

交通混雑を考慮した観測リンク交通量からのOD交通量推計モデル

楊 海*・朝倉康夫**・飯田恭敬***・
佐佐木綱****

本研究では観測リンク交通量から交通混雑を考慮したOD交通量推計モデルを提案する。具体的には、従来の一般化最小二乗法による推計モデルから出発し、ネットワーク均衡問題を制約条件とする推計モデルに展開・拡張し、利用者の経路選択率を内生化したOD交通量推計モデルを提案する。またモデルの数値解法を示すとともに、簡単な数値計算例を用いてその妥当性を明らかにする。

Keywords: O-D matrices, traffic counts, bilevel programming, user-equilibrium

1. はじめに

観測リンク交通量を用いてOD交通量を推計するモデルがこれまでに数多く提案されている。その代表的なモデルとしてはエントロピー最大化^{1),2)}、最尤推定法³⁾⁻⁵⁾、残差平方和最小化法⁶⁾⁻⁸⁾、ベイズ推論法⁹⁾等がある。この分野の研究成果については、飯田・高山¹⁰⁾、高山¹¹⁾、Cascetta and Nguyen¹²⁾らによって詳しくレビューされている。これらのモデルは一般に式(1)のように表すことができる。

$$\min F_1(t, \hat{t}) + F_2(v, \bar{v}) \quad (1)$$

subject to

$$v = M(t) \quad (2)$$

ここに、 $\hat{t} = [\dots, \hat{t}_w, \dots]^T$: ターゲットOD交通量ベクトル、 \hat{t}_w : ODペア $w \in W$ 間の交通量、 W : ODペア集合;

$\bar{v} = [\dots, \bar{v}_a, \dots]^T$: 観測リンク交通量ベクトル、 \bar{v}_a : リンク $a \in \bar{A}$ 上の観測交通量、 \bar{A} : 観測リンク集合;

t, v : それぞれ推計すべきOD交通量ベクトルとそれに基づく配分リンク交通量ベクトル;

$F_1(t, \hat{t}), F_2(v, \bar{v})$: それぞれベクトル t, \hat{t} および v, \bar{v} 間の一般化距離あるいは誤差を表す関数(例えば、エントロピー距離関数²⁾、ユークリッド距離関数⁶⁾);

$v = M(t)$ は t を v に写像する関数であり、交通混雑を考えるか否かによって特定の配分原則に依存する。

交通混雑による利用者経路選択への影響が小さい場合、flow-independentな多経路比例配分モデル(例えば、Dial確率配分モデル²³⁾)が利用され、式(2)は次のよ

うに特定化できる。

$$v = Pt \quad (3)$$

ここで、 $P = [p_a^w]$ は配分比例行列といい、その要素 p_a^w ($a \in \bar{A}, w \in W$) はODペア w 間の交通量がリンク a を利用する割合を表す。

$v = Pt$ が利用者の経路選択を正確に反映しており、また観測交通量誤差がない場合、配分リンク交通量を観測リンク交通量に一致させ、 $F_2(v, \bar{v}) = 0$ とすることが考えられる。よって、次のタイプのモデルが得られる。

$$\min F_1(t, \hat{t}) \quad (4)$$

subject to

$$Pt = \bar{v} \quad (5)$$

従来の推計モデルの多くは式(1)、(3)で示す線形比例配分に基づくモデルタイプ、あるいは式(4)、(5)で示す確定的方程式を制約条件とするモデルタイプに属している。

Flow-independentな比例配分を用いる場合、推計モデルはシングルな凸計画問題として定式化され、数学的に容易に解くことができる。特にモデルの統計的性質を解析的に求められるという利点がある^{6),7),12)-14)}。

しかしながら、Flow-independentな交通量配分に基づく推計モデルには経路選択率の整合性に問題が残されている。すなわち、固定的に与えた経路選択率を用いて観測リンク交通量からOD交通量を推計するのに対し、OD交通量は常に利用者均衡配分によってネットワークに割り当てられている。このため利用者均衡配分で得られる経路選択率はOD交通量推計において先決した経路選択率と異なろう。さらに、経路選択率を固定値とした等式制約条件(5)は、交通量の観測誤差と配分比例行列を特定化する際に生じる誤差等によって実行可能解を持たない場合もあるため、観測交通量データ等に対して事前処理を施す必要がある^{2),15)}。

このような問題点を解決するために、ネットワーク均

* 学生会員 工修 京都大学大学院博士課程
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部土木工学教室

*** 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室

**** 正会員 工博 京都大学教授 工学部環境地球工学専攻

衡を OD 交通量推計過程に取り込み、利用者の経路選択率を内生的に決定するいくつかの方法が提案された。

Erlander et al³⁷⁾, Fisk and Boyce³⁸⁾ は観測交通量データを用いて分布・配分統合モデルのパラメータを推定することにより、OD 交通量を求める手法を提案した。河上ら³⁹⁾ は Fisk and Boyce のモデル³⁸⁾ を拡張し、分布・分担・配分統合モデルという形で交通手段別 OD 交通量を推定している。また赤松・高木⁴⁰⁾ は需要変動型利用者均衡モデルを逆解析し、均衡 OD コストと OD 交通量を同時推定するモデルを提案した。ただし、前者の方法では観測リンクフローに含まれる情報をトータルコストに集計化した形で扱っているため、OD パターンの分布およびトータル発生・集中交通量に関する情報を追加する必要がある。また後者の方法では OD ペアごとに需要関数を設定しており、需要関数の設定方法に問題が残ると言える⁸⁾。

