

鑄鉄管の残留応力について

正 員 薄 川 正 一*
 准 員 勝 田 良 雄**

本文は近年阪神上水道市町村組合において 再度にわたり発生した 鑄鉄管の破裂事故の原因を探究せんとする一連の研究のうち、鑄鉄管の残留応力に関する理論解析及び 実測結果の概要を記し、大口径鑄鉄管においては大概 4.5 kg/mm² の残留応力度が生じうることを確かめ、少なくとも大口径管においては焼鈍を行うべきであることを述べたものである。

1. 緒 言

鑄鉄管が起す破裂事故の原因については、種々考えられる所であるが、その1つとして残留応力の影響があげられよう。さきに発表された例¹⁾もあるが、本組合で行った残留応力度の実測及び理論解析をここに報告する。

鑄鉄管の残留応力度は鑄造後の冷却工程における不均等冷却に伴う変形によつて生ずる応力が常温において鉄管中に残存したものである。今 図-1 のごとく鑄造物冷却の温度時間曲線が概念的に示されたとすれば T_e 以下の状態において両曲線間には温度差 ΔT_e が存在し、このため両曲線上にのる部分の収縮が境界の束縛または相対束縛により歪度を生じ、一般に残留応力を生ずると考えらる。鑄鉄管においては内面は外面より多く収縮せんとして束縛されるため一般に引張応力、外面には圧縮応力を生ずる。

鑄鉄管の冷却工程中の温度時間曲線が実測により作られたが、最も遅く冷却された部分が 400°C に達したときの各部の温度を示すと 表-1, 2 の通りであつて、鉄管の内外面及び 管為中央部の温度は (1) 式によりほぼ満足されるようである。すなわち T_{1e} を内面温度 T_{2e} を外面温度、 T を任意点の温度、 $2b$ を管の外径、 $2a$ を管の内径、 r を管軸より任意点までの距離とすれば、

$$T = T_{2e} + (T_{1e} - T_{2e}) \sqrt{\frac{b-r}{b-a}} \dots\dots\dots (1)^2$$

表-1 によれば鑄鉄管鑄造後の内外面の温度差は 50°C 程度と考えられる。

表-1

| 測定部位 | 内面 | 管 中 心 | 外面 | ΔT_e | 時 間 |
|--------|-------|-------|-------|--------------|-----------|
| ソケット | 400°C | — | 350°C | 50°C | 4hr 30min |
| 厚 41mm | 400°C | 330°C | 340°C | 60°C | > 4hr |
| 直 径 | 400°C | 330°C | 350°C | 50°C | > 4hr |
| 厚 22mm | 400°C | 335°C | 350°C | 50°C | > 4hr |

表-2

| 管径 | 1 | 2 | 3 | ΔT_{1-2} | ΔT_{2-3} | ΔT_{1-3} | 時 間 |
|-------|-------|-------|------|------------------|------------------|------------------|-----|
| 330°C | 400°C | 190°C | 40°C | 210°C | 70°C | 2450min | |
| 400°C | — | 325°C | 75°C | — | — | 2hr 30min | |

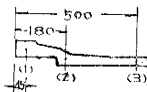


図-1 冷却温度時間曲線

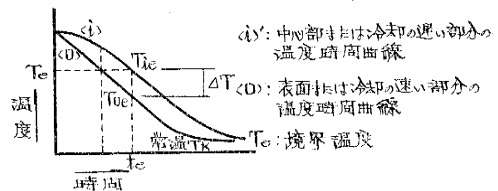
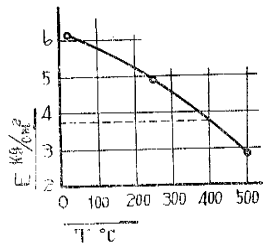


図-2 鑄鉄の E-T 曲線



また鑄鉄の線膨脹係数は Dittenberger³⁾ によれば $A=9.794 \times 10^{-6}$, $B=5.66 \times 10^{-9}$ として $l_t = l [1 + AT + BT^2]$ で表わされるが、簡単のため線膨脹係数 $\alpha = 1 \times 10^{-5}$ として差し支えないだろう。また鑄鉄の弾性係数は実測に用いた管体より供試体を取り、引張試験による平均値をとつて、 $E = 619000 \text{ kg/cm}^2$ とした。弾性係数は温度により異なり、実測によれば 図-2 のごとく変化するのであるが理論計算には簡単に上記の値を用いている。

