

# 圧縮と曲げを受ける板要素の極限強度と有効幅公式

宇佐美勉\*・天雲宏樹\*\*

本研究の目的は、有効幅の概念を適用して圧縮と曲げを受ける断面の局部座屈強度を求める際に必要となる板要素の有効幅公式を、残留応力と初期たわみを考慮して求めようとするものである。すなわち、初期たわみと残留応力をもつ板要素に圧縮と曲げが作用したときの局部座屈強度曲線を弾塑性有限変位解析より求め、その強度曲線を基に前論文で著者が発表した有効幅公式を修正することにより、初期たわみと残留応力の関数として有効幅公式を求めようとするものである。

**Keywords :** plate, ultimate strength, local buckling, effective width, design

## 1. 緒 言

面内曲げと圧縮応力を受ける板要素は、はり-柱部材の腹板などにみられる。このような板要素の極限強度および座屈後の有効幅に関する研究は純圧縮に関する研究に比べればごく少ない<sup>1),2)</sup>。筆者の一人<sup>3)</sup>は弾性有限変位解析結果を基に、圧縮と曲げを受ける板要素の極限強度式および有効幅公式を提案し、圧縮と曲げを受ける箱形断面部材の局部座屈強度算定法を提案した。さらに、文献4)では、鋼圧縮部材の局部座屈と全体座屈の連成挙動解析に文献3)の有効幅公式を適用し、実験挙動をよく説明できることを示した。文献3)の研究では、残留応力については考慮されていなかったが、最近、奈良ら<sup>5),6)</sup>は残留応力および初期たわみを同時に考慮した弾塑性有限変位解析により圧縮と曲げを受ける板要素の極限強度を求める相関式を提案している。特別な場合として純曲げ状態を考えると、奈良らの求めた強度曲線は、残留応力がない場合は著者の強度曲線とほぼ一致するが、残留応力があるときは残留応力がないときより強度が上昇するという、興味ある結果が得られている。奈良らは、強度相関式のみを与えているため、圧縮と曲げに対する単独板要素の強度は求めることはできても、断面全体の強度は求めることが出来ない。

本研究の目的は、有効幅の概念を適用して圧縮と曲げを受ける断面の強度を求める際に必要となる板要素の有効幅公式を、文献3)で考慮されていなかった残留応力をも考慮して求めようとするものである。すなわち、初期たわみと残留応力をもつ板要素に圧縮と曲げが作用したときの強度曲線を弾塑性有限変位解析<sup>7)</sup>より求め、その強度曲線を基に文献3)で用いた有効幅公式を修正す

ることにより、初期たわみと残留応力の関数として有効幅公式を求めようとするものである。求められる有効幅公式は、文献4), 8)で適用したように、圧縮と曲げを受ける補剛板および箱形断面などの簡易強度およびその変動特性の推定に利用できる。

## 2. 圧縮と曲げを受ける板要素の極限強度計算方法

本論文では、Fig.1に示すような4辺単純支持の板要素が断面内に圧縮力と曲げを受ける場合の挙動を、初期たわみと残留応力を考慮して、有限要素法に基づく弾塑性有限変位解析<sup>7)</sup>によって求めた。解法の詳細および数値計算結果の精度などについては文献7)に譲るが、用いた要素は、1節点12自由度の3角形要素(面内変形に対しては定ひずみ要素、面外変形に対しては混合要素)であり、既往の数値計算結果に比較して十分な精度を持っている。材料は完全弾塑性体とし、仮定した残留応力分布および有限要素分割方法をFig.2に、初期たわみ形状をFig.1に示す。初期たわみ形状は、板要素の長さおよび幅方向とも半波の正弦曲線で仮定した。文献7)の計算方法では、軸方向圧縮力Pをまず与え、それを一定に保ちながら曲げモーメントMを増加させて、対応する平均曲率(載荷辺の回転角を板要素の長さの半分で除した量)を求めるようになっている。ただし計算は載荷辺の直線保持の仮定の基での変位制御で行うため、P、Mはいずれも載荷辺での反力となる。板要素の長さは、強度がほぼ最低になるように<sup>3)</sup>、板要素の長さをその幅の1/2とした。

計算過程の概略を示すと以下のようなになる。

- ① 純圧縮板を解析することにより最高荷重  $P_m$  を求める。
- ②  $P_i = (i-1)P_m/5$  を求める。ただし、 $i=1, 2, \dots, 5$ 。
- ③  $P_i$  に対するモーメント-軸力-平均曲率曲線

\* 正会員 D.Sc. 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科 (〒464-01 名古屋市中種区不老町)

\*\* 正会員 工修 日本道路公団福岡建設局 人吉工事事務所

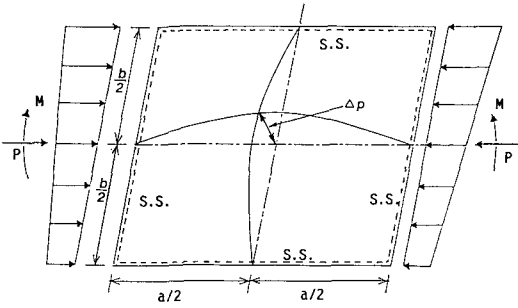


Fig.1 Simply Supported Plate in Compression and Bending

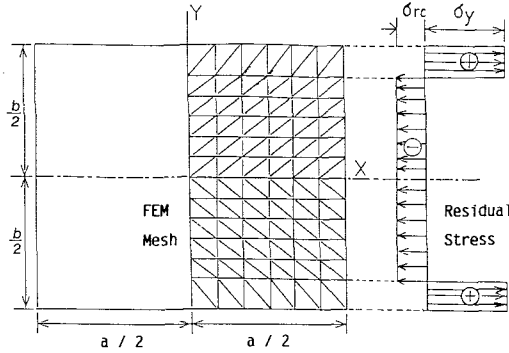


Fig.2 Assumed Residual Stress Pattern and FEM Mesh

(*M-P-Φ* 曲線) を求め、最高モーメント  $M_m$  を求める。

④ 次の量を求める。

$$\sigma_{1m}/\sigma_y = P_i/P_y + M_m/M_y \dots\dots\dots (1)$$

$$\sigma_{2m}/\sigma_y = P_i/P_y - M_m/M_y \dots\dots\dots (2)$$

$$\phi = (\sigma_{1m} - \sigma_{2m})/\sigma_{1m} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\sigma_y$  = 降伏応力、 $P_y$  = 全断面降伏軸力、 $M_y$  = 降伏モーメントである。

