

# 構造最適設計のための改良型満足化 トレードオフ法に関する研究

亀廻井寿明\*・杉本博之\*\*・中山弘隆\*\*\*

多目的計画問題のための満足化トレードオフ法では、複数回のトレードオフが要求される。本研究では、この手法を応用する際に、設計効率の向上という観点から、できるだけ少ないトレードオフの回数で、設計者の先験的な要求を満たす設計を可能にするために、新たに満足度パラメーターを導入し、改良型満足化トレードオフ法として提案し、いくつかの数値計算によりその有効性を検討している。

**Keywords**: improved satisficing trade-off method, multiobjective problem, satisficing parameter, structural optimization, trade-off analysis

## 1. まえがき

人間がある目的に対して何らかの意思決定を行う際、複数の要求の下で、「あちら立てればこちら立たず」といったコンフリクトに悩むことが多い。我々の取り扱う構造最適設計の問題も同様であり、この点に関して同じことが言えると思われる。

例えばあるトラス構造物の最適設計問題について考えてみると、そこには全重量を最小、剛性を最大、部材応力を許容応力度以内にしたい、さらには形状最適化を考える場合においても、できるだけ目標形状に近づけたい<sup>1)</sup>などのように、最小化または最大化したいとする目的が複数生じてくるであろう。しかし、このようにある設計問題に対して、複数の目的が存在する場合、同時にすべての目的関数を最適化させるような解は一般に存在しない。ある目的を改善しようとするれば必ず他の目的は犠牲になるという、いわゆるトレードオフの現象が生じ、設計者を悩ませることになる。

従来の最適設計問題では、これらの複数の目的関数の中から1つだけを選び目的関数とし、残りの目的関数を制約条件として定式化していたと考えることができる。しかし、構造物の使用性、終局限界状態に関する条件等々は、必ずしもその規準値が明確でない場合もあり、それらを目的関数の1つとして扱った方がより合理的と考えられる場合もある<sup>19)</sup>。

現在、多目的計画問題を解くための対話型最適化手法(interactive optimization method)がいくつか提案されている<sup>2)-7)</sup>。

その中の一つに目標計画法(Goal Programming)<sup>8)</sup>がある。これは与えられたターゲットに対し最も近い解を見出すというものであり、構造最適設計への応用が斎藤<sup>9)</sup>、鈴木<sup>10)</sup>らにより報告されている。しかしこの手法には、目的関数が多い場合には、適切な重みが中々うまく設定できず、いわゆるモグラたたきの現象が生じる危険性がある。また、あらかじめ与える目標が甘過ぎれば、それ以上の改善が望めないという欠点もある。

そこで、このような問題を改善し、効率良く設計を行うための手法として、著者の一人により満足化トレードオフ法が提案された<sup>11),12)</sup>。この手法では、多目的最適化問題を1目的の補助的スカラー化問題に変換し、これを最適化することによりパレート解を求めるため、既存の1目的最適化のための数値最適設計支援システム<sup>13)</sup>の利用が可能となる。

しかし、この満足化トレードオフ法では、一般に複数回のトレードオフが要求される。トレードオフの過程そのものは、設計者が設計の環境を理解する上でも、またより良い設計を追求する上でも重要な過程である。しかし、大規模な構造システムの最適化などにおいては、1回の構造解析でもかなりの計算時間がかかり、1回の最適化計算とほぼ同数の構造解析を必要とするトレードオフはできるだけ少なくしたい。満足化トレードオフ法においては、各目的関数に対してそれぞれの希求水準を設定する。トレードオフは、補助的最適化によって得られた解において、与えられた希求水準に対するある目的の達成度が低いために行われる。本研究においては、トレードオフの段階における達成度に対する要求は、ある程度先験的に設計者が持っていると考え、第1回目のパレート解にその要求を反映させることにより、トレードオフの回数を減少できると考えた。

そのために、本論文においては、従来の満足化トレードオフ法に若干の修正を加え、かつ達成度を表す満足度

\* 学生会員 室蘭工業大学大学院工学研究科博士前期課程2年

(〒050 室蘭市水元町 27-1)

\*\* 正会員 工博 室蘭工業大学助教授 工学部建設システム工学科

\*\*\* 理博 甲南大学教授 理学部応用数学科

パラメーターを導入して、大規模な構造システムの最適化にも応用可能な改良型満足化トレードオフ法の開発を試みた。さらに、この方法を既存の数値最適設計システムに組み込み、より汎用的な最適設計システムの構築も試みたので、共に発表するものである。

### 2. 多目的計画問題

まず、多目的計画問題 (multi-objective problem) は一般に次のように定義される。ただし、本論文中ではすべての目的関数についての最小化を前提とする。

$$\text{目的関数 } F(\mathbf{X}) = (f_1(\mathbf{X}), f_2(\mathbf{X}), \dots, f_r(\mathbf{X})) \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{制約条件 } g_j(\mathbf{X}) \leq 0 \quad (j=1 \sim m) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{設計変数 } \mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $F(\mathbf{X})$  は目的関数群、 $g_j(\mathbf{X})$  は  $m$  個の制約条件式、 $\mathbf{X}$  は設計変数である。

前記のように、多目的最適化問題においては、同時に複数の目的を最小にするような解は一般には存在しない。ある目的を改善するためには、必ず他の目的を犠牲にしなければならないというギリギリのラインをパレート解 (Pareto solution)<sup>14)</sup> と呼んでいる。また、意志決定者がある目的を改善するためには、他の目的をどの程度犠牲にしなければならないかという点について検討を行うことを、トレードオフ分析という。多目的最適化問題では、パレート解上で本人の価値規準に応じてトレードオフ分析を繰り返しながら、如何に設計を吟味していくかが設計者にとっての大きな問題となる。

### 3. 満足化トレードオフ法の改良について

この章では、まず (1) で従来型の満足化トレードオフ法を簡単に説明し、次に (2) で改良型手法について具体的な改良部分について説明して、両者の比較を行う。その次に (3) でトレードオフ分析における、ラグランジュ乗数を利用した1次近似による方法を説明する。そして最後に (4) で、理想点、最悪点を設定する際に用いる pay-off table について説明する。

