

# 2足剛体モデルを用いた歩行者による 歩道橋の水平励振に関する1つのシミュレーション

阿部雅人\*・藤野陽三\*\*

歩道橋が歩行荷重の動的な作用によって、水平横方向に振動することがある。その現象を、人間の歩行に対して2足剛体モデルを導入して検討している。このモデルによって計算された歩行に伴う水平横方向踏力は、実測値と整合的であること、この現象が生じている実橋を例にとって橋桁-人間系の応答解析を行い、実橋での振幅に近い値を得ている。さらに、この結果をもとに、歩道橋の水平励振のメカニズムについて考察を加えている。

**Keywords:** lateral vibration, pedestrian bridge, human walking, rigid body, phase lag, numerical study

## 1. はじめに

歩行力の動的作用によって桁に有意な水平横たわみ振動が励起されることがある<sup>1), 2)</sup>。しかしながら、歩行に伴う踏力の水平成分は鉛直方向成分の10分の1程度と小さく、歩行者がお互いに独立に歩いているとすると、この現象は説明できない<sup>1)</sup>。

そこで、関口ら<sup>2)</sup>は実橋での歩行者の動きを撮したビデオ画像の解析結果から、また岡本ら<sup>3)</sup>は水平横振動する床上での歩行実験によって、人間の歩行が床の振動に同調する傾向が認められることを示した。これらの結果から、文献1)~3)では、橋が何等かの原因で横方向に振動し始めると、人の歩行は橋桁の動きに同調し、これにより橋桁の振幅が増え、さらに多くの人の歩行が同調するという自励振動的な過程として、この振動を説明している。

岡本ら<sup>3)</sup>によれば、人間は、水平横振動する床上において

- ① 歩行の振動数は床の振動数に近づく
- ② その際に、首の変位の位相は床の変位の位相より180度遅れる傾向にある。踏力の水平横方向成分は、首の変位より更に30度、床の動きからみれば210度程度遅れると見積られる
- ③ 歩行者が床に加える水平横方向踏力は大きくなるという歩行特性を有することが明らかになった。

歩行者の踏力による橋桁の共振ととらえれば、その位相差は270度と考えるのが自然である。しかし、上に述べたように、両者の位相差は210度程度と見積られる。このことは外力による単なる共振としては現象が説明できず、橋桁と人間との動的相互作用を考えることの必要

性を示唆している。

ここでは、人間の動きとしての2足剛体ロッキングモデルに、岡本らの実験結果<sup>3)</sup>をとり込んで修正を加え、橋桁-人間系の動的相互作用のシミュレーションを実施する。その結果に基づいて、人間歩行に伴う桁の水平励振メカニズムについての考察を行う。

## 2. 人間の歩行のモデル化

ここでは、橋梁の励振現象に直接関係のある、踏力をモデル化することを目標に、人間を剛体と考えたモデルを導入する。

### (1) 人間の歩行特性

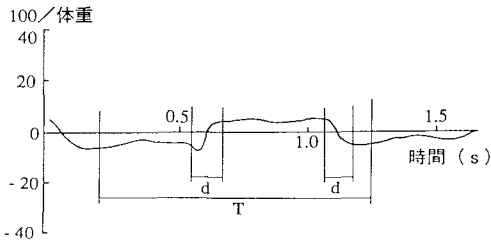
人間の歩行特性については、義足の設計やリハビリテーションへの応用のために医用工学の分野で詳しく調べられている。図-1は、佐藤ら<sup>4)</sup>によって得られた踏力の実測波形である。横軸は時間であり、 $T$ は歩行の周期、 $d$ は両足で支持している時間である。縦軸は人間の体重を100として無次元化されている。鉛直方向踏力は体重のオーダーであり、水平横方向踏力は体重の1割程度のオーダーであることがわかる。