2. 残留応力度の実測

残留応力度の実測方法としては従来種々提案され、G. Sachs の方法⁴⁾などは正確なものとされるが、大口径鑄

* 阪神上水道市町村組合
 **

鉄管に対しては複雑で適用困難であるので、われわれは電気抵抗線歪計を使用して実測を行つた。すなわち管体各部にわたり加工ヒズミを与えないよう測定点の近傍を切断して、応力を解放したのちのヒズミを測定し残留応力を計算した。計算式は次の通りである。 m をポアソン数、 r, θ, z をそれぞれ管の半径方向、円周方向、管軸方向を示すものとし、 $e = \epsilon_r + \epsilon_\theta + \epsilon_z$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{m}{m+1} E \left(\epsilon_r + \frac{e}{m-2} \right) \\ \sigma_\theta &= \frac{m}{m+1} E \left(\epsilon_\theta + \frac{e}{m-2} \right) \\ \sigma_z &= \frac{m}{m+1} E \left(\epsilon_z + \frac{e}{m-2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

但し ϵ_r は直接測定できないが、管表面で $\sigma_r = 0$ であることより

$$\epsilon_r = -\frac{1}{m+1} (\epsilon_\theta + \epsilon_z)$$

として求められる。

以上の各式より $\epsilon_\theta, \epsilon_z$ の測定値に対し各応力度が計算されるわけである。

実測に供した鋳鉄管は昭和 15 年製径 1200 mm 高級鋳鉄管、昭和 29 年製径 1200 mm 高級鋳鉄管 及び昭和 29 年製径 1000 mm ダクタイル鋳鉄管で、各供試管別に測定位置及び測定値、各応力度の計算値を表及び図によつて示すと表-3、図-3 の通りである。

