

投稿論文 (和文ノート)

**TECHNICAL
NOTE**

舗装構造の逆解析における各種手法の比較

三瓶辰之*・松井邦人**・井上武美***

著者らは、舗装の表面たわみから多層弾性理論を用いて舗装の層弾性係数を推定する逆解析の一手法を提案してきた。逆解析結果の精度はアルゴリズムに依存することが知られている。本研究では、誤差を考慮して作成した100組の表面たわみデータを用い、ガウス・ニュートン法、拡張カルマン・フィルターおよびベイズ法で逆解析を行った。そして、推定した層弾性係数の値とばらつきにより手法の信頼性を比較している。

Keywords: pavement structure, backcalculation, Gauss-Newton, Bayesian approach, Kalman filter

1. はじめに

舗装構造の支持力評価法として各種の試験方法があるが、近年FWD (Falling Weight Deflectometer) 試験がその実車両の載荷条件との対応性、操作性の良さなどにおいて注目されてきている¹⁾。この試験法は、舗装表面に荷重を載荷しそのときの表面たわみを測定するものである。そしてこの表面たわみから、舗装各層の弾性係数の推定が行われている。著者らも、ガウス・ニュートン法を用いた方法を提案してきた²⁾。しかし、その推定手法は必ずしも確立されてはいない。このような逆解析問題は、一般にその問題により推定手法の効率性、信頼性が異なってくる。著者らの手法が確定論的な方法であるのに対し、実構造とモデルの違いや測定誤差の影響を考慮し確率論的なアプローチがより適切であるとの主張もある。そこで本研究では、代表的な確率論的な方法である拡張カルマン・フィルターとベイズ法を用いて舗装構造の逆解析を行った。そしてガウス・ニュートン法による結果との比較、検討を行うことにした。

2. 逆解析手法

検討対象とする手法の各々のアルゴリズムを以下に簡単に示す。

a) ガウス・ニュートン法³⁾

解析モデルが次式のように与えられるとする。

$$y = f(x_k) + v \quad \dots \dots \dots (1)$$

アルゴリズムは以下の式のように示される。

$$\Delta x_k = (F_k^T W F_k)^{-1} F_k^T W (y - f(x_k)) \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha \Delta x_k \quad \dots \dots \dots (3)$$

b) 拡張カルマン・フィルター⁴⁾

観測方程式および状態方程式が以下であるとする。

$$y_k = f(x_k) + v_k \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$x_{k+1} = h(x_k) \quad \dots \dots \dots (5)$$

よってアルゴリズムは次のように与えられる。

フィルター方程式：

$$x_{k+1} = H_k \bar{x}_k \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$\bar{x}_k = x_k + K_k (y_k - f(x_k)) \quad \dots \dots \dots (7)$$

カルマン・ゲイン：

$$K_k = P_k F_k^T (F_k P_k F_k^T + R)^{-1} \quad \dots \dots \dots (8)$$

推定誤差共分散方程式：

$$P_{k+1} = H_k \bar{P}_k H_k^T \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$\bar{P}_k = P_k - K_k F_k P_k \quad \dots \dots \dots (10)$$

c) ベイズ法⁵⁾

解析モデルは式(1)と同様にすると、アルゴリズムは以下の式により構成される。

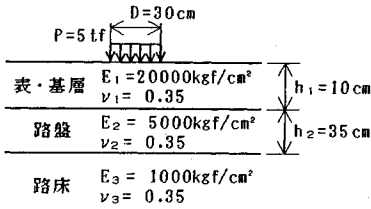
$$M_k = P_0 F_k^T (F_k P_0 F_k^T + R)^{-1} \quad \dots \dots \dots (11)$$

$$x_{k+1} = x_k + M_k (y - f(x_k)) \quad \dots \dots \dots (12)$$

ここで、 x_k, \bar{x}_k ：未知パラメーターベクトル (N)、 y, y_k ：測定値ベクトル (M)、 v, v_k ：測定誤差ベクトル (M)、 α ：ムープリミット、 F_k ：感度マトリックス ($(\partial f / \partial x)_k$) ($N \times M$)、 H_k ：状態遷移マトリックス ($(\partial h / \partial x)_k$) ($N \times N$)、 W ：重みマトリックス ($M \times M$)、 K_k ：カルマン・ゲイン ($N \times M$)、 P_k, \bar{P}_k ：未知パラメーターの推定誤差の共分散マトリックス ($N \times N$)、 M_k ：マッピングマトリックス ($N \times M$)、 P_0 ：推定誤差共分散の初期値。添字 k は繰り返し回数を示す。式(5)で繰り返し計算ごとに舗装の状態が変化することはないので、 H_k を単位マトリックス I として式(6)、(9)を次式のようにする。