Nguyen¹⁶⁾ は均衡交通量配分を行ったときのリンク交通量が観測リンク交通量に一致するように OD 交通量を求めるモデルを提案した。ただし、Nguyen のモデルでは、OD 交通量が一意的に定まらないため、OD 交通量の選択基準を表す第二の目的関数を追加する必要がある¹⁷⁾。また楊・佐佐木¹⁸⁾ は、Nguyen のモデルと同じ前提条件のもとで、OD 交通量がより簡単な方法で求められることを示している。

Fisk^{19), 20)} は、Willumsen のエントロピー最大化による OD 交通量推計モデル²⁾ を交通混雑が存在する場合に拡張し、観測リンク交通量と利用者均衡問題を制約条件とする推計モデルを提案した。

Fisk のモデルにおいては、観測リンク交通量が利用者均衡条件を満足するものとして、確定的制約条件としてモデルに組込まれている。また Nguyen のモデルでは、OD 間の所要時間を計算するためにすべてのリンクに対する観測データを必要としている。しかし実際には、これらの条件を満たすことは非常に難しいであろう。

現実のネットワークにおいては、交通量の不規則変動および観測誤差等によって、リンク交通量の観測データはフロー保存条件を満足しない場合がありうる。また観測データはフロー保存条件を満たしても、利用者均衡条件を満足するとは限らない^{18), 21), 22)}。そうした場合、Fisk のモデルにおいては実行可能解は存在しない。また Nguyen のモデルでは配分リンク交通量が観測リンク交通量に一致するような OD 交通量を求めることはできない¹⁸⁾。したがって、これらのモデルを実際に応用するためには、まず交通量の観測データに対する事前処理を実施しなければならない。しかしこれまでの研究では、誤差を含んだ観測データからフロー保存条件を満たすようなリンク交通量を求めるいくつかの有効な方法が提案されたものの^{21), 15)}、観測リンク交通量が利用者均衡条件

を満たすか否か、また満足しなければ、如何に観測データから均衡条件を満たすようなリンク交通量を求めるかについては、大きな課題として残っている¹⁸⁾。

したがって本研究では、交通混雑を考慮した、観測リンク交通量からの新たな OD 交通量推計モデルを提案する。具体的には利用者均衡条件をモデルに取り入れ、ターゲット OD 交通量と観測リンク交通量データのランダム特性、すなわち誤差を考慮したモデルを目指す。この目的を達成するために、flow-independent な交通量配分に基づく式 (1), (3) で示す推計モデルを、利用者均衡問題を制約条件とする推計モデルに展開・拡張する。その結果として推計モデルは 2 レベル計画問題として定式化される。上位問題は式 (1) で示す一般化距離あるいは誤差を最小にし、下位問題は通常の利用者均衡問題である。またモデルの数値解法を提示するとともに、従来の 2 レベル計画問題を解くための方法との区別を明らかにする。最後に簡単な計算例を用いて、数値解法の妥当性を説明する。

2. OD 交通量推計の 2 レベル最適化モデル

ここでは、まず従来の一般化最小二乗法 (generalized least squares: GLS) による推計モデルを混雑するネットワークの場合に適用できることを示す。GLS 法の持つ特徴の一つは、観測リンク交通量データと OD 交通量データの信頼性に応じてそれらを統合し、同一の目的関数に組み込むことができる点にある^{6), 7), 11), 12)}。

ターゲット OD 交通量 \hat{t}_w , $w \in W$ が OD サンプル調査あるいは重力モデル等によって推計されているとする。OD 交通量 \hat{t} とリンク交通量 \hat{v} を確率変数として、真実 OD 交通量 t と配分リンク交通量 v に関する次の関係式

$$\hat{t} = t + \zeta \dots \dots \dots (6)$$

$$\hat{v} = v + \eta \dots \dots \dots (7)$$

が成り立つものとする。ここで、 ζ と η はそれぞれ OD サンプル調査と交通量観測データの誤差を表すランダムベクトル変数であり、 $E(\zeta) = 0$, $E(\eta) = 0$ とする場合が多い^{6), 7), 12)}。

タイプ (1) に属する GLS 推計モデルは推計 OD 交通量とターゲット OD 交通量、また配分リンク交通量と観測リンク交通量との二乗残差加重平方和を最小にするように定式化される⁶⁾。

GLS :

$$\min (\hat{t} - t)^T U^{-1} (\hat{t} - t) + (\hat{v} - v)^T W^{-1} (\hat{v} - v) \dots \dots (8)$$

ここで、 U , W は加重マトリックスであり、一般にそれぞれランダムベクトル ζ , η の分散・共分散マトリックスとして与えられている。

従来の研究では、 t , v について式 (3) で示す線形関係式を用いてきた^{6), 7), 12)}。そのような flow-indepen-

dentな交通量配分が利用者の経路選択を正確に表しており、また $E(\zeta)=0, E(\eta)=0$ という仮定が成立すれば、以上の GLS による推定量は真実 OD 交通量の最良線形不偏推定量 (best linear unbiased estimate) であることを示すことができる^{6),12)}。