### (2) 人間の歩行のモデル化

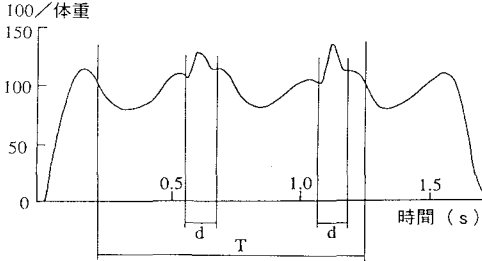
人間の動作は、骨格や筋肉、神経系などが絡み合った複雑な現象であると考えられる。しかし、歩行のような日常的な運動については、重力の作用をできるだけ利用して、筋力の負担を小さくするような効率的な運動がなされていると思われる。極端な場合として筋力を全く使わない運動を想定すると、重力をうける剛体運動となる。そこで、筋力の働きが小さいとして、人間の歩行を剛体運動によってモデル化することを考える。図-2のような質点と質量のない2本の脚を持つ簡単な剛体の運動で歩行時の人間の挙動をとらえてみる。ここでは、水平横振動に伴う横方向の踏力が問題になるので、前進せずその面内で横方向に起き上がりこぼしのように振動するも

\* 学生会員 東京大学大学院 土木工学専攻  
(〒113 東京都文京区本郷 7-3-1)

\*\* 正会員 Ph.D 東京大学教授 工学部土木工学科



a) 水平横方向成分



b) 鉛直方向成分

図-1 測定された踏力成分<sup>4)</sup>

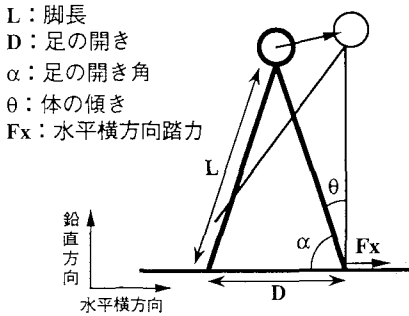


図-2 人間の歩行のモデル

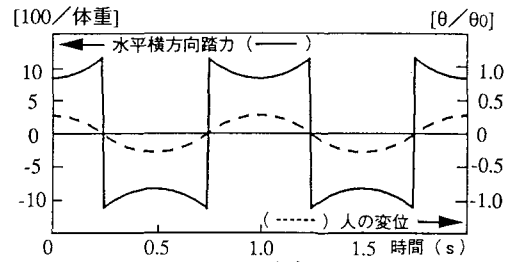
のとす。図-2のモデルの運動方程式は、以下のようになる。

$$L\ddot{\theta} = -\text{sgn}(\theta) \cdot g \cdot \cos(\alpha + |\theta|) \dots \dots \dots (1)$$

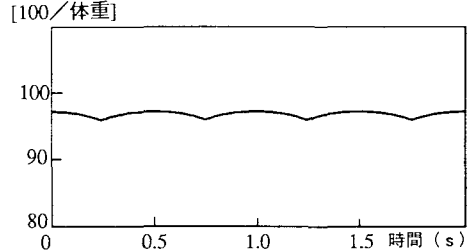
ここに、 $g$ ：重力加速度（ $=980 \text{ cm/s}^2$ ）、 $L$ ：脚長（ $=85 \text{ cm}$ ）、 $D$ ：脚の開き（ $=20 \text{ cm}$ ）、 $\alpha$ ：足の開き角（ $=\arccos(D/(2 \cdot L))$ ）、 $\theta$ ：体の傾き、 $\text{sgn}(\theta)$ ： $\theta$ の符号である

但し、 $\theta$ は右に倒れているときを正、左に倒れているときを負とする。以下に挙げる図では、 $\theta$ を静的な状態でこのモデルが転倒する限界を与える  $\theta_0 = (\pi/2) - \alpha$  で除して、 $\theta/\theta_0$  で無次元化して表示する。なおここでの脚長  $L$  は、重心までの高さをモデル化したものであるため、実際の脚長よりは多少長めの値をとった。