$$x_{k+1} = \bar{x}_k \quad \dots \dots \dots (13)$$

* 正会員 工修 日本舗道(株) 総合技術部生産技術第2グループ (〒331 埼玉県大宮市三橋 6-70)
 ** 正会員 Ph.D 東京電機大学教授 理工学部建設工学科
 *** 正会員 日本舗道(株) 総合技術部技術管理課長



図—1 3層構造モデル

$$P_{k+1} = \bar{P}_k \dots \dots \dots (14)$$

また、測定誤差ベクトル v_k は平均値 0、共分散マトリックス $R (M \times M)$ の正規分布であるとする。

拡張カルマン・フィルターおよびベイズ法では、事前情報として未知パラメーターの推定値と推定誤差共分散が必要となる。拡張カルマン・フィルターは同じデータを繰り返し測定されたものとして計算を行い、常に推定誤差共分散と推定値を更新して推定値の最尤値を求める。それに対して、ベイズ法では推定誤差共分散は変化しないものとして繰り返し計算を行い最尤値を求めることになる。

3. 数値解析例

ここでは、舗装構造を多層弾性構造でモデル化できるものと仮定している。例題として図—1に示すような3層の軸対称モデルを用いた。各層の物性値として弾性係数とポアソン比の値も同図に示した。まず、5tfの荷重が半径15cmの円に等分布するものとして解析を行い、得られた表面たわみを測定データと見なす。表—1に着目点とたわみを示した。そして、逆にこの測定データを与えられたものと考え、各逆解析手法によって弾性係数の推定を行った。このとき、ポアソン比が推定値に与える影響は比較的小さいので、ここでは既知として扱っている。

(1) 収束性

未知パラメーターである弾性係数の初期値として、図—1に示す正解値に対して±50%を加算した値を用いることにした。これらの初期値を与えたとき、各手法により推定された弾性係数の収束状況を図—2、表—2に示す。ここで、拡張カルマン・フィルター、ベイズ法の場合にはたわみの測定誤差共分散と未知パラメーターの推定誤差共分散の入力が必要となる。ここでは、測定誤差共分散 R は測定誤差の相関がないものと仮定し、両手法とも対角項を 1.0×10^{-5} 、非対角項を 0 とした。未知パラメーターの推定誤差共分散 P は、拡張カルマン・フィルターでは 1.0×10^{17} 、ベイズ法では 1.0×10^{10} を対角項とし、非対角項をやはり両手法とも 0 とした。

図—2より初期値に正解値の50%増の値を用いた場合には、各手法とも4、5回程度でほぼ収束している。同様に50%減の場合には、ガウス・ニュートン法では

表—1 各測点におけるたわみ (cm)

	D0	D1	D2	D3	D4
測定位置	0	20	45	90	150
たわみ	0.0480	0.0356	0.0244	0.0155	0.0097

表—2 逆解析から得られた弾性係数推定値 (kgf/cm²)

初期値に正解値の50%増を用いた場合				
	正解値	Gauss	Kalman	Bayes
表・基層	20000	19990	19980	19990
路盤	5000	5001	5003	5002
路床	1000	1000	1000	1000
初期値に正解値の50%減を用いた場合				
	正解値	Gauss	Kalman	Bayes
表・基層	20000	19990	20070	19990
路盤	5000	5002	4994	5002
路床	1000	1000	1000	1000

Gauss : ガウス・ニュートン法
Kalman : 拡張カルマン・フィルター
Bayes : ベイズ法

表—3 推定誤差の分散 ((kgf/cm²)²)

	Gauss	Kalman	Bayes
表・基層	7.907×10^8	5.377×10^7	7.816×10^8
路盤	8.393×10^6	5.819×10^5	8.333×10^6
路床	1.855×10^4	1.430×10^3	1.858×10^4