⑤  $i=1, 2, \dots, 5$  に対する  $\sigma_{1m}/\sigma_y$  を求め、応力勾配係数  $\phi$  に対してグラフにプロットする。

⑥ ラグランジェ補間より任意の  $\phi$  の時の強度  $\sigma_{1m}/\sigma_y$  を求める。

$\sigma_{1m}$ 、 $\sigma_{2m}$  は  $P_i$  および  $M_m$  から弾性挙動を仮定し求めた最大および最小縁応力であり、 $\phi$  はその勾配を表す。

計算に用いた材料定数およびパラメーターの範囲は Table 1 にまとめてある。数値計算結果は、極限強度曲線として  $\sigma_{1m}/\sigma_y$  を次式で定義される幅厚比パラメーターに対してプロットする。

$$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $k$  は座屈係数であり次式で近似できる。

$$k = \frac{8.4}{2.1 - \phi} \quad (0 \leq \phi \leq 1)$$

$$= 10\phi^2 - 13.73\phi + 11.36 \quad (1 \leq \phi \leq 2) \dots\dots\dots (5)$$

Table 1 Input Data Numerical Analysis

	Compression	Compression and Bending
	Young's modulus $E$	205 GPa
Yield stress $\sigma_y$	350 MPa	
Plate thickness $t$	10 mm	
Poisson's ratio $\nu$	0.3	
Aspect ratio $a/b$	0.5	
Residual stress $\sigma_{rc}/\sigma_y$	0.0, 0.1, 0.2 0.3, 0.4, 0.5	0.0, 0.3
Initial plate deflection $\Delta p/b$	1/150, 1/200 1/250, 1/300 1/500, 1/1000	1/150, 1/250 1/500

### 3. 純圧縮を受ける板要素

#### (1) 数値計算結果

まず、圧縮力のみを受ける板要素の強度を残留応力  $\sigma_{rc}/\sigma_y$  および初期たわみ  $\Delta p/b$  を Table 1 に示したように変化させてそれぞれの組合せに対して強度を計算した。

Fig.3 (残留応力を一定にして初期たわみを変化させた場合) および Fig.4 (初期たわみを一定にして残留応力を変化させた場合) に、計算結果の一部を  $\square \circ \square \triangle$  などです。図の縦軸は極限強度  $\sigma_m/\sigma_y = P_m/P_y$  を表わし、横軸は式 (4) で定義される幅厚比パラメーターである。ただし、Fig.3 および Fig.4 の場合は純圧縮であるので座屈係数は  $k=4.0$  である。

これらの図から次のことが分かる。

- 1) 残留応力がないときは、初期たわみの大きさにより強度が大きく変動するが、残留応力が大きくなるにつれて初期たわみの大きさによる強度の変動が小さくなる (Fig.3 参照)。
- 2) 初期たわみが 1/150 では、残留応力による強度の差がほとんどない。初期たわみが小さくなると残留応力の影響による強度の差が出てくるが、残留応力が概略 0.2  $\sigma_y$  以上となると残留応力の影響はかなり小さい (Fig.4 参照)。
- 3) 残留応力および初期たわみがともに小さいとき ( $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0$  のとき  $\Delta p/b \leq 1/200$ 、 $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.1$  のときには、 $\Delta p/b \leq 1/300$ ) には  $\sigma_m/\sigma_y - R$  関係は上方に凸の形となり、それ以外の時は、下方に凸の形となる。

#### (2) 近似強度曲線

数値計算によって得られた純圧縮板の強度から近似強度曲線を初期たわみおよび残留応力の関数として次に示すような方法で求めてみる。

まず、全断面降伏に達する (すなわち  $\sigma_m/\sigma_y = 1.0$  となる) 幅厚比パラメーターを  $R = R_{cro}$  と置いて  $R_{cro}$  を Fig.3 および Fig.4 から読みとってを Fig.5 のようにプロットし、これらに合う式として次式を求めた。

$$R_{cro} = A - B \cdot \ln(\Delta p/b) \leq 1.0 \dots\dots\dots (6)$$

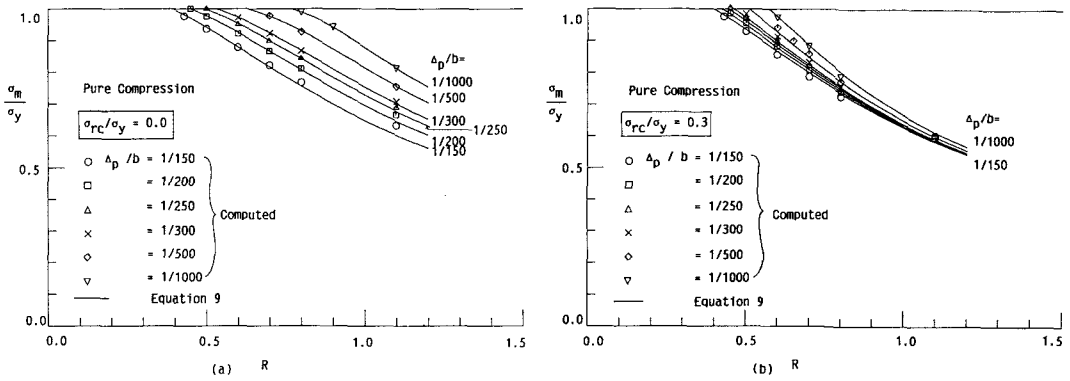


Fig.3 Comparison of Computed Maximum Strength and Proposed Strength Formula-Pure Compression and Constant Residual Stress