#### (1) 満足化トレードオフ法

従来型の満足化トレードオフ法においては、式 (1) ~ (3) の多目的最適化問題のパレート解を求めるために、次に示す補助的スカラー化問題が解かれる。

$$\text{目的関数 } Z \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (4)$$

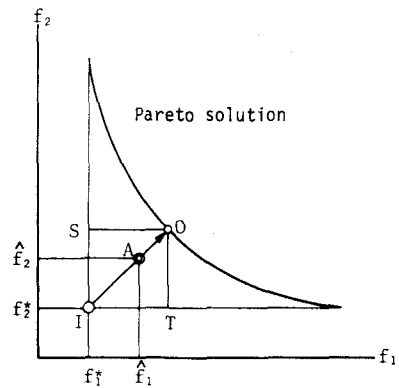
$$\text{制約条件 } g_j(\mathbf{X}) \leq 0 \quad (j=1 \sim m) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$w_i(f_i(\mathbf{X}) - f_i^*) \leq Z \quad (i=1 \sim r) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{設計変数 } \mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{ただし、} w_i = \frac{1}{f_i - f_i^*} \quad (i=1 \sim r) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、式 (6) 中における  $w_i$  は目的関数  $f_i(\mathbf{X})$  の



図一 従来型満足化トレードオフ法

重みを表し、式 (8) のように表される。 $f_i$  は希求水準 (aspiration level) と呼ばれ、目的関数  $f_i(\mathbf{X})$  については、この程度の値であれば満足できるという希望値として与えられる。 $f_i^*$  は理想点 (ideal point) と呼ばれ、 $f_i(\mathbf{X})$  の十分小さく理想的な値として与えられる。ここで、 $f_i^* \leq \hat{f}_i$  ( $i=1 \sim r$ ) である。満足化トレードオフ法においては、理想点との距離として次式のチェビシェフ距離<sup>14)</sup> と等価なスカラー化関数を最小化している。

$$\Phi_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq r} w_i |f_i(\mathbf{X}) - f_i^*| \quad \dots\dots\dots (9)$$

この関係を2目的問題の場合について示したのが図一である。図中 A が希求水準、I が理想点を示している。得られる解はパレート解の1つであり、チェビシェフ距離の等高線 SOT とパレート解曲線との接点 O となる。

この手法で多目的最適化問題を取り扱うに当り、設計者はあらかじめ、各目的関数について希求水準、理想点を与える。ここで、満足化トレードオフ法の大きな特徴として、この2点の設定により各目的に対する重みが自動的に設定される。この時に、 $w_i (f_i(\mathbf{X}) - f_i^*)$  は  $f_i(\mathbf{X})$  の理想点への正規化された非達成度と見ることができ、目的間の次元の差や数値のオーダーの違いに特別の注意を払う必要がない。

#### (2) 改良型満足化トレードオフ法

満足化トレードオフ法においては、得られたパレート解を見て、各目的関数の希求水準に対する達成度の過不足によりトレードオフが行われた。本研究の改良型手法においては、得られるパレート解に設計者が先験的に持っている達成度への要求が反映されるように、補助的スカラー化問題の定式化を修正することを試みた。

それは、以下のように定式化される。

$$\text{目的関数 } Z \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\text{制約条件 } g_j(\mathbf{X}) \leq 0 \quad (j=1 \sim m) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$w_i(f_i(\mathbf{X}) - \hat{f}_i) - (1 - \xi_i)Z \leq 0 \quad (i=1 \sim r) \quad \dots\dots\dots (12)$$

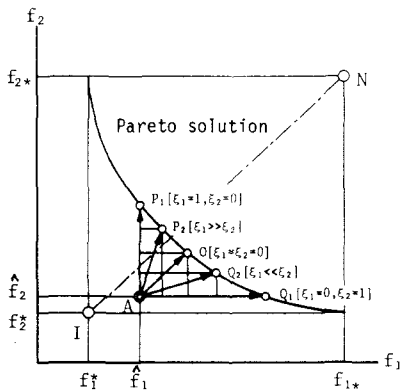


図-2 改良型満足化トレードオフ法

設計変数  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  .....(13)

ただし,  $w_i = \frac{1}{f_{i*} - f_i^*}$  ( $i=1 \sim r$ ) .....(14)

改良型では従来型のものに比べ, 新しく  $\xi_i, f_{i*}$  の 2 つのパラメーターが追加された。

$\xi_i$  は満足度パラメーターと呼ばれ, これは目的関数  $f_i(X)$  の希求水準  $\hat{f}_i$  に対する達成度を調節するためのパラメーターで, 0~1 の間の実数値が与えられる。  $f_{i*}$  は最悪点 (nadir point) と呼ばれ, 理想点とは逆に  $f_i(X)$  の考えられる最大値として与えられる。

最悪点は, 次元の異なる各目的関数を非達成度というものに無次元化するために, 理想点と共に用いられるものである。式 (8) を用いる満足化トレードオフ法と比べて, 重み  $w_i$  の値がトレードオフの過程でも変わらないのが特徴である。これらの関係を示した概念図が図-2 である。図中点 N が新たに追加された最悪点である。

まず最初に, 設計者が与える満足度パラメーターを,  $\xi_1 = \xi_2 = 0$  とした場合を仮定する。この時, チェビシェフ距離の等高線とパレート解曲線との接点 O が最適解となる。

次に  $\xi_1 = 1, \xi_2 = 0$  の場合を考える。この時, 式 (12) において,  $i=1$  に対応する制約条件は,  $f_1(X)$  が  $\hat{f}_1$  以下であるという制約条件式に置き換えられる。したがってこの場合には希求水準  $\hat{f}_1$  を満たすように, 解は点 A より  $f_2$  軸と平行に決定されることになる (点 P1)。また逆に,  $\xi_1 = 0, \xi_2 = 1$  であれば, 解は点 A より  $f_1$  軸と平行に, 希求水準  $\hat{f}_2$  を満たすように決定される (点 Q1)。

したがって,  $\xi_i$  をこの間の値 ( $0 < \xi_i < 1$ ) で与えれば, 解はその中間を探索することになる。  $\xi_1 > \xi_2$  であれば, 最適解は希求水準  $\hat{f}_1$  に重みを置いた設計 (点 P2), 逆に  $\xi_2 > \xi_1$  であれば, 希求水準  $\hat{f}_2$  に重みを置いた設計 (点 Q2) となる。

結局  $\xi_i$  を与えるということは, 1 回の計算の結果を

検討する前に, 初期の段階でトレードオフ分析とほぼ同じ意味の操作をしていることになり, これらをうまく与えれば以後のトレードオフの回数を少なくさせたり, あるいはトレードオフを行わなくても, 設計者の満足いくパレート解が得られることが期待される。

