

# 一地点での観測記録を用いた時空間 地震波形のシミュレーション

川上英二\*・小野牧夫\*\*

波形の変形を考慮した地中構造物に対する時空間関数としての入力波をシミュレートするための方法を、これまでに筆者らは二重フーリエ級数を用いて展開している。本研究では、より簡便な方法として、二重フーリエ級数の代わりに従来の多変数の確率過程の理論を拡張する方法を展開し、その適用例を示すことを目的としている。

**Keywords :** earthquake, ground motion, simulation, underground structures

## 1. 序 文

トンネル、パイプライン、地中埋設管路等の地震波の伝播に伴う動的応答解析、耐震設計を行う場合、まず、管路・地盤・基盤を力学的にモデル化し、地盤または基盤における地震動を入力する必要がある(図-1<sup>1)</sup>参照)。地盤または基盤からの地震入力、管路に沿った各点で与える必要があり、この各点での変位の時刻歴を、つまり、時間及び空間の関数としての地震波形をどのように想定するかは、管路の応答に支配的な影響を及ぼすため重要な問題である。

従来、時間に関する入力地震動としては、エル・セントロ地震、タフト地震、十勝沖地震、新潟地震等の過去のある一地点で実測された強震観測記録に基づく波形が用いられる事が多い。また、得られた波形を場所に関して伝播させる際には、

(1) 全く同一の波形が、ある一定のみかけ速度で水平方向に伝播する場合、

または、

(2) (1) でみかけ速度が無限大の場合、すなわち、場所によらず同一形状、同一位相の波形が基盤から入射する場合、  
を想定する事が多い。

しかし、(1)の考えに基づいた場合、地震波の水平方向のみかけ伝播速度として、石油パイプライン基準<sup>2)</sup>のように地盤のせん断波速度を用いるか、アレー観測記録の相互相関関数のピークから求められた値を用いるかでは結果が著しく異なる可能性がある。沖積地盤において、前者のせん断波速度は数百 m/s であるのに対し、後者のみかけ速度は数千 m/s であること<sup>3)-5)</sup>、そして、

従来の基本的な理論に従えば、

(管路のひずみ) = (地盤の変形速度)

/(地震波のみかけの伝播速度)……(1)

であること<sup>6)</sup>を考えると、(地震波のみかけの伝播速度)としてどちらの値を使用するかで、およそ十倍ものひずみの算定結果の違いが生ずる可能性がある。また、合理的であるという点では、みかけ速度としては後者の値を用いるのが妥当であるが、この場合、波形が場所によらず同一であると仮定し、波形の変形の影響を無視しているため、危険側の評価を与える可能性があるという問題がある<sup>7)</sup>。

また、(2)の考えは主に地盤構造が場所により大きく異なる地盤に対して用いられている。しかし、例えば、地質調査によっては、地表面が水平方向に一樣な場合も多く、こうした場合には、地表面ではひずみが生じないというように危険側に評価をしてしまう問題を含んでいる。

さらに、(1)(2)では波形の変形が無視されているが、近年、アレー観測結果を用いて、地震波の場所による変形に関する研究が行われ、この波形変形が地盤のひずみ<sup>8),9)</sup>に与える影響が無視できないことが指摘されている<sup>7)</sup>。

一方、上述の(1)(2)の方法に代わる方法として、近年、時間・空間の関数としての地震動のシミュレーションに関する研究が、幾つか行われている。相互相関関数またはクロススペクトルを満足する、場所と時間との関数としての波形のシミュレーションが、Shinozuka<sup>10),11)</sup>、Naganuma<sup>12)</sup>、星谷<sup>13),14)</sup>、原田<sup>15)-17)</sup>、Deodatis<sup>18)</sup>等により行われている。これらの相互相関関数、クロススペクトルを用いると、観測結果のもつ情報を時間差、二地点間の距離、振動数、波数の関数として集約でき、波形の伝播、変形を共に考慮することが可能になる。

しかしながら、これらのシミュレーションでは、何れ

\* 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科  
(〒338 浦和市下大久保 255)

\*\* 学生会員 埼玉大学大学院 理工学研究科学生

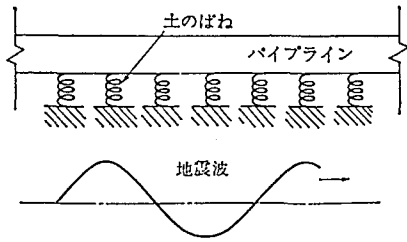


図-1 パイプラインの力学モデル (久保<sup>1)</sup>による)

の方法においても、観測された強震記録をどの地点においても正確には満足していないために、入力波形として用いるには实际的でなく、解析結果の説得力が弱い。このため、耐震設計に際しては、現実的な地震波形であるという理由から、実際に観測された強震波形と、(1)(2)のように簡単な波形の伝播とを仮定して応答計算を行ってしまう場合が多いものと考えられる。

建築物の耐震設計を行う場合を考えてみても、入力地震動としては、人工的にシミュレートされた波形を用いる場合もあるが、エル・セントロ地震、タフト地震、十勝沖地震等の実測された地震動波形を用いて耐震性のチェックが行われる事が多い。これは、実際に観測された波形は現実的であるという理由で尊重されている結果であると考えられる。建築物の場合には、これら一地点における波形で十分であると考えられるが、地中構造物の場合には地震動の時間のみでなく場所に関する変動、つまり、波動の伝播および波形の変形、が重要になるため、観測された地震動波形だけでは不十分である。地中埋設管に対しても、建築物に対してと同様に、代表的な、かつ、現実的な地震波形を作るための研究が必要であると考える。

以上のような観点から、著者らは、二重フーリエ級数を用いた、現実的で、波形の変形を考慮した、地中埋設構造物に対する時空間関数としての入力波をシミュレートするための手法を展開した<sup>19)</sup>。そして、その一つの適用例として、Imperial Valley地震の観測記録を含む時空間関数としての地震波形を求めている<sup>20)</sup>。本論文では、より簡便な方法として、二重フーリエ級数の代わりに、従来の多変数の確率過程の理論を拡張する方法を展開し、その適用例を示すことを目的としている。

まず、地盤の変位を互いに相関を有する複数の確率過程  $U_i(t)$ 、(場所  $i$ 、時間  $t$ ) で表す。この時空間確率過程  $U_i(t)$  は、前論文<sup>19), 20)</sup>と同様に、次の2つの条件を満足するものと仮定する。