Gauss : ガウス・ニュートン法
Kalman : 拡張カルマン・フィルター
Bayes : ベイズ法

8、9回程度の繰り返し計算でほぼ収束となるが、他の二手法はやはり4、5回程度である。ガウス・ニュートン法の場合、50%減の値からはじめた場合の方が収束までに要する計算回数が多くなっているが、これは収束安定性を確保するため式(3)の Δx_k にムーブリミット $\alpha (0 < \alpha \leq 1)$ を設けているためである。

(2) パラメーター推定値の誤差

(1)で推定された弾性係数は、表—2からも明らかのように正解値そのものではない。それは入力される測定たわみが誤差を含んだものであるため、それから推定されるパラメーターも当然誤差を含むものとなるためである。よって、パラメーター推定値の誤差の分散・共分散を計算することができればパラメーター推定値の誤差の不確実性を指摘することになり、推定過程の精度を評価することができる。

推定誤差共分散はガウス・ニュートン法の場合、文献3)より次式によって与えられる。

$$P_k = (F_k^T R^{-1} F_k)^{-1} \dots \dots \dots (15)$$

また拡張カルマン・フィルターでは式(10)から得られ、ベイズ法では文献5)から次式となる。

$$P_k = P_0 - M_k F_k P_0 \dots \dots \dots (16)$$

図—2に示される初期値に正解値の50%増を用いた場合の推定誤差の分散を図—3に示す。同図の縦軸には正解値の二乗に対する推定誤差の分散をとっているが、この値は正規化された分散と呼ぶことができる。また、計算回数12回目の推定誤差の分散を表—3に示す。