図-3

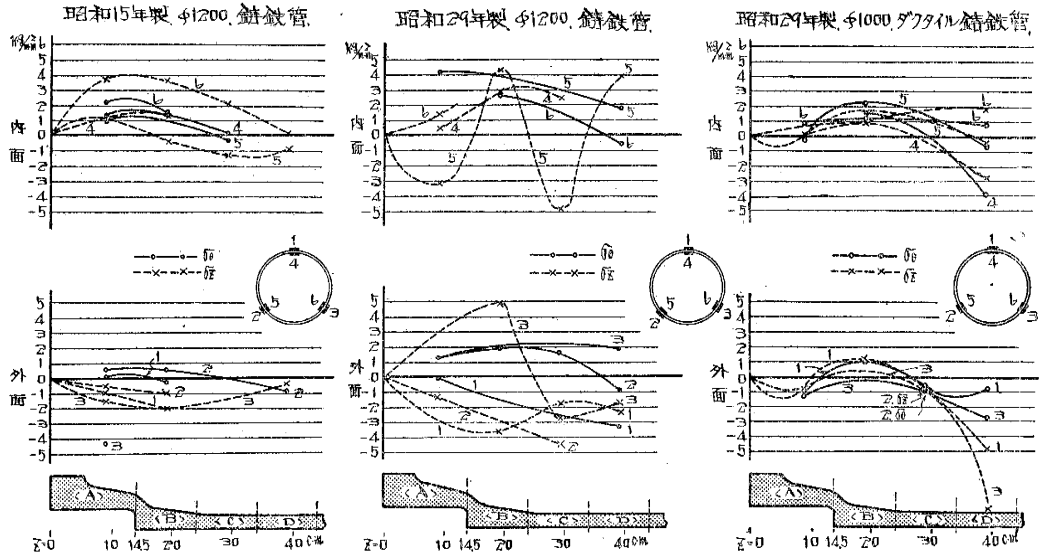


表-3

| (a) 昭和15年製 鋳鉄管 表値(単位: kg/cm ²) | | | | | | | (b) 昭和29年製 鋳鉄管 表値(単位: kg/cm ²) | | | | | | | (c) ダクタイル鋳鉄管 表値(単位: kg/cm ²) | | | | | | | |
|--|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------|--|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|--|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|-----|
| 測点 | σ _r | σ _θ | σ _z | ε _θ | ε _z | ε | 測点 | σ _r | σ _θ | σ _z | ε _θ | ε _z | ε | 測点 | σ _r | σ _θ | σ _z | ε _θ | ε _z | ε | |
| A-1 | -46,774 | 118,251 | 59,825 | -0.005 | 0.343 | 0.447 | A-1 | -83,34 | 114,940 | -0.009 | 0.426 | 0.377 | A-1 | 53,104 | 24,740 | 1,078 | 0.130 | --- | --- | --- | |
| A-2 | -34,584 | 81,744 | 7,973 | -0.02 | 0.447 | 0.447 | A-2 | -103,124 | 110,566 | -1.271 | 1.314 | 0.377 | A-2 | 44,670 | 26,131 | 7,630 | 1.272 | 0.701 | 0.477 | --- | |
| A-3 | -462,008 | 182,553 | 4,344 | -1.203 | 1.577 | --- | A-3 | -144,253 | -28,250 | 1.941 | --- | --- | A-3 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |
| A-4 | -142,074 | -26,544 | -105,210 | -0.774 | -1.154 | --- | A-4 | 24,462 | -2,088 | -0.445 | -0.324 | 0.132 | A-4 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |
| A-5 | -78,782 | -54,504 | -0.774 | -1.023 | --- | --- | A-5 | -12,855 | -16,334 | -0.773 | -0.333 | 0.527 | A-5 | 128,731 | 39,015 | 1,138 | 2.441 | 1.275 | 0.931 | --- | |
| B-1 | -89,521 | -312,715 | -220,709 | -2.171 | -3.309 | -1.020 | B-1 | -193,373 | -24,364 | -1.210 | -1.473 | --- | B-1 | -37,171 | -45,370 | -32,329 | -0.408 | -1.020 | -1.204 | --- | |
| B-2 | -144,000 | 134,600 | 0.172 | 1.787 | --- | --- | B-2 | 30,400 | --- | --- | --- | --- | B-2 | -41,000 | -52,520 | --- | -1.013 | -1.110 | --- | | |
| B-3 | --- | --- | -0.444 | 0.371 | --- | --- | B-3 | -17,000 | 53,000 | --- | --- | --- | B-3 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |
| B-4 | --- | --- | -1.348 | --- | --- | --- | B-4 | -40,300 | --- | --- | --- | --- | B-4 | -78,723 | --- | --- | -1.574 | -0.740 | --- | --- | |
| B-5 | --- | --- | 0.545 | --- | --- | --- | B-5 | -29,600 | --- | --- | --- | --- | B-5 | -67,143 | -4,440 | --- | -2.212 | -1.371 | --- | --- | |
| C-1 | -32,000 | -37,000 | --- | -1.524 | -3.661 | --- | C-1 | -24,000 | --- | --- | --- | --- | C-1 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |
| C-2 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | C-2 | --- | --- | --- | --- | --- | C-2 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C-3 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | C-3 | --- | --- | --- | --- | --- | C-3 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C-4 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | C-4 | --- | --- | --- | --- | --- | C-4 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C-5 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | C-5 | --- | --- | --- | --- | --- | C-5 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| D-1 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | D-1 | 110,000 | 73,000 | --- | --- | --- | D-1 | 31,223 | 22,800 | --- | 0.772 | 4.873 | --- | --- | |
| D-2 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | D-2 | 22,300 | 202,000 | --- | --- | --- | D-2 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| D-3 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | D-3 | 80,000 | --- | --- | --- | --- | D-3 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| D-4 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | D-4 | --- | --- | --- | --- | --- | D-4 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| D-5 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | D-5 | 411,000 | --- | --- | --- | --- | D-5 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| E-1 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | E-1 | 110,000 | 152,000 | --- | --- | --- | E-1 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| E-2 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | E-2 | --- | --- | --- | --- | --- | E-2 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| E-3 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | E-3 | --- | --- | --- | --- | --- | E-3 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| E-4 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | E-4 | --- | --- | --- | --- | --- | E-4 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| E-5 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | E-5 | --- | --- | --- | --- | --- | E-5 | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |

3. 残留応力度の理論計算

V. Steiger の研究⁷⁾によれば鋳鉄は約 400°C 以上の温度ではほとんど応力を生ずることなく粘性的に伸縮で

き、400°C以下になつて弾性的性質をもつようである。しかし残留応力度の発生時期及び機構については不明な点が多く、弾性係数も温度により異なり、取り扱い上不便なので、ここにおいてはこれらの点に触れることなく常温までに束縛されたヒズミ度について、常温時の弾性係数を用いて残留応力度を計算した。

(1) 肉厚方向の不均等冷却に基づく残留応力度

温度分布 T が円管軸に对称であり、かつ管軸方向には変化がなく管の端面の影響がないと考えられる場合、全軸に一樣に生ずると考えた熱応力度は次のごとく表わされる。 ν をポアソン比とすれば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\alpha E}{(1-\nu)r^2} \left(\frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b T r dr - \int_a^r T r dr \right) \\ \sigma_\theta &= \frac{\alpha E}{(1-\nu)r^2} \left(\frac{r^2 + a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b T r dr + \int_a^r T r dr - T r^2 \right) \\ \sigma_z &= E \epsilon_z - \frac{\alpha E T}{1-\nu} + \frac{2\nu\alpha E}{(1-\nu)(b^2 - a^2)} \int_a^b T r dr \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)^{1)}$$

ここに ϵ_z は管軸方向の一樣なヒズミ度で、 z 方向の力の釣合 $2\pi \int_a^b \sigma_z r dr = 0$ から決定される。

前述の温度分布を示す (1) 式を上記各式に入れて各残留応力度 (熱応力度の逆符号) を求めると

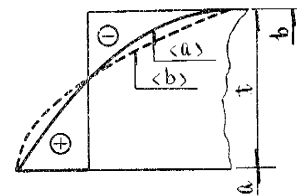
$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{\alpha E}{15(1-\nu)r^2} (T_{1e} - T_{2e}) \left[\frac{b^2 - r^2}{b^2 - a^2} (4b^2 + 2ab - 6a^2) - \frac{2(2b+3a)\sqrt{(b-r)^3}}{\sqrt{b-a}} \right] \\ \sigma_\theta &= -\frac{\alpha E}{15(1-\nu)r^2} (T_{1e} - T_{2e}) \left[\frac{b^2 + r^2}{b^2 - a^2} (4b^2 + 2ab - 6a^2) - (9r^2 + 2br + 4b^2) \sqrt{\frac{b-r}{b-a}} \right] \\ \sigma_z &= -\frac{\alpha E}{15(1-\nu)} (T_{1e} - T_{2e}) \left[\frac{2(4b^2 + 2ab - 6a^2)}{b^2 - a^2} - 15\sqrt{\frac{b-r}{b-a}} \right] \end{aligned} \right\} (4)$$

鋳鉄管の諸元及び温度差を与えると各応力度はそれぞれ計算される。

(2) 肉厚方向の不均等冷却による端面効果

前項によれば管端面にも σ_z が存在することになるが、これは当然0でなければならないので、管端面の近傍においては σ_z の分布は乱されているわけになる。このことを端面効果と呼ぶことにする。この端面効果による応力の増加を計算してみる。 σ_z の分布を示すと 図-4 の曲線 (a) の通りである。端面に存在する σ_z を打ち消すため $-\sigma_z$ を附加して端面の $\sigma_z = 0$ とした場合でも円管軸には対称の変形を生ずるから次式が成立する。(図-4)

図-4 残留応力度経 σ_z の分布曲線



$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(r\sigma_z)}{\partial z} + \frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r} &= 0 \\ \frac{\partial(r\sigma_r)}{\partial r} + \frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial z} - \sigma_\theta &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)^{1)}$$

$$\text{今 } \tau_{rz} = \left[A(r^2 - 2rr_m + ab) + B \left(r - 2r_m + \frac{ab}{r} \right) \right] 2\beta e^{-\beta z} \sin \beta z \dots\dots\dots(6)$$