条件 (A)： 時空間確率過程と観測波形との時間に関する自己相関関数(またはパワースペクトル)は一致する。観測波形の自己相関関数と、従来の研究に基づく、地震波のみかけの伝播速度、波形の変形の程度(コヒーレンシー)とから、相互相関関数(またはクロススペク

トル)を想定する。時空間確率過程の相互相関関数は、想定した相互相関関数に一致する。

条件 (B)： 時空間確率過程は、一地点の観測地点においては観測波形に厳密に一致する。

本論文では、条件 (A) で与える相互相関関数を、波が正方向にある一定の速度で伝播し、また、二地点間距離が離れる程、相関が減少するような関数とした。また、条件 (B) に関しては、観測波形に一番目の波形  $U_1(t)$  を一致させた。さらに、適用例として、Imperial Valley (El Centro) 地震波形を観測波形とし、提案した手法を適用し、条件を満足する結果が得られる事を示した。

## 2. 理 論

### (1) 連続クロススペクトルを有する波形のシミュレーション

場所  $i$  と時間  $t$  における地盤の変位(速度、加速度でも同様の議論が成り立つ)を、互いに相関を有する  $m$  個の確率過程  $U_i(t)$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) で表す。  $U_i(t)$  は、連続片側クロススペクトル  $S_{XT}(x_0, \omega)$  ( $x_0$ : 二地点間の距離、 $\omega$ : 角振動数) が与えられた場合、従来、次式で表すことができることが示されている<sup>21), 22)</sup>。

$$U_i(t) = \sum_{p=1}^i \sum_{n=1}^N [H_{ip}(\omega_n)] \sqrt{2\Delta\omega} \cos\{\omega_n t + \theta_{ip}(n) + \phi_{pn}\} \quad (i=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots (2)$$

ただし、本論文では、直流成分は存在しないものと想定している。また、

$$\omega_n = n \cdot \Delta\omega = \frac{2n\pi}{T} \quad (n=1, 2, \dots, N) \dots\dots\dots (3)$$

であり、  $T$  は記録の観測時間で、時間  $0 \sim T$  での定常性を仮定している。また、  $H_{ip}(\omega)$  は、要素をスペクトル、

$$S_{ij}(\omega) = S_{XT}(x_{0ij}, \omega) \dots\dots\dots (4)$$

( $x_{0ij} = x_j - x_i$  は二地点  $ij$  間の相対距離)

とするマトリックスを分解して与えられる<sup>22)</sup>。

$$\begin{bmatrix} S_{11}(\omega) & \dots & S_{1m}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1}(\omega) & \dots & S_{mm}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}^*(\omega) & & \\ \vdots & \ddots & 0 \\ H_{m1}^*(\omega) & \dots & H_{mm}^*(\omega) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{11}(\omega) & \dots & H_{m1}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & H_{mm}(\omega) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

ただし、\* は共役複素数を表す。また、

$$\theta_{ip}(n) = \tan^{-1} \left( \frac{I_m[H_{ip}(\omega_n)]}{R_e[H_{ip}(\omega_n)]} \right) \dots\dots\dots (6)$$

( $R_e, I_m$  はそれぞれ実数部、虚数部を表す) であり、  $\phi_{pn}$  は  $0 \sim 2\pi$  の範囲で互いに独立な一様乱数である。

### (2) 線クロススペクトルを有する波形のシミュレーション

式(2)中の  $\sqrt{2\Delta\omega}$  を  $H_{ip}(\omega_n)$  に取り込んだ形の次式に

書き直すことにより、線スペクトルに対する定式化が可能になる。

$$U_i(t) = \sum_{p=1}^i \sum_{n=1}^N |H_{ip}(\omega_n)| \sqrt{\Delta\omega} \sqrt{2} \cos(\omega_n t + \theta_{ip}(n) + \phi_{pn})$$

$$(i=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $\omega_n$  は式 (3) で与えられる。 $H_{ip}(\omega) \sqrt{\Delta\omega}$  は、要素を

$$S_{ij}(\omega) \Delta\omega = S_{XT}(x_{0i}, \omega) \Delta\omega \dots\dots\dots (8)$$

とするマトリックスを分解して与えられる。

$$\begin{bmatrix} S_{11}(\omega) \Delta\omega & \dots & S_{1m}(\omega) \Delta\omega \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1}(\omega) \Delta\omega & \dots & S_{mm}(\omega) \Delta\omega \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} H_{11}^*(\omega) \sqrt{\Delta\omega} & & & 0 \\ \vdots & \ddots & & \\ H_{m1}^*(\omega) \sqrt{\Delta\omega} & \dots & H_{mm}^*(\omega) \sqrt{\Delta\omega} & \end{bmatrix}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} H_{11}(\omega) \sqrt{\Delta\omega} & \dots & H_{m1}(\omega) \sqrt{\Delta\omega} \\ 0 & \ddots & \vdots \\ & & H_{mm}(\omega) \sqrt{\Delta\omega} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

また、

$$\theta_{ip}(n) = \tan^{-1} \left( \frac{I_m[H_{ip}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega}]}{R_e[H_{ip}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega}]} \right) \dots\dots\dots (10)$$

であり、 $\phi_{pn}$  は  $0 \sim 2\pi$  の範囲で互いに独立な一様乱数である。

(3) 観測波形のパワースペクトル

1. の条件 (A) で述べたように、作成する時空間確率過程のパワースペクトル  $S_T(\omega)$  は観測波形  $F(t)$  のパワースペクトルに一致するものと想定している。観測波形をフーリエ展開すると、

$$F(t) = \sum_{n=1}^N (a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t)) \dots\dots\dots (11)$$

となる。上式で  $\tau$  だけ異なる時刻での変位を求めると次式のようなになる。

$$F(t+\tau) = \sum_{n=1}^N [a_n \cos(\omega_n(t+\tau)) + b_n \sin(\omega_n(t+\tau))] \dots\dots\dots (12)$$

$F(t)$  と  $F(t+\tau)$  を掛け合わせ、時間  $t$  の  $0 \sim T$  での平均値 (  $\overline{\quad}$  で表す) をとり、自己相関関数  $R_{XT}(0, \tau)$  を求めると、

$$R_{XT}(0, \tau) = \overline{F(t) \cdot F(t+\tau)} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (a_n^2 + b_n^2) \cos(\omega_n \tau) \dots\dots\dots (13)$$