左右の足が床に着く現象は一種の衝突現象であり、この時に運動量の損失があると考えられる。ここでは、方程式(1)において、 $\theta$ の正負が切り替わる際に、角運動量が  $c$  倍になるとして ( $0 \leq c \leq 1$ )、その損失をモデル



a) 水平横方向



b) 鉛直方向

図-3 自由振動時の踏力成分

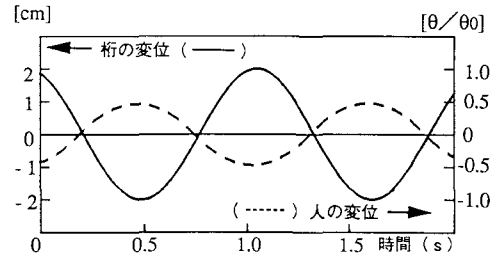


図-4 強制振動時の桁と人の変位

化する。 $c$ の値は、この剛体モデルが転倒しないことと、歩行が減衰してしまわない（歩行を止めない）ことを条件にして、経験的に決定した。このパラメータは、倒れずに歩き続けるための人間の意志や、筋力の働きなどの諸々の複雑な作用をモデル化したものと考えている。

このモデルを  $c=1.0$  として数値積分により求めた非減衰自由振動波形が、図-3である。水平方向の踏力を見ると、このモデルでは、両足共に着地している時間がないので、その分、力の切り替わり方が実際よりも急になっているものの、力の大きさ、波形とも図-1a) とかなり良く合っているといえよう。このような簡単なモデルでも、人間の水平横方向の踏力の推定に用いるのが妥当であることがわかる。

鉛直力については、大きさのオーダーは合っているが、足がついている間の波形が上に凸な計算結果となっており、下に凸な実際の波形（図-1b)）とかなり異なった波形になっている。また、実際の波形よりかなり変動が小さい。この相違は、このモデルでは前進することによる遠心力の影響が考慮されていないためである。この影

$m$ : 歩行者の有効質量  
 $M$ : 桁の有効質量  
 $h$ : 桁の減衰比  
 $\omega$ : 桁の固有円振動数  
 $X$ : 桁の変位

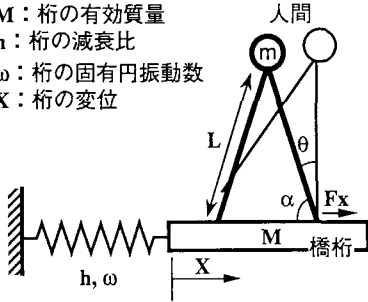


図-5 人間と橋桁の相互作用のモデル

響を考慮に入れると、下に凸な波形が得られる<sup>3)</sup>。

振幅 2 cm, 0.9 Hz で正弦変位する床上でのこのモデルの挙動を計算したのが図-4 である。c の値は 0.95 とした。強制振動であるので、その振動数は完全に床の振動数に同調する。その変位の位相差は 180 度となっており、人の首の動きと重心の動きとの位相差が小さいとすれば、前述の岡本らによる実験結果①②に整合する。すなわち、これらの実験結果は、人間が単に剛体のように振られているということで説明がつく。また、これは実橋における橋桁と頭の動きとの位相関係<sup>1),2)</sup>とも整合的である。

### 3. 人間と橋桁の相互作用

2.(2)でも述べたように、図-2のような簡単なモデルでも、水平横振動する床上での人間の運動をうまく説明できる。橋桁との相互作用を考える際には、水平横振動する床上での踏力が問題になるが、先にも挙げたように、岡本ら<sup>3)</sup>の実験によればその踏力は首の動きより位相が遅れる。この実験結果に基づき、図-2に挙げた歩行者のモデルに、踏力が首の動きより位相差  $\phi$  遅れるという条件を加えたものを、相互作用の検討の際の歩行者モデルとする。

水平横振動する床上で安定に歩き続けることを考えると、筋力の働きが通常時よりも重要になると考えられる。著者らはその筋力のある種の働きを位相差  $\phi$  という形で剛体モデルにとりこんでいると解釈しているが、その人間工学的な意味は、今のところ明確になっていない。

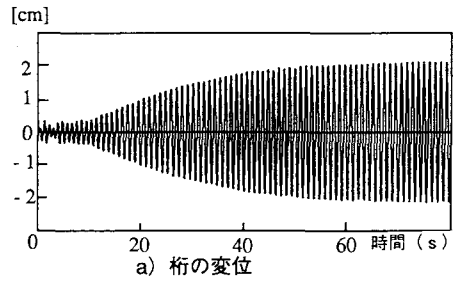
以上の議論より、橋桁との相互作用の方程式は以下のようなになる(図-5)。

$$L\ddot{\theta} = -\text{sgn}(\theta) \cdot g \cdot \cos(\alpha + |\theta|) - \ddot{X} \sin(\alpha + |\theta|) \dots (2)$$