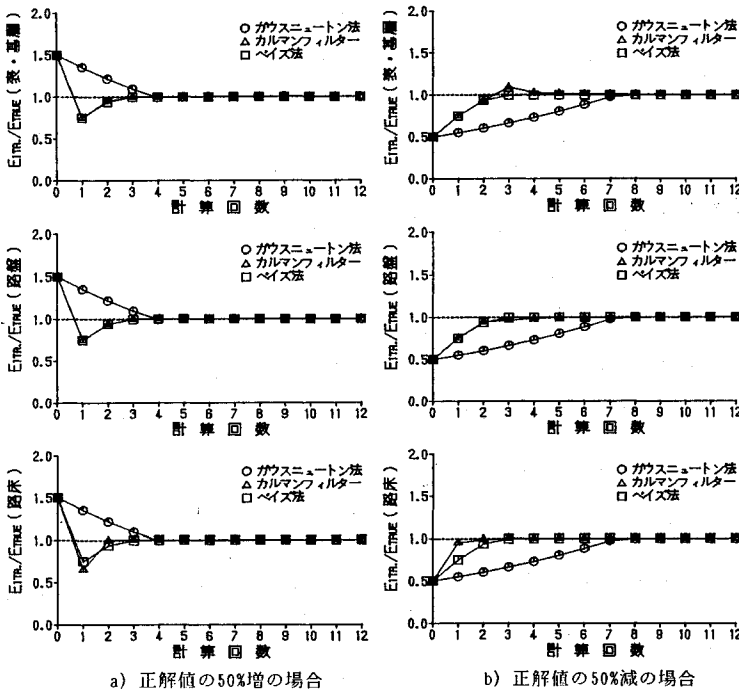


図-2 弾性係数の収束状況

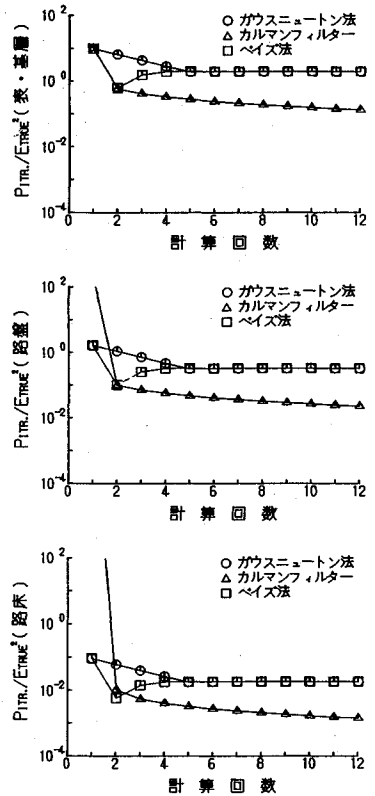


図-3 推定誤差の分散

図-3より、ガウス・ニュートン法、ベイズ法は図-2同様4、5回ほどで一定となっているが、拡張カルマン・フィルタの方は値が下がり続けていることがわかる。

(3) 測定誤差の影響

弾性係数の推定値に及ぼすたわみの測定誤差の影響がそれぞれの手法によりどのように異なるのかを調べるため、モンテカルロ・シミュレーションを行った。まず表-1に示す各測点のたわみを平均値とし、変動係数を各測点とも2%⁶⁾と仮定して正規乱数により100組のたわみデータを作成した。そして、そのデータを用いて各手法で逆解析した結果をヒストグラムにしたものを図-4に示す。

図-4を見ると、ガウス・ニュートン法、ベイズ法とも平均値、標準偏差はほとんど同じ値を示している。表・基層の平均値はガウス・ニュートン法、ベイズ法が正解値に対して約5%増であるのに比べ、拡張カルマン・フィルタでは約5%減となっている。また変動係数では、全体に拡張カルマン・フィルタの方が小さな値となっている。特に表・基層においては約10%減であることがわかる。

4. まとめ

拡張カルマン・フィルタおよびベイズ法を舗装構造の逆解析に適用し、ガウス・ニュートン法との結果の比

較、検討を行った。

ガウス・ニュートン法がたわみの測定誤差の分散のみを考慮しているのに対して、他の二手法は測定誤差の分散と弾性係数の推定誤差の分散の二つを考慮している。拡張カルマン・フィルタとベイズ法は、推定値および推定誤差共分散の初期値に適切な値を仮定しなければならない。初期値が適切でない、推定値が別の値に収束したり、発散してしまう場合もある。それに対しガウス・ニュートン法は、推定値の初期値として適切な値を仮定する必要があるが、推定誤差の共分散を与える必要がなく、解の収束は比較的遅いが安定していると言える。

4、5層構造モデルについての検討も行った。たわみ測定誤差の影響は、4層構造のときは3層構造の場合と同様な傾向となり、5層構造では、ばらつきの小さい方から順に拡張カルマン・フィルタ、ベイズ法、ガウス・ニュートン法となっている。

