

鉄筋コンクリート離散ひびわれを構成する材料モデルの開発

三島徹也*・Buja BUJADHAM**・前川宏一***・岡村 甫****

本研究では、ひびわれ面での鉄筋の抜け出し特性とコンクリートの応力伝達特性をそれぞれモデル化することによって、離散ひびわれを構成する材料モデルの構築を行った。鉄筋モデルについては、鉄筋降伏後の正負交番載荷時の精度向上を図り、RC板の正負交番載荷試験との比較によって検証を行った。コンクリートモデルについては、ひびわれ発生条件を考慮し、ひびわれ発生前と発生後のモデルを統合することにより一般化を図った。

Keywords : RC discrete crack model, reversed cyclic loading, RC plates

1. 序 論

鉄筋コンクリート構造物の有限要素モデルは、部材の平均的な変形挙動に対して定式化される分散ひびわれモデルと、単数のひびわれに対して定式化される離散ひびわれモデルに大別される¹⁾。耐震壁の壁部のように、多数のひびわれが発生し、応力勾配も比較的緩やかな部材に対しては、分散ひびわれモデルに基づく有限要素の適用が有効であり、少数本のひびわれが部材挙動に支配的である場合や、部材間接合部の挙動には、離散ひびわれモデルの適用が有効である。申らは分散ひびわれモデルを壁部材に適用し、さらに、接合要素を耐震壁の部材間接合部へ適用することによって、耐震壁の復元力特性と靱性を精度よく解析することに成功している^{2),3)}。この接合要素は、鉄筋の引き抜け⁴⁾やひびわれ面での骨材のかみ合いによる応力伝達機構⁵⁾などをそれぞれモデル化することによって得られたものであり、繰り返し載荷をも考慮できる点が大きな特徴である³⁾。

また、申らのモデルは、実際に部材間の局所変形の測定結果により検証されており²⁾、高い信頼性を有している。しかしながら、鉄筋とひびわれが直交する場合以外に適用できる形にまともならず、変形履歴も、ひびわれ幅あるいはせん断ズレのいずれか一方が大きく変化し、他の変位成分の変化が相対的に小さい経路下でもっぱら検証されたものである。さらに適用領域を拡大するには、適用範囲をRC部材一般部のひびわれにまで拡張することが望まれる。

本研究の眼目は、上記の点を考慮して、著者らが行っ

た接合要素レベルでの実験であるRC板の1軸正負交番載荷試験⁶⁾の結果を基に、離散ひびわれを構成する材料モデルの一般化を行うことにある。せん断補強筋量の少ない梁や柱のせん断ひびわれのように、部材全体の挙動を支配するひびわれに離散ひびわれモデルを適用する場合、ひびわれ面と鉄筋はある角度で交差し、ひびわれ面の変形経路もせん断ズレと開きが混在した複雑な経路となることが多い。また、鉄筋の抜け出し特性が隣接ひびわれの影響を受けることも考えられる。材料モデルの構築にあたっては、これらの点に特に留意した。

その結果、鉄筋モデルについては、申らの鉄筋ひずみ-すべりモデル³⁾を斜め配筋に拡張するとともに、鉄筋降伏以降の交番繰返しモデル、特に、塑性変形以降の圧縮すべり戻し域まで含めたモデルの提案を行った。また、コンクリートモデルについては、李・前川による接触面密度関数の概念⁵⁾に基づき、せん断ズレと開きが混在する低拘束下の変形モードに対する精度を向上させた一般化接触面密度モデル⁷⁾を採用し、さらにひびわれ発生基準を設計、離散ひびわれモデルとしての適用性向上を図った。

2. RC離散ひびわれを構成する材料モデルの定式化

(1) 離散ひびわれの基本モデル

図-1は本論文で対象とする離散ひびわれを示したものである。対象とする離散ひびわれは鉄筋コンクリート部材内のひびわれ、および、部材間接合部を模したものであり、鉄筋とひびわれのなす角は θ である。鉄筋を分散ひびわれモデルの場合と同様に仮想連続体として扱うことができるよう、鉄筋は離散ひびわれ断面内に一樣に分布していることを仮定する。

RCひびわれの外力に対する抵抗機構については、ひびわれ面のかみ合いによって発生するコンクリートの伝

* 正会員 前田建設工業(株)技術研究所
(〒179 練馬区旭町1-39-16)

** 正会員 鹿島建設(株)技術研究所

*** 正会員 工博 東京大学助教授(1992年までAITに派遣)
工学部土木工学科

**** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

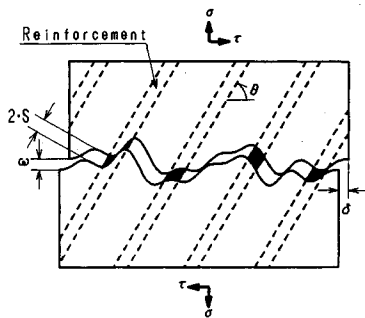


図-1 離散ひびわれ

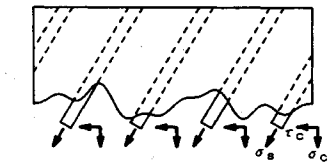


図-2 局所的なひびわれ幅

達応力とひびわれ面から鉄筋が抜け出すことによって発生する鉄筋軸応力のみを考慮するものとする。

(2) 変位の適合条件

鉄筋コンクリートひびわれ面の変位 $\{u\}$ は、離散ひびわれ面のせん断ズレ変位 δ と開口変位 ω で代表できると考える。すなわち、

$$\{u\} = [\delta \ \omega]^T \dots \dots \dots (1)$$

異形鉄筋が補強筋として用いられている場合、鉄筋近傍のひびわれ幅は非常に小さく、鉄筋から離れるにつれて大きくなること、つまり、断面内の局所ひびわれ幅は一樣でないことが知られている³⁾ (図-2)。本モデルは断面内の平均的な挙動に対して定式化されるものであるため、離散ひびわれ面の開口変位 ω は、断面内の平均開口変位と位置づけられ、表面ひびわれ幅を意味するものではない。

本研究では、鉄筋応力を離散ひびわれ面からの鉄筋抜け出し量 S の関数として与えるため、ひびわれ変位 $\{u\}$ に対する鉄筋応力 $\{\sigma_{fs}\}$ を得るには、鉄筋抜け出し量 S と離散ひびわれ変位 $\{u\}$ の関係を導く必要がある。