本研究では、利用者の経路選択が利用者均衡原理に従うものと仮定する。つまり各 OD ペア間の利用者は起終点間の最短経路を選択し、次の様な均衡関係を満足する。

$$\begin{cases} u_r = u_w & \text{if } f_r > 0 \\ u_r \geq u_w & \text{if } f_r = 0 \end{cases} \quad r \in R_w, w \in W \quad (9)$$

ここで、

f_r = 経路 r の交通量

u_w = OD ペア $w \in W$ の最短経路時間

u_r = 経路 $r \in R$ の所要時間

$$u_r = \sum_{a \in A} c_a(v_a) \delta_{ar}$$

$$\delta_{ar} = \begin{cases} 1 & \text{経路 } r \text{ がリンク } a \text{ を通るとき} \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

A = ネットワークのリンク集合

R_w = OD ペア w 間の有効経路集合

$$R = \{R_w : w \in W\}$$

$c_a(v_a)$ = リンクコスト関数：リンク交通量に対して単調増加な連続関数とする。

周知のように式 (9) で示す利用者均衡 (user-equilibrium : UE) 条件は次の非線形計画問題の最適性条件と等価である²³⁾。

UE :

$$\lim_v \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} c_a(x) dx \quad (10)$$

subject to

$$\sum_{r \in R_w} f_r = t_w \quad w \in W \quad (11)$$

$$f_r \geq 0 \quad r \in R \quad (12)$$

ここで、

$$v_a = \sum_{r \in R} f_r \delta_{ar}$$

したがって、以上で述べた GLS サブモデルと UE サブモデルを統合することにより、OD 交通量を推計するための 2 レベル最適化モデル (bilevel optimization model : BOM) が得られる。

BOM :

$$\min_t (\bar{t} - t)^T U^{-1} (\bar{t} - t) + (\bar{v} - v)^T W^{-1} (\bar{v} - v) \quad (13)$$

$$\text{subject to } t \geq 0 \quad (14)$$

where v solves

$$\min_v \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} c_a(x) dx \quad (15)$$

subject to

$$\sum_{r \in R_w} f_r = t_w \quad w \in W \quad (16)$$

$$f_r \geq 0 \quad r \in R \quad (17)$$

3. モデルの説明

ここに定式化したモデルは、次のような一般的な形で表すことができる。

$$\min_t F(t, v(t)) \quad (18)$$

subject to

$$G(t, v(t)) \leq 0 \quad (19)$$

where $v(t)$ is obtained by solving

$$\min_v f(t, v) \quad (20)$$

subject to

$$g(t, v) \leq 0 \quad (21)$$

この問題は上位決定変数 t を持つ leader と下位決定変数 v をもつ follower からなる Stackelberg 問題²⁶⁾ であり、次の特徴をもつことがわかる。

① 上位問題の目的関数 $F(t, v)$ は変数 t と変数 v に関して狭義な凸関数である。また与えられた上位決定変数 t に対して、下位問題の目的関数 f はその決定変数 v に関して狭義な凸関数である。さらに上・下位問題の制約条件 (G, g) も凸である。この様な問題を Bard は凸 2 レベル最適化問題と呼んでいる²⁴⁾。

② この凸 2 レベル計画問題は実行可能解をもっている。特に観測リンク交通量データがフロー保存条件あるいは利用者均衡条件を満足しなくても、解の存在性は保証できる。したがって、モデルの投入データに対する事前処理を施す必要はない。

③ ネットワークリンクの一部分で交通量が観測されていればモデルは推計可能である (ただし、これまで記述を簡潔にするために、 \bar{v} と v が同じ次元を持つ、つまり $\bar{A} = A$ として考えた、一部のリンクのみで交通量が観測され、つまり $\bar{A} \subset A$ の場合においては、式 (8) あるいは式 (13) 第二項のリンク交通量に関する距離あるいは誤差は観測リンクのみに対して定義すれば良い)。また経路選択率は内生的に決定され、求める OD 交通量とリンク交通量は利用者均衡条件を満たす。

このように提案したモデルは種々の特徴をもっているが、一方、その解としての OD 交通量 t の推計精度はターゲット OD 交通量 \bar{t} の値に大きく依存するであろう。なぜならば、 \bar{t} の大きさは上位問題の目的関数 $F_1(t, \bar{t})$ 、 $F_2(v, \bar{v})$ の間にトレードオフを生じさせるからである。従来の研究では、ターゲット OD 交通量は真実 OD 交通量の不偏推計量 (式 (6) の $E(\zeta)=0$) であると仮定しており、もしそれが成立すれば問題はないが、実際にはその条件を満足しないことが多いであろう。すなわち、ターゲット OD 交通量 \bar{t} は常に真実 OD 交通量 t の過小推計量 ($E(\zeta) < 0$) である。この過小推計は、ターゲット OD 交通量が過去に調査されたものであれば時

間の経過に伴う総トリップ数の増加, 現時点の OD サンプル調査によるものであれば, 調査漏れによる誤差などと解釈することができる^{5), 11), 12)}. したがってこの場合, 観測リンク交通量からターゲット OD 交通量の更新が期待できるものの, モデルは系統的なバイアスをもった推計 OD 交通量を与えることになる。

この問題を解決するために, 上位問題の目的関数を置き換えることが考えられる. 例えば, 式(8)で示すユークリット距離関数の代わりに, 次のようなエントロピー距離関数を用いることが考えられる²⁵⁾.

$$\min_i \sum_{w \in W} t_w \left\{ \log \left(\frac{t_w}{\bar{t}_w} \right) - 1 \right\} + \gamma \sum_{a \in A} v_a \left\{ \log \left(\frac{v_a}{\bar{v}_a} \right) - 1 \right\} \dots\dots\dots(22)$$

このエントロピー目的関数は同様に t, \bar{t} および v, \bar{v} 間の誤差を表すと解釈することができる^{25), 26)}. パラメータ γ は OD 交通量データ \bar{t} と観測交通量データ \bar{v} の相対的信頼度を反映する加重パラメータであり, その特定化の方法については Brenninger-Gothe ら²⁵⁾ によって詳しく述べられている. よって, パラメータ γ の値を適当に選べば, 推計精度の向上が期待できよう.

