

投稿論文 (和文)
PAPERS

弾性厳密解に基づく円形・楕円形トンネルを有する等方性および異方性岩盤の逆解析

平島健一*・川上哲太郎**・藤原紀夫***・山下幸夫****

本研究による弾性厳密解を用いた逆解析法は、トンネル形状をより現実に近い楕円形として取り扱い得るとともに、地山を異方性弾性体として逆解析することが可能であり、実際の計測変位を用いた逆解析への適応性も十分高いものであることが示された。

また、これまでその取り扱い方が必ずしも明確ではなかった初期潜在変位についても、それが解析結果に与える影響について定量的な検討を行い、その重要性を明らかにした。

Keywords: back analysis, elliptical tunnel, anisotropic medium, exact elastic solutions.

1. 緒言

近年、ジオフロント開発と呼ばれるような地下空間の有効な利用に関する様々な計画が提案されている。これらの地下開発計画の技術的なベースは、勿論これまでのトンネル等の掘削技術の延長線上にあるといえるが、その規模は従来のトンネル等の地下構造物に比べて増々大型のものとなりつつある。このような大型の地下構造物を掘削する場合、その施工中の安全性・安定性および経済性といった問題は、従来のそれらに比べより厳しい条件が想定されるとともに、より重要な課題となってきているのは周知の事柄である。

さて、上述の地下構造物施工中の安全性・安定性といった問題は、地山（地盤）の力学的物性値や地山の初期応力の値に大きく依存することから、これらの値を正確に把握することが極めて重要なこととなる。このことを踏まえて最近では、トンネル掘削時に実施される種々の現場計測結果から、地山の力学定数や初期応力等を推定するための、いわゆる「逆解析法」と呼ばれる解析方法が数多く提案され、現場の計測データをもとに逆解析を実施することにより、当初設計に用いた地山の力学定数および初期応力等の見直しと、必要に応じた設計変更とによって、より安全かつ合理的な施工を行うことが可能になりつつある。

しかしながら、これまでに提案された逆解析法のうち、理論的厳密解による場合¹⁾には、トンネル断面形は円形断面、地山の弾性特性は等方性と仮定するのが普通であ

る。また、有限要素法や境界要素法等の数値解析法を用いた逆解析法の場合^{2),3)}には、解析対象とするトンネル断面形は、ほぼ任意形状とすることが可能であり、実際の開削形状に近似することができるが、精度、演算時間および計算機容量等の点で制約を受けることは否定できない。

本論文では著者らの内の一人（平島）がこれまでに示してきた、力学定数および初期応力等を与えてトンネル周辺部の変位、ひずみ、応力等の算定のための弾性厳密解による順解析法⁴⁾を応用し、トンネル形状は円形または楕円形、地山の力学特性は等方性または異方性の弾性体とした逆解析法の手順の理論的プロセスを提示する。さらに、本論文の逆解析法の有用性を具体的な数値計算例を通して検討するとともに、本逆解析法の実際の現場測定データに対する適用性を示す。本論文において示された逆解析法によれば、前述したような逆解析法におけるいくつかの制約を取り除くことが可能であり、より現実的かつ迅速な現場計測結果の設計・施工へのフィードバックシステムの確立に役立つものと考えられる。