満足度パラメーターの効果に関しては, 「4. 改良型満足化トレードオフ法の特徴」で, 例題を用いて具体的に説明する。

(3) トレードオフ分析とラグランジュ乗数

設計者は一回の補助的スカラー化問題の最適化後, その結果得られたパレート解を見て, ある目的に対してまだ改善の余地があるとした場合トレードオフ分析を行う。ここで, ある目的を改善しようとした場合, 犠牲にする目的の緩和量を十分取らないと, 新しい希求水準を設定してもそれが実行不可能になる恐れがある。トレードオフを行う際にはこの点に関して注意する必要があるが, 一般にパレート解曲面は, 特に 3 目的以上の場合にはその形状をつかむことはかなり難しいと考えられる。したがって, ある目的の改善量に対する他の目的の緩和量の決定を設計者に要求するのは, かなりの負担をかけることになる。そこで, トレードオフの回数を増やす可能性を減らすためにも, 要求された改善量を実現させるだけの他の目的の緩和量の目安が与えられた方がよい。そこでこの目安として, ラグランジュ乗数を利用した 1 次近似による方法を次に説明する。

まず, 式 (10), (12) に関するラグランジュ関数は次のように定義される。

$$L(X, Z, \lambda) = Z + \sum_{i=1}^r \lambda_i (w_i (f_i(X) - \hat{f}_i) - (1 - \xi_i) Z) \dots \dots \dots (15)$$

これを設計変数ベクトルで偏微分すると, 式(16), (17) に示す Kuhn-Tucker 条件が得られる。

$$\sum_{i=1}^r \lambda_i (1 - \xi_i) = 1 \quad \lambda_i \geq 0 \dots \dots \dots (16)$$

$$\sum_{i=1}^r \lambda_i w_i \nabla f_i(X) = 0 \dots \dots \dots (17)$$

ここで,  $\lambda_i w_i = \alpha_i$  として式 (17) を  $f_i(X)$  の変動量  $\Delta f_i$  で近似すると, 適当な仮定<sup>15)</sup>, 例えば「パレート最適であるための 2 階十分条件, 厳密な相補条件, および  $\nabla f_i(X)$  の 1 次独立性」の下で, 次のようになる。

$$\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\} \{\Delta f_1, \Delta f_2, \dots, \Delta f_r\}^T = 0 \dots \dots \dots (18)$$

このパレート解曲線との関係を 2 目的問題の場合について示したものが図-3 である。

$\{\Delta f_1, \Delta f_2\}$  はパレート解曲線上の点 O での接線方向ベクトルを表している。したがって式 (18) において, ベクトルの直交条件により  $\{\alpha_1, \alpha_2\}$  は点 O での法線方向ベクトルを表している。したがって,  $\alpha_i$  はパレート解曲面上で目的関数  $f_i(X)$  の変動量が相互に影響を及ぼす

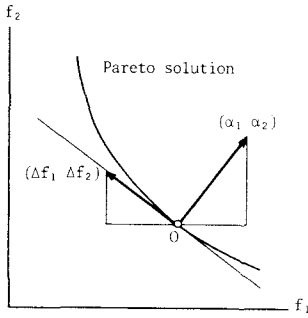


図-3 トレードオフと感度

表-1 pay-off table

	$f_1$	$f_2$	...	$f_r$
$f_1$	$f_1(X_{1}^*)$	$f_2(X_{1}^*)$	...	$f_r(X_{1}^*)$
$f_2$	$f_1(X_{2}^*)$	$f_2(X_{2}^*)$	...	$f_r(X_{2}^*)$
...	...	...	...	...
$f_r$	$f_1(X_r^*)$	$f_2(X_r^*)$	...	$f_r(X_r^*)$

感度を示していることが分かる。

そこで、犠牲にする目的の新希求水準は、式 (18) を用いて、改善したいとする目的関数の改善量の合計を、感度  $\alpha_j$  により比例配分して、式 (19) のように求めることができる。

$$f_j^{k+1} = f_j(X^k) - \frac{\sum \alpha_i (f_i^{k+1} - f_i(X^k))}{N \alpha_j} \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 $f_j^{k+1}$ 、 $f_j(X^k)$  は、それぞれ犠牲にする目的の新希求水準および前回の最適化により求められた目的関数値を、 $f_i^{k+1}$ 、 $f_i(X^k)$  はそれぞれ改善したい目的の同様の値を示している。よって、右辺第2項の  $\sum$  は改善する目的関数のみの改善量に感度をかけたものの合計である。また  $N$  は犠牲にする目的関数の総数を表している。

これにより、設計者は改善したい目的の新希求水準を与えれば、犠牲となる目的の新希求水準が自動的に設定されることになる。

(4) pay-off table

理想点、最悪点の設定に対しては、一般に表-1 に示す pay-off table を用いる。これは、それぞれの目的関数を単一に最小化し求めることができる。

ここで、pay-off table 中の  $f_i(X_j^*)$  ( $i, j=1 \sim r$ ) は、目的関数  $f_i(X)$  を単一に最小化する設計変数ベクトル  $X_j^*$  を  $f_i(X)$  に代入し得られる。したがって、各目的関数の理想点は、pay-off table の対角項の値、

$$\{f_1(X_1^*), f_2(X_2^*), \dots, f_r(X_r^*)\} \dots\dots\dots (20)$$

で与えられることになる。また、目的関数  $f_i(X)$  の最悪点は、次式で定義される、

$$f_{i*} = \max\{f_1(X_1^*), f_1(X_2^*), \dots, f_1(X_r^*)\} \dots\dots\dots (21)$$

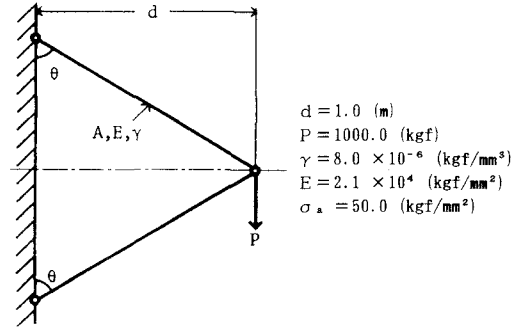


図-4 2部材トラス

として求めればよい。

しかし、この pay-off table を求めることは理論的には可能であるが、一般の構造最適設計問題の多くは単一目的関数として最適化を行うだけでも多くの時間が費やされる場合が多く、特に目的関数の数が多い場合には、それぞれについて最小化を行うと、pay-off table の作成だけでも多大な時間を要することが予想される。理想点、最悪点の設定に膨大な時間を要することは、設計の効率の面で好ましくない。実際には理想点、最悪点はそれぞれ目的関数  $f_i(X)$  の考えられる最も小さい値、および最も大きい値を任意に与えて問題はない。