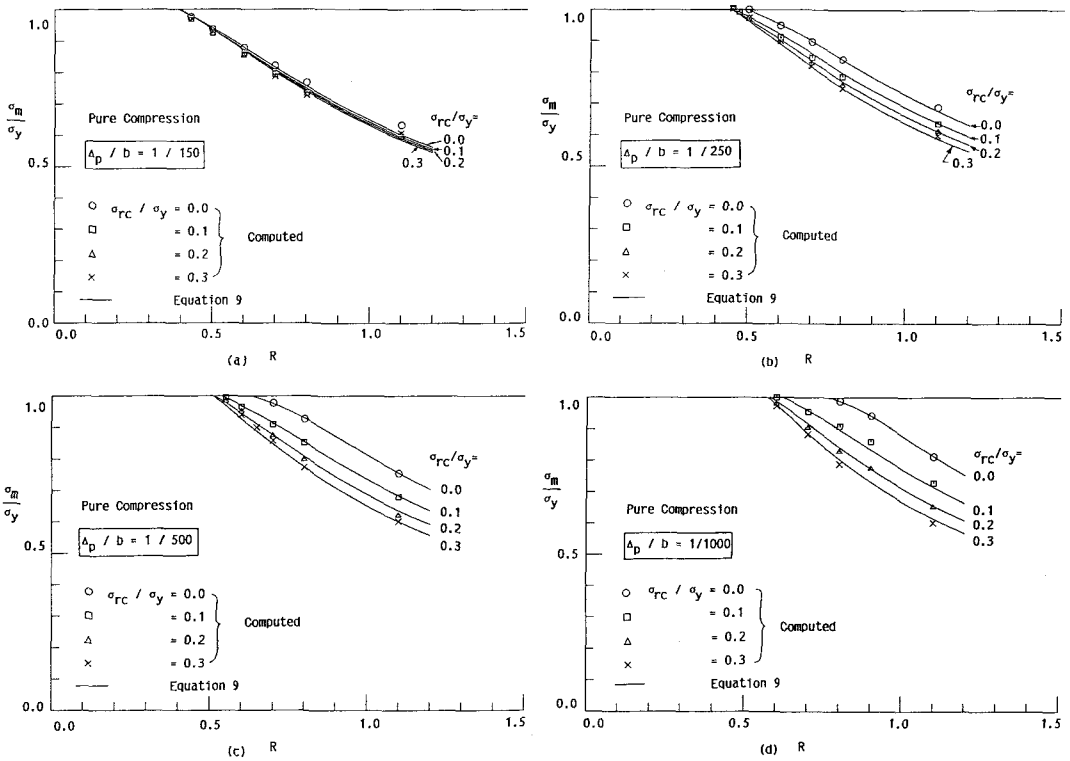


Fig.4 Comparison of Computed Maximum Strength and Proposed Strength Formula-Pure Compression and Constant Initial Deflection

ただし

$$1/3233 \leq \Delta_p/b \leq 1/150, 0 \leq \sigma_{rc}/\sigma_y \leq 0.5 \dots\dots(7)$$

ここに

$$A = -0.05 - 0.542 \cdot \exp(-11.9\sigma_{rc}/\sigma_y)$$

$$B = 0.09 + 0.107 \cdot \exp(-12.4\sigma_{rc}/\sigma_y) \dots\dots(8)$$

式(6)は $\Delta_p=0$ のとき計算不能になるが、 $R_{cro}=1.0$ となるときの $\Delta_p/b$ の値を限界値とする。その値は残留応力に依存するが、残留応力がないとき $\Delta_p/b=1/3233$

となり、残留応力が存在するとこの量はさらに小さくなる。したがって、式(6)の使用限界を式(7)のように規定した。

つぎに、任意の幅厚比に対する強度公式として未定数 $\bar{a}$ を含む式(9)を仮定し、 $\bar{a}$ を最小2乗法によって式(11)のように定めた。

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_y} = \frac{1}{2R} [\beta - \sqrt{\beta^2 - 4R}] \dots\dots(9)$$

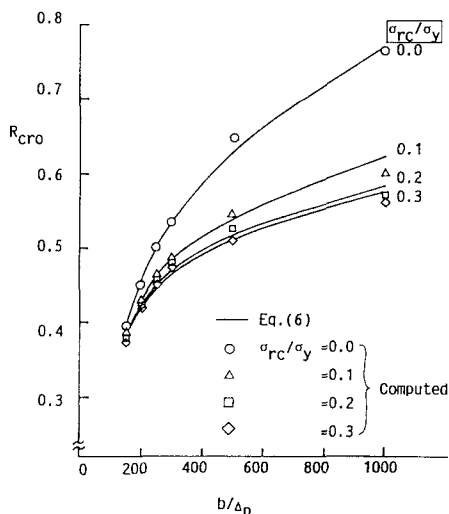


Fig.5 Plate Slenderness Parameter  $R_{cro}$  for  $\sigma_m/\sigma_y=1.0$

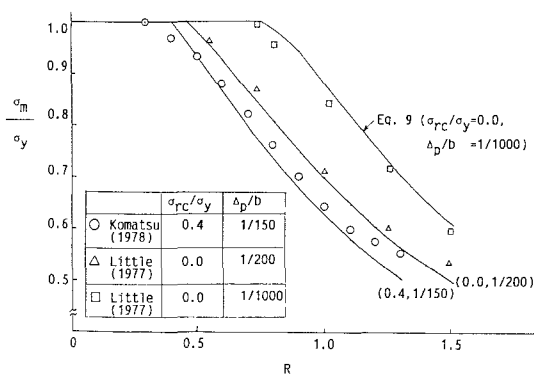


Fig.6 Comparison of Proposed Strength Formula and Existing Solutions.