鉄筋がひびわれ面に直交配筋されている場合、鉄筋抜け出し量 S は、平均開口変位 ω を用いて次式で表される。

$$S = \omega / 2 \dots \dots \dots (2)$$

ただし、上述の通り、RC 離散ひびわれ面内のひびわれ幅は一樣ではないため、本モデルで予測される ω は本来、実測できないものである点に注意する必要がある。

鉄筋がひびわれ面と斜めに交差している場合、変位が生じると、鉄筋は局所的にせん断変形を呈するものと考えられる。しかしながら、ひびわれ幅が鉄筋径に比べて十分小さいことから、コンクリート中の鉄筋は「変形後も線材として挙動する」と考え、さらに、コンクリートの変形を無視することにより、以下の微小変形適合条件を得る。この仮定の妥当性は、すでに、既報の板レベルの検証試験⁹⁾においても確認されている。

$$S = (\delta \cos \theta + \omega \sin \theta) / 2 \dots \dots \dots (3)$$

式 (3) は $\theta = \pi/2$ を代入することにより、式 (2) と同一になり、直交配筋の場合を包括したものである。

(3) 鉄筋の抜け出しモデル

本離散ひびわれにおける鉄筋の抜け出しモデルは、島ら⁴⁾および申ら⁵⁾の鉄筋ひずみ—すべりモデルに立脚したものであり、隣接ひびわれとの相互作用、任意の配筋方向に対する付着劣化を考慮し、さらに高塑性性を経過した場合の交番繰り返し挙動の精度向上を図ったものである。モデルの詳細は3章にて述べるので、ここでは、鉄筋抜け出し量 S から鉄筋応力を算定する手順を説明する。以下、 S を便宜的に鉄筋すべりと呼ぶ。

鉄筋ひずみ—すべりモデルは、鉄筋すべり S を鉄筋径、コンクリート強度の影響を考慮して無次元化した無次元化鉄筋すべり $s^4) に対して定式化されたものであり、一般に、鉄筋ひずみ ϵ_s の関数として、次式で表される。$

$$s = s(\epsilon_s) \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 $s = S/D \cdot K_{fc}$, $K_{fc} = (f'_c/20)^{2/3}$, D : 鉄筋径
 f'_c : コンクリート強度 (MPa)

$s(\epsilon_s)$: 鉄筋ひずみ ϵ_s の履歴を考慮した関数

本研究では、式 (4) を s について解き、次式形で用いている。

$$\epsilon_s = \epsilon_s(s) \dots \dots \dots (5)$$

鉄筋の応力—ひずみ関係は、一般に、

$$\sigma_{as} = \sigma_{as}(\epsilon_s) \dots \dots \dots (6)$$

で表される。したがって、鉄筋応力 σ_{as} は、式 (5) を用いて鉄筋すべり S から鉄筋ひずみ ϵ_s を計算し、さらに、式 (6) を用いることによって算定することができる。すなわち、鉄筋軸応力は鉄筋すべり s の一意的な関数となり、一般に、次式で記述できることとなる。

$$\sigma_{as} = F_s(s) \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 $F_s(s)$ は鉄筋すべり s の履歴に依存する非線形

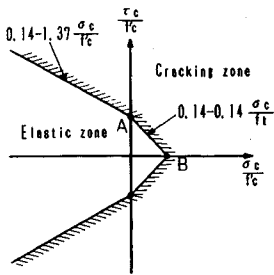


図-3 ひびわれ発生条件

関数となる。なお、本研究では、鉄筋の応力-ひずみ関係として、加藤モデル⁹⁾を用いているが、このモデルの精度については、すでに実証されているものとして詳細は省略する。

鉄筋軸力の方向が変形前の鉄筋軸方向に等しいことを仮定し⁹⁾、ひびわれ面の鉄筋比（ひびわれ面を貫通する全鉄筋の総断面積÷ひびわれ断面積）を p^* とすると、離散ひびわれ面での鉄筋軸力に起因する等価応力 τ_s, σ_s は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \tau_s &= p^* \sigma_{as} \cos \theta \\ \sigma_s &= p^* \sigma_{as} \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

(4) コンクリートモデル

a) ひびわれ発生前

ひびわれ発生前の離散ひびわれ面のコンクリートは弾性的に挙動すると考えれば、離散ひびわれ面のせん断剛性、鉛直剛性はコンクリートの縦弾性係数とせん断弾性係数を離散ひびわれ面の高さで除したものととなる。離散ひびわれ面の高さを l とすると、離散ひびわれ面でのコンクリート応力 τ_c, σ_c は次式で表される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_c \\ \sigma_c \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} G_c/l & 0 \\ 0 & E_c/l \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \delta \\ \omega \end{array} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 E_c ：コンクリートの縦弾性係数

G_c ：コンクリートのせん断弾性係数

ところが、離散ひびわれモデルでは、物理的な厚さは考慮されないため、ひびわれ面の高さ l は、本来、0であるべきである。しかしながら、 $l=0$ を仮定すると式(9)の剛性が無限大となってしまふ。そこで、ひびわれ面の高さ l として、コンクリートの最大骨材寸法程度の値を、数値解析上、用いることとした。

b) ひびわれ発生条件

離散ひびわれ面が純引張状態、すなわち、直応力 σ_c のみが作用している場合は、 σ_c がコンクリートの引張強度 f_t を超えた時にひびわれが発生すると考えて差し支えないが、せん断応力と直応力が同時に作用している場合のひびわれ発生条件は不明な点が多い。例えば、離散ひびわれ面に大きな圧縮応力が加わっている場合等についてである。

本研究では、Limらが行った無筋の供試体を用いたブッシュオフ試験の結果¹⁰⁾を参考に、次式をひびわれ発生条件とした(図-3)。

$$\tau_c/f_c' = \begin{cases} 0.14 - 1.37\sigma_c/f_c' & \dots\dots\dots (10) \\ 0.14 - 0.14\sigma_c/f_t \end{cases}$$

ただし、Limらは離散ひびわれ面に引張応力が作用している場合については、言及していないので、図-3に示すように、離散ひびわれ面に直応力が作用していない場合の破壊条件(A点)と離散ひびわれ面に引張応力のみが作用した場合の破壊条件(B点)を直線で結ぶことによって補間した。

