \quad y^+ \equiv u_* y / \nu \dots \dots \dots (30)$$

ただし、van Driest の damping factor にならって $B=27$ とした¹⁴⁾。

r_k については、次のように理解できる。限界掃流力とこの移動限界との比は、古くに White¹⁵⁾ が turbulent factor として考慮したもので、変動によってより低い平均値でも確率的に高い掃流力が出現することを変動係数と関係づけて次のように表される。

$$r_k = \frac{1}{1 + k_3 \alpha_r} \dots \dots \dots (31)$$

さきに述べた粗砂のデータからすると係数 k_3 は約 1.0 である。

(3) モデル中のパラメータの評価

実験的に推定された値、 F_{p0} , τ_{*c0} , r_k のうち、先の 2 つは、離脱の力学モデルより式 (7), (15) における諸係数の評価から決められる。

式 (7) に含まれる諸定数はこれまでの多くの議論にもかかわらず、必ずしも確定しているわけではないが、ここでは標準的な値を用いる⁵⁾。 $k_L=0.85$, $C_{D0}=0.4$, $\mu=1.0$, $C_M=0.5$, $\varepsilon=0.4$ 。また、河床砂粒の近傍での代表流速を与える高さについては $a=0.8$ とする。このとき、 $\tau_{*c0}=0.071$ となり、先の結果と一致している。 F_p の評価式ではさらに k_r , $k_1(=1)$, p_1 を決めねばならない。中川・辻本の論文^{1),2)} ではこれらをひっくるめて実験定数とした ($k_r p_1/k_1=0.0134$)。ただし、中川らは p_1 については考慮せず、この実験定数は時間スケールに関わるものであるとしている ($k_r \approx 0.01$)。これは離脱に有意な乱れを非常に高周波なものに限定したものとなる。例えば粒径 0.15 cm の自然砂であれば、式 (13) より定まる周波数 ($1/T_D$) は約 10^4 (1/秒) 程度になり、砂粒の応答を考えると現象のイメージとかけ離れることになる。

結局、 p_1 は力学モデルで考えたような離脱が生じる状態にある河床砂粒の存在確率と考えられる (河床での粒径オーダーの配置状態に依存するもので、掃流力の強さにはほとんど依存しない)。本研究では滑動離脱を仮定していることより砂粒子が離脱可能かどうかは対象としている砂粒子と下流側で隣接している粒子との相対的な高さによって決まると考える。Fig.5 に示すような状

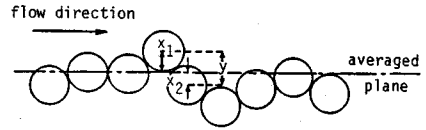


Fig.5 Schematic figure.

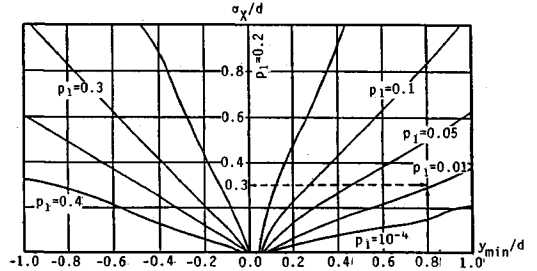


Fig.6 Contour of equ-probability to represent the stability of a bed-material particle.

況を考え、接する 2 粒子の平均河床面からの高さをそれぞれ x_1 , x_2 とするとき先述の状態は $(x_1 - x_2) > y_{min} \geq 0$ を満足するものと仮定する。いま、個々の砂粒子の平均河床面よりの高さ $\{x\}$ は、次式で表される確率密度関数をもつ平均値 0, 標準偏差 σ_x の正規分布に従うものと仮定する^{注2)}。

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \dots \dots \dots (32)$$

実際の河床粒子の存在高さの実測によると隣接粒子の存在高さには強い相関が認められない¹⁶⁾ ことより、 x_1 , x_2 は独立と仮定すると、平均河床面よりの高さが x_1 である粒子の下流側隣接粒子との高低差 $y (= x_1 - x_2)$ がしたがう確率密度関数 $f_y(y, x_1)$ は、 $f_y(x_1 - x_2, x_1) = f_x(x_1) \cdot f_x(x_2)$ と与えられ、 x_2 について条件開放することにより、 σ_x で無次元化された隣接粒子の相対的な高低差 $\{y\}$ の確率密度関数 $f_Y(y)$ は次式で表される。

$$f_Y(y) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-(\hat{x}^2 - \hat{y}\hat{x})\right) d\hat{x} \dots \dots (33)$$