$$\beta = 1 + \bar{\alpha}(R - R_{cro}) + R \dots\dots\dots (10)$$

$$\bar{\alpha} = -157 \left(\frac{\Delta_p}{b}\right) \left(\frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y}\right) + 43 \left(\frac{\Delta_p}{b}\right) + 1.2 \left(\frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y}\right) + 0.03 \dots\dots\dots (11)$$

Fig.3 および Fig.4 の実線は式 (9) を表わしており、非常に精度のよい式であることがわかる。なお、式 (9) は柱の強度曲線に用いられている Perry-Robertson 公式に形が似ているが、幅厚比パラメーター  $R$  に 2 乗がないことに注意すべきである。また、前述のように、残留応力および初期たわみが共に小さいときには、強度曲線は上に凸の形になるが、BS 5400<sup>9)</sup> または奈良<sup>5)</sup> が用いているような  $\sigma_m/\sigma_y = (R_{cro}/R)^x$  の形の式は常に下に凸となるため適当ではない。

(3) 既存の強度式との比較

上で求めた近似式を既存の種々の強度式と比較する。残留応力  $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.4$  および初期たわみ  $\Delta_p/b = 1/150$  のもとで数値計算を行い強度曲線を求めた小松・北田<sup>10)</sup>、および残留応力がなしで  $\Delta_p/b = 1/200, 1/1000$  の

Table 2 Magnitude of Equivalent Initial Imperfections

Author or Code	$\sigma_{rc}/\sigma_y$	$\Delta_p/b$	Comment
Fukumoto-Ito (1984) [M-curve]	0.0	1/463	Without Residual Stress
Winter (1988)	0.0	1/420	
Fukumoto-Ito (1984) [M-curve]	0.115 0.1 0.2	1/452 (1/398) (1/917)	With Residual Stress
Usami (1985)	0.334 0.1	1/3984 (1/375)	
Nara (1988) [M-curve]	0.0273	1/208 (1/843)	
Wolchuk (1980)	0.198 0.1	1/1777 (1/671)	
BS5400, Part3 (1982)	0.175 0.1	1/121 (1/125)	

Note: Values of  $\Delta_p/b$  in parentheses indicate the initial plate deflections determined with the fixed values of  $\sigma_{rc}/\sigma_y$ .

Little<sup>11)</sup>の結果を、式 (9) に同じ初期不整量を与えた式と比較したのが Fig.6 である。図からわかるように、提案式は、設計強度式としては十分の精度を持っていることがわかる。

次に実験結果より求められた強度式および設計示方書の強度評価式を式 (9) と比較することによりそれらの強度式を近似するような初期不整量を逆算してみる。計算は、 $\sigma_{rc}$  および  $\Delta_p$  を変数 (但し残留応力のないときは  $\Delta_p$  のみ) とする非線形最小 2 乗法によった。幅厚比パラメーター  $R$  は 0.5 から 1.4 まで 0.1 きざみずつ与えた。比較に用いる実験式として、残留応力のない板に対して福本・伊藤のデータベースより得られた平均値曲線<sup>12)</sup>、Winter の式<sup>1)</sup>、また残留応力のある板に対して福本・伊藤のデータベースより得られた平均値曲線<sup>12)</sup>、著者の式<sup>13)</sup>、奈良の式<sup>5),6)</sup>を用いた。設計基準式としては、AASHTO の改訂案<sup>14)</sup> および BS 5400<sup>9)</sup> を用いた。結果は、Table 2 に示す通りである。

残留応力のない場合、 $\Delta_p/b$  の最適値として両式ともほぼ同じような、しかも現実的な値<sup>2)</sup>である 1/450 前後の値が得られた。Fig.7 は、両式に対する最適初期たわみ量の平均値として  $\Delta_p/b = 1/450$  を与えたときの提案式と福本・伊藤および Winter の式を比較したものである。福本・伊藤の曲線と Winter の曲線がほぼ一致すること、提案式は十分満足できる式であることが同図よりわかる。なお、図中には、式 (9) の適用限界初期たわみ  $\Delta_p/b = 1/3233$  ( $R_{cro} = 1.0$ ) のときの提案式を Von Karman の強度式<sup>1)</sup>  $\sigma_m/\sigma_y = 1/R$  と比較もしてある。

残留応力のある場合には、求めるパラメーターは 2 個であるため、比較に用いる強度曲線が、提案式 (9) の形状に比べ著しく異なっているときには、必ずしも現実的な初期たわみおよび残留応力の値が得られるとは限らない。Table 2 の各比較強度式の第 1 段の値は、2 変数をパラメーターとして計算した最適値である。その他は、残留応力  $\sigma_{rc}/\sigma_y$  を 0.1 または 0.2 に固定して、初期た

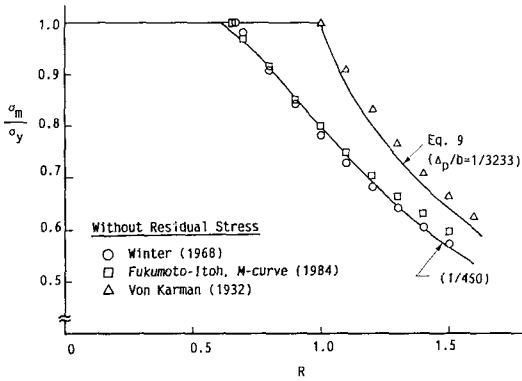


Fig. 7 Comparison of Proposed Strength Formula and Various Design Formulas-Pure Compression and without Residual Stress