式(9)で計算されたコンクリート応力が図中の斜線を引いた領域に入った場合、ひびわれが発生したのとして、それ以降は、次に説明するBujadhamらによる一般化接触密度モデルを用いることとした。

c) ひびわれ発生後

ひびわれ発生後のコンクリートのひびわれ面での応力伝達モデルには、李・前川による接触面密度関数の概念⁵⁾をさらに一般化したBujadhamらのモデルを採用した。このモデルは、①ひびわれ面接触点での摩擦と局所塑性変形、②接触点の破壊、③接触点での異方塑性挙動をそれぞれ個別に考慮し、より一般性を高めたものである。このモデルの詳細は文献7)に詳しいが、接線材料マトリクスについては全く触れられていない。ここでは主に、接線材料マトリクスの具体的な計算方法について述べる。

Bujadhamらの一般化接触面密度モデルは、李・前川モデルと同様に接触面密度関数に基づくものであり、ひびわれ閉合とせん断ズレの混在する変形モードへの精度をさらに向上させたものである。傾斜角 θ を持つ単位ひびわれ要素の法線、接線方向の接触力密度をそれぞれ、 Z_n, Z_t とすると、コンクリート応力 τ_c, σ_c はひびわれ変位 δ, ω の関数として次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_c &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{ Z_n(\delta, \omega, \theta) \sin \theta + Z_t(\delta, \omega, \theta) \cos \theta \} d\theta \\ \sigma_c &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{ Z_n(\delta, \omega, \theta) \cos \theta - Z_t(\delta, \omega, \theta) \sin \theta \} d\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

なお、接触力密度 Z_n, Z_t は、単位ひびわれ要素の接触応力、摩擦応力をそれぞれ $\sigma_{con}, \tau_{fric}$ とすると、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} Z_n &= A_t \sigma_{con}(\delta, \omega, \theta) K(\omega) \Omega(\theta) \\ Z_t &= A_t \tau_{fric}(\delta, \omega, \theta) K(\omega) \Omega(\theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 A_t ：接触面積比

$K(\omega)$ ：ひびわれ面の接触率

$\Omega(\theta)$ ：接触面密度関数

コンクリート応力がひびわれ変位の非線形な関数として陽な形で与えられるため、応力評価に接線材料マトリ

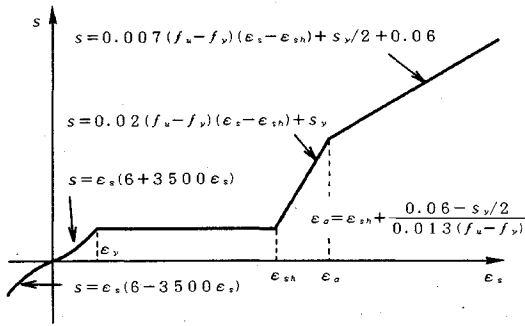


図-4 単調荷重時の鉄筋ひずみ-すべりモデル

クスは不要である。ただし、つり合い解を求める際に接線材料マトリクスが必要となる場合もある。例えば、応力が与えられていてそれに対応するひびわれ変位を算出する場合、繰り返し計算によってつり合い解を求める必要があり、この時接線材料マトリクスが必要となる。ただし、解の収束が保証されるならば厳密な接線マトリクスである必要はない^{11), 12)}。式(11)の微分を厳密に実行することは煩雑であるため、以下に示す近似的な接線材料マトリクスを繰り返し演算において使用することとした。

$$\left. \begin{aligned} D_{11} &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} A_t K(\omega) (E_{ct} \sin^2 \theta + G_{ct} \cos^2 \theta) \Omega(\theta) d\theta \\ D_{12} &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} A_t K(\omega) (-E_{ct} + G_{ct}) \cos \theta \sin \theta \Omega(\theta) d\theta \\ D_{22} &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} A_t K(\omega) (E_{ct} \cos^2 \theta + G_{ct} \sin^2 \theta) \Omega(\theta) d\theta \\ D_{21} &= D_{12} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

ここに、 $D_{11} : \partial \tau_c / \partial \delta$, $D_{12} : \partial \tau_c / \partial \omega$
 $D_{21} : \partial \sigma_c / \partial \delta$, $D_{22} : \partial \sigma_c / \partial \omega$
 E_{ct} : 各微小ひびわれ要素の法線方向に対する接線剛性 (材料定数)
 G_{ct} : 各微小ひびわれ要素の接線方向に対する接線剛性 (材料定数)

3. 離散ひびわれモデルのための鉄筋モデルの提案

(1) 単調荷重時の鉄筋ひずみ-すべりモデル

2章で述べたように、鉄筋抜け出しモデルは島らの鉄筋ひずみ-すべりモデル⁴⁾に立脚し、ひびわれ面での付着劣化を考慮したモデルを基本的に採用している。

著者らが先に行ったRC平板の局所ひびわれの測定⁶⁾より、ひびわれ面近傍の付着劣化の影響を考慮して解析的に導かれた申モデル²⁾は、実際のひびわれ面での鉄筋抜け出し挙動を精度よく表現していることが確認されている。また、申モデルは単数の鉄筋に対して定式化され

- ① $s = \epsilon_s (6 + 3500 \epsilon_s)$, ② $s = \epsilon_s (6 - 3500 \epsilon_s)$
- ③ $s = s_{max} - \epsilon_s^2 (6 + 3500 \epsilon_s^2) \cdot 0.85$, $\epsilon_s^* = \epsilon_{max} - \epsilon_s$
- ④ $s = s_{min} - \epsilon_s^2 (6 - 3500 \epsilon_s^2) \cdot 0.85$, $\epsilon_s^* = \epsilon_{min} - \epsilon_s$
- ⑤ $s = 1.6 (s_p' - s_{max}) / \epsilon_{max}^2 \cdot (\epsilon_s - 4/3 \cdot \epsilon_{max})^2 + (16 s_{max} - s_p') / 15$
- ⑥ $s = 0.6 (s_p - s_{min}) / \epsilon_{min}^2 \cdot (\epsilon_s - 4/3 \cdot \epsilon_{min})^2 + (16 s_{min} - s_p) / 15$