以上のほかに種々の目的関数が考えられるが, ここではトータル OD 交通量に関する制約条件を導入し, 上位問題の目的関数を修正することを考える¹⁰⁾.

まず既存ターゲット OD 交通量 \bar{t} を用いて単位 OD 交通量分布パターン \bar{t}^0 はつぎのように求められる.

$$\bar{t}^0 = [\dots, \bar{t}_w^0, \dots]^T, \quad \bar{t}_w^0 = \frac{\bar{t}_w}{\sum_{w \in W} \bar{t}_w} \dots\dots\dots(23)$$

\bar{t}^0 と推計すべき OD 交通量 t を用いてターゲット OD 交通量 \bar{t} を次のものとする.

$$\bar{t} = \mu \bar{t}^0, \quad \mu = \sum_{w \in W} t_w \dots\dots\dots(24)$$

ここで, μ は推計すべきトータル OD 交通量を表す変数である.

さらに, マトリックス

$$H = \begin{bmatrix} \bar{t}_1^0 & \bar{t}_1^0 & \dots & \bar{t}_1^0 \\ \bar{t}_2^0 & \bar{t}_2^0 & \dots & \bar{t}_2^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{t}_m^0 & \bar{t}_m^0 & \dots & \bar{t}_m^0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(25)$$

(m は OD ペア数を表す) を導入すると, トータル OD 交通量に関する制約条件を内生化するように, 式(8)で示す目的関数は次のように修正される.

Modified BOM (MBOM) :

$$\begin{aligned} \min F(t, v) &= (Ht - \bar{t})^T U^{-1} (Ht - \bar{t}) + (\bar{v} - v)^T W^{-1} (\bar{v} - v) \\ &= t^T Gt + (\bar{v} - v)^T W^{-1} (\bar{v} - v) \dots\dots\dots(26) \end{aligned}$$

ここで, $G = (H - I)^T U^{-1} (H - I)$, $I =$ 単位マトリックス. この様な目的関数に対する修正は, 偏差のないあるいは

は偏差の少ない OD 交通量を求めようとするものである. ただし, 推計に用いる分散・共分散マトリックス U, W は推計精度にも影響するので, 如何に与えるかも重要である. これらの情報が利用できない場合, 単位マトリックス, またはターゲット OD 交通量, 観測リンク交通量の既知値を対角線要素とする対角マトリックスとしてもそれほど問題はない^{6), 26)}.

4. 数値解法

Stackelberg 問題による定式化は交通計画分野においてもすでに多くの研究がみられる^{27)~32)}. なかでも利用者均衡制約下での最適ネットワーク形成問題を取り扱ったものが多数ある^{28)~30)}. しかし Stackelberg 問題の大域的最適解を求めるための有効なアルゴリズムは存在しないのが現状である^{24), 28), 32)}. このため “inner-outer algorithm” あるいは “optimization-assignment algorithm” とよばれるヒューリスティックな方法が良く用いられてきた. 本研究でも次に述べるヒューリスティックな解法を採用するが, その妥当性および従来のアルゴリズムとの区別を後ほど明らかにする.

基本的な考え方は上位問題と下位問題を繰り返して解くことにより, 元の問題の解を得ようとする方法であり, 以下のように書くことができる.

- Step 0. Initialize $P^{(0)} = [p_w^{(0)}]; k := 0$.
- Step 1. Find $t^{(k+1)}$ using $P^{(k)}$.
- Step 2. Determine $P^{(k+1)} = [p_w^{(k+1)}]$ using $t^{(k+1)}$.
- Step 3. Stopping criterion is met then stop; else let $k := k+1$ and go to Step 1.

Step 0 において初期値 $P^{(0)}$ はターゲット OD 交通量 \bar{t} をネットワークに配分することにより得られる.

Step 1 において OD 交通量は従来の方法で解析的に求めることができる. 例えば, BOM の上位問題は通常の最小二乗法問題となり, その解は次のように書くことができる⁶⁾.

$$t^{(k+1)} = (U^{-1} + P^{T(k)} W^{-1} P^{(k)})^{-1} (U^{-1} \bar{t} + P^{T(k)} W^{-1} \bar{v}) \dots\dots\dots(27)$$

また式(26)で示す修正モデルの解は次のようになる.

$$t^{(k+1)} = (G + P^{T(k)} W^{-1} P^{(k)})^{-1} P^{T(k)} W^{-1} \bar{v} \dots\dots\dots(28)$$

Step 2 において Frank-Wolfe 法とよばれる凸結合アルゴリズムを用いて各 OD 交通量をネットワークに配分し, OD 交通量の経路利用率を求める.