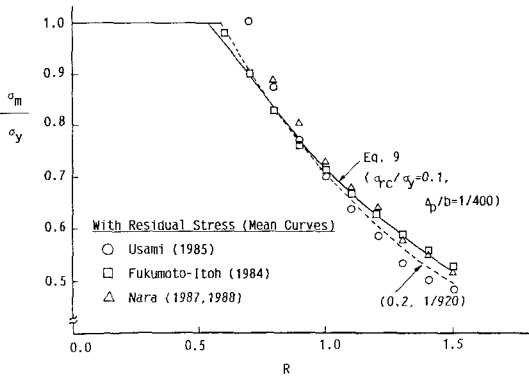


Fig. 8 Comparison of Proposed Strength Formula and Various Design Formulas-Pure Compression and with Residual Stress

わみのみを変数として計算した値である。2変数をパラメーターとした場合、福本・伊藤の場合にはほぼ現実的な値が得られているが、その他の場合には、初期不整量の実測値<sup>2)</sup>に比べかなり異なる値が得られている。これは前述のような理由による、残留応力の値を固定して初期たわみのみを最小2乗法によって求めた値は、より現実的な値になっている。一般に、残留応力のある板要素の圧縮耐荷力については、実験値の方が、実測初期不整量を考えた弾塑性有限変位解析結果より高くなる傾向にある<sup>7)</sup>ため、ここで得られた最適初期不整量が、実測初期不整量よりも多少小さい値になったものと思われる。

Fig.8は福本・伊藤の強度式との比較計算で得られた2種類の初期不整量から求められる提案強度式を、福本・伊藤の式、著者の式、奈良の式と比較したものである。福本・伊藤の式は、曲線の形状が提案式と非常に似ていることから適切な初期不整量が得られたことがわかる。著者の式と奈良の式はよく似た式であり、幅厚比パラメーターが小さいときはほぼ一致した値を与えるが、幅厚比が大きな領域で異なるため、最適初期不整量は大き

く異なったものと思われる。

#### 4. 圧縮と曲げを受ける板要素

前述の計算方法で求めた圧縮と曲げを受ける板要素の強度の数値計算結果をまず示し、それを基に、文献3)の圧縮と曲げを受ける板要素の有効幅公式を修正して、初期たわみと残留応力の関数として求める。

##### (1) 強度曲線

数値計算は Table 1 に示したパラメーターの範囲で行った。数値計算結果の一部を Fig.9 (残留応力のない場合) および Fig.10 (残留応力 $\sigma_{rc}/\sigma_y=0.3$ の場合) に  $\circ \square \triangle$  などで示す。ここで、縦軸は式(1)で表わされる強度、横軸は式(5)の座屈係数を用いて計算した幅厚比パラメーター  $R$  (式4)である。純圧縮状態を除いて、 $\sigma_{1m}/\sigma_y > 1.0$ の強度は存在するが、それらのデータは省略してある。なお、残留応力があり、初期たわみが小さいときには、純曲げ状態では解が収束しない場合があったため、小さい圧縮荷重(極限圧縮力  $P_m$  の5%程度)を与えて計算した。純曲げ状態での極限強度は、前述のようにラグランジェ補間によって補間関数を求めそれを外挿することにより求めた。これらの図より、残留応力のあるときは、無い時に比べ、応力勾配による強度曲線の変化が大きく、初期たわみの影響は、純圧縮の場合と同様に残留応力がない場合に顕著であり、残留応力が  $\sigma_{rc}/\sigma_y=0.3$  のときはあまり影響がないことなどがわかる。

##### (2) 有効幅公式の修正

文献3)では圧縮と曲げを受ける板要素は座屈後 Fig.11 に示す斜線部分が有効であると考え、有効幅  $b_{e1}$ ,  $b_{e2}$  を求める公式を提案している。ここでは、有効部分は文献3)と同様に考え、極限状態 (Fig.11の最大圧縮縁応力度  $\sigma_1$  が降伏応力  $\sigma_y$  に達する) での有効幅公式を前述 (Fig.9 Fig.10) の数値計算結果を基に、試行錯誤の上、次式に示すような初期たわみと残留応力の関数として表わした。

$$\frac{b_{e1}}{b} = \frac{\alpha}{4R} [\beta - \sqrt{\beta^2 - 4R}] \dots \dots \dots (12)$$

$$\beta = 1 + \bar{\alpha}(\bar{R} - R_{cro}) + \bar{R} \dots \dots \dots (13)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_{rc}}{0.3\sigma_y} \left(1 + 45 \frac{\Delta_p}{b} \phi\right) + \left(1 - \frac{\sigma_{rc}}{0.3\sigma_y}\right) \left(1 - \frac{\phi^2}{16}\right) \dots \dots \dots (14)$$

$\sigma_1, \sigma_2 \geq 0$  のとき

$$\frac{b_{e2}}{b} = (1 + \xi \cdot \phi) \frac{b_{e1}}{b} \dots \dots \dots (15)$$

$$\xi = \frac{\sigma_{rc}}{0.3\sigma_y} \left(0.59 - 86 \frac{\Delta_p}{b}\right) + \left(1 - \frac{\sigma_{rc}}{0.3\sigma_y}\right) \left(0.44 + 29 \frac{\Delta_p}{b}\right) \dots \dots \dots (16)$$

$$b_{e1} + b_{e2} \leq b \dots \dots \dots (17)$$

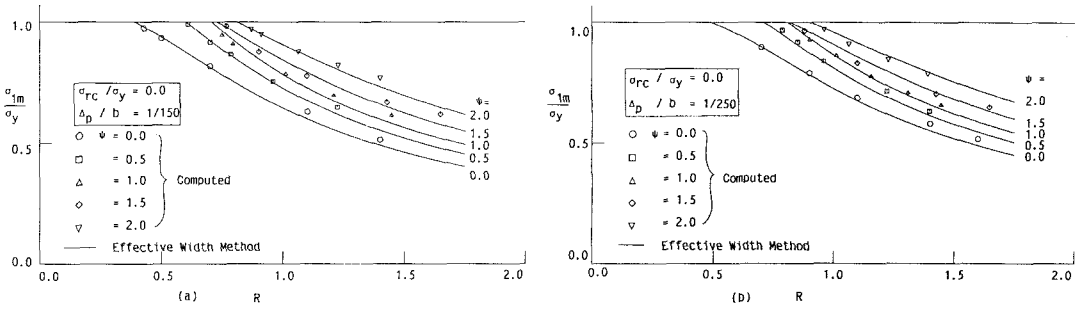


Fig.9 Maximum Strengths from FEM Analysis and Effective Width Approach-Compression and Bending, and without Residual Stress