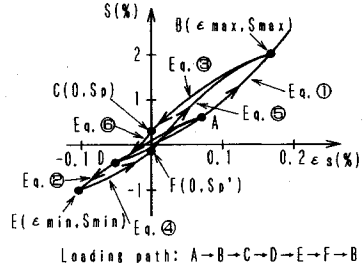


図-5 繰り返し時の鉄筋ひずみ-すべりモデル (鉄筋降伏前)

たものであるが、複数の鉄筋の平均的な挙動に対しても有効であることが、既に検証されており、単調荷重時については、申モデルをそのまま使用することとした。単調荷重時の申モデル²⁾は図-4に示す通りである。

二羽らは、鉄筋の単調圧縮荷重に対する鉄筋ひずみ-すべりモデルは、引張荷重に対する鉄筋ひずみ-すべりモデルと異なる¹³⁾ことを指摘している。これは、ブリージングの方向と鉄筋軸方向の関係、コンクリートの沈下、圧縮時の鉄筋ポアソン効果などが関連しているものと思われる。一方、コンクリート面が十分に圧縮を伝達する状況を考えて、RC部材の離散ひびわれ内の鉄筋が単調に圧縮されることはまれである。そこで、モデルの簡略化を考慮して、圧縮側と引張側の単調荷重時の付着性状は同一であると考え、負方向の鉄筋ひずみ-すべりモデルに正荷重と相似のものを仮定した。

(2) 鉄筋降伏前の正負繰り返しモデル

先に述べたRC平板試験との比較から、申らの繰り返しモデルが、鉄筋降伏前についても適用可能であり、本離散ひびわれモデルに、これをそのまま採用する。申らの繰り返しモデル²⁾を図-5に示す。

(3) 鉄筋降伏後の繰り返しモデル

申らのモデルは、鉄筋降伏以降の繰り返し挙動についても定式化されており、実際に耐震壁の接合部変形の詳細な測定結果に基づき検証されている²⁾。検証領域は、鉄筋のひずみとして約20000 μ に至るが、これ以上の高塑性領域での適用性はまだ検証されていない。しかし、一般的な耐震壁では、周辺の壁および柱部材が破壊することによって構造体として終局を迎えることを考慮すれば、通常の耐震壁の部材間接合部モデルとして用いる場合、検証された適用範囲は十分であると思われる。

一方、離散ひびわれモデルが適用されるような部材では、ひびわれ回りのコンクリートの剛性が高く、非線形

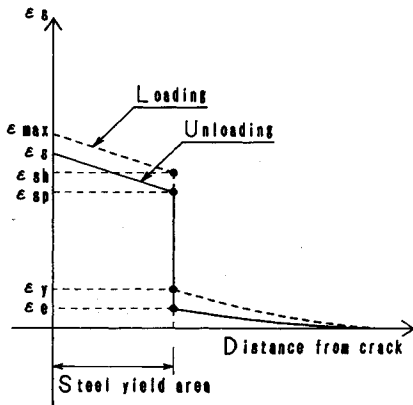


図-6 鉄筋降伏後の鉄筋軸に沿ったひずみ分布

性が離散ひびわれ領域に集中するため、さらに大きな鉄筋塑性変形が導入され、かつ繰り返し荷重により、圧縮すべり戻しまでに至る⁶⁾ことは、本研究の目的からも十分、考慮されなければならない。

著者らは、周辺部の剛性を確保した状態での、離散ひびわれに着目した試験を既に報告し、30000 μ 以上の高塑性を経験した鉄筋の繰り返し抜け出し挙動は、申モデルをそのまま用いると精度が低下する⁶⁾ことを見いだしている。本研究では、この領域に焦点を当てて申モデルの適用範囲の向上を図り、一般化離散ひびわれモデルの構築を試みる。

a) モデルの概念

鉄筋降伏後の鉄筋ひずみ分布は、図-6に示すように、鉄筋降伏域と弾性域の境界（以下、降伏境界点と呼ぶ）とで不連続になっていると考えられる。このことから、鉄筋降伏後の鉄筋ひずみ—すべり関係を構築するには、鉄筋降伏域と弾性域に分けて、それぞれをモデル化の方がより合理的と考えられる。以下、ひびわれ断面での鉄筋ひずみ、降伏境界点の降伏域側のひずみおよび弾性域側のひずみをそれぞれ ϵ_s 、 ϵ_{sp} 、 ϵ_{se} と定義し、鉄筋応力についても同様に、それぞれ σ_{as} 、 σ_{sp} 、 σ_{se} と定義する。

無次元化鉄筋すべり s は、降伏域のすべり量 s_{pi} と弾性域のすべり量 s_e の和で表されるものとする。

$$s = s_{pi} + s_e \dots\dots\dots (14)$$

以下、鉄筋の各すべり量 s_{pi} と s_e をそれぞれを個別にモデル化する。

b) 降伏域のモデル化

コンクリートの変形を無視すれば、鉄筋すべりは鉄筋ひずみを軸方向に積分したものとして定義される。したがって、降伏域のひずみ分布を直線と仮定すると、無次元化鉄筋すべり s_{pi} は次式で表される。

$$s_{pi} = \frac{(\epsilon_s + \epsilon_{sh})}{2} l_y \cdot \frac{K_{fc}}{D} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 l_y は降伏域の長さである。なお、降伏域は新た

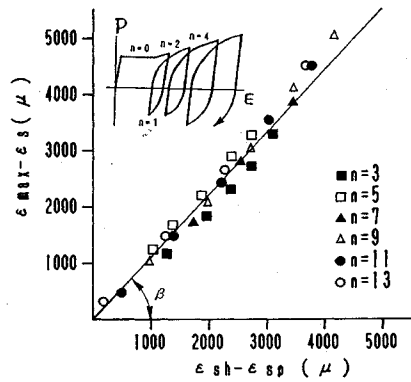


図-7 ϵ_s と ϵ_{sp} の関係

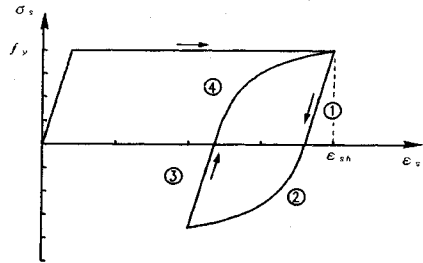


図-8 鉄筋応力—ひずみ関係（加藤モデル）

な載荷に移ったときのみ拡大するとし、除荷、再載荷時には不変とした。

松本らは、除荷、再載荷時の降伏境界点におけるひずみ ϵ_s はひびわれ面でのひずみ ϵ_{sp} とほぼ一義的な関係がある¹⁴⁾ことを指摘している（図-7）。本研究でも、この関係に着目し、 ϵ_s と ϵ_{sp} の間に次式が成立すると仮定する。