4. 改良型満足化トレードオフ法の特徴

ここでは、これまで述べてきた改良型満足化トレードオフ法についての基礎的な事項について、数値計算を行いその特徴について説明する。

図-4 に示すような2部材トラスを考える。

目的関数  $f_1 = \frac{2dA\gamma}{\sin\theta} \dots\dots\dots (22)$

$$f_2 = \frac{Pd}{2AE \sin\theta \cos^2\theta} \dots\dots\dots (23)$$

制約条件  $g_1 = \frac{P}{2A \cos\theta} - \sigma_a \leq 0 \dots\dots\dots (24)$

$$g_2 = A - 125 \sin\theta \leq 0 \dots\dots\dots (25)$$

設計変数  $0 < A \leq 125, 0 < \sin\theta < 1 \dots\dots\dots (26)$

目的関数には、部材全重量 ( $f_1$ ) および荷重荷点における鉛直方向変位 ( $f_2$ )、また制約条件には部材応力 ( $g_1 = \sigma \leq \sigma_a$ ) と、重量が 2.0 (kgf) 以内となるための断面積の条件 ( $g_2$ ) をとっている。設計変数には部材断面積  $A(\text{mm}^2)$ 、および壁と部材とのなす角  $\sin\theta$  をとっている。この問題に対して、a) 満足度パラメーターの効果、b) 緩い希求水準を与えた場合、c) 参考点(理想点、最悪点、希求水準)を適当に与えた場合、の3つの事項について数値計算を行った。

a) 満足度パラメーターの効果

ここでは、2. で述べた満足度パラメーターの効果を用

表-2 参考点の設定

	理想点	希求水準	最悪点
$f_1$ : 重量(kgf)	0.320	0.500	2.000
$f_2$ : 変位(mm)	0.762	1.500	4.762

表-3 数値計算結果

case	$\xi_1$	$\xi_2$	$f_1$ (kgf)	$f_2$ (mm)	A (mm <sup>2</sup> )	sin $\theta$
1	0.0	1.0	1.016	1.500	44.61	0.703
2	0.0	0.5	0.810	1.882	35.65	0.704
3	0.0	0.0	0.736	2.074	33.10	0.720
4	0.5	0.0	0.664	2.296	29.36	0.708
5	1.0	0.0	0.500	3.048	21.85	0.699

表-4 数値計算結果

	希求水準	パレート解
$f_1$ : 重量(kgf)	1.000	0.679
$f_2$ : 変位(mm)	3.000	2.245

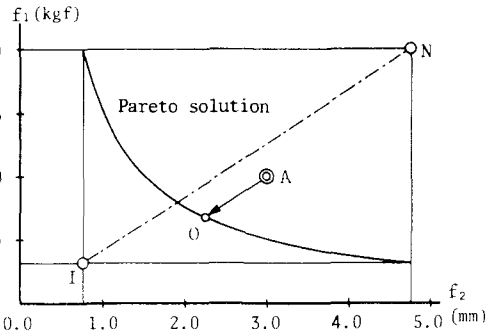


図-6 緩い希求水準を与えた場合のパレート解

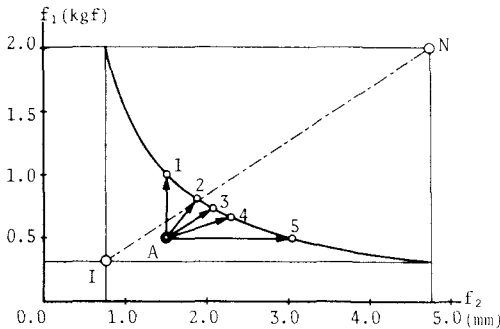


図-5  $\xi_i$ によるパレート解の遷移

数値計算結果で示す. まず, この問題では理想点, 最悪点は pay-off table を求めることにより容易に設定できる. 表-2 に, それらの値および今回設定した希求水準の値を示す.

満足度パラメーターに5種類の組み合わせを与えて計算した結果を, 表-3 および図-5 に示す.

まず case-3 について両方の満足度パラメーターを 0.0 に設定した場合には, 解は I-N 直線と平行に探索されていることが分かる. 次に case-1 と case-5 について, 一方のパラメーターを 1.0 に設定した場合にはそれぞれの希求水準を満たした設計になっていることが分かる. また, case-2 と case-4 について一方のパラメーターを 0.5 と多少大きく設定した場合, それぞれの希求水準に重みを置いた設計となっている.

この結果より, 補助的スカラー化問題の最適化の前に, 特定の目的関数に対して, あらかじめ設計者の要求度合いに応じて満足度パラメーターを与えれば, ある程度その要求に近い設計が得られることが分かる.

本研究における満足度パラメーターは, 複数の目的関数の内, ある目的関数の希求水準に対しての達成度が設定される場合のみ 0~1 の値を設定する. したがって, 特に達成度が設定されない場合はすべて 0 とする. この場合は, すべての目的関数は同等に扱われ, 希求水準が厳しい場合は, それぞれの目的関数は, 同程度に達成さ

れないことになる.

一方, 一般の構造設計においては, 設計者は希求水準に対する達成度の希望は, あらかじめ持っている場合も当然想定される. もし, ある目的関数の希求水準に対して, この程度は達成して欲しいという要求があれば, それを満足度パラメーターとして与えることができる.

この値は, 目的関数の単位, オーダーに関係なく, 0~1 の無次元量であることが大きな特徴である. 前記のように, 1 であれば必ず達成され, 0.7 の場合は, 0.6 の場合よりも達成度は高いという単純な論理であるため, 先験的に達成度に対する絶対的あるいは相対的な希望がある場合には, 目標計画法における重みの設定よりは容易ではないかと考えられるものである.

b) 緩い希求水準を与えた場合

パレート解曲面自体がはつきりとつかめない以上, 設計者が希求水準を設定する際, 目的関数の実行可能集合内でこれを与えることが考えられる. ゴールプログラミングでは, このような緩い希求水準を与えた場合には解がそれ以上改善されないという欠点があるが, ここでは緩い希求水準を与えた場合の数値計算を行った. ここで理想点, 最悪点については, a) と同じ値を設定する. また満足度パラメーターについては, ここでは一定 ( $\xi_1 = \xi_2 = 0.0$ ) として計算を行う. 与えた希求水準および数値計算結果を表-4 と図-6 に示す.