Step 3 において OD 交通量 $t^{(k+1)}$, $t^{(k)}$ の相対変化率を収束判断基準とする. つまり,

$$\max_w |t_w^{(k+1)} - t_w^{(k)}| / t_w^{(k)} \leq \epsilon \dots\dots\dots(29)$$

であるならば終了. ここで ϵ は適当な小さな正数である. この数値解法は Hall³³⁾, Fisk¹⁹⁾ によって提案された

アルゴリズムに基づくものであるが、Hall, Fisk は観測リンク交通量を式 (5) で示すような確定的制約条件 (ただし P は均衡配分によって求める) として OD 交通量のエントロピー最大化モデルに取り入れたのに対し、本研究では観測リンク交通量を確率値として残差平方和で示す目的関数に組み入れた点で上位問題の定式化とその数値解法は異なる。

従来の 2 レベル最適化問題を解くためのヒューリスティックな解法は上位問題と下位問題を切り離し、下位問題の決定変数を固定して上位問題を解くステップと、上位問題の決定変数を固定して下位問題を解くステップとの交互的な反復解法である。このアルゴリズムは Cournot-Nash 均衡問題に忠実な解法となつてはいるものの、下位問題を制約条件とする Stackelberg 問題に最適解を与えるとは限らないことが明らかにされている^{32), 34)}。本研究で用いるアルゴリズムでは、上位問題と下位問題を繰り返して解くという点で従来の “optimization-assignment algorithm” と共通であるが、それと異なる一つの重要な点に注意すべきである。すなわち、上位問題を解くたびに下位問題の決定変数 v は固定しておらず、 $v = Pt$ (ただし P は前回で求められたもの) という関係式をもって上位問題の決定変数 t に従って変化するという点である。このような応答関係は Stackelberg 問題の定式化のもつ leader-follower という関係を明示的に考慮したことを意味している。

本アルゴリズムは事実上 descent-type であるようなアルゴリズムとして次のように解釈することができる。

ネットワーク均衡問題に関する感度分析結果⁴¹⁾ により、均衡フローパターンは OD 交通量に対して連続的に変化することから、以下ではリンク交通量 (あるいはリンク利用率) の OD 交通量に対する微係数を用いて説明をする (ただし、厳密に言えば、連続性が微分可能性の充分条件ではないため、劣微分を用いるべきである)。

モデル BOM の上位問題の目的関数より

$$\nabla_t F(t, v(t)) = 2(t - \bar{t})^T U^{-1} + 2(v(t) - \bar{v})^T W^{-1} \nabla_t v(t) \dots\dots\dots (30)$$

が容易に得られることはわかる。均衡フロー $v(t)$ の OD 交通量 t に対する微分は Tobin and Friesz³⁵⁾ によって提案されたネットワーク均衡フローの感度分析方法を用いて求めることができるが、それはやはり膨大な計算量が必要である。ここではこれらの微分の近似値を求めることを示そう。

$$v(t) = P(t) \text{ or } v_a(t) = \sum_{w \in W} t_w p_w^a(t) \quad a \in \bar{A}$$

より

$$\frac{\partial v_a(t)}{\partial t_w} = p_w^a(t) + \sum_{w' \in W} t_{w'} \frac{\partial p_{w'}^a(t)}{\partial t_w} \dots\dots\dots (31)$$

が得られる。また、

$$z_w^a(t) = \sum_{w' \in W} t_{w'} \frac{\partial p_{w'}^a(t)}{\partial t_w} \dots\dots\dots (32)$$

$$Z(t) = [z_w^a(t)] \dots\dots\dots (33)$$

とすると、

$$\nabla_t v(t) = P(t) + Z(t) \dots\dots\dots (34)$$

$$\begin{aligned} \nabla_t F(t, v(t)) = & 2(t - \bar{t})^T U^{-1} + 2(v(t) - \bar{v})^T W^{-1} P(t) \\ & + 2(v(t) - \bar{v})^T W^{-1} Z(t) \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

となることがわかる。

$p_w^a(t)$ の明示的な関数形は一般的にはわからないため、 $Z(t) = [z_w^a(t)]$ の正確な数値を定めることはできない。つまり式 (35) 右辺の第三項は計算できない。しかし、数値計算では、目的関数全体の降下方向に着目すればよく、勾配 $\nabla_t F(t, v(t))$ の符号を変えずに近似値を求めれば良い。初期値とするターゲット OD 交通量が真実 OD 交通量に近ければ、探索範囲は最適解の近傍にとどまり、 $t_w (\partial p_w^a(t) / \partial t_w)$, $w \in W$ は微小となる。したがって、この場合には、式 (35) 右辺第三項、つまり $2(v(t) - \bar{v})^T W^{-1} Z(t)$ が全体の降下方向決定に与える影響は極めて小さく、計算上省略できる。また $p_w^a(t)$ そのものは前回で得られた値で近似して良い。

結局、数値アルゴリズムの各反復では次のような微分近似値を用いることになる。

$$\nabla_t v(t) \approx p \dots\dots\dots (36)$$

$$\begin{aligned} \nabla_t F(t, v(t)) \approx & 2(t - \bar{t})^T U^{-1} + 2(Pt - \bar{v})^T W^{-1} P \\ & \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