最後に、ガウス・ニュートン法、拡張カルマン・フィルタおよびベイズ法とも数多くのシミュレーションを行っており、その適用性は十分であると確信している。

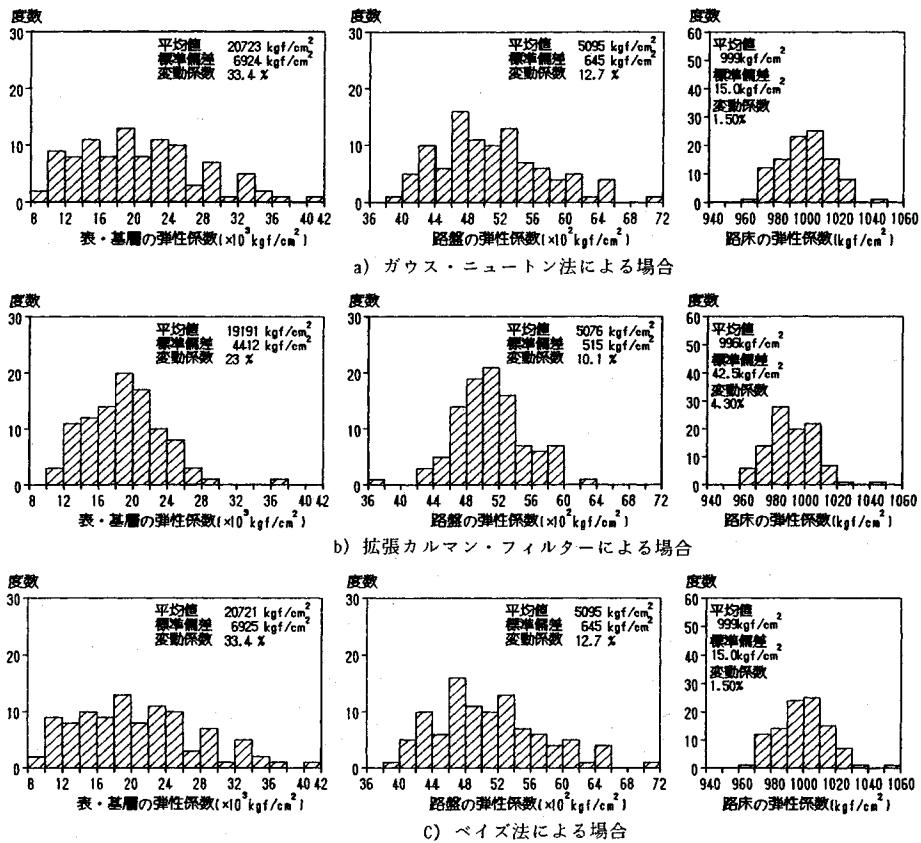


図-4 各逆解析手法による弾性係数推定値の度数分布図

参考文献

- 1) 笠原 篤・岳本秀人・伊藤俊彦・古川真男：フォーリング・ウェイト・デフレクトメータについて，舗装，Vol.20, No.6, pp.15~19, 1985年。
- 2) 松井邦人・井上武美・三瓶辰之：舗装各層の弾性係数を表面たわみから推定する一手法，土木学会論文集，第420号/V-13, pp.107~114, 1990年8月。
- 3) 中川 徹・小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析プログラム SALS, UP 応用数学選書7, 東京大学出版会, 1982年。

- 4) 片山 徹：応用カルマンフィルタ，朝倉書店，1983年。
- 5) Cividini, A., Maier, G. and Nappi, A.: Parameter Estimation of a Static Geotechnical Model Using a Bayes' Approach, Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol.20, No.5, pp.215~226, 1983.
- 6) 姫野賢治・丸山暉彦・林 正則・菅原義昭：FWDによる舗装のたわみ測定システムの開発に関する研究，東京工業大学土木工学科研究報告，No.38, pp.51~67, 1987年12月。

(1991.2.27 受付)

COMPARATIVE STUDY ON METHODS OF BACKCALCULATION FOR PAVEMENT STRUCTURE

Tatsuyuki SAMPEI, Kunihiro MATSUI and Takemi INOUE

Layer moduli of pavement structure, modeled as linearly elastic and axisymmetric, are estimated from a set of surface deflections due to given loads.

Although many approaches to the problem of backcalculation are available, it is difficult to state a superiority of one over others because it is very much problem dependent. Hence three major approaches, which are Gauss-Newton method, Extended Kalman filter and Bayesian approach, are tested to examine their merits and demerits. The results achieved are compared on a three layered pavement model.

土木設計システム **CIVILTREND** 体験版フロッピー **プレゼント**

土木、測量、建築CADの総合ベンダー、福井コンピュータでは、新商品「土木設計システム—シビルトレンド」の発売にあわせて、体験版FD（フロッピーディスク）をお申し込みいただいた方にもれなくプレゼントいたします。これはシビルトレンドのボックスカルバート設計計算（体験版は制限あり）を実際にお試しいただけるプログラムです。

●土木設計のトータルシステム

測量、建築CADをトータルに開発、発売している福井コンピュータでは、この度、土木設計システム「シビルトレンド」を新発売いたしました。今回発売されたのは、ボックスカルバート設計計算と擁壁設計計算のふたつのプログラムです。当社では、この2本を皮切りに他工種の設計計算を引き続き発売する予定です。さらに本年初旬には、シビルトレンドの計算データをもとに、図面を自動作成するCADシステムの発売も予定しています。

●体験版FDの概要

このプログラムはボックスカルバートの設計計算を基本的な数値の入力によって画面上で簡単に行うことができるシステムです。鉄筋の許容応力度に対する合否の判定、自動配筋機能も備えており経済的な断面設計が可能です。

※対応機種：NEC PC9800、H-98シリーズ
 ※体験版FDは一社につき一枚とさせていただきます。

【結果表示】 1: 建設省土木標準物量設計第一巻

部	別	部別	計算	gr (kg/case)	gr (kg/case)	gr (kg/case)
左	A	D1&ctcl26	○	63	1263	
中	B	D1&ctcl26	○	48	1373	
右	C	D1&ctcl26	○	49	1357	
中	D	D1&ctcl26	○	52	1185	
左	A	D1&ctcl26	○	47	1289	
中	B	D1&ctcl26	○	60	1290	
右	C	D1&ctcl26	○	8	-	
中	D	D1&ctcl26	○	63	1481	
左	A	D1&ctcl26	○	47	1281	
中	B	D1&ctcl26	○	52	1339	
右	C	D1&ctcl26	○	43	1185	