$$\epsilon_{sp} = \epsilon_{sh} - \beta(\epsilon_{max} - \epsilon_s) \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 β は、図中の直線の勾配を表すパラメータであり、 $\beta \approx 1.0$ であるが、ここでは、材料パラメータとして取り扱う。式 (16) を式 (15) に代入することによって、

$$s_{pi} = \frac{(1+\beta)\epsilon_s + \epsilon_{sh} - \beta\epsilon_{max}}{2} \cdot \frac{l_y K_{fc}}{D} \dots\dots\dots (17)$$

を得る。

降伏境界域での鉄筋の応力—ひずみ関係に加藤モデル⁹⁾を適用すれば、鉄筋応力 σ_{sp} は鉄筋ひずみ ϵ_{sp} より算定可能となる（図-8）。この時、鉄筋応力は次式で与えられる。

1) 除荷時 (①の部分)

$$\sigma_{sp} = \sigma_y - E_s(\epsilon_{sh} - \epsilon_{sp}) \dots\dots\dots (18)$$

2) 負載荷時 (②の部分)

$$\sigma_{sp} = -f_y \left[a - \frac{a(a-1)}{-\left(\frac{E_B}{f_y}\right)(\epsilon_{sp} - \epsilon_{sh} + \epsilon_y) + a - 1} \right] \dots\dots (19)$$

ここに、 $E_B = -\frac{E_s}{6} \log_{10} 10(\epsilon_{sh} - \epsilon_y)$

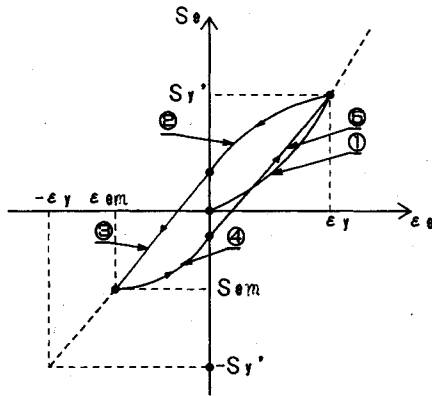


図-9 簡略化された島モデル

$$a = E_s / (E_s - E_B)$$

3) 再除荷時 (③の部分)

$$\sigma_{sp} = \sigma_{pm} + E_s (\epsilon_{sp} - \epsilon_{pm}) \dots \dots \dots (20)$$

ここに、 σ_{pm} : 載荷履歴における σ_{sp} の最小値

ϵ_{pm} : 載荷履歴における ϵ_{sp} の最小値

4) 再載荷時 (④の部分)

$$\sigma_{sp} = \sigma_y + \sigma_{pm} + f_y \left[a - \frac{a(a-1)}{\left(\frac{E_B}{f_y} \right) (\epsilon_y - \epsilon_{sp} + \epsilon_{pm}) + a - 1} \right] \dots \dots \dots (21)$$

c) 弾性域のモデル化

弾性域の鉄筋ひずみ ϵ_{se} と鉄筋すべり s_e の間には、図-9に示す島の基本モデル⁴⁾を簡略化した履歴特性が成立するとした。なお、鉄筋弾性区間はひびわれ面からある程度離れたところに位置するため、近似的に、弾性境界点に付着劣化の影響は及ばないと考え、以下の式を島モデルより導いた。

1) 除荷時 (②の部分)

$$s_e = s_y^* - 0.85(\epsilon_y - \epsilon_{se}) \{2 + 3500(\epsilon_y - \epsilon_{se})\} \dots \dots \dots (22)$$

ここに、 $s_y^* = \epsilon_y (2 + 3500\epsilon_y)$

2) 負載荷時 (③の部分)

$$s_e = 0.15s_y^* + \frac{1.15s_y^*}{\epsilon_y} \epsilon_{se} \dots \dots \dots (23)$$

3) 再除荷時 (④の部分)

$$s_e = s_{em} + 0.85(\epsilon_e - \epsilon_{em}) \{2 + 3500(\epsilon_e - \epsilon_{em})\} \dots \dots \dots (24)$$

ここに、 s_{em} : 載荷履歴における s_e の最小値

ϵ_{em} : 載荷履歴における ϵ_{se} の最小値

4) 再載荷時 (⑤の部分)

$$s_e = s_{ep} + \frac{s_y^* - s_{ep}}{\epsilon_y} \epsilon_e \dots \dots \dots (25)$$

ここに、 $s_{ep} = s_{em} - 0.85\epsilon_{em}(2 - 3500\epsilon_{em})$ である。

一般に、鉄筋降伏後は鉄筋の応力-ひずみ関係自体に不連続性が現れるため、鉄筋のひずみ分布が不連続になることは許容されるが、鉄筋の応力分布が不連続になる

ことはない。したがって、降伏境界での鉄筋応力の連続性 $\sigma_{se} = \sigma_{sp}$ を考慮すると、

$$\epsilon_{se} = \sigma_{sp} / E_s \dots \dots \dots (26)$$

となる。これより、式(18)~(21)を用いることによって、 ϵ_{se} は σ_{sp} から求めることができる。さらに、式(16)、(22)~(25)を考慮すると、弾性域の鉄筋すべり s_e がひびわれ面での鉄筋ひずみ ϵ_s の関数として与えられたことになるのである。

d) 降伏区間長

鉄筋ひずみ ϵ_s の任意履歴に対するすべり s_e 、 s_{pl} が定式化されたので、式(14)を用いて弾性域と塑性域の鉄筋すべりをそれぞれ加えることによって、鉄筋すべり s が算定可能となる。この時、鉄筋の降伏区間長 l_y は以下のようにして求められる。