ここで、 P は前回の計算で得られたものである。

数値計算の繰り返し操作では、 $P(t)$ を前回求めた値に固定して、式 (37) で示す $\nabla_t F(t, v(t))$ をゼロとおいて OD 交通量 t を求めている。このアルゴリズムが収束するならば、収束点近傍では、OD 交通量の変化はほとんどなく、式 (35) 右辺第三項 $2(v(t) - \bar{v})^T W^{-1} Z(t)$ はほぼゼロであり、式 (37) を等号と考えてよい。つまり式 (37) の微分の近似値の収束点は $\nabla_t F(t, v(t))$ の真実値に一致する。すなわち、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \nabla_t F(t^{(k)}, v(t^{(k)})) \rightarrow 0 \dots\dots\dots (38)$$

ここで、リンクフローを OD 交通量の陰関数として考えているので、式 (14) で示す非負制約条件が非アクティブ (active) な制約条件であれば、最適解の必要条件は式 (38) がゼロになることである。したがって、このアルゴリズムから最適 OD マトリックスが効率的に求められると考えられる。

以上のように、本研究で用いるアルゴリズムは従来の “optimization-assignment algorithm” と異なることはすでに明らかであろう。すなわち、従来のアルゴリズムでは上位問題を解くたびに下位問題の決定変数を固定

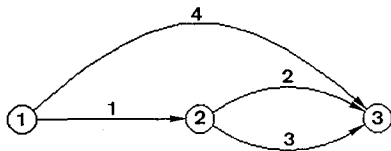


Fig.1 Test network.

Table 1 Data for test network.

Link cost function	Target 0-D matrix	Observed link flows
$c_1 = 20 + v_1$	1→3	$\bar{v}_2 = 25$
$c_2 = 10 + 2v_2$	$\bar{t}_{13} = 30$	$\bar{v}_3 = 30$
$c_3 = 25 + v_3$	2→3	$\bar{v}_4 = 40$
$c_4 = 40 + v_4$	$\bar{t}_{23} = 30$	

($\nabla v(t) = 0$) したため、Cournot-Nash 均衡解に収束するが、Stackelberg 均衡解になるとは限らない。

一方、本アルゴリズムではリンク利用率 $P = [p\%]$ を求めるために、ネットワークの経路フローパターンを求める必要がある。しかし Wardrop 均衡問題ではリンクフローパターンは一意的に定まるが、経路フローパターンはそうではない^{23), 35)}。提案したモデルにおいては上位問題の目的関数が OD 交通量 t とそれに対応するリンクフローパターン v の凸関数として定義され、また与えられる t に対して v が一意的に決まるため、理論的には経路フローパターンが一意的に決まらなくても、問題の大域的最適解は経路選択率によらないことが明らかである。しかしアルゴリズムの繰り返し計算過程では、上位問題を解くための経路選択率に関する情報が必要であり、均衡経路フローパターンの選択を行う必要がある。

本研究では一意的なリンクフローパターンを与える特定の経路フローパターンを選ぶことにしている。すなわち、Frank-Wolfe 法を用いた交通量配分の繰り返し操作で、前後繰り返し計算における all-or-nothing 配分の経路フローパターンを記録し、それをリンクフローパターンと同様に凸結合させる³⁵⁾。したがって、配分の終了段階では各リンクフローの OD 内訳が記録され、OD 交通量ごとのリンク利用率が得られる。このような凸結合法によって経路フローパターンを求めるとき、アルゴリズムは極めて速やかに最適解に収束することが数値計算実験によって確認されている。

5. 数値計算実験

以上で述べたヒューリスティックなアルゴリズムの妥当性を数値的な面から確かめるために、簡単なネットワークを用いた数値計算結果を紹介する。用いたネットワークは Fig.1 に示す 2 OD (1→3, 2→3), 4 リンクから構成されるものである。リンクコスト関数、ターゲット OD 交通量 t および観測リンク交通量 \bar{v} は Table 1 に

Table 2 Numerical results for test network.

Iteration number (k)	Case 1			Case 2			Case 3		
	t_{13}	t_{23}	F	t_{13}	t_{23}	F	t_{13}	t_{23}	F
0*	30.00	30.00	425.89	70.00	80.00	5240.1	10.00	10.00	2798.3
1	37.64	36.56	246.53	36.77	36.90	246.50	38.12	36.68	298.58
2	37.43	36.69	246.49	37.29	36.60	246.52	38.19	36.11	247.98
3	37.40	36.75	246.39	37.41	36.74	246.45	37.56	36.57	246.85
4	37.42	36.73	246.43	37.52	36.63	246.37	37.50	36.65	246.49
5				37.48	36.64	246.34	37.51	36.64	246.36

Optimal solutions $t_{13} = 37.24$ $t_{23} = 36.99$ $F = 246.14$

Note: 0* representing different initial values, stopping tolerance $\epsilon = 0.001$.

示されている。

リンク交通量の観測データとリンクコスト関数を用いてリンク 2 とリンク 3 の所要時間を計算するとそれぞれ $c_2(\bar{v}_2) = 60$, $c_3(\bar{v}_3) = 55$ が得られた。明らかに観測誤差等によって $c_2(\bar{v}_2) \neq c_3(\bar{v}_3)$ となるため、均衡交通量配分でこのようなリンクフローを生じるような OD マトリックスはありえない。したがって、観測リンク交通量を確定的制約条件とし、かつ利用者均衡をベースとした Fisk¹⁹⁾, Nguyen¹⁶⁾ 等の推計モデルはこのネットワーク例に適用できない。また本ネットワークでは部分リンクのみでフローが観測されているため、全リンクフローの観測値を必要とする推計モデルも適用できないことが明らかである。