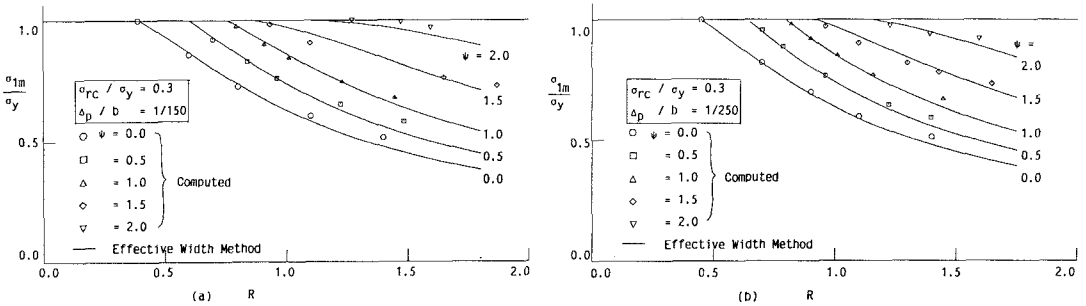


Fig.10 Maximum Strengths from FEM Analysis and Effective Width Approach-Compression and Bending, and with Residual Stress

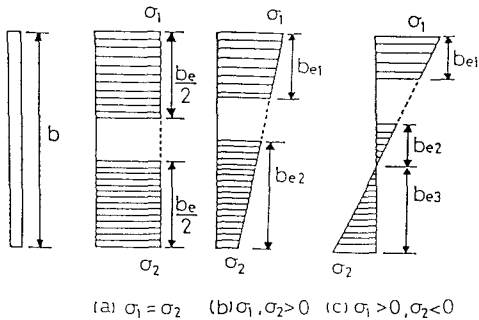


Fig.11 Effective Widths of Plate in Compression and Bending.

$\sigma_1 \geq 0, \sigma_2 \leq 0$  のとき

$$\frac{b_{e2}}{b} = (1 + \xi) \frac{b_{e1}}{b} \dots \dots \dots (18)$$

$$\xi = \frac{\sigma_{rc}}{0.3\sigma_y} \left( -0.68 - 86 \frac{\Delta_p}{b} + \frac{1.27}{\phi^2} \right) + \left( 1 - \frac{\sigma_{rc}}{0.3\sigma_y} \right) \left( -0.53 + 29 \frac{\Delta_p}{b} + \frac{0.97}{\phi^3} \right) \dots \dots \dots (19)$$

$$b_{e1} + b_{e2} \leq b_c = b/\phi \dots \dots \dots (20)$$

ここで

$$\phi = (\sigma_y - \sigma_2) / \sigma_y \dots \dots \dots (21)$$

上式中の  $\bar{R}$  は応力勾配係数  $\phi$  を用いて式 (4), (5) から計算した幅厚比パラメーターである。また、式 (13)

中の  $\bar{\alpha}$ ,  $R_{cro}$  はそれぞれ式 (11), 式 (6) で表わされる。式 (12)~(21)の適用範囲は以下のようなのである。

$$0 \leq \sigma_{rc} / \sigma_y \leq 0.3 \quad 1/500 \leq \Delta_p / b \leq 1/150 \dots \dots \dots (22)$$

式 (12)~(21)中の  $\sigma_2$  は最小縁応力である。注意すべきことは、 $\phi$  は有効幅理論に用いられる (すなわち断面欠損を考えた) 応力勾配係数であり、さきに定義した応力勾配係数  $\phi$  (式3) は軸方向圧縮力  $P$  および曲げモーメント  $M$  を断面欠損を考慮しないで弾性理論を用いて応力に変換したときの勾配である。従って上式中の  $\bar{R}$  も先に定義した幅厚比パラメーター  $R$  とは異なる。また、式 (12)~(21)は、 $\sigma_{rc} = 0$  および  $\sigma_{rc} = 0.3\sigma_y$  に対して計算した結果を直線内挿した式である。

式 (12)~(21)は極限状態 ( $\sigma_1 = \sigma_y$ ) での有効幅公式であるが、任意状態での有効幅公式は式 (12), (13)での幅厚比パラメーター  $\bar{R}$  を  $\sqrt{\sigma_1 / \sigma_{cr}}$  に、式 (21)中の  $\sigma_y$  を  $\sigma_1$  にそれぞれ置き換えることによって求められる。ここで、 $\sigma_{cr}$  は圧縮と曲げを受ける板要素の弾性座屈応力 (ただし、応力勾配係数は  $\phi$  を用いる) である。

提案有効幅公式から圧縮と曲げを受ける板要素の極限強度 ( $\sigma_1 = \sigma_y$  のときの強度) を文献3)に示した同様な方法によって求め、プロットしたものが Fig.9, Fig.10の実曲線である。残留応力があって応力勾配係数  $\phi$  が大きいときは、有限要素解と有効幅公式によって求められた強度式は多少の差があるが、全般的にみて精度は十