なお、門田ら²⁾は確率論的手法を基本にして、異方性岩盤物性値の同定について考察を行っているが、本論文の確定論的取り扱いとは対応関係にあると言えよう。

2. 解析法

(1) 異方性弾性体内の楕円形トンネル問題に対する厳密解⁴⁾

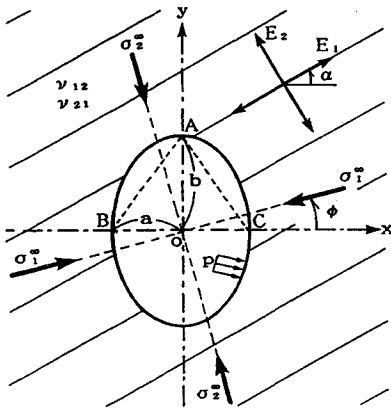
ここでは、逆解析のもととなる順解析における異方性弾性体中の楕円形空洞周辺の変位および応力に関する理論厳密解の概要について示す。まず、図-1に示すように、解析対象モデルとして無限遠方より一様な応力 σ_x^0 , σ_y^0 , τ_{xy}^0 および、内圧 p が作用する楕円形の空洞を有する2次元異方性弾性体を考える。ここで、図中における点 A, B, C は、後述の内空変位測定のための計測ピン

† 本論文の一部は、第22回（1990年）岩盤力学に関するシンポジウムにおいて発表。

* 正会員 工博 山梨大学教授 工学部土木環境工学科
(〒424 甲府市武田4-3-11)

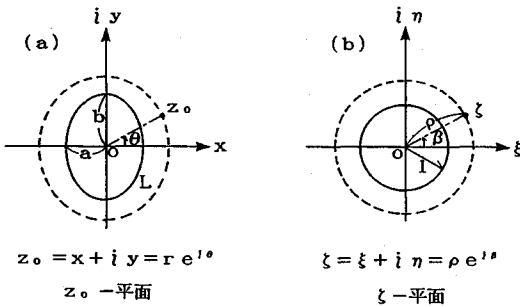
** 正会員 工博 山梨大学講師 工学部土木環境工学科
(現在、大成建設(株)土木設計部)

*** 正会員 (株)大林組技術研究所 土木第四研究室



形状比: $\omega = b/a$
 弾性係数比: $e = E_1/E_2$
 主応力比: $\tau = \sigma_1/\sigma_2$

図一 楕円孔を有する異方性弾性体モデル



図二 楕円境界の円境界への写像

を設置した点を表す。さてここで、所要の厳密解を得るために、図二(a)における楕円孔の境界をLとし、次式のような写像関数を設定する。

$$z_0 = x + iy = \omega(\zeta) = \frac{1}{2} \{ (a+b)\zeta + (a-b)\zeta^{-1} \} \quad (1)$$