ただし、 $\hat{x} = x/\sigma_x$, $\hat{y} = y/\sigma_x$, $\hat{\sigma}_x = \sigma_x/d$ と変数変換してある。結局、粒子が離脱可能な配置状況にある確率 p_1 は次のようになる。

$$p_1 = \text{Prob}[y \geq y_{min}] = \int_{s_{min}}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{s^2}{2}\right) ds \dots \dots \dots (34)$$

ただし、 $\hat{y}_{min} = y_{min}/\sigma_x$, $s = \hat{y}/\sqrt{2}$, $s_{min} = \hat{y}_{min}/\sqrt{2}$ である。

Fig.6 は y_{min}/d および σ_x/d をパラメータとして変化させたときの、離脱可能な配置にある粒子の確率を等確率表示したものである。

中川ら¹⁷⁾ は粒径 $d=0.50$ (cm) のガラスビーズで構成

注2) 変数 x が分布していることが問題で、2次モーメントまであわせた分布形を仮定すると、分布形の詳細 (周辺挙動) に関わらず現象が説明できることが多い。

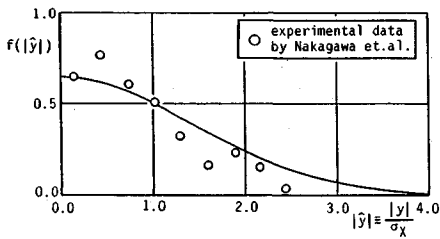


Fig. 7 Probability density of height difference between the neighboring two particles resting on a bed.

された移動床面の通水前の隣接する2粒子の凹凸差 $\{H\}$ を測定し、平均凹凸高さ $E[H]/d=0.355$ 、その標準偏差 $\sigma_H/d=0.43$ および変動係数 $\alpha_H=1.223$ という結果を得ている。中川らの $\{H\}$ が隣接粒子の高低差の絶対値であることを考慮し、 $H=|y|$ とみなし、式 (33) にもとづいて相対的な高低差 $\{y/\sigma_x\}$ の絶対値の確率密度関数 $f_Y(|y|/\sigma_x)$ を示したものが Fig. 7 である。図中には中川らの結果が併示されている。また、式 (33) より、 $\{|y|/\sigma_x\}$ の平均値、標準偏差、変動係数は、それぞれ $E[|y|/\sigma_x]=1.11$ 、 $\sqrt{\text{Var}}[|y|/\sigma_x]=1.38$ 、 $\alpha_Y=1.247$ となる。Fig. 7 より、式 (33) で河床面凹凸の状況は概ね表現されるものと考えられる。いま、 σ_x で無次元化された $\{H\}$ 、 $\{y\}$ の平均値、標準偏差を等値とすると、 $\sigma_x/d=0.32$ 、 0.31 が得られ、砂粒スケールの凹凸の標準偏差は $\sigma_x/d \approx 0.3$ 程度と推測され、これは関根・吉川¹⁰⁾の結果とはほぼ一致する。

pick-up rate を定義する河床状況として、ここでは砂粒近傍流速の高さを y_{min} ととり、 $y_{min}/d=0.8$ 、 $\sigma_x/d=0.3$ とすると、式 (34) で表される河床砂粒の配置確率 p_1 は、Fig. 6 より $p_1 = \text{Prob}[y \geq y_{min}] \approx 0.01$ 程度となる。この時 $k_T \approx 1$ 、 $k_1 \approx 1$ とすると、中川らの実験定数 ($k_T p_1 / k_1 = 0.0134$) と一致する。これは固有周期程度で離脱し、粒径程度の移動で離脱完了とみなしていることになり、現象論的に妥当といえよう。

3. 実験データとの比較

(1) 限界掃流力

いわゆる限界掃流力は流砂が存在すると見させる河床を判断するためのもので、古くより多くのデータが集められているが、限界の規準が曖昧でデータのばらつきも大きい。Fig. 8 にいわゆる Shields ダイアグラム形式で表示し、岩垣式と次式で表わされる評価式を併示した。

$$\tau_{*c} = \frac{1}{1 + k_{3Y}(Re_*) \cdot \alpha_{\tau 0}} \tau_{*c0} \dots \dots \dots (35)$$

砂粒 Reynolds 数の小さいところでは単に流速分布、抗力係数が Reynolds 数の関数となることだけでなく、掃流力の変動の減衰効果を考慮すべきことが理解される。砂粒 Reynolds 数が5前後の領域での変化特性の違

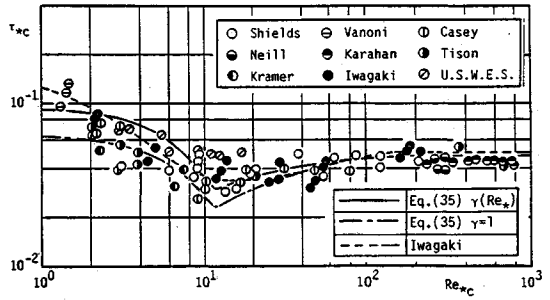


Fig. 8 Critical tractive force.