載荷から除荷に移った直後の鉄筋すべりを s_u とすると、 $\epsilon_s = \epsilon_{max}$ と置くことによって、

$$s_u = l_y \frac{K_{fc}}{D} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\epsilon_{max} + \epsilon_{sh}) (s_{max} - s_y^*) + s_y^* \dots \dots \dots (27)$$

となる。モデルの連続性を考慮すると、除荷に移った直後の鉄筋すべりは除荷直前の鉄筋すべりと等しい必要があるため、 $s_u = s_{max}$ が成り立つ。式(27)を l_y について解くと、次式が得られる。

$$l_y = 2 \frac{s_{max} - s_y^*}{\epsilon_{max} + \epsilon_{sh}} \cdot \frac{D}{K_{fc}} \dots \dots \dots (28)$$

s_{max} は、申モデルによって、 ϵ_{max} の関数として与えられているので、降伏長 l_y は ϵ_{max} から算定可能となる。式(28)を式(17)に代入すると、鉄筋すべり s_{pl} は次式で与えられる。

$$s_{pl} = \frac{(1 + \beta)\epsilon_s + \epsilon_{sh} - \beta\epsilon_{max}}{\epsilon_{max} + \epsilon_{sh}} (s_{max} - s_y^*) \dots \dots \dots (29)$$

先に述べたように、 β は約 1.0 の値を取るが、 β を過去の応力履歴の関数とする方が、RC 板試験との対応がよいことが判明した。本研究では、 β は次式を用いて算定した。

$$\beta = \sigma_{max} / \sigma_y \dots \dots \dots (30)$$

ここに、 σ_{max} は引張載荷時の鉄筋の最大応力である。

(4) 隣接ひびわれの干渉作用に関するモデル

離散ひびわれ面近傍が一様応力状態に近く、しかも隣接ひびわれとの間隔が小さい場合、隣接ひびわれの影響を無視し得ないことは既に報告した⁶⁾通りである。この他にも、複数鉄筋の影響や横方向鉄筋の影響も考えられるが、これらの影響は比較的少ないと考え、その影響は無視することとした。ここでは、島の鉄筋ひずみ-すべり-付着応力関係¹⁵⁾を用いたパラメータ解析を基に隣接ひびわれによる干渉作用を検討する。

図-10に示すようにひびわれ面に引張荷重 P (弾性範囲) が作用している場合を想定し、隣接ひびわれとの間隔を $2l_{cr}$ とすると、付着に関する次の境界条件が成立

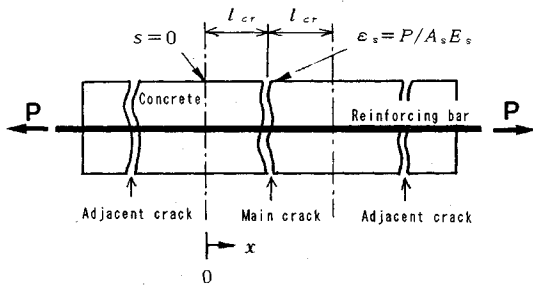


図-10 引張力を受ける1軸RC部材

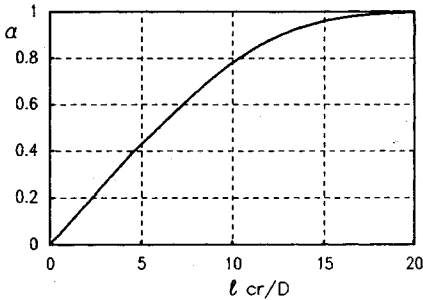


図-11 低減係数αとひびわれ間隔の関係

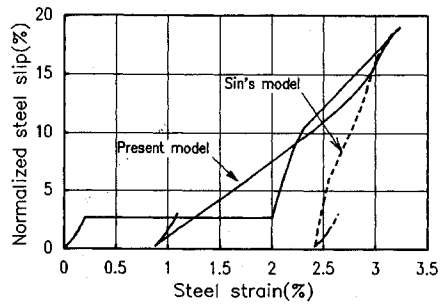


図-12 本モデルと申モデルとの比較

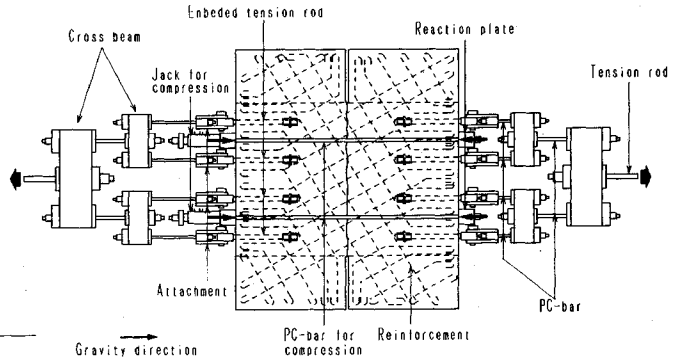


図-13 RC板試験体の載荷状況

表-1 RC板試験体一覧

項目 試験体	コンクリート 強度 (MPa)	X鉄筋		Y鉄筋		鉄筋比 Py(%)
		鉄筋 角度 (deg.)	鉄筋比 Px(%)	鉄筋 角度 (deg.)	鉄筋比 Py(%)	
No.1	37.6	D10	90	1.14	D10	0
No.2	40.4		45			45
No.7	18.1		90			0

隔の予測が重要であり、今後の課題である。

4. 材料レベルでの鉄筋モデルの検証

(1) 基本モデル(定着長が十分長い場合)

3章で導かれた鉄筋ひずみ-すべりモデルは、鉄筋ひずみから鉄筋すべり量を算定する形で与えられている。一方、変位法に基づく本解析では、鉄筋すべりから鉄筋ひずみを算定するモデルが必要となる。やや複雑な計算を要するが、本モデルは鉄筋ひずみについて一意的に解くことができるのである。図-12に、本モデルと申モデルとの比較を示す。鉄筋が引張高塑性を受けた後、圧縮載荷され、大きなすべり戻しが生ずる際に、申モデルに比べて、鉄筋ひずみの回復量が大きくなっていることがわかる。以下では、著者らのRC板試験⁶⁾を用いて、本モデルの検証を行う。著者らが行ったRC板試験の概要は図-13、表-1に示す通りである。また、同試験の鉄筋の材料特性は表-2に示す通りである。