この結果より, パレート解曲線に対して緩い希求水準を与えても, パレート解を得ていることが分かる. このように, あらかじめ与える目標が甘くても解はその目標を改善してパレート解を得ることができるというのが, 満足化トレードオフ法の大きな特徴の1つである.

c) 参考点を適当に与えた場合

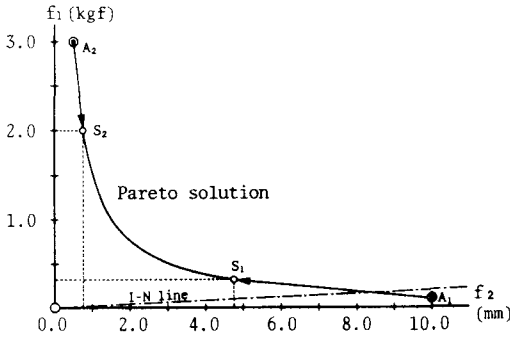
ここでは理想点, 最悪点分からない場合を想定し,

表—5 参考点の設定

	理想点	最悪点
$f_1$ : 重量 (kgf)	0.000	2.000
$f_2$ : 変位 (mm)	0.000	100.000

表—6 数値計算結果

	case-1 ( $A_1-S_1$ )		case-2 ( $A_2-S_2$ )	
	$f_1$ (kgf)	$f_2$ (mm)	$f_1$ (kgf)	$f_2$ (mm)
希求水準	0.100	10.000	3.000	0.500
パレート解	0.320	4.764	2.000	0.762
感度	0.1950	0.900	0.000	0.0033



図—7 参考点を任意に与えた場合のパレート解

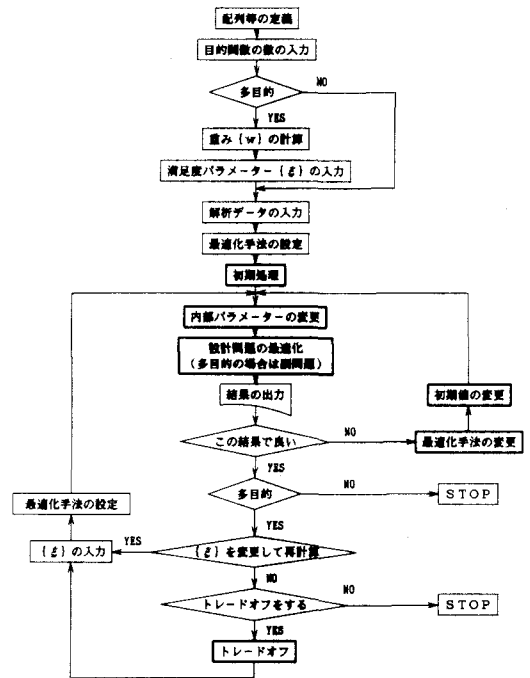
これらを表—5のように設定して数値計算を行った。なお重量の最悪点は、初期の問題の設定により、 $f_{1*}=2.0$  (kgf) としている。

この問題に対して希求水準を2通り与えて計算を行った結果 (case-1 と case-2) を表—6 および図—7 に示している。ただし、ここでは満足度パラメーターの値は一定 ( $\xi_1=\xi_2=0.0$ ) として計算を行っている。

まず、図—7を見るとパレート解曲線と理想点、最悪点 (I-N line) および希求水準との関係が分かる。case-1 の場合、希求水準を点  $A_1$  に設定して計算を行った結果、解はパレート解曲線の端点  $S_1$  となった。また case-2 の場合については重量に対する希求水準を最悪点よりも大きい値で設定 (点  $A_2$ ) しているが、解はパレート解曲線のもう一方の端点  $S_2$  となった。この数値計算結果より、理想点、最悪点および希求水準を適当に与えた場合でも、チェビシェフ距離の等高線とパレート解曲面との接点は必ず存在するので、パレート解は必ず得られるということが分かる。また  $S_1, S_2$  は、それぞれパレート解であり、解の1候補であるが、必要があればトレードオフにより改善される。

### 5. 汎用多目的最適化支援システム

多目的最適化問題は満足化トレードオフ法により、1目的の補助的スカラー化問題に変換されるため、この補助的最適化を行うには、既存の数値計画法を用いること



図—8 システムのフローチャート

が可能となる。この数値計画法の種々のアルゴリズムを備える汎用最適化プログラムとして ADS<sup>16)</sup> があるが、著者らはこのプログラムの使用性、効率性の向上および利用者の負担軽減のために対話型の数値最適設計支援システムを開発している<sup>13)</sup>。そこで、このシステムに本論文の改良型満足化トレードオフ法を組み込み、より汎用的な多目的最適化支援システムの構築を試みた。

このシステムには、設計者の与えた初期値を改良する機能<sup>17)</sup>を組み込んでおり、また最適化プログラムの内部パラメーターや最適化手法および初期値の変更を一連の過程の中で対話形式により行わせることで、これらの手続きの合理化を計っている。さらに、設計者はこのシステムを利用する際には、設計問題を解析し目的関数、制約条件式を計算するためのサブルーチンプログラムのみを作成すればよい。

次に、図—8に示すフローチャートでシステムの具体的な流れを説明する。なお、プログラムは1目的最適化問題も扱えるようになっているが、ここでは多目的最適化問題を対象として話を進めるものとする。

まず、目的関数の数を入力データより読み込む。次に理想点、最悪点および希求水準を読み込ませ、設計者が希望すれば、各目的関数への要求の度合に応じて満足度パラメーターの設定を行う。

次に、最適化手法の設定、必要に応じて初期処理 (初期値改良)、内部パラメーターの変更を対話形式により行う。これら一連の処理の後、補助的スカラー化問題の

表-7 参考点の設定

	理想点	希求水準	最悪点
$f_1$ : 体積 (cm <sup>3</sup> )	7541.0	8000.0	15000.0
$f_2$ : 変位 (mm)	0.973	1.500	5.465