となる。上式をフーリエ変換すると、両側パワースペクトルは、

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{XT}(0, \tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau$$

$$= \frac{1}{4} \sum_{n=1}^N (a_n^2 + b_n^2) \{ \delta(\omega - \omega_n) + \delta(\omega + \omega_n) \} \dots\dots\dots (14)$$

(ただし、 $\delta(\omega)$  はデルタ関数)

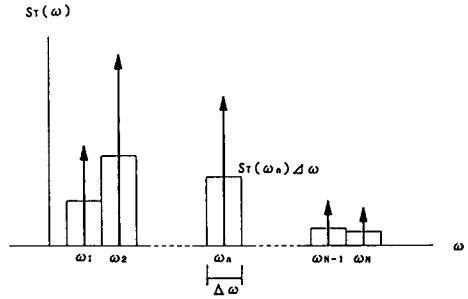


図-2 線スペクトル

となり、片側パワースペクトル  $S_T(\omega)$  は、

$$S_T(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (a_n^2 + b_n^2) \delta(\omega - \omega_n) \dots\dots\dots (15)$$

となる。 $S_T(\omega)$  は、図-2中の矢印で示すような線スペクトルであり、 $\omega_n (n=1, \dots, N)$  を含む各微小区間  $\Delta\omega$  で  $S_T(\omega)$  を積分すると、

$$S_T(\omega_n) \Delta\omega = \frac{(a_n^2 + b_n^2)}{2} \dots\dots\dots (16)$$

となる (図-2中のヒストグラム参照)。

(4) クロススペクトルの想定

変形しながら伝播する波動を、1. の条件 (A) より、各地点での波動の振動数パワースペクトルは、観測波形のパワースペクトル  $S_T(\omega)$  と同一であるが、二地点での波動のクロススペクトル  $S_{XT}(x_0, \omega)$  において相関の程度が減少しながら伝播する波動と考えている。

実際の地震波においても、離れた二地点で観測された波形を比較すると、二地点間の距離  $|x_0|$  が大きいほど、また長周期の波より短周期の波ほど二地点での波形は異なり相関が小さくなる傾向があるものと考えられる<sup>23)-25)</sup>。

そこで、前論文<sup>19),20)</sup>と同様に本論文でも、変形しながら伝播する波動の片側クロススペクトル  $S_{XT}(x_0, \omega)$  を、振動数  $|\omega|$  と伝播時間  $|x_0|/c$  ( $c$ : 地震波の地表面に沿うみかけの伝播速度) の関数である  $A(|\omega||x_0|/c)$  を用いて次式のように表せるものと仮定した。

$$S_{XT}(x_0, \omega) = S_T(\omega) \exp(-i\omega x_0/c) A(|\omega||x_0|/c) \dots\dots\dots (17)$$

上式の  $S_T(\omega)$  は片側パワースペクトルである。また、関数  $A(\quad)$  はコヒーレンシーとよばれているものであり、石井の研究<sup>23)</sup>に基づき、

$$A(|\omega||x_0|/c) = \exp\{-\alpha|\omega||x_0|/(2\pi c)\} \dots\dots\dots (18)$$

と仮定した。ここで、 $\alpha$  は波形の変形しやすさの程度を表すパラメーターであり、著者らはこれを変形定数と呼んでいる<sup>7),19),20)</sup>。 $\alpha=0$  は波形が変形しない場合を表しており、 $\alpha$  が大きい程、二地点の波形の相関は減少する。

(5) 時空間過程のクロススペクトル

式 (17) の両辺に  $\Delta\omega$  を乗ずることにより、線クロススペクトルに対する表記は次式となる。

$$S_{XT}(x_0, \omega_n)\Delta\omega = S_T(\omega_n)\Delta\omega \cdot \exp\{-\alpha|\omega_n||x_0|/(2\pi c)\} \exp(-i\omega_n x_0/c) \dots\dots(19)$$

上式に、式(16)で表される観測波形のパワースペクトルを代入すると、時空間過程のクロススペクトルは結局以下のように求められる。

$$S_{XT}(x_0, \omega_n)\Delta\omega = \frac{(a_n^2 + b_n^2)}{2} \cdot \exp\{-\alpha|\omega_n||x_0|/(2\pi c)\} \exp(-i\omega_n x_0/c) \dots\dots(20)$$

ちなみに、想定した相互相関関数  $R_{XT}^0(x_0, \tau)$  は、両側クロススペクトル  $S_{XT}(x_0, \omega)/2$  を逆フーリエ変換<sup>26)</sup>して、

$$R_{XT}^0(x_0, \tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S_{XT}(x_0, \omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \\ = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (a_n^2 + b_n^2) \exp\{-\alpha|\omega_n||x_0|/(2\pi c)\} \cdot \cos\{\omega_n(\tau - x_0/c)\} \dots\dots(21)$$

で求める事ができる。

(6) 観測記録を一地点で満足する時空間波形

1. の条件 (B) に関しては、式(7)の  $U_i(t)$  ( $i=1, \dots, m$ ) のうちの一番目の波形  $U_1(t)$

$$U_1(t) = \sum_{n=1}^N |H_{11}(\omega_n)\sqrt{\Delta\omega}| \sqrt{2} \cos(\omega_n t + \theta_{11}(n) + \phi_{1n}) \dots\dots(22)$$

を観測波形に一致させる。

ここで、上式中の  $|H_{11}(\omega_n)\sqrt{\Delta\omega}|$  と  $\theta_{11}(n)$  とは、以下のように求められる。式(9)、(8)より、

$$S_{11}(\omega_n)\Delta\omega = H_{11}^*(\omega_n)\sqrt{\Delta\omega} \cdot H_{11}(\omega_n)\sqrt{\Delta\omega} \dots\dots(23)$$

$$S_{11}(\omega_n)\Delta\omega = S_{XT}(0, \omega_n)\Delta\omega = S_T(\omega_n)\Delta\omega \dots\dots(24)$$

である。これに式(16)を代入すると、 $S_T(\omega_n)\Delta\omega$  は非負の値であることより、

$$Re[H_{11}(\omega_n)\sqrt{\Delta\omega}] = \sqrt{(a_n^2 + b_n^2)/2} \dots\dots(25)$$

$$Im[H_{11}(\omega_n)\sqrt{\Delta\omega}] = 0 \dots\dots(26)$$

となる。従って、

$$|H_{11}(\omega_n)\sqrt{\Delta\omega}| = \sqrt{(a_n^2 + b_n^2)/2} \dots\dots(27)$$

$$\theta_{11}(n) = 0 \dots\dots(28)$$

となり、結局  $U_1(t)$  は、

$$U_1(t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos(\omega_n t + \phi_{1n}) \dots\dots(29)$$