F1: 設計書選択 F2: 設計書詳細 F3: 設計条件 F4: 形状寸法 F5: 配筋計画
 F6: 結果表示 F7: 計算書出力 F8: 終了

●お申し込み方法

官製はがきあるいはFAXに各項目をご記入いただき「体験版FD申込」とご明記の上、下記までご送付ください。

- 1: 貴社名
- 2: ご担当部署名
- 3: ご担当者名
- 4: お電話番号
- 5: ご住所
- 6: 貴社の職種
- 7: お使いの土木、測量関係のプログラム名

福井コンピュータ測量部/伊藤 中山
 〒910 福井県福井市高木中央1-2501
 TEL. 0776-53-9210
 FAX. 0776-53-9203

福井コンピュータ株式会社

本社 福井市高木中央1-2501 〒910 TEL(0776)53-9210(代) FAX(0776)53-9203

圧密解析ソフトパソコンに上陸!!

未来設計企業
CRC

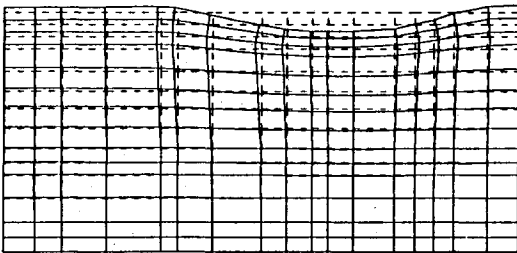
地盤の非定常圧密解析プログラム

Mr. 圧密

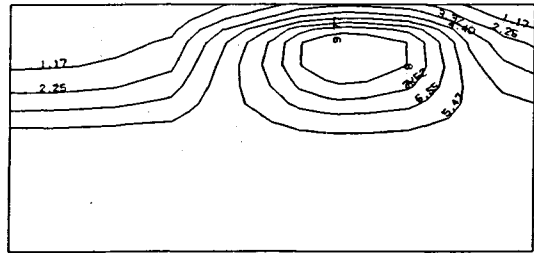
(特長)

- 非定常FEMによる線形弾性解析(christian系の解法)。
- 二次元平面歪解析。
- 要素として三角形・任意四角形が扱える。
- スケーリングをしているので安定して解が求まる。
- リスタート機能の完備。
- 入力はわかりやすいコマンド形式を採用(フリーフォーマット)。
- 図化処理(プロッタ、画像出力)等、豊富な機能を持つポストプログラムを完備。
- ジェネレート機能(長方形要素)により簡単にモデル作成が可能。
- 大モデルはそのままCRCネットワークでも(ホスト処理)可能。

販売価格：60万円 機種：NEC PC9800シリーズ 他



変形図



過剰間隙水圧コンター図

※EWS、汎用機用の圧密解析プログラム(逆解析も可能)として"UNICON"も用意しております。

株式会社CRC総合研究所 西日本支社

大阪市中央区久太郎町4丁目1-3
(06)241-4121 営業担当: 岩崎

より現実的な解析を！

未来設計企業
CRC

任意形状臨界すべり面自動決定プログラム

Mr. 一番すべり

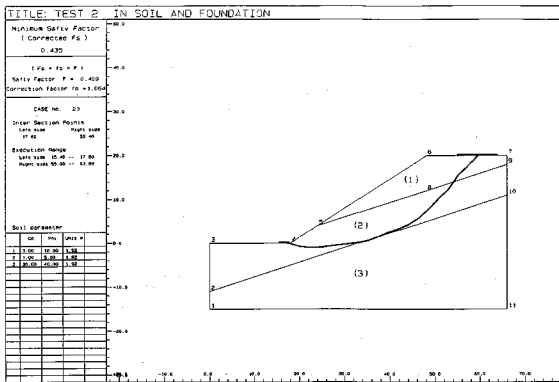
概要

Mr. 一番すべりは、簡易 Janbu 法に基づき任意形状臨界すべり面位置を自動的に探索し、安全率を計算する斜面安定解析プログラムです。また、操作性が良く、グラフィックやプロッタ出力も充実しています。