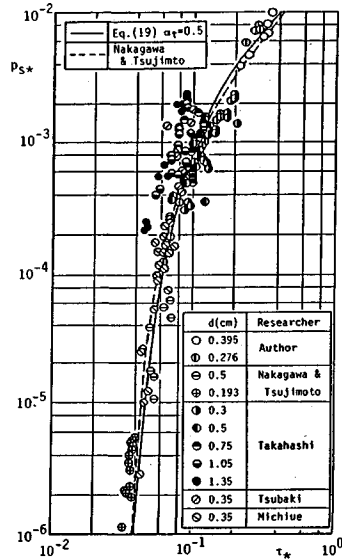


Fig. 9 Pick-up rate for coarse sand.

いは流速分布で buffer layer を無視した影響と考えられる。また、砂粒 Reynolds 数のきわめて小さいところで実験値が理論より大きくなっているのは、微細粒子では避けられない粘着性の効果と考えられる。

(2) 等流状態での砂の pick-up rate

粗砂については既に中川・辻本^{1,2)}が自らの推定式の検証にデータを集めている。本研究結果も砂粒 Reynolds 数が大きい場合は、中川・辻本式にほぼ一致し、それゆえ比較できる実験値の数も充分であるが、ここではさらに掃流力の大きい実験データを補って、推定式の妥当性を検証した。

実験は長さ 10 m、幅 10 cm の可変勾配水路で、中央粒径 d が 0.395、0.276 cm の粗砂 (細礫) を用いて行い、16 mm フィルム撮影によって、決められた面積から所定の時間内に移動開始する砂粒個数を数えることによって pick-up rate を測定した。掃流力の評価は側壁効果を除去した径深と河床勾配から行った。本実験結果を従来のデータと併せ Fig. 9 に示し、推定式と比較した。

van Rijn⁶⁾ は Delft 水理実験所で砂粒径を変えて (d

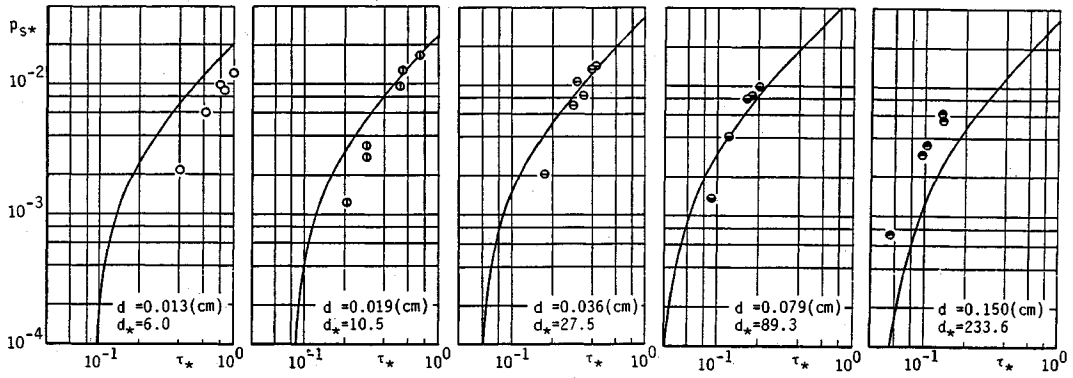


Fig.10 (a) Pick-up rate for sand with various diameters. (実験値は van Rijn⁶⁾ による)

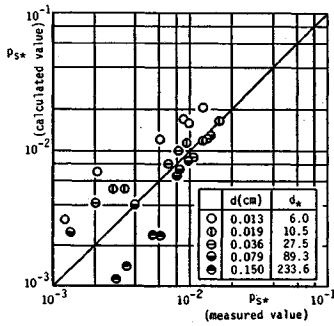


Fig.10 (b) Test of the proposed pick-up rate formula.