図-14に本モデルと直交配筋の板試験体(No.1)から得られた試験結果との比較を示す。本モデルにおいても若干の差異は認められるが、申モデルに比べると鉄筋

する。

$$x=0 \text{ で } s=0 \dots\dots\dots (31)$$

$$x=l_{cr} \text{ で } \epsilon_s = P/A_s E_s \dots\dots\dots (32)$$

ここに、 A_s :鉄筋の断面積、 E_s :鉄筋の弾性係数

鉄筋の付着に関する構成則に島らの鉄筋ひずみ-すべり-付着応力関係を用い、上記条件の下で付着の基礎方程式を解くことによって、単調載荷時に限り、隣接ひびわれが存在する場合の鉄筋ひずみ-すべり関係を解析的に求めることができる。鉄筋径 D とひびわれ間隔 $2l_{cr}$ をパラメータとして、鉄筋降伏までの単調載荷時の解析を行い、定着長が十分長い場合のモデル、すなわち申モデルとの比較を行った。その結果、隣接ひびわれの影響は、鉄筋ひずみに依存しない低減係数 $\alpha(l_{cr})$ を導入することによって近似的に表現できることが判明した(図-11)。この時、隣接ひびわれの影響を考慮した単調載荷時の鉄筋すべり s_{cr} は次式で表される。

$$s_{cr} = \alpha \cdot s = \alpha (S/D) K_{fc} \dots\dots\dots (33)$$

$$\text{ここに、} \alpha = 1 - \exp(- (0.0065 l_{cr}/D + 0.5)^3)$$

ただし、 $\alpha \leq 0.087 l_{cr}/D$

なお、鉄筋とひびわれが斜めに交差する場合のひびわれ間隔 $l_{cr}(\theta)$ は、実際のひびわれ間隔 l_{cr} を鉄筋方向に変換した長さとなる。すなわち、

$$l_{cr}(\theta) = l_{cr} / \sin \theta \dots\dots\dots (34)$$

離散ひびわれモデルに立脚する解析では、離散ひびわれの位置をあらかじめ決めて、離散化する。したがって、 l_{cr} は与条件として本論文では扱われている。離散ひびわれモデルをより合理的に用いるためには、ひびわれ間

表-2 鉄筋材料特性

項目	鉄筋	
	D10	D13
降伏強度 (MPa)	403	409
弾性係数 (GPa)	183	197
破断強度 (MPa)	536	561

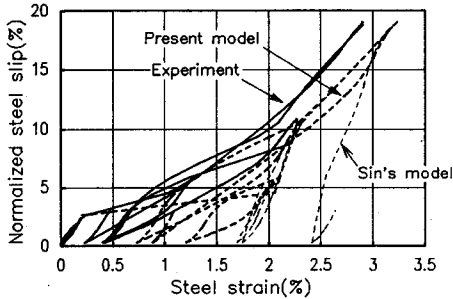


図-14 No.1 試験体の鉄筋ひずみ—すべり関係

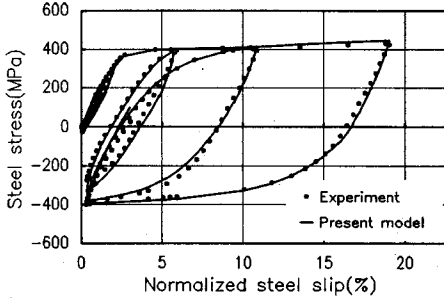


図-15 No.1 試験体の鉄筋応力—すべり関係

降伏後の圧縮時について精度が向上していることがわかる。これに対して、図-15は同試験体の鉄筋すべり—鉄筋応力関係を示したものである。全載荷経路について試験結果と解析値はよく一致しており、先に述べた鉄筋ひずみに対する誤差は、全く問題にならない程度であることが確認できる。

図-16にひびわれと斜めに交差する鉄筋の開口変位—鉄筋応力関係 (No.2) を示す。試験結果と解析値はよく一致しており、本モデルが斜め配筋された鉄筋に対しても、十分な精度を持っていることが確認できる。開口変位から鉄筋応力を算定する際に、変形の適合条件、すなわち式 (3) を用いており、式 (3) が本載荷履歴に対しても有効であることを意味している。なお、以上の検証では、50 mm の標点間で測定された表面ひびわれ幅がひびわれ断面内の平均ひびわれ幅に等しいと仮定した⁶⁾。

(2) 隣接ひびわれの影響を考慮したモデル

隣接ひびわれが発生した場合、変形の一部が隣接ひびわれに吸収されるため、当該ひびわれでの鉄筋抜け出し量は隣接ひびわれが無い (定着長が十分長い) 場合に比べて減少する。3章では、ひびわれ間隔のみの関数である低減係数 α を導入することによって、この影響を考

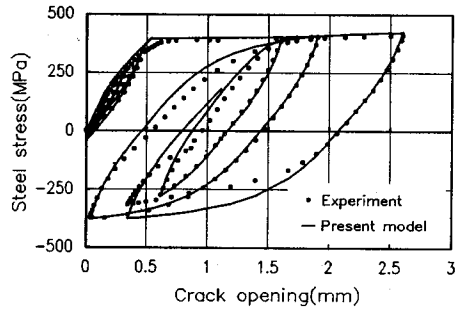
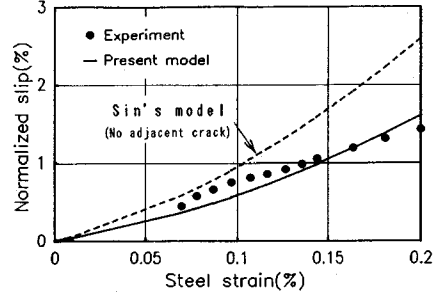
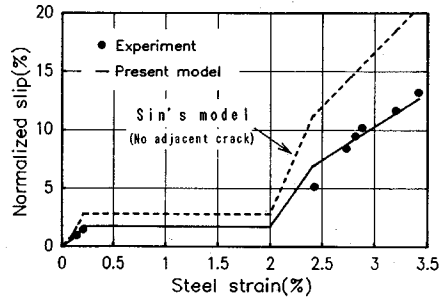


図-16 No.2 試験体の鉄筋応力—開口変位関係



(a) 鉄筋降伏前



(b) 鉄筋降伏後

図-17 隣接ひびわれの影響を受ける対象ひびわれ面の鉄筋ひずみ—すべり関係 (No.7 試験体)