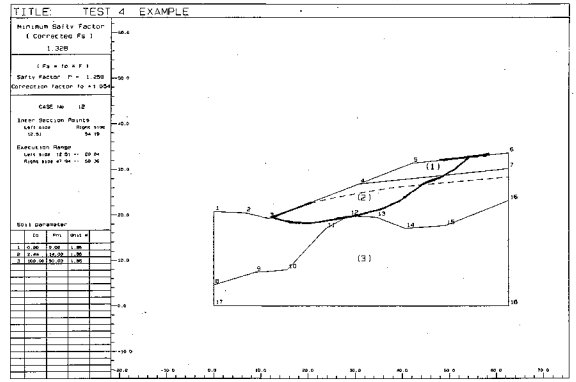
・適応機種 NEC PC9801シリーズ

・価格 50万円（税別）

・適用例



傾斜地盤上の盛土



凸形基盤上の切土斜面

☆デモプログラム貸出し中

あなた自身の手で是非ご確認下さい。

株式会社CRC総合研究所 西日本支社

大阪市中央区久太郎町4丁目1-3
(06) 241-4121 営業担当：岩崎

個別要素法プログラム

未来設計企業

CRC

CRC-ITASCAが提供するカンドールモデル個別要素法(DEM)!!

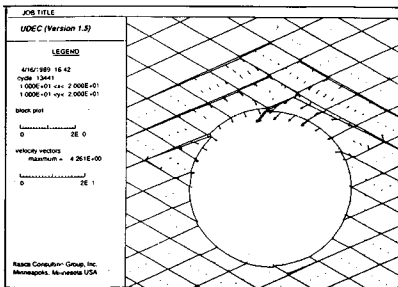
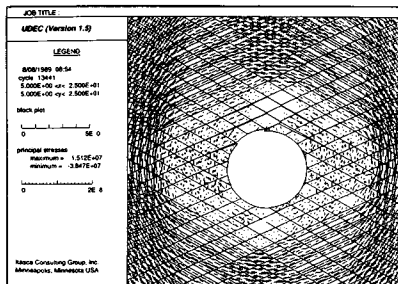
二次元個別要素法プログラム(ソースコード)

UDEC

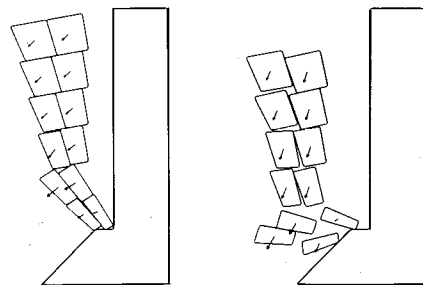
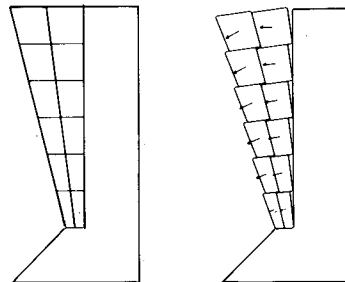
三次元個別要素法プログラム(ロードモジュール)

3DEC

個別要素法とは、1971年にDr. P. Cundallが発表した不連続体に対する動的崩壊過程をシュミレートするための解析手法です。すなわち、岩盤をジョイントとブロックから構成される岩石ブロックの集合体と考え、個々のブロックの挙動を時々刻々に追跡し、全体挙動を解析しようとするものです。集合体としての岩盤や地盤が最終的に、安定状態となるものか、あるいは大変形するのか、崩壊していくのかなど、時間の経過に伴うモデル全体のブロックの動きや破壊の進行の様子を視覚的に追跡できます。現在、岩盤・地盤の崩落や安定性の解析など、不連続体力学の有力な解析手法となっています。



大深度地下掘削時の安定解析



岩盤斜面崩落シミュレーション

- 岩盤の転倒・滑落解析
- 岩盤の掘削解析
- 不連続性岩盤の安定解析
- 地震応答解析
- 浸透-ブロック連成解析(UDEC)
- 熱-ブロック連成解析(UDEC)

■販売条件

UDEC・3DEC

- ◆ EWS, SUN-SPARC, HP, SONY-NEWS
- ◆ IBM-PC/AT及び互換機
- ◆ UDECはソースコードで提供します。
- ◆ 3DECはロードモジュールで提供します。

株式会社 **CRC総合研究所** 西日本支社

〒541
大阪市中央区久太郎町4丁目1-3
(06)241-4121 営業担当: 岩崎

地球を切る! 視る! 創る!