この写像関数の ζ -平面上では、複素平面(z_0 -平面)上の境界Lが、単位円($|\zeta|=1$)の境界に対応する(図二(b)参照)。次に、2次元異方性弾性体に対する一般化したHookeの法則は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{16}\tau_{xy}, \\ \epsilon_y &= a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{26}\tau_{xy}, \\ \gamma_{xy} &= a_{16}\sigma_x + a_{26}\sigma_y + a_{66}\tau_{xy}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{66}$ は弾性コンプライアンスであり、直交異方性弾性体の場合、次のような座標変換関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= a'_{11}\cos^4\alpha + (2a'_{12} + a'_{66})\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha + a'_{22}\sin^4\alpha, \\ a_{22} &= a'_{11}\sin^4\alpha + (2a'_{12} + a'_{66})\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha + a'_{22}\cos^4\alpha, \\ a_{12} &= a'_{12} + (a'_{11} + a'_{22} - 2a'_{12} - a'_{66})\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha, \\ a_{66} &= a'_{66} + 4(a'_{11} + a'_{22} - 2a'_{12} - a'_{66})\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} a_{16} &= \{ a'_{22}\sin^2\alpha - a'_{11}\cos^2\alpha \\ &\quad + 1/2(2a'_{12} + a'_{66})\cos 2\alpha \} \sin 2\alpha, \\ a_{26} &= \{ a'_{22}\cos^2\alpha - a'_{11}\sin^2\alpha \\ &\quad - 1/2(2a'_{12} + a'_{66})\cos 2\alpha \} \sin 2\alpha. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 α は図一に示すように弾性主軸 E_1 と x 軸のなす角を表す。また、弾性コンプライアンス a'_{ij} は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} a'_{11} &= 1/E_1, \quad a'_{22} = 1/E_2, \\ a'_{12} &= -\nu_{21}/E_1 = -\nu_{12}/E_2, \quad a'_{66} = 1/G_{12}, \\ a'_{16} &= a'_{26} = 0. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 E_i, G_{ij} および ν_{ij} ($i, j=1, 2$) は、それぞれ弾性係数、せん断弾性係数およびポアソン比である。 z_0 -平面内の任意位置における応力および変位は、二つの複素応力関数 $\Phi_k(z_k)$ ($k=1, 2$) を用いてそれぞれ次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_x^{\infty} + 2 \operatorname{Re} [\mu_1^2 \Phi_1(z_1) + \mu_2^2 \Phi_2(z_2)], \\ \sigma_y &= \sigma_y^{\infty} + 2 \operatorname{Re} [\Phi_1(z_1) + \Phi_2(z_2)], \\ \tau_{xy} &= \tau_{xy}^{\infty} - 2 \operatorname{Re} [\mu_1 \Phi_1(z_1) + \mu_2 \Phi_2(z_2)], \\ u &= u_x^{\infty} + 2 \operatorname{Re} [p_1 \Phi_1(z_1) + p_2 \Phi_2(z_2)], \\ v &= u_y^{\infty} + 2 \operatorname{Re} [q_1 \Phi_1(z_1) + q_2 \Phi_2(z_2)]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 u, v は各々 x 方向および y 方向の変位を表し、 $u_x^{\infty}, u_y^{\infty}$ は空洞のない状態での初期変位であり、次式によって与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_x^{\infty} &= (a_{11}\sigma_x^{\infty} + a_{12}\sigma_y^{\infty} + a_{16}\tau_{xy}^{\infty})x \\ &\quad + 1/2(a_{16}\sigma_x^{\infty} + a_{26}\sigma_y^{\infty} + a_{66}\tau_{xy}^{\infty})y - \hat{\omega}y, \\ u_y^{\infty} &= (a_{12}\sigma_x^{\infty} + a_{22}\sigma_y^{\infty} + a_{26}\tau_{xy}^{\infty})y \\ &\quad + 1/2(a_{16}\sigma_x^{\infty} + a_{26}\sigma_y^{\infty} + a_{66}\tau_{xy}^{\infty})x + \hat{\omega}x. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $\hat{\omega}$ は剛体回転の角度を表す。また、複素係数 μ_k ($k=1, 2$) は、式(2)で表される異方性弾性体に対する次の特性方程式の複素根として求められる。

$$a_{11}\mu^4 - 2a_{16}\mu^3 + (2a_{12} + a_{66})\mu^2 - 2a_{26}\mu + a_{22} = 0. \quad \dots\dots\dots (7)$$

さらに、係数 p_k, q_k ($k=1, 2$) はそれぞれ次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} p_k &= a_{11}\mu_k^2 + a_{12} - a_{16}\mu_k, \\ q_k &= a_{12}\mu_k + a_{22}/\mu_k - a_{26}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

式(5)、(6)において用いられる複素応力関数 $\Phi_k(z_k)$ および、この複素応力関数を z_k で1回微分した $\Phi'_k(z_k)$ は、具体的に次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(z_1) &= \frac{\bar{\beta}_1 - \mu_2 \bar{\alpha}_1}{\mu_1 - \mu_2} \cdot \frac{1}{\zeta_1}, \\ \Phi_2(z_2) &= -\frac{\bar{\beta}_1 - \mu_1 \bar{\alpha}_1}{\mu_1 - \mu_2} \cdot \frac{1}{\zeta_2}, \\ \Phi'_1(z_1) &= -\frac{\bar{\beta}_1 - \mu_2 \bar{\alpha}_1}{\mu_1 - \mu_2} \cdot \frac{1}{\zeta_1^2} \cdot \frac{1}{I_1}, \\ \Phi'_2(z_2) &= \frac{\bar{\beta}_1 - \mu_1 \bar{\alpha}_1}{\mu_1 - \mu_2} \cdot \frac{1}{\zeta_2^2} \cdot \frac{1}{I_2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_1 &= -a/2(p + \sigma_v^0) + (b/2)i\tau_{xy}^0, \\ \bar{\beta}_1 &= (a/2)\tau_{xy}^0 - (b/2)i(p + \sigma_x^0), \\ z_k &= x + \mu_k y = 1/2\{(a - i\mu_k b)\zeta_k + (a + i\mu_k b)\zeta_k^{-1}\}, \\ \zeta_k &= [z_k^2 \pm \{z_k^2 - (a^2 + \mu_k^2 b^2)\}^{1/2}] / (a - i\mu_k b), \\ I_k &= dZ_k/d\zeta_k = 1/2\{(a - i\mu_k b) - (a + i\mu_k b)\zeta_k^{-2}\}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