となる。

次に、フーリエ展開した式(11)の観測波形は、書き直すと、

$$F(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cdot \cos(\omega_n t + \beta_n) \dots\dots(30)$$

ただし、

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \dots\dots(31)$$

$$\beta_n = \tan^{-1}(-b_n/a_n) \dots\dots(32)$$

となる。

式(29)、(30)を比較して、次のように  $\phi_{1n}$  を決定することができる。

$$\phi_{1n} = \beta_n = \tan^{-1}\left(\frac{-b_n}{a_n}\right) \dots\dots(33)$$

式(33)で求められる  $\phi_{1n}$  を用いれば、式(29)の  $U_1(t)$  は観測波形と一致する。

従来、多変数の確率過程のシミュレーションにおいては、 $\phi_{in}$  ( $i=1, \dots, m, n=1, \dots, N$ ) の全部を独立、様な乱数としているが、本手法では、この内の  $\phi_{1n}$  ( $n=1, \dots, N$ ) は、観測波形と一致するという条件から式(33)のように決定し、その他の  $\phi_{in}$  ( $i=2, \dots, m, n=1, \dots, N$ ) は、独立、様な乱数としている。

(7) 計算アルゴリズムのまとめ

本論文で提案した一地点の観測記録を用いた地震波形の時空間確率過程のシミュレーションの方法は、以下の手順にまとめられる。

- ①観測波形を式(11)のように、フーリエ級数に展開し、フーリエ係数  $a_n, b_n$  を求める。
- ②確率過程の番号  $i$  と場所  $x_i$  との関係を設定する。
- ③みかけの伝播速度  $c$ 、変形定数  $\alpha$  を想定し、式(20)により、クロススペクトルを求める。
- ④式(9)のように、クロススペクトルマトリックスを分解して、 $|H_{ip}(\omega_n)\sqrt{\Delta\omega}|$ 、 $\theta_{ip}(n)$  を求める。
- ⑤式(33)より、 $\phi_{1n}$  ( $n=1, \dots, N$ ) を求める。
- ⑥  $\phi_{pn}$  ( $p=2, \dots, m, n=1, \dots, N$ ) を、独立、様な乱数として発生させる。
- ⑦式(7)により、時空間確率過程を計算する。

(8) 確率過程  $U_i(t)$  の相互相関関数の誤差

与えられたクロススペクトルまたは相互相関関数に「一致する」ように多変数の確率過程をシミュレートする方法については、以上に述べた通りであるが、どういう意味で「一致する」のかを次に検討した。

$x_0$  離れた二地点  $i, j$  での確率過程の相互相関関数は、式(7)の  $U_i(t)$  と  $U_j(t+\tau)$  を掛け合わせ、時間  $t$  の  $0 \sim T$  での平均値をとることにより求める事ができる。

$$R_{XT}(x_{0ij}, \tau) = \overline{U_i(t) \cdot U_j(t+\tau)} \\ = \sum_{p=1}^i \sum_{q=1}^j \sum_{n=1}^N |H_{ip}(\omega_n)\sqrt{\Delta\omega}| |H_{jq}(\omega_n)\sqrt{\Delta\omega}| \cdot \cos[\omega_n \tau - (\theta_{ip}(n) - \theta_{jq}(n)) - (\phi_{pn} - \phi_{qn})] \dots\dots(34)$$

この相互相関関数は、 $i=j=1$  の場合を除いて、変数  $\phi_{1n}$ 、乱数  $\phi_{pn}$ 、 $\phi_{qn}$  ( $p, q=2, \dots, m, n=1, \dots, N$ ) の関数であり、シミュレートされた時空間確率過程のサンプルによって異なり、想定した相互相関関数と一致しないことは明らかである。 $i=j \neq 1$  の場合で示される自己相関関数  $R_{XT}(0, \tau)$  も同様であり、想定した自己相関関数に一致

しない。

しかし、式 (34) の乱数  $\phi_{pn}$ ,  $\phi_{qn}(p, q=2, \dots, m, n=1, \dots, N)$  に関するアンサンブル平均を求めると  $p=q$  の項以外は零になり、

$$E[R_{XT}(x_{0|ij}, \tau)] = \sum_{p=1}^{\text{Min}(i,j)} \sum_{n=1}^N |H_{ip}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega}| \cdot |H_{jp}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega}| \cos[\omega_n \tau - \{\theta_{ip}(n) - \theta_{jp}(n)\}] \dots (35)$$

となる。ただし、 $\text{Min}(i, j)$  とは、 $i, j$  のうちの小さい方の数を指す。ここで、一般に、

$$S_{ij}(-\omega) = S_{ij}^*(\omega) \dots (36)$$

であるので、

$$H_{ip}(-\omega) \sqrt{\Delta\omega} = H_{ip}^*(\omega) \sqrt{\Delta\omega} \dots (37)$$

$$\theta_{ip}(-n) = -\theta_{ip}(n) \dots (38)$$

のように書ける<sup>21)</sup>。よって、式 (35) は、

$$\begin{aligned} E[R_{XT}(x_{0|ij}, \tau)] &= \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\text{Min}(i,j)} \sum_{n=1}^N [|H_{ip}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega}| \\ &\cdot |H_{jp}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega}| \cos[\omega_n \tau - \{\theta_{ip}(n) - \theta_{jp}(n)\}] \\ &+ |H_{ip}(-\omega_n) \sqrt{\Delta\omega}| |H_{jp}(-\omega_n) \sqrt{\Delta\omega}| \\ &\cdot \cos[-\omega_n \tau - \{\theta_{ip}(-n) - \theta_{jp}(-n)\}]] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\text{Min}(i,j)} \sum_{n=-N}^N |H_{ip}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega}| |H_{jp}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega}| \\ &\cdot \cos[\omega_n \tau - \{\theta_{ip}(n) - \theta_{jp}(n)\}] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\text{Min}(i,j)} \sum_{n=-N}^N |H_{ip}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega}| |H_{jp}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega}| \\ &\cdot \exp[i\{\omega_n \tau - \theta_{ip}(n) + \theta_{jp}(n)\}] \\ &\quad (\because \text{虚数部は } \omega \text{ に関し奇関数}) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\text{Min}(i,j)} \sum_{n=-N}^N H_{ip}^*(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega} \cdot H_{jp}(\omega_n) \sqrt{\Delta\omega} \\ &\cdot \exp(i\omega_n \tau) = \frac{1}{2} \sum_{n=-N}^N S_{ij}(\omega_n) \Delta\omega \cdot \exp(i\omega_n \tau) \\ &\doteq \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S_{ij}(\omega) \cdot \exp(i\omega \tau) d\omega = R_{XT}^0(x_{0|ij}, \tau) \dots (39) \end{aligned}$$