さて本研究で提案したモデル BOM を用いて OD 交通量を求めてみよう。簡単のために、加重マトリックス U , W をそれぞれ (2×2) と (3×3) の単位マトリックスとする。またこの計算例では、OD 交通量の最適解は解析的に求めることができる。

Table 2 はアルゴリズムを用いて三つの異なる初期値からの解の収束状況を示している。明らかに提案したヒューリスティックな解法は初期値によらず、4~5 回の繰り返しで解析的に求めた厳密解に収束することがわかる。

以上のように簡単なネットワークを用いてアルゴリズムの大域的最適性を確かめることができたが、モデルの推計特性についてはさらに調べる必要がある。ただし、提案したモデルは非線形 2 レベル最適化問題として定式化されているため、その統計的性質を解析的に求めることは非常に難しい。この点については、筆者らは数値シミュレーションによって、モデルの推計パフォーマンスについて考察を行っている。これらの数値計算結果の詳細については別の機会に報告する。

6. おわりに

本研究では交通混雑を考慮した観測リンク交通量からの OD 交通量推計モデルを提案した。定式化した問題は利用者均衡問題を制約条件としてもつ 2 レベル計画問題である。

提案したモデルは交通混雑が利用者の経路選択に与える影響、観測リンク交通量およびターゲット OD 交通

量に含まれるランダム誤差を明示的に考えたところで従来の推計モデルと異なる。このような定式化の考え方はモデルに次のような特徴を持たせることになる。①道路網の一部リンクで交通量が観測されれば、OD交通量は推計可能である。②利用者の経路選択は均衡条件を満足し、内生的に決定される。③観測リンク交通量が誤差を含むまたは利用者均衡条件を満足しない場合においても、モデルは実行可能解を与える。

さらに問題を解くために、ヒューリスティックな繰り返しによる解法を示し、従来の2レベル問題を解くための反復解法との区別を明らかにした。すなわちStackelberg問題のもつleader-followerという関係を本アルゴリズムで明示的に考えた点である。また簡単な数値計算例によって、ヒューリスティックな解法の大域的収束性を確かめることができた。

したがって、本モデルは交通混雑が経路選択に与える影響が大きい、または観測リンク交通量とターゲットOD交通量の投入データに誤差が含まれる場合に適用可能なものであろう。

ただし、モデルの適用計算では膨大な計算量と記憶容量が必要であるため、より効率的なアルゴリズムの開発が必要である。また実際規模のネットワークを用いた数値的検証が必要である。異なる上位問題の目的関数を用いる場合、モデルの推計特性に関する相互比較分析も行うべきである。これらについては将来の研究課題としたい。

最後に、本論文の作成にあたって、京都大学工学部の秋山孝正講師、川崎雅史助手に有益な助言をいただきまた本論文の査読委員の皆様から貴重なコメントをいただいた。ここに記して深く謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 井上博司：スクリーンライン調査によるOD表の精度の検定及びOD表の修正法，交通工学，Vol.12，No.6，pp.11~19，1977。
- 2) Van Zuylen, J.H. and Willumsen, L.G. : The most likely trip matrix estimated from traffic counts, *Transpn. Res.* 14B, pp.281~293, 1980.
- 3) 井上博司：交通量調査資料を用いたOD交通量の統計的推計法，土木学会論文報告集，No.332，pp.85~94，1983。
- 4) Spiess, H. : A maximum likelihood model for estimating origin/destination matrices, *Transpn. Res.* 21B, pp.395~412, 1987.
- 5) 飯田恭敬・高山純一：傾向変動を考慮したリンク交通量によるOD交通量推計法，土木学会論文集，No.383/IV-7，pp.83~91，1987。
- 6) Cascetta, E. : Estimation of trip matrices from traffic counts and survey data : A generalized least squares estimator, *Transpn. Res.* 18B, pp.289~299, 1984.
- 7) Bell, M.G.H. : The estimation of origin-destination matrices by constrained generalized least squares method, *Transpn. Res.* 25B, pp.13~22, 1991.
- 8) 飯田恭敬・高山純一：リンクフロー観測値を用いた一重制約型重力モデルによるOD交通量推計法，交通工学，Vol.26，No.1，pp.27~39，1991。
- 9) Maher, M.J. : Inferences on trip matrices from observations on link volumes : A Bayesian statistical approach, *Transpn. Res.* 17B, pp.435~447, 1983.
- 10) 飯田恭敬・高山純一：リンクフローによるOD交通量推計モデル，第18回土木計画学講習会テキスト，pp.97~118，1987。
- 11) 高山純一：リンクフロー観測値に基づいた道路網交通需要分析モデルに関する方法論的研究，京都大学学位論文，1988。
- 12) Cascetta, E. and Nguyen, S. : A unified framework for estimating or updating origin/destination matrices from traffic counts, *Transpn. Res.* 22B, pp.437~455, 1988.
- 13) Bell, M.G.H. : Variance and covariance for origin-destination flows when estimated by log-linear models, *Transpn. Res.* 18B, pp.497~507, 1984.
- 14) 楊海・飯田恭敬・佐佐木綱：観測リンク交通量に基づくOD交通量推計の信頼度評価法，土木学会論文集，No.419/IV-13，pp.87~94，1990。
- 15) Van Zuylen, J.H. and Branston, D.M. : Consistent link flow estimation from counts, *Transpn. Res.* 14B, pp.281~293, 1982.
- 16) Nguyen, S. : Estimating an OD matrix from network data : A network equilibrium approach, Publication 87, Center de recherche sur les Transports, Universite de Montreal, 1977.
- 17) Gur, Y.J. et al. : Estimation of an origin-destination trip table based on observed link volumes and turning movement volume : technical report. Dep. Transpn., Washington, D.C., 1980.
- 18) 楊海・佐佐木綱：ネットワーク均衡に基づく観測リンクフローからのOD交通量推計法に関する検討，土木計画学研究・論文集，No.9，pp.29~36，1991。
- 19) Fisk, C.S. : On combining maximum entropy trip matrix estimation with user optimal assignment *Transpn. Res.* 22B, pp.66~79, 1988.
- 20) Fisk, C.S. : Trip matrix estimation from link traffic counts : The congested network case. *Transpn. Res.* 23B, pp.331~356, 1989.
- 21) 井上博司：シャドウ・コスト概念による観測交通量からのOD交通量の推計，土木学会論文集，No.401/IV-10，pp.41~50，1989。
- 22) 高山純一・飯田恭敬：周期変動を考慮した実測交通量による交通需要推計法，土木計画学研究・論文集，No.1，pp.43~50，1984。
- 23) Sheffi, Y. : Urban transportation networks : equilibrium analysis with mathematical programming methods, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1985.
- 24) Bard, J.F. : Convex two-level optimization, *Mathematical Programming* 40, pp.15~27, 1988.
- 25) Brenninger-Gothe M. Jornsten K.O. and Lundgren J.T. : Estimation of origin-destination matrices from traffic counts using multi-objective programming formulations, *Transpn. Res.* 23B, pp.257~269, 1989.