とおく。但し β は常数、 $2r_m = a + b$ で A, B は境界条件を満足する常数である。

従つて σ_z は次のように表わされる。

$$\sigma_z = \left[A \left(3r - 4r_m + \frac{ab}{r} \right) + B \left(2 - 2\frac{r_m}{r} \right) \right] e^{-\beta z} (\cos \beta z + \sin \beta z) \dots\dots\dots(7)$$

この σ_z の分布を示すと 図-4 の曲線 (b) の通りとなる。

この σ_z は前項に求めた σ_z の逆符号でなければならない。この条件より A, B を決定すると次のごとくなる。

$$A = -\frac{\alpha E}{15(1-\nu)} (T_{1e} - T_{2e}) \frac{8b - 3a}{(b-a)^2}, \quad B = -\frac{\alpha E}{15(1-\nu)} (T_{1e} - T_{2e}) \frac{ab(b+9a)}{(b-a)(b^2 - a^2)} \dots\dots\dots(8)$$

次に $r=a, r=b$ で $\tau_{rz} = 0$ を満足するように σ_r を次のようにおく。 C を常数とすれば

$$\sigma_r = C(r^2 - 2rr_m + ab) e^{-\beta z} (\cos \beta z - \sin \beta z) \dots\dots\dots(9)$$

よつて σ_θ は次のように求められる。

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= [C(3r^2 - 4rr_m + ab) + 2\beta^2 \{ A r(r^2 - 2rr_m + ab) + B(r^2 - 2rr_m + ab) \}] \\ &\quad \times e^{-\beta z} (\cos \beta z - \sin \beta z) \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

以上に求めた各応力度の式は全て常数 C 及び β を含むが、これらは Potential Energy を最小にするように決

定される。すなわち回転体の単位要素に蓄積される Potential Energy は一般に次の通りである。

$$dW = \frac{1}{2G} \left[\frac{1}{2} (\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + \sigma_z^2) - \frac{1}{2(m+1)} (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z)^2 + \tau_{rz}^2 \right] \dots\dots\dots (11)$$

長い管であれば管全体の Potential Energy は

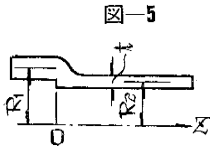
$$W = 2\pi \int_0^\infty \int_a^b dW r dr dz \dots\dots\dots (12)$$

但し G はせん断弾性係数である。

(12) 式に上記 (7), (8), (10) 各式を入れて, W を最小ならしめるように β, C を決定すればよい。ちなみに実験に供した昭和 15 年製径 1200 mm 鋳鉄管の受口部について, これらを計算してみると $a=62.5$ cm, $b=69.7$ cm で $\beta=0.0756$, $C=-0.3971$ となる。このように定数 β, C が決定すれば (7) (9) (10) 各式により応力度は計算される。かくして求められた応力度は前項において求められる応力度に附加されねばならない。

(3) 受口部・直部の管径相違に基づく不均等収縮による残留応力度

鋳鉄管鋳造後一様な温度降下がある場合, 受口部と直部の間には, 半径方向に収縮量の差を生じ, これによりその接続部においてせん断力 Q_0 、及び受口部が直部に比して充分剛であると考え



と直部の変形 w の勾配が接続部で 0 なる条件を満足する曲げモーメント M_0 を生ずる。ここに Q_0 は受口面に一様に分布するものとする。一般に図-5 の直部のごとく管の末端に曲げモーメント M_0 、せん断力 Q_0 が作用するとき管のタワミ w 、曲率 $\frac{d^2w}{dz^2}$ はそれぞれ次のごとく与えられる。

$$\left. \begin{aligned} w &= -\frac{1}{2\beta^2 D} [\beta M_0 (\cos \beta z - \sin \beta z) - Q_0 \cos \beta z] e^{-\beta z} \\ \frac{d^2w}{dz^2} &= -\frac{1}{2\beta D} [2\beta M_0 (\cos \beta z + \sin \beta z) - 2Q_0 \sin \beta z] e^{-\beta z} \end{aligned} \right\} \dots\dots (13)^{8)}$$