となり、想定した相互相関関数に等しくなる。本研究では、 $\phi_{in}(n=1, \dots, N)$  を乱数ではなく変数としているが、上述の結果は、乱数である場合<sup>21)</sup>と同じである。

即ち、多変数の確率過程をシミュレートする従来の方法<sup>21), 22)</sup>と同様に、本論文で提案した方法でも、時空間確率過程の一つのサンプルの相互相関関数は、想定した相互相関関数とは一致しておらず、この意味で、誤差を有している。式 (34) 中の、 $p \neq q$  の項が、想定した相互相関関数に対する誤差である。しかし、これらの項は、アンサンブル平均を求めると零になる。そして、サンプルの相互相関関数のアンサンブル平均が、想定した相互相関関数に一致する事がわかる。

### 3. 数値計算結果

観測波形としては、Imperial Valley 地震 (1940 年 5

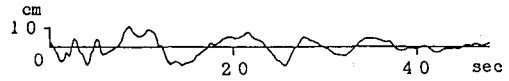


図-3 Imperial Valley 地震 (1940) の観測波形

月 18 日、マグニチュード 7.1) の El Centro の地点で観測された南北方向の波形を使用した<sup>27)</sup>。本方向の加速度記録は、 $341.7 \text{ cm/s}^2$  の最大値を示したものであり、El Centro 地震波として、建築物等の動的解析に用いられる代表的な地震波形の一つである。この加速度記録を積分した変位記録も発表されており<sup>27)</sup>、本解析では、図-3 に示す変位記録 (最大値=10.9 cm) を観測波形として使用した。そして、観測波形の記録長  $T$  を 48 sec とし、1 波から 29 波までのフーリエ級数に展開した。

まず、表-1 に示すように、例-1 として、波動のみかけの伝播速度を  $c=1000 \text{ m/sec}$ 、変形定数を石井<sup>23)</sup>の研究に基づき  $\alpha=0.2 \times 2\pi$  とした場合を想定した。想定する相互相関関数は、式 (21) で求める事ができ、図-4 に示す。図-4 中の太線  $R_{XT}^0(0, \tau)$  は、観測波形の自己相関関数である。

波形をシミュレートする地点 (場所) は、地点間の距離が 400 m で、正負両方向に  $\pm 6 \text{ km}$  まで 31 個の地点である。波形  $U_i(t)$  のうち、 $i=1$  の波形を原点  $x=0$  での観測波形とし、 $i=2, 4, 6, \dots$  を正の地点での波形、 $i=3, 5, 7, \dots$  を負の地点での波形とし、 $i$  が大きくなる程原点から正負交互に遠ざかる地点での波形とした。2.(7) の手順により時空間過程をシミュレートすることが可能であり、シミュレートされた時空間地震波形を図-5 に示す。

図-5 の太線で示すように、時空間波形は、一地点 ( $x=0$ ) において、観測波形 (図-3) と一致しており 1. の条件 (B) を満足していることが確認できる。

図-5 の時空間波形から、相互相関関数を時間差  $-24 \text{ sec} \leq \tau \leq 24 \text{ sec}$ 、二地点間距離  $-6 \text{ km} \leq x_0 \leq 6 \text{ km}$  の範囲で計算した結果を図-6 に示す。

また、図-7 には、図-5 と同一の条件であるが、確率変数  $\phi_{pn}(p=2, \dots, m, n=1, \dots, N)$  の値のみ、図-5 とは異なる乱数を用いた場合の結果を示す。図-7 の時空間波形の相互相関関数を図-8 に示す。

図-6, 8 の相互相関関数は、図-4 で想定した相互相関関数に近似的ではあるが、2.(8) で述べたように一致していないことが確かめられる。しかし、図-5, 7 に示したような時空間波形のサンプルを多数回 (ここでは 100 回) シミュレートし、相互相関関数のアンサンブル平均を求めると (図-9)、図-4 で想定した相互相関関数によく一致した。

次に、表-1 のように波動の伝播速度  $c$  と変形定数  $\alpha$  とを変化させた例-2~5 の場合を設定し、想定した相互相関関数、シミュレートされた時空間波形のサンプル、

表-1 数値計算に用いたパラメーターと結果の図番号

|     | 伝播速度<br>$c$ (m/s) | 変形定数<br>$\alpha$  | 想定した<br>相互相関関数 | シミュレートした<br>時空間地震波形 | 波形サンプルの<br>相互相関関数 | 相互相関関数の<br>アンサンブル平均 |
|-----|-------------------|-------------------|----------------|---------------------|-------------------|---------------------|
| 例-1 | 1000              | $0.2 \times 2\pi$ | 図-4            | 図-5, 7              | 図-6, 8            | 図-9                 |
| 例-2 | 2000              | $0.2 \times 2\pi$ | 図-10           | 図-11                |                   | 図-12                |
| 例-3 | 500               | $0.2 \times 2\pi$ | 図-13           | 図-14                |                   | 図-15                |
| 例-4 | 1000              | $0.1 \times 2\pi$ | 図-16           | 図-17                |                   | 図-18                |
| 例-5 | 1000              | $0.4 \times 2\pi$ | 図-19           | 図-20                |                   | 図-21                |

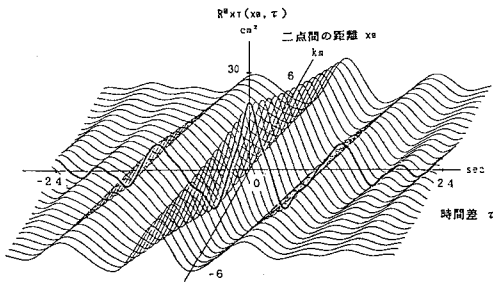


図-4 想定した相互相関関数  $R^*_{XT}(x_0, \tau)$  (例-1)