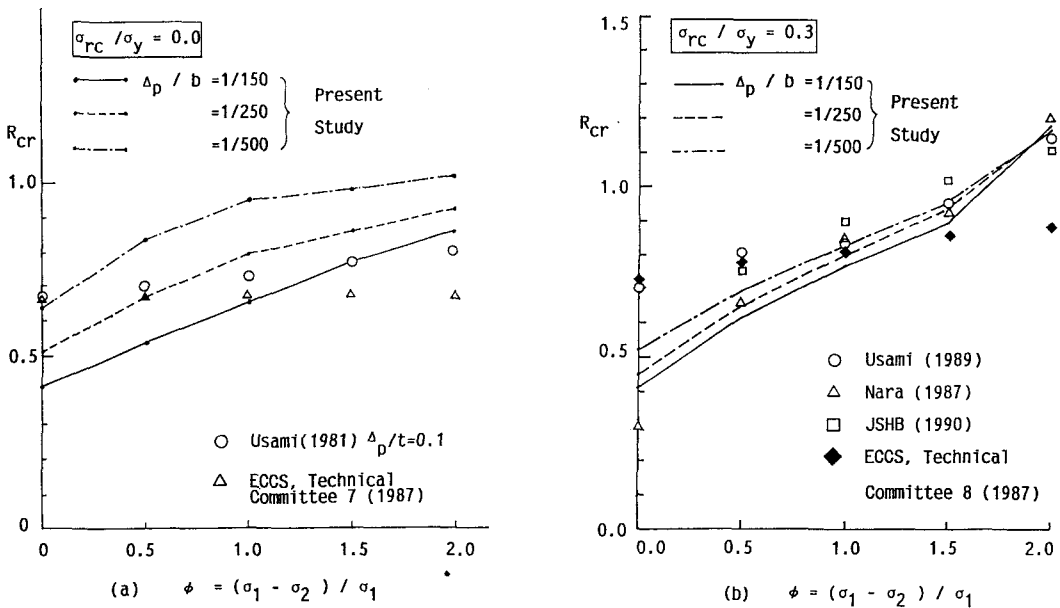


Fig.12 Plate Slenderness Parameter  $R_{cr}$  for  $\sigma_{lm}/\sigma_y=1.0$

分であると思われる。

Fig.12 (a), (b) は、有効幅公式より求められた、 $\sigma_{lm}/\sigma_y=1.0$  となる時の幅厚比パラメーター  $R$  すなわち  $R_{cr}$  を応力勾配係数  $\phi$  (この場合には断面欠損がないので  $\phi=\phi$ ,  $\bar{R}=R$ ) に対してプロットし、既存の結果と比較したものである。既存の結果として、残留応力の無いときには、著者<sup>3)</sup>、および冷間加工材に対する ECCS の式<sup>15)</sup>、残留応力があるときには、著者<sup>8)</sup>、奈良<sup>5)</sup>、道路橋示方書 (JSHB) <sup>16)</sup>、および溶接構造物に対する ECCS の式<sup>17)</sup> を取り上げた。これらの図より次のことがわかる。

- 1) 残留応力がある場合 (Fig.12 (b)) に比べ、残留応力がない場合 (Fig.12 (a)) には、計算より求めた  $R_{cr}$  は初期たわみの大きさに対してかなり敏感である。
- 2) 初期たわみ  $\Delta_p/b$  が  $1/150$  のときには、 $R_{cr}$  は残留応力がある場合のほうが、無い場合よりも大きくなるが、 $1/500$  になると  $\phi=2$  の場合を除いて、その関係が逆になる。初期たわみが  $1/250$  の場合には、 $\phi=2$  の場合を除いて、ほぼ同じ程度の  $R_{cr}$  の値が得られている。
- 3) 残留応力がない場合、著者が前論文<sup>3)</sup> で求めた  $R_{cr}$  は ECCS の値に近い値を与えているが、一般的に、今回の計算で求めた  $R_{cr}$  とは、整合しない傾向にある。これは、前論文では、初期降伏を板の極限状態としているため、応力勾配があるときは、強度を低く見積もりすぎるためであろうと思われる。

- 4) 残留応力がある場合、奈良<sup>5)</sup>の結果は、純圧縮の場合を除いて、計算値と良く一致する。著者<sup>8)</sup>、および道路橋設計示方書<sup>16)</sup>の値は、純圧縮の場合に多少計算値より高い値を与えるものの、一般的に計算値の傾向を良くとらえている。また、ECCS <sup>17)</sup>の値は、応力勾配が大きいとき、計算値に比べかなり低い。

### 5. 結 言

本研究では、初期たわみと残留応力をもつ板要素に圧縮力または圧縮と曲げが作用したときの極限強度曲線を弾塑性有限変位解析より求め、その強度曲線を初期たわみと残留応力の関数として表わした。さらに、圧縮と曲げを受ける場合について、文献3)の公式を修正して、初期たわみおよび残留応力の関数として有効幅公式を求めた。求められた有効幅公式は、圧縮と曲げを受ける補剛板および箱形断面などの簡易強度およびその変動特性の推定に利用できると思われる<sup>4),8)</sup>。数値計算で考えたパラメーターの範囲は、Table 1 に示す通りである。この研究によって得られた結論をまとめると以下のようになる。

#### 純圧縮板

- 1) 残留応力がないときは、初期たわみの大きさにより強度が大きく変動するが、残留応力が大きくなるにつれて初期たわみの大きさによる強度の変動が小さくなる (Fig.3 参照)。
- 2) 初期たわみ  $\Delta_p/b$  が  $1/150$  では、残留応力による強度の差がほとんどない。初期たわみが小さくな

ると残留応力の影響による強度の差が出てくるが、残留応力が概略  $0.2 \sigma_y$  以上となると残留応力の影響はかなり小さい (Fig.4 参照).

- 3) 残留応力および初期たわみがともに小さいとき ( $\sigma_{rc}/\sigma_y=0$  のとき  $\Delta_p/b \leq 1/200$ ,  $\sigma_{rc}/\sigma_y=0.1$  のときには,  $\Delta_p/b \leq 1/300$ ) には  $\sigma_m/\sigma_y - R$  関係は上方に凸の形となり, それ以外の時は, 下方に凸の形となる.
- 4) 近似強度式を式 (6)~(11) のように, 初期たわみおよび残留応力の関数として表わした.
- 5) 実験強度式および設計示方書の強度評価式に含まれる初期不整 (初期たわみおよび残留応力) の大きさを, 提案強度式を基に推定した結果 Table 2 に示す.