$= 0.013 \sim 0.15$ cm, $d_* = 6 \sim 234$, $d_* \equiv \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3/\nu}$ を行った pick-up rate についての実験結果をまとめている。この結果を Fig.10 (a) に式 (29) による推定曲線とともに示すが、両者の対応は Fig.10 (b) から認められるように良好である。砂粒径の変化にともなう限界掃流力の変化によって、pick-up rate の曲線が shift することが分かる。ただし、単なる平行移動ではなく粒径の小さいものほど限界掃流力付近での pick-up rate の減衰の大きいことがわかる。

(3) 掃流力が空間的変動する場での pick-up rate

掃流力が大きい場合一般に河床には様々な河床形態が形成され、その上で掃流力およびその変動特性は著しく変化する。こうした場でも、pick-up rate 推定式は原則的に有効である。すなわち局所流砂量のように非平衡性の影響を受けることはなく、その場所の掃流力とその変動係수에支配されるはずである。

ここでは dunes を模擬した三角形状河床波 (波長 40 cm, 波高 2 cm) を並べた水路 (長さ 9 m, 幅 33 cm) での、流速、pick-up rate を測定した実験例¹⁸⁾ について述べる。流速測定は直径 3 mm の小型プロペラ流速計を用い、底面近傍流速分布に対数則を仮定して底面せん断応力を求め、また底面近傍流速の変動係数 α_u から次式で掃流力の変動係数を求めた。

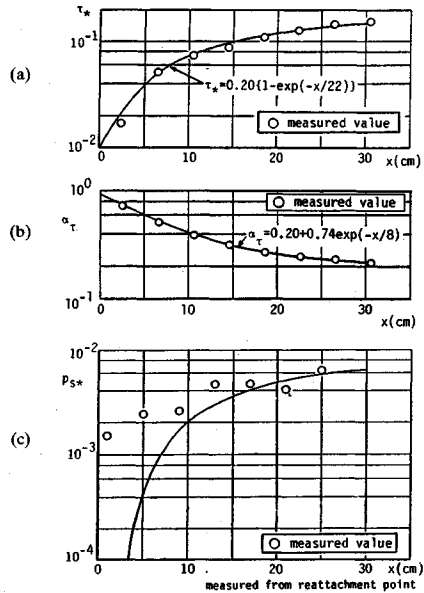


Fig.11 Longitudinal variations of bed (a) shear stress, (b) its variation coefficient and (c) pick-up rate over a triangular dune model.

$$\alpha_\tau = 2\alpha_u + \alpha_u^2 \dots \dots \dots (36)$$

さらに、16 mm フィルム解析で pick-up rate の場所的変化を測定した。これらの結果を Fig.11 に示す。

実験に用いた三角形模擬河床波は、流砂測定部を除いては固定床粗面で、測定部分では厚さ 2 cm, 幅 5 cm の移動床とした。また用いた砂は、粒径 1.1 mm のほぼ均一な砂である。Fig.11 中に示されるような式で、掃流力およびその変動係数の場所的変化を表して、pick-up rate の場所的変化を計算した。いわゆる再付着点付近を除いて、計算値と実験値の対応は良く、本論文で提案した pick-up rate 推定法が場所的に変化する流れにも有効であることが示唆された。再付着点付近での計算値と実験値のずれは再付着点の位置が揺動することによって考えられ、これを考慮することで実験値が説明できるもの

と考えている。

4. 結 論

本研究で得られた結果をまとめると、次のようである。

(1) 離脱過程を河床に存在する粒子の滑動として力学モデルで表現し、中川・辻本が転動形式を仮定して導いたものと同様の pick-up rate 推定式を得た。そこで、砂粒 Reynolds 数によって変化する部分(抗力係数および流速分布に関わる分)を明確にした。

(2) 掃流力の変動の効果による pick-up rate ~ 掃流力関係の関数形の変化を3つのパラメータで表す近似式を与え、これらのパラメータと掃流力の変動係数の関係を明らかにした。この近似式は、粗砂の等流状態での pick-up rate について、限界掃流力の基準の差はあるが中川・辻本式とほぼ一致する。なお、掃流力の変動係数は砂粒 Reynolds 数が小さくなると減少するので、砂粒 Reynolds 数の効果は掃流力の変動特性についての推定式の平均処理に関わる形ででも出現する。

(3) いわゆる限界掃流力は、掃流力が平均値より標準偏差の約1倍上回って移動限界を越すという規準とよく対応している。このようにして、限界掃流力の砂粒 Reynolds 数に対する変化を求めた。これは従来の実験値や頻用される岩垣式とも良く一致する。