- 26) 高山純一・飯田恭敬・小林光二：リンク観測交通量に基づく各種 OD 推計法のモデル構造比較，土木学会第 42 回 年次学術講演会講演概要集，No. 4，pp.128～129，1987.
- 27) Iida, Y., Hasegawa, T., Asakura, Y. and Shao, C.F. : A formulation of on-ramp traffic control system with route guidance for urban expressway, IFAC control in Transportation Systems, pp.229～236, 1989.
- 28) Marcotte, P. : Network design problem with congestion effects : A case of bilevel programming, Mathematical Programming, 34, pp.142～146, 1986.
- 29) 佐佐木綱・朝倉康夫：OD 需要の変動を内生化した最適道路網計画モデル，土木学会論文集，No. 383/Ⅳ-7，pp. 93～102，1987.
- 30) Asakura, Y. and Sasaki, T. : Formulation and feasibility test of optimal road network design model with endogenously travel demand, Proc. of the 5th WCTR, pp.351～365, 1990.
- 31) Suh, S., Park, C.H. and Kim, T.J. : A highway capacity function in Korea : Measurement and calibration, Transpn. Res. 24A, pp.177～186, 1990.
- 32) Fisk, C.S. : Game theory and transportation systems modeling, Transpn. Res. 18B, pp.301～313, 1984.
- 33) Hall, M.D. *et al.* : SATURN ; A simulation assignment model for the evaluation of traffic management schemes, Traffic Eng. & Control 21, pp.168～176, 1980.
- 34) Friesz, T.L. and Harker, P.T. : Properties of the iterative optimization-equilibrium algorithm, Civ. Eng. Sys., Vo.2, pp.142～154, 1985.
- 35) Tobin, R.L. and Friesz, T.L. : Sensitivity analysis for equilibrium network flows, Transpn. Sci., Vol.22, pp.242～250, 1988.
- 36) 志水清孝：多目的と競争の理論，共立出版，pp. 210～215，1982.
- 37) Erlander, S., Nguyen, S. and Stewart, F. : On the calibration of the combined distribution-assignment Model, Transp. Res. 13B, pp.259～267, 1979.
- 38) Fisk, C.S. and Boyce, D.E. : A note on trip matrix estimation from link traffic count data, Transpn. Res. 17B, pp.245～250, 1983.
- 39) 河上省吾・広島康裕・陸化普：複数交通手段を考慮した観測リンク交通量に基づく OD 交通量推定法，土木計画学研究・論文集，No. 8，pp. 57～64，1990.
- 40) 赤松隆・高木淳：観測リンク交通量からのネットワーク均衡コスト推定法，土木計画学研究・講演集，No. 12，pp. 527～534，1989.
- 41) Dafermos, S. and Nagurney, A. : Sensitivity analysis for the asymmetric network equilibrium problem, Mathematical Programming 28, pp.174～184, 1984.

(1991. 2. 20 受付)

A BILEVEL PROGRAMMING MODEL FOR ESTIMATING ORIGIN-DESTINATION MATRICES FROM TRAFFIC COUNTS WITH CONGESTION EFFECTS

Hai YANG, Yasuo ASAKURA, Yasunori IIDA and Tsuna SASAKI

Conventional methods for estimating origin-destination (O-D) trip matrices from link traffic counts assume that route choice proportions are given constants. In a network with realistic congestion levels, this assumption does not hold. This paper shows how the existing methods such as generalized least squares technique can be integrated with user equilibrium assignment in the form of a convex bilevel optimization problem. The existence of measurement errors and time variations in the observed link flows are explicitly taken into account. The feasibility of the model is always guaranteed without requirement of data preprocessing. A heuristic solution algorithm is presented and illustrated with a numerical example.