慮可能であることを解析的に示した。ここでは、意図的に隣接ひびわれを導入した既報の No.7 試験体⁶⁾を用いて低減係数 α の妥当性を示す。

図-17は No.7 試験体⁶⁾の鉄筋ひずみ—すべり関係を鉄筋降伏前、鉄筋降伏後に分けてそれぞれ記したものである。低減係数 α は鉄筋降伏前を対象としたパラメータ解析から求められたものであるが、鉄筋降伏以降についても有効であることが確認できる。繰り返し載荷については未検討であるが、本研究では、繰り返し載荷を含む任意の載荷経路について式 (33) が成立するものとする。

5. 結 論

本研究では、ひびわれ面での鉄筋の抜け出し特性とコンクリートの応力伝達特性をモデル化することによ

て、鉄筋コンクリート離散ひびわれモデルを構成する材料モデルの構築を行った。鉄筋モデルについては、著者らのRC板試験を基に、正負交番載荷時の繰り返しモデルへの拡張を行い、鉄筋降伏後の圧縮載荷時についても十分な精度を有していることを確認した。コンクリートモデルについては、ひびわれ発生前と発生後のモデルをまとめることにより、任意の載荷履歴に対応可能なモデルに一般化した。

以下に、本研究の結論をまとめる。

1) 離散ひびわれモデルを構成する材料モデルとして、鉄筋の抜け出しモデルとコンクリートの応力伝達モデルをそれぞれ定式化した。

2) RC板の一軸正負交番載荷試験の結果を基に、島らの鉄筋ひずみ-すべりモデルを拡張し、隣接ひびわれの影響の考慮および鉄筋降伏後の圧縮載荷時の精度向上を図り、鉄筋コンクリート中のひびわれ面での鉄筋抜け出しに適用可能な正負交番モデルを構築した。

なお、コンクリートモデルの検証は、鉄筋とコンクリートを組み合わせさせた状態、すなわち、鉄筋コンクリート離散ひびわれモデルとしての検証時に、併せて実施する予定である。

謝辞：本研究を遂行するにあたり、前田建設工業技術研究所 山田一宇博士より貴重なご意見を賜りました。

また、実験データの解析におきましては、同社技術研究所 原夏生氏のご協力をいただきました。ここに、深甚なる感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 岡村・前川：鉄筋コンクリートの非線形有限要素解析，土木学会論文集，No.360/V-3, pp.1~10, 1985年8月。
- 2) 申・前川・岡村：繰り返し面内力を受ける鉄筋コンクリート部材の復元力解析，コンクリート構造物の靱性とその評価方法に関するコロキウム論文集，JCI-C12, pp.2-45~2-56, 1988年3月。
- 3) 申 鉉穆：繰り返し面内力を受ける鉄筋コンクリート部材の有限要素解析，東京大学博士論文，1988年6月。
- 4) Sima, H., Chou, L. and Okamura, H. : Micro and macro models for bond behavior in reinforced concrete, Journal of the faculty of engineering, The University of Tokyo (B),

Vol.39, No.2, 1987.

- 5) 李・前川：接触面密度関数に基づくコンクリートひびわれ面の応力伝達構成式，コンクリート工学，JCI, Vol.26, pp.123~137, No.1, 1988年1月。
- 6) 三島・山田・前川：正負交番載荷下における鉄筋コンクリートひびわれ面の局所的挙動，土木学会論文集，No.442/V-16, pp.161~170, 1992.2
- 7) Bujadham, B., Li, B. and Maekawa, K. : Path-dependent stress transfer along crack in concrete, Proceedings of the JCI colloquium on analytical studies on shear design of reinforced concrete structures, JCI, pp.65~72, Oct. 1989.
- 8) 後藤・上田・満木：鉄筋コンクリートの引張部のひびわれに関する研究，コンクリートライブラリ，第14号，1965年。
- 9) Kato, B. : Mechanical properties of steel under load cycles idealizing seismic action, Bulletin D'Information No.131, CEB, AICAP-CEB symposium, Rome, pp.7~27, 1979.
- 10) Lim, T.B., Li, B. and Maekawa, K. : Mixed mode strain-softening model for shear fracture band of concrete subjected to in-plane shear and normal compression, Proceedings of the International Conference on Computational Plasticity, Barcelona, pp.1431~1444, April 1987.
- 11) 前川・二羽・岡村：鉄筋コンクリート用解析プログラム「COMM2」，第2回RC構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム論文集，日本コンクリート工学協会，pp.79~86, 1983年10月。
- 12) 前川 宏一：有限要素法による鉄筋コンクリート非線形解析の数値計算上の特徴，コンクリート構造物の設計にFEM解析を適用するためのガイドライン，日本コンクリート工学協会，pp.127~134, 1989年。
- 13) Niwa, J., Chou, L., Sima, H. and Okamura, H. : Nonlinear spring element for strain-slip relationship of a deformed bar, US-JAPAN Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, Vol.2, pp.227~235, 1985.
- 14) 出口・松本・前村：交番載荷を受ける鉄筋の塑性ひずみ分布挙動と相対すべり量の算定方法について，土木学会第43会年次学術講演会講演概要集第5部，pp.630~631, 1988年10月。
- 15) 島・周・岡村：異形鉄筋の鉄筋降伏後における付着特性，土木学会論文集，No.378/V-6, pp.213~220, 1987年2月。

(1991.5.23 受付)

A DEVELOPMENT OF CONSTITUENT MATERIAL MODELS FOR A REINFORCED CONCRETE DISCRETE CRACK

Tetsuya MISHIMA, Bujá BUJADHAM, Kohichi MAEKAWA and Hajime OKAMURA

This paper proposes material models which serve a generalized RC discrete crack model applicable to any crack and joint in RC members under reversed cyclic loading. The model composes of reinforcement part and concrete one. Concrete model is proposed to be based on the generalized contact density model which has been examined under various sorts of loading paths and the criterion of the crack occurrence. Reinforcement part is based on the steel strain-slip model. The cyclic steel strain-slip model after yielding is formulated by considering both inelastic and elastic zones in addition to dealing with the effect of adjacent cracks. The generalized steel model is verified by the experimental results of the local behavior of cracks in RC plates.