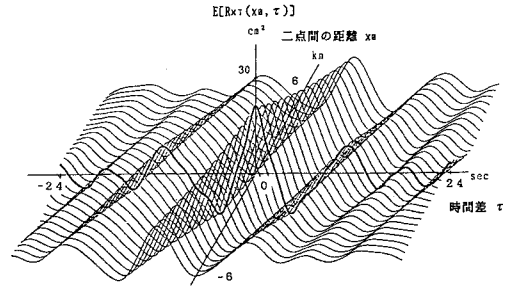


図-9 相互相関関数のアンサンブル平均  $E[R_{XT}(x_0, \tau)]$  (例-1)

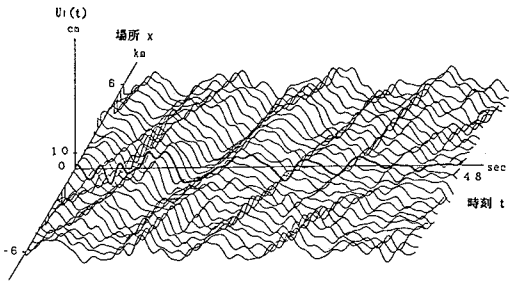


図-5 シミュレートされた時空間地震波形  $U_1(t)$  (例-1)

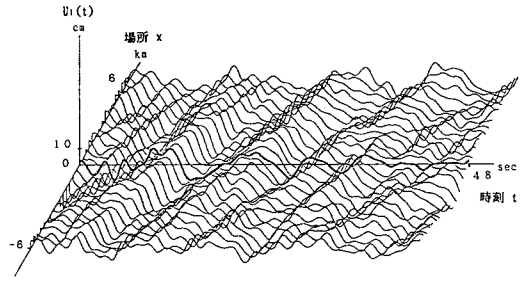


図-7 乱数を変えてシミュレートされた時空間地震波形  $U_1(t)$  (例-1)

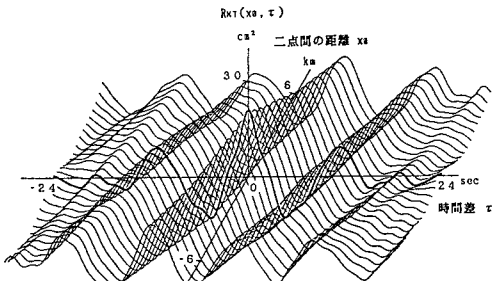


図-6 波形サンプル(図-5)の相互相関関数  $R_{XT}(x_0, \tau)$  (例-1)

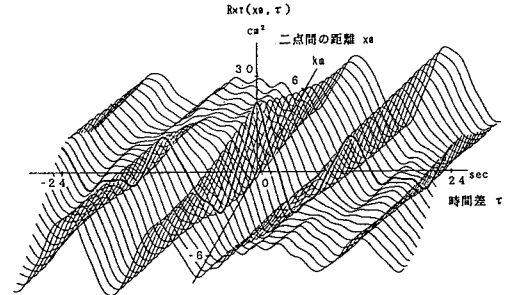


図-8 波形サンプル(図-7)の相互相関関数  $R_{XT}(x_0, \tau)$  (例-1)

及び、100個の時空間波形の相互相関関数のアンサンブル平均を、表-1中に示した番号の図(図-10~21)に示す。

例-1, 2, 3のように伝播速度を変えると、図-5(または図-7)、図-17, 20より、場所による波形の異なり具合が、違

速度が変化していることがわかる。また、例-1, 4, 5のように変形定数を変えると、図-5(または図-7)、図-17, 20より、場所による波形の異なり具合が、違っていることが認められる。

例-2~5の場合においても、提案した手法でシミュ

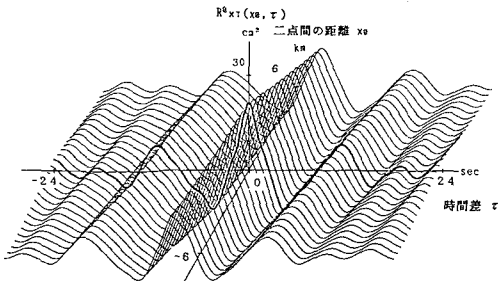


図-10 想定した相互相関関数  $R_{XT}^h(x_0, \tau)$  (例-2)

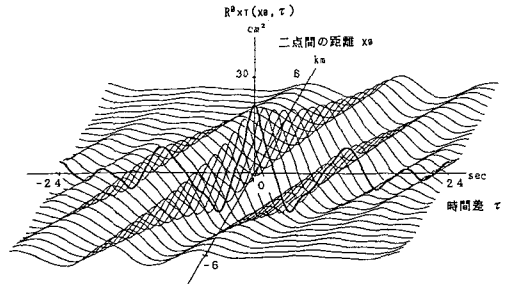


図-13 想定した相互相関関数  $R_{XT}^h(x_0, \tau)$  (例-3)

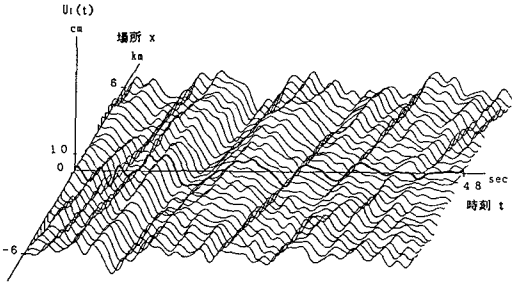


図-11 シミュレートされた時空間地震波形  $U_i(t)$  (例-2)

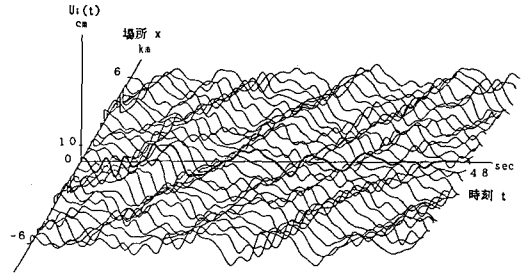


図-14 シミュレートされた時空間地震波形  $U_i(t)$  (例-3)

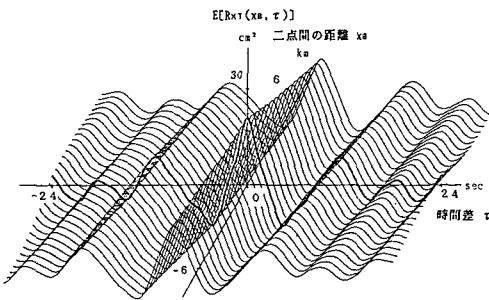


図-12 相互相関関数のアンサンブル平均  $E[R_{XT}(x_0, \tau)]$  (例-2)