3次元地質解析システム

GEORAMA

ジオラマ

概要

地質調査で得られたデータを基に、利用者の判断を加味して3次元地質モデルを作成します。この3次元モデルより地質・岩層区分・地下水位等をグラフィック表示並びに作画します。今後この3次元モデルを利用して解析用メッシュ作成等への応用が考えられます。

特徴

- ・走向・傾斜データも考慮できる高度な推定法
- ・複雑な地質体モデルの表現が可能
- ・ビジュアルで豊富な出力機能
- ・図面間での整合性がとれる
- ・操作性の高いシステム

出力図面

地形図	任意 組合せ	平面図
地質図		鉛直断面図
岩層区分図		水平断面図
入力位置図		任意断面図
ボーリング柱状図		パネル図
地下水水位図		ブロック図

ユーザーインターフェースにより、拡がる適用分野

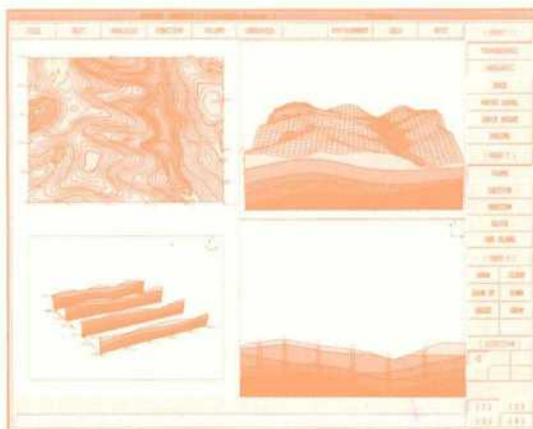
データベース 土量計算 構造物マッピング
メッシュジェネレータ プレゼンテーション資料 その他

標準適応機種(EWS)

- ・SONY-NEWSシリーズ*
- ・Sun-3, Sun4, Sun-SPARCシリーズ*
- ・HP9000/300, HP9000/800シリーズ*
- *ウィンドウシステムとしてX-Window System, Version 11(X11)が必要です。
(標準以外のものにつきましても御相談に応じます)

㈩アイ・エヌ・エー アイサウ工業㈱ フードエンジニアリング㈱ アサヒ地水探査㈱ ㈱エイトコンサルタント 応用地質㈱ 大阪ガス㈱ 大手開発㈱ ㈱大林組 ㈱興村組 川崎地質㈱ 基礎地盤コンサルタンツ㈱ ㈱熊谷組 ㈱建設技術研究所 建設省 土木研究所 五洋建設㈱ 佐藤工業㈱ サンコーコンサルタント㈱ ㈱P&S総合研究所 ㈱西電技術コンサルタント 清水建設㈱	㈱情報数理研究所 ㈱新日本技術コンサルタント 住友コンサルタント㈱ 住友建設㈱ 石油資源開発㈱ 全日本コンサルタント㈱ 大成建設㈱ 大豊建設㈱ ㈱ダイソク ㈱ダイネコンサルタント ㈱竹中工務店 中央開発㈱ ㈱地球科学総合研究所 中電技術コンサルタント㈱ 通産省 地質調査所 電源開発㈱ ㈱電力中央研究所 東急建設㈱ 東建地質調査㈱ 東京電力㈱	東電設計㈱ 東電ソフトウェア㈱ 東洋地質調査㈱ 動力炉・核燃料開発事業団 ㈱中堀ソイルコーナ 西松建設㈱ 日本工営㈱ 日本国土開発㈱ ㈱日本パブリック エンジニアリング ㈱間組 ㈱阪神コンサルタンツ ヒロセ㈱ フジタ工業㈱ ㈱富士和ホールディング 北光ジオリサーチ㈱ 北海道開発コンサルタント㈱ 三井建設㈱ 三菱金属㈱ 村本建設㈱ 明治コンサルタント㈱
--	--	--

3次元地質解析システム研究会 参加メンバー



株式会社 **CRC** 総合研究所 西日本支社

大阪市中央区久太郎町4丁目1-3
(06)241-4121 営業担当: 岩崎