曲げモーメント $M_2 = -D \frac{d^2w}{dz^2}$, $M_0 \rightarrow M_2$ で応力度は $\sigma_z \max = \pm 6 M_2 / t^2$, $\sigma_\theta \max = \pm 6 M_0 / t^2$ である

但し
$$\beta = \frac{\sqrt{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{R_2 t}}, \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

今図-6のごとく長さ l の管の両端面にせん断力 Q_0 、または曲げモーメント M_0 が作用するとき材端のタワミ w 、勾配 $\frac{dw}{dz}$ は次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} (w)_{Q_0} &= +\frac{2Q_0\beta R_2^2}{Et} \chi_1(2K), \quad (w)_{M_0} = -\frac{2M_0\beta^2 R_2^2}{Et} \chi_2(2K) \\ \left(\frac{dw}{dz}\right)_{Q_0} &= -\frac{2Q_0\beta^2 R_2^2}{Et} \chi_2(2K), \quad \left(\frac{dw}{dz}\right)_{M_0} = \frac{4M_0\beta^3 R_2^2}{Et} \chi_3(2K) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)^{9)}$$

ここに $\beta l = 2K$ とすれば

$$\begin{aligned} \chi_1(2K) &= \frac{\cosh 2K + \cos 2K}{\sinh 2K + \sin 2K} \\ \chi_2(2K) &= \frac{\sinh 2K - \sin 2K}{\sinh 2K + \sin 2K} \\ \chi_3(2K) &= \frac{\cosh 2K - \cos 2K}{\sinh 2K + \sin 2K} \end{aligned}$$

$\chi_1(2K)$, $\chi_2(2K)$, $\chi_3(2K)$ は管が充分長くなると, それぞれ 1. に近づく。

受口部に接続する箇所では勾配は 0 であるから

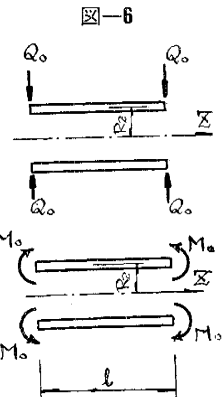
$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_{Q_0} + \left(\frac{dw}{dz}\right)_{M_0} = 0 \quad \therefore M_0 = \frac{d_0 \chi_2(2K)}{2\beta \chi_3(2K)}$$

管が充分に長く, 受口部境界附近の応力のみ調べる必要があるときは $M_0 = Q_0/2\beta$ として差し支えない。

次に接続部の変形 w は

$$(w)_{Q_0} + (w)_{M_0} = -\alpha R_2 T + \alpha R_1 T \quad \therefore \frac{Q_0 \beta R_2^2}{Et} \left[2\chi_1(2K) - \frac{\chi_2^2(2K)}{\chi_3^2(2K)} \right] = (R_1 - R_2) \alpha T$$

管が充分に長いとすると



$$Q_0 = \frac{(R_1 - R_2) \alpha T}{R_2^2 \beta} Et$$

鋳鉄管に関する諸元を入れると上の各式より応力度は求められる。

(4) 管軸方向の不均等冷却に基づく残留応力度

さきに述べたように冷却工程中の管軸方向の温度分布は表-2の通りであるが、簡単に受口部の存在を無視し、また温度分布を直線の変化として取り扱う。図-7に示すようにz軸の原点をとると任意点の温度 T_e は、

$$T_e = T_{3e} - \frac{T_{3e} - T_{1e}}{l} z \quad \therefore T_e - T_{3e} = -\frac{T_{3e} - T_{1e}}{l} z = F(z)$$

とすると管のタワミ方程式は

$$\frac{d^4 w}{dz^4} + 4\beta^4 w = -\frac{E \alpha t}{DR_2} F(z) \dots \dots \dots (15)^{10)}$$

ここに

$$\beta = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{R_2 t}}, \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