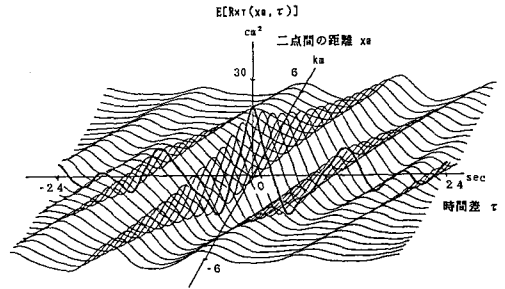


図-15 相互相関関数のアンサンブル平均  $E[R_{XT}(x_0, \tau)]$  (例-3)

レートした波形は想定した相互相関関数に近似的ではあるが、厳密には一致していない。しかし、波形の相互相関関数のアンサンブル平均(図-12, 15, 18, 21)は、想定した相互相関関数(図-10, 13, 16, 19)にそれぞれよく一致している事がわかる。

また、例-1の場合と同様に、図-11, 14, 17, 20の太線で示すように、時空間波形は、一地点( $x=0$ )において、観測波形(図-3)と一致しており、1.の条件(B)を満足していることが確認できる。

もとより、本研究での相互相関関数の想定に際しては、少数の限られた従来の研究結果に基づいた、地震波のみかけの伝播速度、コヒーレンシーを使用している。時空間地震波形をより合理的にし、設計に利用できるようにするためには、いろいろな地盤におけるアレー観測および解析結果を集積することにより、これらのパラメータをより現実的な値にする必要があるものと考えられる。

#### 4. 結 論

地震波動の伝播に伴う埋設管路の挙動を検討する際、地震入力の時時刻歴を管路に沿った各点でどのように与えるかが重要な問題である。本研究の目的は、観測された一地点での強震記録を正確に満足する、時間と場所との連続的な時空間関数としての地盤変位を合理的にシミュレートする事である。

地盤の変位を、埋設管路に沿った場所と時間に関する時空間確率過程とし、次の2つの条件を満足するものと仮定する。

条件(A): 時空間確率過程と観測波形との時間に関する自己相関関数(またはパワースペクトル)は一致する。観測波形の自己相関関数と、従来の研究に基づく、地震波のみかけの伝播速度、波形の変形の程度(コヒーレンシー)とから、相互相関関数(またはクロススペク

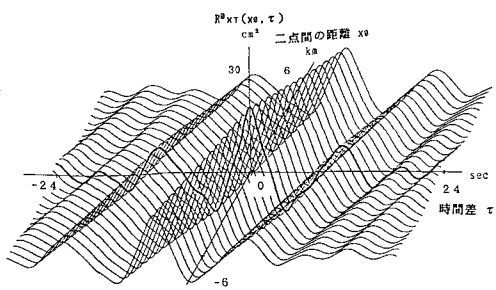


図-16 想定した相互相関関数  $R_{XR}^{*}(x_0, \tau)$  (例-4)

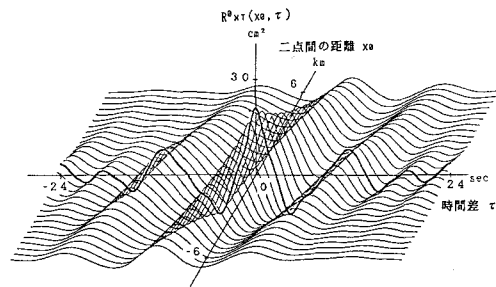


図-19 想定した相互相関関数  $R_{XR}^{*}(x_0, \tau)$  (例-5)

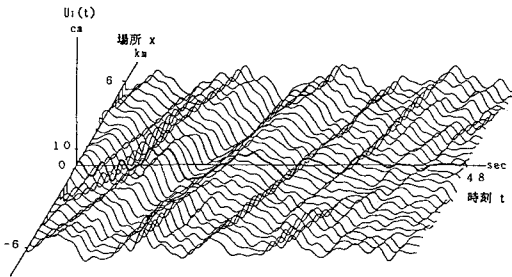


図-17 シミュレートされた時空間地震波形  $U_i(t)$  (例-4)

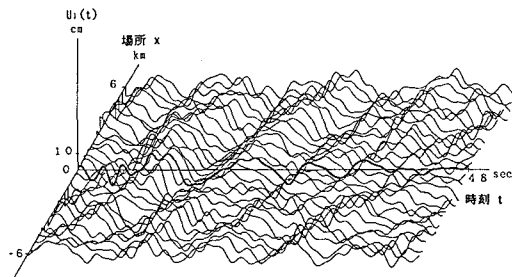


図-20 シミュレートされた時空間地震波形  $U_i(t)$  (例-5)

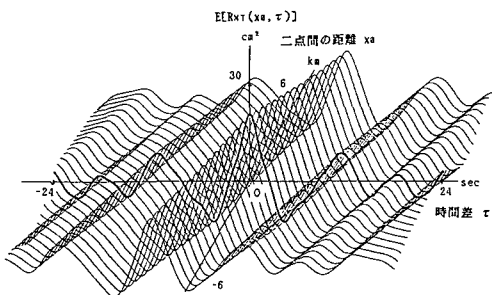


図-18 相互相関関数のアンサンブル平均  $E[R_{XR}(x_0, \tau)]$  (例-4)

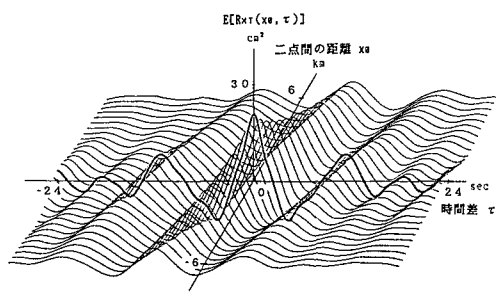


図-21 相互相関関数のアンサンブル平均  $E[R_{XR}(x_0, \tau)]$  (例-5)

トル)を想定する。時空間確率過程の相互相関関数は、想定した相互相関関数に一致する。

条件 (B) : 時空間確率過程は、一地点の観測地点においては観測波形に厳密に一致する。

前論文<sup>19), 20)</sup>では、二重フーリエ級数を用いた方法を展開したのに対し、本論文では、従来の多変数の確率過程の理論を拡張する方法を展開した。