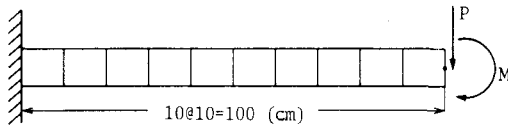


図-9 片持梁

最適化を行い、パレート解を求めそれらを表示する。

次に、得られたパレート解の検討を行う。改良型満足度トレードオフ法においても、1回の計算で設計者の満足のいくパレート解を得られない場合がある。このような時には満足度パラメーターを変更して再計算するか、トレードオフを行わなければならない。以後、この過程を最良のパレート解が得られ、最終的にトレードオフの必要がないと設計者が判断するまで繰り返す。

なお、トレードオフにおいては、「3.(3)」で述べた、ラグランジュ乗数を利用して自動的に緩和する目的の希求水準を設定できる機能を組み込んでいる。

以上がこのシステムの概要であるが、次節ではこのシステムを用いた多目的最適設計例を説明する。

### 6. 計算例

ここでは(1)片持梁と、(2)39部材トラスの多目的最適設計を例にとり、a)トレードオフのみで満足のいくパレート解を求める場合と、b)満足度パラメーターを有効に与えて計算を行った場合の2点について数値計算を行い、両者を比較し、満足度パラメーターがトレードオフの回数や設計の効率に与える影響を調べる。

#### (1) 片持梁の多目的最適化

図-9に示すような荷重条件の片持梁の多目的最適化問題を考える。目的関数には全体積 ( $f_1$ )、および荷重載荷点における鉛直方向変位 ( $f_2$ ) をとっている。片持梁を10分割し、固定端、先端および各部材要素間の桁高を設計変数として、制約条件には各断面における応力をとっている。初期形状は断面が10.0×10.0 (cm)の断面である。また、設計変数の上限値は15.0 (cm)としている。また、作用させる集中荷重は  $P=127.5$  (kgf)、曲げモーメントは  $M=3000$  (kgf·m) である。

理想点、最悪点は pay-off table により表-7に示す値で設定されている。また、この問題におけるパレート解曲線は図-10のようになる。

#### a) トレードオフのみの場合

一連のトレードオフの過程を表-8および図-11に示す。図中の○印は希求水準を、△印はその希求水準に対して得られたパレート解を表している。また、表中の番号(1)~(3')は、図中の番号1~3'に対応している。なお、ここでは満足度パラメーターは一定 ( $\xi_i=0.0$ ) として計算を行っている。

まず、1回目の補助的スカラー化問題の最適化で得ら

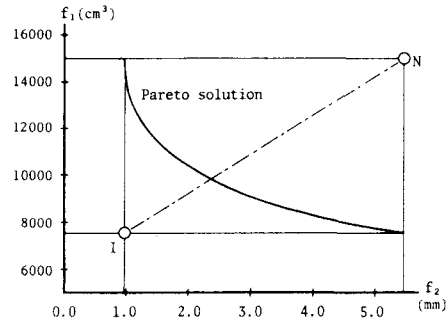


図-10 パレート解曲線

表-8 a) の数値計算結果

	$f_1$ (cm <sup>3</sup> )	$f_2$ (mm)
初期希求水準 (1)	8000.0	1.500
パレート解 (1')	9650.1	2.511
感度	$0.627 \times 10^{-6}$	$0.812 \times 10^{-2}$
トレードオフ1	改善	緩和
新希求水準 (2)	8800.0	3.167
パレート解 (2')	8892.6	3.225
感度	$0.687 \times 10^{-6}$	$0.621 \times 10^{-2}$
トレードオフ2	改善	緩和
新希求水準 (3)	8800.0	3.327
パレート解 (3')	8801.7	3.329

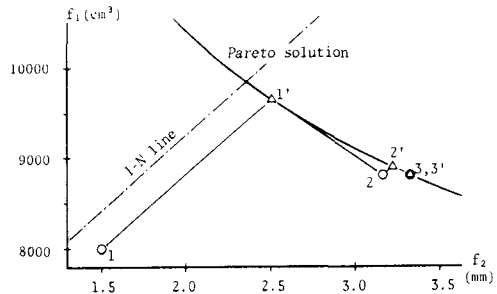


図-11 a) の計算結果

れたパレート解に対してトレードオフ(トレードオフ1)を行う。トレードオフは体積を8800 (cm<sup>3</sup>)に改善したいとし、変位の新希求水準は式(19)によって自動的に設定し、補助的スカラー化問題の最適化を行う。この結果、パレート解はどちらの目的に対しても新希求水準を満たしていない。そこで2回目のトレードオフ(トレードオフ2)を行う。新希求水準は1回目のトレードオフと同じく体積を8800 (cm<sup>3</sup>)以下にしたいとし、同様に設定する。この結果、パレート解はほぼ新希求水準を満たした。

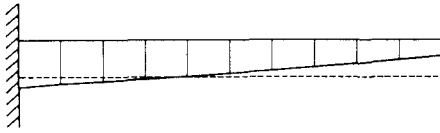


図-12 パレート解 (3') における形状

表-9 b) の数値計算結果

	$f_1$ (cm <sup>3</sup> )	$f_2$ (mm)
初期希求水準 (1)	8000.0	1.500
満足度パラメーター	0.5	0.0
パレート解 (1')	9173.2	2.931
感 度	$0.999 \times 10^{-5}$	$0.102 \times 10^{-1}$
トレードオフ 1	改善	緩和
新希求水準 (2)	8800.0	3.296
満足度パラメーター	1.0	0.0
パレート解 (2')	8800.3	3.333

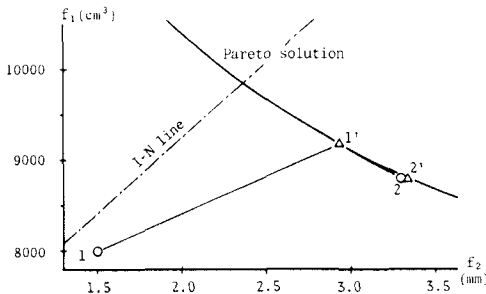


図-13 b) の計算結果

このパレート解 (3') で得られた形状を図-12 に示す。点線が初期形状実線が得られた形状を表している。

b) 満足度パラメーターを与えた場合

ここでは、満足度パラメーターを与えることによって少ないトレードオフの回数で、a) の数値計算結果とほぼ同じ解を得ることができるという計算例を示す。

表-9 および図-13 に結果を示している。表中の番号 (1)~(2') は、図中の番号 1~2' に対応している。

ここでは、まず体積に対して重みを置きたいとし、これに対する満足度パラメーターを 0.5 に設定する。この結果得られたパレート解に対して、a) と同様に体積を 8800 (cm<sup>3</sup>) 以下にしたいとし、新希求水準を設定する。この新希求水準に対して、体積の満足度パラメーターを 1.0 として、体積を希求水準以下に抑えるように制約する。結果は新希求水準を満たした設計となっている。