これより

$$Q_0 = 0, \quad \left(\frac{dw}{dz}\right)_{z=0} = -\frac{\alpha R_2}{2l} (T_{3e} - T_{1e}) \dots \dots \dots (16)^{11)}$$

前項(13)式より $z=0$ における $\frac{dw}{dz}$ を求めると

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_{z=0} = \frac{1}{2\beta^2 D} (2\beta M_0 + Q_0) \dots \dots \dots (17)$$

(16)(17) 両式より

$$M_0 = -\beta D \frac{\alpha R_2}{2l} (T_{3e} - T_{1e})$$

従つて $(\sigma_z)_{\max} = 6 M_0 / t^2$

また円周方向の応力は $M_0 = \nu M_x$ に基づく σ_θ のみとなる。上記の解に対しても第2項のように端面効果を考えねばならない。端面効果を考えないとき末端に生ずる M_x, Q_x はそれぞれ(13)式で $z=l$ とおけば

$$M_x = -D \frac{d^2 w}{dz^2} = M_0 \varphi(\beta l), \quad Q_x = -D \frac{d^3 w}{dz^3} = -2\beta M_0 \zeta(\beta l)$$

$$\varphi(\beta l) = e^{-\beta l} (\cos \beta l + \sin \beta l), \quad \zeta(\beta l) = e^{-\beta l} \sin \beta l$$

末端に $-M_x = -M_0 \varphi(\beta l), -Q_x = 2\beta M_0 \zeta(\beta l)$ を考えて附加するとき生ずる変形は、 z' を末端を原点とする管軸方向の座標とすると

$$\frac{d^2 w}{dz'^2} = -\frac{1}{2\beta D} [-2\beta M_0 \varphi(\beta l) \varphi(\beta z') - 4\beta M_0 \zeta(\beta l) \zeta(\beta z')]$$

$$\therefore M_{z'} = -D \frac{d^2 w}{dz'^2} = -M_0 \varphi(\beta l) \varphi(\beta z') - 2M_0 \zeta(\beta l) \zeta(\beta z')$$

従つて $(\sigma_{z'})_{\max} = 6 M_{z'} / t^2, \sigma_\theta = \nu \sigma_{z'}$

これらの応力を加え合わせたものが真の応力となる。

(5) 理論計算値の総括

実測に供された昭和15年製径1200mm高級鋳鉄管の諸元を用いて以上の理論計算を行つた結果をまとめると表-4、図-8の通りである。

4. 考 察

以上のごとく鋳鉄管の残留応力度の実測値及び理論計算値を示したのであるが、これらを比較検討し、引張・圧縮とも大略 4.5 kg/mm^2 の応力が生じると判断された。実測は測点の増加が不可能に近いので推定値に止まるが、理論計算値と併せ考えて、受口端面において切線