なお、問題を平面ひずみ問題として取り扱う場合、弾性コンプライアンス a_{ij} の代わりに、次式で定義される β_{ij} を用いなければならない。

$$\beta_{ij} = a_{ij} - (a_{i3}a_{j3}/a_{33}), \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \dots\dots\dots(11)$$

(2) 等方性弾性体内の楕円形トンネル問題に対する厳密解

地山の弾性特性を等方性と仮定した場合、 z_0 -平面内の任意の位置における応力および変位は、複素応力関数 $\Psi_1(z_0)$ および $\Psi_2(z_0)$ を用いて次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= 4 Re[\Psi_1'(z_0)], \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= 2[\bar{z}_0 \Psi_1'(z_0) + \Psi_2'(z_0)], \\ 2G(u - iv) &= \kappa \bar{\Psi}_1(z_0) - \bar{z}_0 \Psi_1'(z_0) + \Psi_2(z_0). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

ここで、 $\kappa = 3 - 4\nu$ (平面ひずみ)、 $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ (平面応力) である。また、(′) および (″) はそれぞれ z_0 による 1 回微分および 2 回微分を表す。

複素応力関数は、具体的に次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= (\bar{\alpha}_1 + i\bar{\beta}_1)/\zeta, \\ \Psi_2 &= -\bar{\Psi}_1(1/\zeta) - \frac{\bar{\omega}(1/\zeta)}{\omega'(\zeta)} \Psi_1(\zeta). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_1 &= -1/4[(a+b)\{(p + \sigma_v^0) - i\tau_{xy}^0\} \\ &\quad + (a-b)\{(p + \sigma_v^0) + i\tau_{xy}^0\}], \\ \bar{\beta}_1 &= -1/4[(a+b)\{\tau_{xy}^0 - i(p + \sigma_x^0)\} \\ &\quad + (a-b)\{\tau_{xy}^0 + i(p + \sigma_x^0)\}]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

(3) 弾性厳密解に基づく逆解析法

a) 同定の対象としたパラメータ

一般に逆解析手法としては、逆定式化法と直接定式化法があるが、ここでは前節において示された楕円孔を有する 2 次元異方性弾性体の弾性厳密解を用いた、直接定式化法による逆解析法について示す。まず、同定すべきパラメータとしては、図-1 に示すように、

- ① 弾性係数 E_1
- ② 弾性係数の比 $e = E_1/E_2$
- ③ 最大主応力 σ_1^0
- ④ 主応力比 $\tau = \sigma_2^0/\sigma_1^0$
- ⑤ 最大主応力の方向 ϕ

とする。ただし、最大主応力 σ_1^0 は、トンネル地山の土被り厚を自重としてあらかじめ σ_v^0 を仮定し、これと逆解析により得られる最大主応力の方向 σ_ϕ^0 を用いて求