最後に a), b) の計算結果について比較検討を行うと次のようになる。まず a) の、トレードオフのみで満足度のいくパレート解を求めようとした場合では、1 回のトレードオフでは新希求水準を満たす解が得られなかった。これは、変位の希求水準に対しては自動設定を行ったが、ラグランジュ乗数による情報はあくまでも 1 次

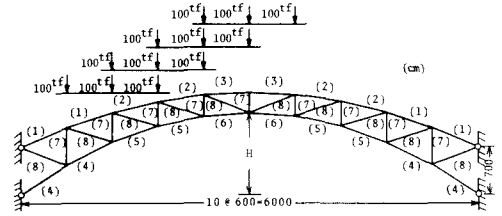


図-14 39 部材トラス

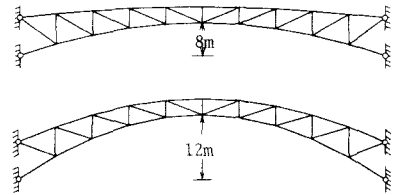


図-15 ライズによる景観の違い

表-10 参考点の設定

	理想点	希求水準	最悪点
$f_1$ : 体積 (m <sup>3</sup> )	0.236	2.000	22.960
$f_2$ : 変位 (cm)	0.000	6.000	100.000
$f_3$ : ライズ (cm)	400.0	1200.0	3000.0

みの情報であるので、重量の改善量に対する変位の緩和量が適切に設定されなかったためである。これに対し、満足度パラメーターを用いた場合には 1 回のトレードオフだけで解を得ている。これらの結果より、満足度パラメーターを設計者本人の要求の割合に応じてうまく与えて最適化を行えば、少ないトレードオフの回数で効率良く設計を行えることが分かる。

(2) 39 部材トラスの多目的最適化

図-14 に示すような 39 部材トラスの多目的最適化を考える。目的関数としては、部材全体積 ( $f_1$ )、クラウンにおける鉛直方向変位 ( $f_2$ ) および水平面からのライズ ( $f_3$ ) をとっている。また制約条件は部材応力のみで、設計変数は部材断面積である。

なお、この問題における理想点、希求水準、最悪点は表-10 のように任意に設定している。ここで、ライズの希求水準を 1200 (cm) に設定した理由を説明する。図-15 にライズが 8 (m)、12 (m)、16 (m) の時のトラスの形状が示されているが、この中で景観的に見て 12 (m) の時が一番美しいと主観的に判断してこの値に設定している。

この問題に対して (1) と同様に計算を行った。

a) トレードオフのみの場合



表-11 a) の数値計算結果

	$f_1$ (m <sup>3</sup> )	$f_2$ (cm)	$f_3$ (cm)
初期希求水準	2.000	6.000	1200.0
パレート解	2.588	8.215	1267.0
感 度	$0.227 \times 10^{-2}$	$0.412 \times 10^{-3}$	$0.246 \times 10^{-5}$
トレードオフ1	緩和	改善	緩和
新希求水準	2.698	7.000	1368.9
パレート解	2.689	6.958	1367.8
感 度	$0.213 \times 10^{-2}$	$0.459 \times 10^{-3}$	$0.212 \times 10^{-5}$
トレードオフ2	緩和	現状	改善
新希求水準	2.796	6.958	1260.0
パレート解	2.809	7.027	1261.5
感 度	$0.161 \times 10^{-2}$	$0.569 \times 10^{-3}$	$0.277 \times 10^{-5}$

表-12 b) の数値計算結果

	$f_1$ (m <sup>3</sup> )	$f_2$ (cm)	$f_3$ (cm)
初期希求水準	2.000	6.000	1200.0
満足度パラメータ	0.0	0.7	0.0
パレート解	2.765	7.019	1287.5
感 度	$0.294 \times 10^{-2}$	$0.773 \times 10^{-3}$	$0.386 \times 10^{-5}$
満足度パラメータ	0.0	0.7	0.5
パレート解	2.808	7.057	1249.3
感 度	$0.301 \times 10^{-2}$	$0.856 \times 10^{-3}$	$0.439 \times 10^{-5}$

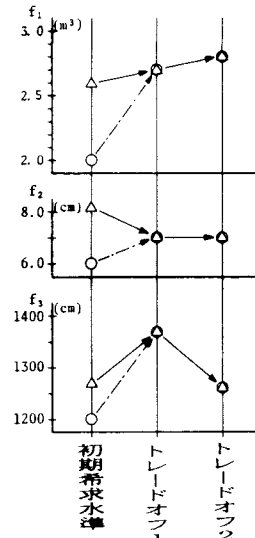


図-16 a) の計算結果

表-11 および図-16 に一連の結果を示す。なお、図中の○印は希求水準を、△印はその希求水準に対して得られたパレート解を表している。

まず、初期希求水準に対して得られたパレート解は、どの目的に対しても希求水準を満たしていない。そこで変位に着目して、これを7.0 (cm) にまで下げたいとして新希求水準を設定する。また、他の目的は緩和するものとし、新希求水準は自動設定し再計算を行う。

この結果得られたパレート解は、どの目的についても新希求水準を満たしている。ただし、ライズについては1367.8 (cm) と、初期の希求水準よりも約1.7 (m) ほど高い値である。そこで次に景観を重視して、ライズを1260 (cm) にまで下げたいとする。そこで、体積を犠牲、変位を現状のままとして新希求水準を設定し、再計算を行う。結果は、改善しようとしたライズがほぼ新希求水準に近い値を示し、緩和および現状維持しようとした他の目的も、新希求水準に近い値を示している。

b) 満足度パラメーターを用いた場合

上の例では、パレート解が得られてから、その目的関数のあるものが満足できないから希求水準を設定し直すという過程により設計を改良していく手続きが説明された。ここでは、初期に設定した各目的関数の希求水準に対する達成度の要求を、設計者があらかじめ持っている場合を想定した計算例を示す。