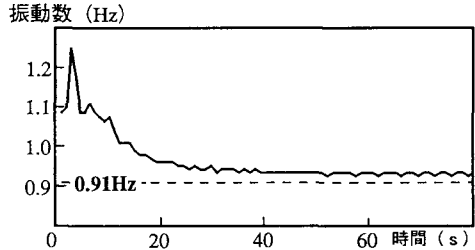
$$\ddot{X} + 2h\omega\dot{X} + \omega^2 X = \frac{m}{M} F_x(t - \tau) \dots (3)$$

$$F_x(t) = -L\ddot{\theta} \sin(\alpha + |\theta|) - \text{sgn}(\theta) \cdot L\dot{\theta}^2 \cos(\alpha + |\theta|) - \ddot{X} \dots (4)$$

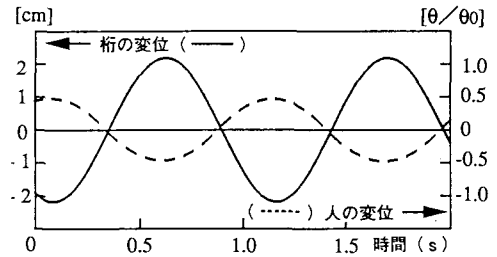
ここに、 $x$ : 橋桁の変位、 $h$ : 橋桁の減衰比、 $\omega$ : 橋桁



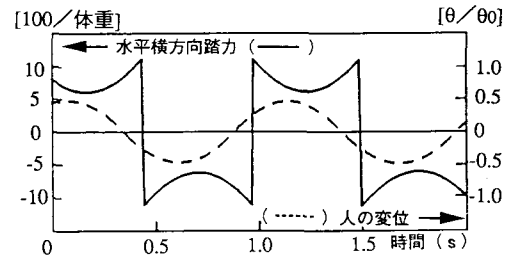
a) 桁の変位



b) 桁の振動数の変化



c) 桁と人の変位



d) 水平横方向踏力

図-6 相互作用のシミュレーション結果

の固有円振動数、 $M$ : 橋桁の有効質量、 $m$ : 人の有効質量、 $F_x$ : 単位質量あたりの水平横方向踏力、 $t$ : 時間、 $\tau$ : 人の動きと水平方向踏力の位相差(=  $\phi$ )に対応する時間遅れであり、その他の記号は式(1)と同様である。

この方程式を、高密度の群衆の通過によりピーク時で 1 cm を超える水平横振動が観測された歩道橋<sup>1)</sup> ( $\omega/2\pi = 0.91$  Hz,  $h = 0.01$ , 有効モード質量 200 t) に適用してみる。ここで、橋梁上の歩行者(2000 人)の 20 パーセントが完全に同調しているとして、他の歩行者の踏力は互いにランダムで打ち消し合うとする<sup>1),2)</sup>。このとき、式(3)における  $m/M$  は、1 人当りの質量を 60 kg としモード形状による補正係数を 1/3 とすれば 0.04 と

る。その他の条件を式(1)を計算した際と同じにし、 $c$ の値も前と同じ0.95とする。また、 $\phi$ の値としては、岡本らの実験結果より30度とした。 $\theta$ にのみ初期変位を与えて計算した結果が図-6である。 $\theta$ の初期値は、人間が通常の状態では約1 Hzで歩いている<sup>9)</sup>ことに対応して、人間モデルが自由振動状態で1 Hzで振動する初期値を用いている。

図-6 a)にみるように、このような人間と橋桁の連成系は橋桁に大振幅の横振動をもたらす。図-6 b)は桁の1波ごとの振動数をとったものである。これをみると揺れはじめは振幅が小さく振動数が高いが、振幅が大きくなっていくにつれて振動数は桁の固有振動数である0.91 Hzに近づく。この振動数の変化する現象は、実橋においても観測されている。