一つの適用例として、Imperial Valley地震を観測波形として与え、波が正方向に伝播し、また、二地点間距離が離れる程、相関が減少するような相互相関関数を想定し、時空間関数としての波形をシミュレートした。そして、得られた時空間波形が、一点においては観測波形を満足している事を示した。

また、時空間波形の一つのサンプルから得られる自己または相互相関関数が、想定した自己または相互相関関

数に近似的であることを示した。さらに、自己または相互相関関数のアンサンブル平均は、想定した自己または相互相関関数に一致することを示した。これらの結果は、多変数の確率過程のシミュレーションの従来の方法そのものの性質であり、前論文<sup>19), 20)</sup>で得られた結果と大きく異なる点である。

本論文の手法では、前手法<sup>19), 20)</sup>に比較して、条件 (A) が幾分ゆるめられているが、収束計算が不要であり、解が存在しない可能性を心配する必要もないという長所を有している。このため、提案した本方法は、一地点の観測記録を含む時空間地震波形をシミュレートするための、一つの簡便な方法になりうるものであると考えられる。

謝辞：本研究をまとめるにあたり埼玉大学工学部渡辺啓行先生に貴重な御助言を頂きました。記して感謝の意を表します。



## 参考文献

- 1) 久保慶三郎：地震と土木構造物，鹿島出版会，p. 127, 1981.
- 2) 石油パイプライン事業の事業用施設の技術上の基準の細目を定める告示，官報，号外第125号，1973年.
- 3) Tsuchida, H. and Kurata, E. : Observation of earthquake response of ground with horizontal and vertical seismometer arrays, 第4回日本地震工学シンポジウム, pp. 137~144, 1975.
- 4) Tsuchida, H. and Iai, S. : Observation of earthquake response of ground with horizontal and vertical seismometer arrays (2nd report), 第5回日本地震工学シンポジウム, pp. 169~176, 1980.
- 5) 田村重一郎・加藤勝行・前田弘：軟弱地盤表面の線上的における地震動の特性について，土木学会第29回年次学術講演会，pp. 538~539, 1974.
- 6) 桜井彰雄：地盤の震動解析に基づく埋設パイプラインの耐震性の研究，1971年10月.
- 7) 川上英二・佐藤靖彦：地盤の相対変位・ひずみの推定結果に及ぼす地震波形の変形の影響，土木学会論文報告集，No. 337, pp. 37~46, 1983.
- 8) Katayama, T., Farjoodi, J. and Sato, N. : Measurement of seismic ground strain by a dense seismograph array, 8WCEE, Vol. II, pp. 207~214, 1984.
- 9) 高田至郎・Wright, J. P. : ライフライン系解析のための相対地盤震動，土木学会論文報告集，No. 299, pp. 13~21, 1980.
- 10) Shinozuka, M. and Lenoë, E. : A probabilistic model for spatial distribution of material properties, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 8, pp. 217~227, 1976.
- 11) Shinozuka, M., Kameda, H. and Koike, T. : Ground strain estimation for seismic risk analysis, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 109, No. 1, pp. 175~191, 1983.
- 12) Naganuma, T. Deodatis, G. and Shinozuka, M. : ARMA model for two-dimensional processes, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 113, No. 2, pp. 234~251, 1987.
- 13) 星谷勝・石井清・栗田博昭：空間時間分布特性を有する地震動シミュレーション，土木学会論文集，No. 386/I-8, pp. 359~367, 1987.
- 14) Hoshiya, M. and Chiba, T. : Simulation methods of multi-dimensional nonstationary stochastic processes by time domain models, 土木学会論文集，No. 296, pp. 121~130, 1980.
- 15) 原田隆典・篠塚正宣：表層地盤の確率応答と地震動の空間-時間パワースペクトル，第19回地震工学研究発表会講演概要，pp. 33~36, 1987.
- 16) 笠笠友紀・原田隆典：確率特性を有する地盤の応答と地震動の空間-時間特性について，土木学会第43回年次学術講演会，I-463, pp. 976~977, 1988.
- 17) Harada, T. and Shinozuka, M. : Stochastic analysis of seismic ground motions in space and time, Proc., 9WCEE, pp. II-825~830, 1988.
- 18) Deodatis, G. and Shinozuka, M. : Digital simulation of seismic ground motion using stochastic wave theory, Proc., 9WCEE, pp. II-801~806, 1988.
- 19) 川上英二：一地点の観測記録を含む地震波形の時空間関数のシミュレーション，土木学会論文集，No. 410/I-12, pp. 435~443, 1989.
- 20) 川上英二：Imperial Valley地震の観測記録を含む時空間関数としての地震波形のシミュレーション，第8回日本地震工学シンポジウム，pp. 1311~1316, 1990.
- 21) Shinozuka, M. and Jan, C.-M. : Digital simulation of random processes and its applications, Journal of Sound and Vibration, Vol. 25, No. 1, pp. 111~128, 1972.
- 22) 星谷勝：多次元確率過程のシミュレーション理論の物理的意味について，土木学会論文報告集，No. 270, pp. 131~134, 1978.
- 23) 石井清：確率論手法による地震波の入力損失の効果の検討，第16回地震工学研究発表会講演概要，pp. 317~320, 1981.
- 24) 沢田勉：地震動の工学的諸特性の解析とその応用に関する研究，1988年8月.
- 25) Katayama, T., Yamazaki, F., Nagata, S., Lu, L. and Turker, T. : Development of strong motion database for the Chiba seismometer array, Earthquake Disaster Mitigation Engineering, Institute of Industrial Science, University of Tokyo, January, 1990.
- 26) 星谷勝：確率論手法による振動解析，鹿島出版会，1974.
- 27) Hudson, D. et al. : Strong motion earthquake accelerograms, digitized and plotted data, EERL 71-50, California Institute of Technology, 1971.

(1991. 5. 1 受付)

## SIMULATION OF SPACE-TIME VARIATION OF EARTHQUAKE GROUND MOTION USING A RECORDED TIME HISTORY

Hideji KAWAKAMI and Makio ONO

Strong motion records are often used as the ground motion inputs in the earthquake analysis and design of structures. In particular, for the design of underground structures, not only the time history at any particular point on the earth's surface but also the space-time variation of the ground motion is needed. A method is developed for generating an artificial and simulated space-time variation which includes a recorded strong ground motion at a point and is characterized by an apparent velocity and a coherence function. A case study is presented by using the 1940 Imperial Valley earthquake motion.