表-12 の上段は、変位に対する要求が高い場合であるが、変位に対する満足度パラメーターの値を0.7 に設定した場合の結果を示した。表-11 の上段よりは変位に対する希求水準を厳しくした同表の中段に近い設計が得られていることが示されている。

一方、表-12 の下段は、変位とライズ両方に対する要求が高い場合で、変位に対する要求よりはライズに対する要求の程度が低い場合を想定し、それぞれ0.7、0.5 に満足度パラメーターを設定した結果である。トレードオフの過程で、変位とライズに対する希求水準を厳しくした表-11 の下段と、完全には同じでないが、ほぼ同程度の結果が得られていることが示されている。

このように、設計者が先験的に達成度に対する要求を持っていれば、トレードオフをすることなしに、1回の最適化の計算により、トレードオフをした場合と同程度の設計が得られることが示された。

7. 結 論

本研究は、複数の目的を有する構造物の最適設計に、多目的計画法の概念を効率的に応用するために、既存の多目的計画手法の一つである満足化トレードオフ法に着目し、構造最適設計のための若干の改良を加えた。

また、既に1目的の最適設計のために開発されている数理最適設計支援システムに本論文の改良型満足化トレードオフ法を組み込み、より実用的な多目的最適化支援システムを開発した。

本研究より得られた事項を箇条書きにすると以下のようになる。

(1) 満足化トレードオフ法における補助的スカラー化問題の定式化を、満足度パラメーターおよび最悪点を導入して改良した。

満足度パラメーターは、設計者が各目的関数に対して先験的に保持している満足度に対する要求の程度を表す連続的な実数値として与えられるが、適当に設定することにより、トレードオフの回数を減少させることが可能

になった。

(2) ある目的関数に対する要求の程度が非常に高い時は、満足度パラメータを1に設定することにより、その目的関数を制約条件として扱うことができるようになった。

(3) 筆者等が既に開発している1目的のための最適化システムに本論文の方法を組込み、多目的最適設計のための汎用的な多目的最適化支援システムを構築することができた。これにより、設計者は最小の労力で多目的最適設計を行うことが可能になった。

このプログラムは構造設計のみでなく、一般的な多目的最適設計問題に応用できるものである。

(4) 簡単な構造物の設計問題で、従来の満足化トレードオフ法と本論文の方法とを比較し、少ないトレードオフの回数でほとんど同じ設計が得られることを示した。

また、設計問題に対する先見的な知識が乏しく、希求水準が緩く設定される場合、あるいはパラメータが必ずしも妥当でない値に設定されても、必ずパレート解が得られることが示されている。

#### 参考文献

- 1) Nishino, F. and Duggal, R. : DESIGN ANALYSIS OF CABLE NETWORKS, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol.115, No.12, December, 1989.
- 2) Geoffrion, A.M., Dyer, J.S. and Feinberg, A. : An Interactive Approach for Multi-criterion Optimization with an Application to the Operation of an Academic Department Management Sci, 19, pp.357~368, 1972.
- 3) Haimes, Y.Y., Hall, W.A. and Friedmann, H.T. : Multi-objective Optimization in Water Resources Systems, The Surrogate Worth Trade-Off Method, Elsevier Scientific, 1975.
- 4) 中山弘隆：滑らかな主観的凸計画法，計測自動制御学会論文集，14，pp.525~531，1978.
- 5) Benayoun, R., de Montgofier, J., Tergny, J. and Larishev, O. : Linear programming with Multiple Objective Function : Step Method (STEM), Mathematical Programming, 1-3, pp.366~375, 1971.
- 6) 高松・清水：多目的線形計画法の対話的解法 (RESTEM)，システムと制御，25-5，pp.307~315，1981.
- 7) 志水：多目的と競争の理論，共立出版，1982.
- 8) Spronk, J. : Interactive Multiple Goal Programming, Martinus Nijhoff Publishing, 1981.
- 9) 斎藤・堀井・依田：非線形目標計画法によるトラスの多目的最適化，土木学会第45回年次学術講演会論文集 (I) 第46号，pp.394~395，1990.
- 10) Suzuki, S., Matuda, S. : STRUCTURE/CONTROL DESIGN SYNTHESIS OF ACTIVE FLUTTER SUPPRESSION SYSTEM BY GOAL PROGRAMMING, AIAA-90-3325-CP, 1990.
- 11) 中山弘隆：目的計画に対する満足化トレードオフ法の提案，計測自動制御学会論文集，20，pp.29~35，1984.
- 12) 中山・古川：目的計画に対する満足化トレードオフ法とその土木構造物最適設計への応用，第9回システムシンポジウム講演論文集，pp.173~178，1983.
- 13) 亀廻井・杉本・山村：対話形式による数理最適設計支援システムの開発について，土木学会第45回年次学術講演会論文集 (I) 第46号，pp.402~403，1990.
- 14) 田村坦之編：大規模システム—モデリング・制御・意志決定—，昭晃堂，1986.
- 15) Nakayama, H. : Trade-off Analysis Based upon Parametric Optimization, in P. Korhonen, A. Lewandowski and J. Wallenius (eds.) Multiple Criteria Decision Support, Springer, pp.42~52, 1991.
- 16) Vanderplaats, G.N. and Sugimoto, H. : A GENERAL-PURPOSE OPTIMIZATION PROGRAM FOR ENGINEERING DESIGN, Computers and Structures, Vol.24, No.1, pp.13~21, 1986.
- 17) 杉本・山村：数理最適設計における初期値の改良について，第13回電算機利用に関するシンポジウム講演集，pp.67~72，1989，11.
- 18) Eschenauer, H., Koski, J. and Osyczka, A. : Multi-criteria Design Optimization, Springer-Verlag, 1990.

(1991.5.27 受付)

## A STUDY ON IMPROVED SATISFICING TRADE-OFF METHOD FOR STRUCTURAL DESIGN

Toshiaki KAMENOI, Hiroyuki SUGIMOTO and Hirotaka NAKAYAMA

Most of the structural optimization problems can be reasonably formulated as multiobjective problems. The satisficing trade-off method developed by one of the authors have been an effective method for those kinds of the problems. In this method, several times of the trade-off analysis are followed to solving the min-max problem. Although these analyses are important procedure in the multiobjective problem, the number of the analyses is required to be small for the efficiency. The method is studied and improved in this paper by introducing the nadir point and the satisficing parameters. By introducing these parameters, this improved method can reduce the number of the trade-off analyses. Several numerical examples are solved and show the effectiveness of the method of this paper.