#### 圧縮と曲げを受ける板

- 6) 残留応力のあるときは, 無い時に比べ, 応力勾配による強度曲線の変化が大きく, 初期たわみの影響は, 純圧縮の場合と同様に残留応力がない場合に顕著であり, 残留応力が  $\sigma_{rc}/\sigma_y=0.3$  のときはあまり影響がない (Fig.10 参照).
- 7) 有効幅公式を初期たわみおよび残留応力の関数として式 (12)~(21) のように表わした.
- 8) 残留応力がある場合 (Fig.12 (b)) に比べ, 残留応力がない場合 (Fig.12 (a)) には, 計算より求めた  $R_{cr}$  (最大圧縮縁応力が降伏応力に達する幅厚比パラメーター) は初期たわみの大きさに対してかなり敏感である.
- 9) 初期たわみ  $\Delta_p/b$  が  $1/150$  のときには,  $R_{cr}$  は残留応力がある場合のほうが, 無い場合より大きくなるが,  $1/500$  になると  $\phi=2$  の場合を除いて, その関係が逆になる. 初期たわみが  $1/250$  の場合には, 純曲げの場合を除いて, ほぼ同じ程度の  $R_{cr}$  の値が得られている.
- 10) 残留応力がない場合, 著者が前論文<sup>3)</sup> で求めた  $R_{cr}$  は ECCS<sup>15)</sup> の値に近い値を与えているが, 全般的に今回の計算で求めた  $R_{cr}$  とは, 整合しない傾向にある. これは, 前論文では, 初期降伏を板の極限状態としているため, 応力勾配があるときは, 強度を低く見積もりすぎるためであろうと思われる.
- 11) 残留応力がある場合, 奈良<sup>5)</sup> の結果は, 純圧縮の場合を除いて, 計算値と良く一致する. 著者<sup>8)</sup>, および道路橋設計示方書<sup>16)</sup> の値は, 純圧縮の場合に多少計算値より高い値を与えるものの, 全般的に計算値の傾向を良くとらえている. また

ECCS<sup>15)</sup> の値は, 応力勾配が大きいとき, 計算値に比べかなり低い.

#### 参 考 文 献

- 1) Galambos, T.V. ed : Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 4th. ed., John Wiley & Sons, 1987.
- 2) 福本啓士編 : 座屈設計ガイドライン, 土木学会, 1988.
- 3) Usami, T. : Postbuckling of Plates in Compression and Bending, J. Structural Division, Proc. ASCE. Vol.108, ST3, 1982.
- 4) 宇佐美勉・福本啓士 : 鋼圧縮部材の連成座屈強度実験と有効幅理論による解析, 土木学会論文報告集, 第 326 号, 1982 年 10 月.
- 5) 奈良敬・小島治雄・津田真・小松定夫 : 面内曲げと圧縮を受ける鋼板の極限特性に関する研究, 土木学会論文集, 第 386 号 / I-8, 1987 年 10 月.
- 6) 奈良敬・津田真・福本啓士 : 面内曲げと圧縮を受ける鋼板の極限強度の評価法に関する研究, 土木学会論文集, 第 392 号 / I-9, 1988 年 4 月.
- 7) 宇佐美勉・土屋信洋・大谷恭弘・福本啓士 : 薄板集成短柱の弾塑性有限変位解析, 土木学会論文集, 第 362 号 / I-4, 1985 年 10 月.
- 8) Usami, T. : A Simplified Analysis of the Strength of Stiffened Box Members in Compression and Bending, J. Const. Steel, Research, Vol.17, No.3, 1990.
- 9) British Standard Institution : BS 5400, Steel, Concrete and Composite Bridges, Part 3, Code of Practice for Design of Steel Bridges, 1982.
- 10) 小松定夫・北田俊行 : 初期不整を有する圧縮板の極限強度特性に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 270 号, 1978 年 2 月.
- 11) Little, G.H. : Rapid Analysis of Plate Collapse by Live Load Minimization, Int. J. Mech. Sci., Vol.19, 1977.
- 12) Fukumoto, Y, and Itoh, Y. : Basic Compressive Strength of Steel Plates from Data Base, Proc. JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., No.344, April, 1984.
- 13) 宇佐美勉・土屋信洋・福本啓士 : 鋼圧縮部材の連成座屈挙動の理論的研究, 土木学会論文集, 第 362 号 / I-4, 1985 年 10 月.
- 14) Wolchuk, R. and Mayrbourl, R.M. : Proposed Design Specification for Steel Box Girder Bridges, Rep. No.FH-WA-TS 80-205, U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, 1980.
- 15) ECCS-Technical Committee 7 : European Recommendations for the Design of light Gauge Steel Members, ECCS, 1987.
- 16) 日本道路協会 : 道路橋設計示方書・同解説, 1990 年 2 月.
- 17) Dubas, P. and Gehri, E. ed. : Behaviour and Design of Steel Plated Structures, ECCS-Technical Committee 7, ECCS, 1986.

(1990.12.13 受付)



---

## ULTIMATE STRENGTH AND EFFECTIVE WIDTH OF PLATES IN COMPRESSION AND BENDING

Tsutomu USAMI and Hiroki TENKUMO

It has been recognized that the effective width concept is an efficient way to compute the strength of locally buckled thin-walled members. In a previous paper, an effective width formula for a plate in combined compression and bending was presented. The formula was derived from the numerical results of elastic post-buckling analysis of plates subjected to eccentric loading in its plane. The present paper is aimed to extend the previous study. An elastic-plastic large displacement FEM analysis has been utilized to compute the ultimate strength of simply supported steel plates in compression and bending. The plate is assumed to have initial out-of-flatness as well as residual stresses. Based on an extensive numerical study, a new effective width formula has been derived as a function of both the magnitudes of initial out-of-flatness and the compressive residual stress. The formula could be used to predict the strength variations of various cross-sectional members in combined compression and bending.

---