(4) 移動限界の掃流力、pick-up rate 評価の力学モデルに含まれる諸係数を検討した。力学モデルを考えるような状態にある粒子の存在確率を、(平坦河床でも存在するような)砂粒オーダーの河床凹凸についての確率的検討から評価した。これによって、河床からの離脱現象を、粒子の固有時間スケール(ロッキング現象の固有周期の逆数程度)で平均化された初期の平均離脱速度で粒子径程度の移動を持って離脱と判断される形のモデルとなっていることが明らかにされた。

(5) 本論文の提案する pick-up rate 式の適用性を等流状態において粗砂から細砂にわたる広い条件のデータによって検証した。砂粒 Reynolds 数の効果が流速分布、抗力係数を通して直接に、また掃流力の変動係数の変化を通して間接的に出現し、それが本モデルで適切に表現できていることがわかった。

(6) 模擬河床波の上での流速分布、pick-up rate の実測を行い、掃流力の平均値、変動特性が変化する流れにおいても、それがわかれば本モデルが局所的に適用できることが示唆された。

参 考 文 献

- 1) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T. : Sand bed instability due to bed load motion, J. Hydraul. Div., ASCE, Vol.10, HY12, pp.2029~2051, 1980.
- 2) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂れきの移動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第244号，pp.71~80, 1975.
- 3) Einstein, H. A. : Formulas for the transportation of bed load, Trans. ASCE, Paper No.2140, pp. 561~597, 1942.
- 4) Einstein, H. A. : The bed load function for sediment transportation in open channel flows, Tech. Bull., No.1026, USDA, Soil Conservation Service, 78p., 1950.
- 5) たとえば，中川博次・辻本哲郎：移動床流れの水理，新体系土木工学23，技報堂出版，1986.
- 6) van Rijn, L. C. : Sediment pick-up functions, J. Hydraul. Eng., ASCE, Vol.110, No.10, pp.1494~1502, 1984.
- 7) 中川博次・辻本哲郎・原 稔明：混合砂れき床の粗粒化について，京都大学防災研究所年報，第20号B，pp.145~160, 1977.
- 8) Nakagawa, H., Tsujimoto, T. and Murakami, S. : Non-equilibrium bed load transport in side slope, Proc. 3rd Int. Sym. River Sedimentation, Jackson, Mississippi, USA, pp.1120~1130, 1986.
- 9) 芦田和男・江頭進治・加本 実：山地流域における侵食と流路変動に関する研究(1)，京都大学防災研究所年報，第25号B-2，pp.349~361, 1982.
- 10) 村上正吾・辻本哲郎・中川博次：河床面を通しての流出入流速が掃流過程に与える影響，土木学会論文集，第433号/II-14，pp.1~10, 1990.
- 11) 篁 源亮・富村彰廣：強制振動を与えた場合の乱流変化と砂粒の初期移動，第30回年次学術講演会概要集，土木学会，II-145, 1975.
- 12) Paintal, A. S. : Stochastic model of bed load transport, Jour. of Hydraulic Research, IAHR, Vol.9, No.4, pp.527~554, 1971.
- 13) 岩垣雄一：限界掃流力に関する流体力学的研究，土木学会論文集，第41号，pp.1~21, 1956.
- 14) Rotta, J. C. : Turbulente Stromungen, B. G. Teubner, 1972 (大路通雄訳：乱流，岩波書店，1975).
- 15) White, C. M. : The equilibrium of grains on the bed of a stream. Proc. Roy. Soc. London, Vol.174A, pp.322~344, 1940.
- 16) 関根正人・吉川秀夫：掃流砂の停止機構に関する研究，土木学会論文集，第399号/II-10，pp.105~112, 1988.
- 17) 中川博次・辻本哲郎・宮本博司：掃流砂の運動特性量の推定に関する実験的検討，土木学会関西支部年次学術講演会，11-67, 1978.
- 18) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾・水橋雄太郎：河床波上の流砂量分布について，第28回水理講演会論文集，土木学会，pp.735~741, 1984.

(1990.12.28 受付)

PICK-UP RATE OF SAND AND GRAVELS

Shogo MURAKAMI, Tetsuro TSUJIMOTO and Hiroji NAKAGAWA

Non-equilibrium bed-load transport model is constituted by pick-up rate and step length, and it is required to estimate these two against the hydraulic condition reasonably. This study deals with the pick-up rate, which is defined as the probability density for a bed-material particle to be dislodged from a bed per unit time. The pick-up rate is here formulated as the reciprocal of the time for a particle to be dislodged from a bed by using the equation of motion with probabilistic approaches to fluctuating tractive force and the bed surface irregularity. The present study particularly clarifies the effects of grain size of bed material and variation coefficient of tractive force on pick-up rate.