図-7

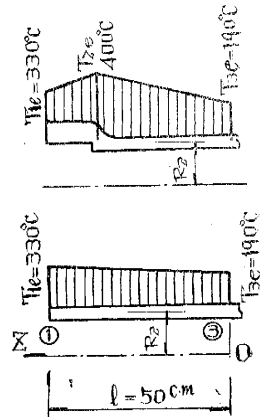


図-8

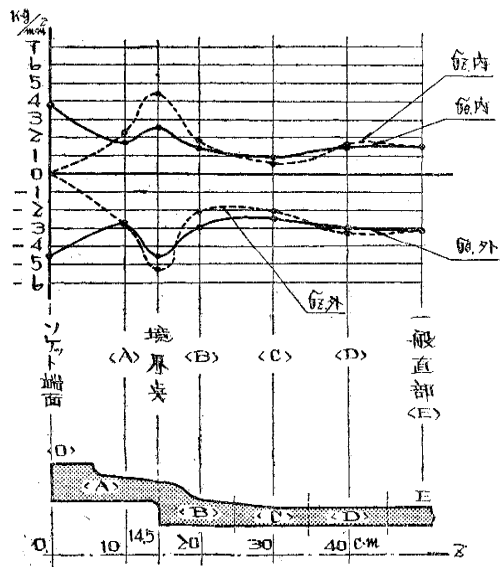


表-4

| 測定別 | ソフト(A) | | | | ソフト直管 接合部(B) | | | | 直管(C) | | | | 先頭部直管(D) | | | | 先頭部接合部(E) | | | | 先頭部直管(F) | | | | | | | |
|-----------|--------|-------|-------|-------|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-------|-----------|-------|------|------|----------|-------|-------|------|-------|-------|------|------|
| | 外 | 内 | 外 | 内 | 外 | 内 | 外 | 内 | 外 | 内 | 外 | 内 | 外 | 内 | 外 | 内 | 外 | 内 | 外 | 内 | 外 | 内 | 外 | 内 | | | | |
| 管内方向の引張応力 | -3.06 | -3.06 | 1.53 | 1.53 | -3.07 | -3.07 | 1.55 | 1.55 | -3.07 | -3.07 | 1.55 | 1.55 | -3.07 | -3.07 | 1.55 | 1.55 | -3.07 | -3.07 | 1.55 | 1.55 | -3.07 | -3.07 | 1.55 | 1.55 | -3.07 | -3.07 | 1.55 | 1.55 |
| 管内方向の圧縮応力 | 0.08 | 2.03 | 0.07 | -1.05 | 0.40 | 0.71 | -0.36 | -0.37 | 0.27 | 0.05 | -0.25 | -0.03 | 0.10 | -0.13 | -0.07 | 0.07 | -1.93 | 1.74 | 0.20 | 1.35 | -0.20 | -0.10 | | | | | | |
| 管内方向の引張応力 | 0.44 | 1.00 | 0.04 | 1.30 | 0.24 | 0.72 | 0.24 | 0.72 | 0.25 | 0.74 | 0.25 | 0.74 | 0.11 | 0.32 | 0.11 | 0.32 | 0.44 | 0.44 | 1.20 | 3.59 | 1.20 | 3.59 | | | | | | |
| 管内方向の圧縮応力 | 0.00 | 0.01 | -0.00 | -0.01 | 0.01 | 0.03 | -0.01 | -0.03 | 0.03 | 0.23 | -0.03 | -0.23 | 0.11 | 0.34 | 0.11 | 0.34 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.02 | -0.01 | -0.02 | | | | | | |
| 合計 | -2.10 | -2.82 | 1.64 | 2.32 | -2.47 | -1.42 | 1.87 | 2.44 | 2.07 | 0.77 | 0.55 | -2.49 | 3.24 | 1.46 | 1.64 | -4.55 | 3.76 | 4.08 | 5.31 | 2.54 | 4.42 | -3.09 | -3.09 | 1.55 | 1.55 | | | |

方向に、また受口部・直部境界点近傍において管軸方向に最大の引張応力が存在するようである。この値は昭和15年製径1200mm高級鑄鉄管の引張度15kg/mm²圧縮強度54kg/mm²と比較し、それぞれ30%あるいは10%程度の値である。近年の鑄鉄管においては品質の向上があり、残留応力のみにおいて危険であるとは考えられないが、鉛コーキング、こじり等による応力の集中を考えれば少くとも大口径鑄鉄管においては焼鈍を行うべきであると考え。

5. むすび

本を終るに当り実測及び理論解析について神戸大学伴潔教授同じく 堯天義久助教授の多大の御援助があり、また実測には久保田鉄工株式会社研究部の諸賢をわずらわしたことを記し深く感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 第5回応用力学連合講演会
第6回六大都市水道技術協議会等
- 2) 第6回六大都市水道技術協議会において横浜市水道局より発表された
- 3) 芝龜吉：物理常数表 p. 112
- 4) 加藤訳：加工冶金学(上) p. 148~152
- 5) 川口黄之輔, 藤井健也共訳：E. Piwowsky 高級鑄鉄 p. 233
- 6) S. Timoshenko Theory of Elasticity p. 322
- 7) " p. 264
- 8) S. Timoshenko Theory of Plates and Shells p. 396
- 9) " p. 403
- 10) " p. 424
- 11) " p. 425

(なほ本報文は広島における第七回水道協会上下水道研究発表会において講演したものである)

(昭.31.7.31)