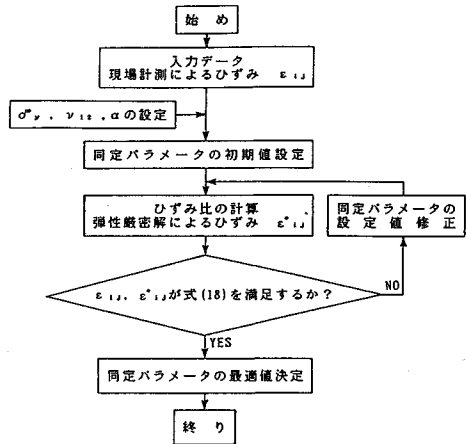


図-3 本逆解析法の手順

めるものである。なお、弾性主軸の方向 α は切羽の目視観測等による節理・層理の状態より、ある程度類推されることから、既知量として与えることとした。また、ポアソン比については結果に与える影響は小さいものと考え、 $\nu_{12} = 0.250$ として与えた。

b) 入力データ

図-1 に示すように、中空変位計測を天端 A 点および孔壁面 B, C 点に計測ピンを設置して実施したものとする。これより、A-B, A-C, B-C 各測線で測定された変位量を $\Delta L_{AB}, \Delta L_{AC}, \Delta L_{BC}$ 、天端の沈下量を ΔL_{A0} とし、これをもとの測線長および A-0 の距離で除した値を見掛けのひずみとして次式のように定義する。本研究では、この見掛けのひずみを入力データとして用いる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{AB} &= \Delta L_{AB}/L_{AB}, \quad \varepsilon_{AC} = \Delta L_{AC}/L_{AC}, \\ \varepsilon_{BC} &= \Delta L_{BC}/L_{BC}, \quad \varepsilon_{A0} = \Delta L_{A0}/L_{A0}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

また、本研究では後述する数値計算結果の整理の便宜上、次式で示されるような見掛けのひずみの正規化を行う (以下、ひずみ比と呼ぶこととする)。

$$\varepsilon_{BC}/\varepsilon_{AB}, \quad \varepsilon_{AC}/\varepsilon_{AB} \quad (\varepsilon_{AB} > \varepsilon_{AC} \text{ の場合}) \dots\dots\dots(16)$$

$$\varepsilon_{BC}/\varepsilon_{AC}, \quad \varepsilon_{AB}/\varepsilon_{AC} \quad (\varepsilon_{AB} < \varepsilon_{AC} \text{ の場合}) \dots\dots\dots(17)$$

c) 逆解析方法

A, B, C 各点の変位 u, v は、式 (5) または式 (12) より前述の同定パラメータを適宜与えることにより容易に算定することができるから、式 (15) で定義される値は自動的に決定され、例えば ε_{AB}^* と表される。さらに図-3 に示すアルゴリズムに従って、各パラメータの同定を行うが、具体的には、まず各パラメータの初期値および増分値を適当に設定する。このとき同定すべきパラメータが 5 つであれば、実際のプログラム上では 5 重のループとなり、このループ中の各パラメータ全ての組み合わせの中から、以下の式 (18) で示される左辺の値 (これを $\Delta \varepsilon_\phi^*$ とおく) が最小となるパラメータの組み合わせを第 1 段階として決定する。次に、上記で求められた