定常状態(図-6 c), d)をみると、橋桁と人の動きが逆位相になっている。また、定常状態で橋桁にして2 cm程度の振幅を与えている。これは、実橋の振幅レベルのオーダーになっている。

#### 4. 現象についての考察とまとめ

人間の運動モデルとして2足剛体モデルを考え、

①「通常時の歩行は、重力ポテンシャル下での剛体のロッキング自由振動としてとらえてもよいこと」を確認した上で、②「振動床上での歩行運動モデルには、安定した歩行を行うために、定数 $c$ 、および実験結果をベースにした頭と踏方との位相差 $\phi$ の2つのパラメータを導入し」、橋桁と人間歩行系との動的相互作用シミュレーションを実施した。なお、定数 $c$ および位相差 $\phi$ 、特に $\phi$ の人間工学的な意味については詰めるべき点が多いが、予測振幅はほぼ実橋と整合的な値となった。

このモデルを用いて改めて歩行者による歩道橋の水平励振メカニズムを説明すると以下ようになる。

「歩行踏力の水平卓越成分は1 Hz前後にあるので、橋の水平固有振動数がこの付近にあると、小振幅の水平振動が励起される。この水平振動によって、歩行者は剛体ロッキングのように振り回されるので、橋桁の振動と逆

の位相に同調しやすくなる。ここで、人間が倒れずに歩き続けようとする際に、筋力の働きによって踏力が体の重心の動きよりも遅れ気味に橋桁に作用する。この位相差を持った加振力が水平振動を増大させる。振幅の増大に伴い、振動数は橋桁の固有振動数に引き込まれていく。そして、更に大振幅の振動に成長していく。」

なお、ここで用いた剛体のモデルでは、橋桁の振動数によらず歩行が橋桁の振動に同調することになる。ところが、実際には固有振動数が1 Hz近傍の橋梁でしかこのような現象は観測されていない。したがって、実際の人間には、同調する振動数の範囲があると考えられる。また、ここでは、最初から2割の人が足をそろえて歩くとして計算しているが、実際には個々の人によって振動への感受性が異なることから、振幅が大きくなるにつれてより多くの人が同調していく意味での自励振動的メカニズムも有していると思われる。このような個々の人間の振動への感受性にかかわる問題は、今後の課題であろう。

#### 参 考 文 献

- 1) Pacheco, B. and Fujino, Y.: Synchronization of human walking observed during lateral vibration of a congested bridge, Proc. of 6th US-Japan Bridge Engineering Workshop, pp.449~462, Nevada, USA, May, 1990.
- 2) 関口・Warnitchai, P.・Pacheco, B.・藤野・伊藤: 人の歩行特性と橋の横方向励振可能性, 土木学会第45回年次学術講演会講演概要集第1部, pp.20~21, 1990年9月.
- 3) 岡本・阿部・藤野・中野: 水平横振動する床上での人の歩行特性, 土木学会論文集, No.441, pp.177~184, 1992年1月.
- 4) 佐藤正視・眞武友一: 大型踏力計による健常者の歩行特性の解析, 日本機械学会論文集(C編), Vol.55, No.518号, pp.2672~2675, 1989年10月.
- 5) Alexander, R.M.: Walking and Running, American Scientist, Vol.72, pp.348~354, 1984.
- 6) 松本・佐藤・西岡・塩尻: 歩行者の特性を考慮した歩道橋の動的設計に関する研究, 土木学会論文報告集, No.205, pp.63~70, 1972年9月.

(1991.5.8受付)

## A SIMULATION ON PEDESTRIAN-INDUCED LATEAL VIBRATION OF A BRIDGE USING A TWO-LEGS HUMAN MODEL

Masato ABE and Yozo FUJINO

Pedestrian-induced lateral vibration of a bridge is studied using a two-legs rigid rocking model for human walking. Lateral force exerted by walking is calculated by this model and is found to agree with the experimental data. A bridge where lateral vibration is observed is chosen as a case study. Interaction between human walking and the girder is studied using the model under the assumption that there is a phase lag between human motion and walking force. The calculated amplitude of the girder is as the same order as of that bridge. According to these results, the mechanism of pedestrian-induced vibration is also discussed as an interaction of human and girder.