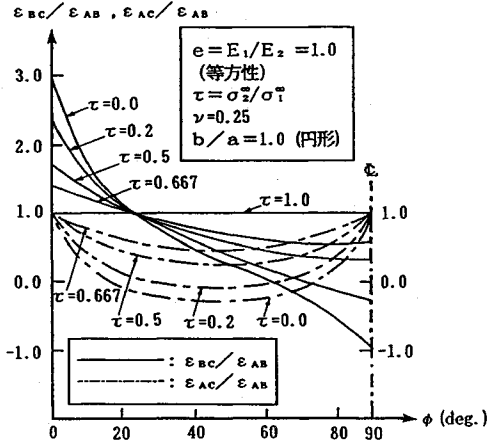


図-4 円孔を有する等方性体モデルにおける主応力比 ($\tau = \sigma_2^2/\sigma_1^2$) の変化に対する順解析結果

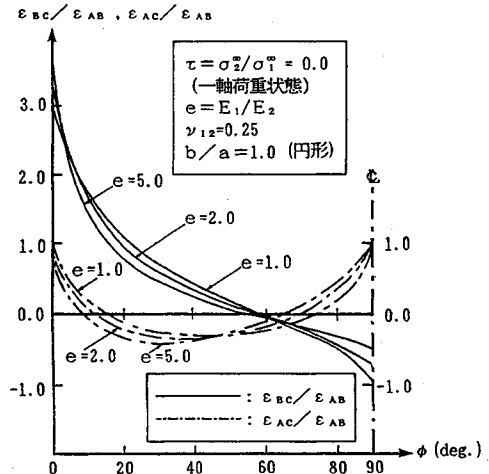


図-6 円孔を有する異方性体モデルにおける異方性弾性係数比 ($e = E_1/E_2$) の変化に対する順解析結果

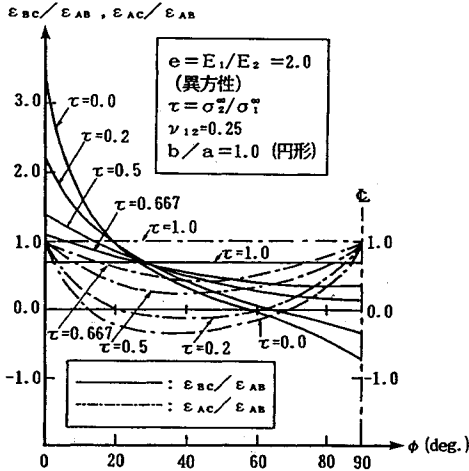


図-5 円孔を有する異方性体モデルにおける主応力比 ($\tau = \sigma_2^2/\sigma_1^2$) の変化に対する順解析結果

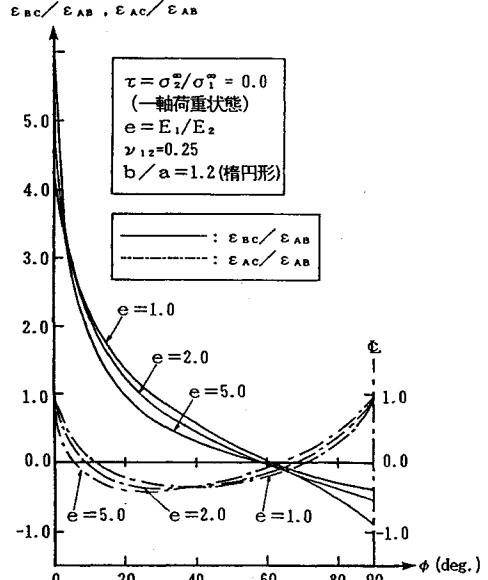


図-7 楕円孔を有する異方性体モデルにおける異方性弾性係数比 ($e = E_1/E_2$) の変化に対する順解析結果

$\Delta \epsilon_{er}^2$ が式 (18) の条件 (i.e. $\Delta \epsilon_{er}^2 < \Delta \epsilon_{er}^2$) を満足していないければ、第1段階での各パラメータの値を基準として初期値および増分値を修正 (例えば、増分値を小さくする等) し、再度同様の計算を行い、上記条件を満足するまで繰り返す、最適なパラメータを同定する。

$$\sum_k^K (\epsilon_{ij}^{(p)} - \epsilon_{ij}^{*(k)})^2 = \Delta \epsilon_{er}^2 < \Delta \epsilon_{er}^2 \dots (18)$$

ここに、 $\epsilon_{ij}^{(p)}$ は現場計測によるひずみ (入力データ) であり、 $\epsilon_{ij}^{*(k)}$ は弾性厳密解により求められたひずみである。また、 $\Delta \epsilon_{er}$ は許容誤差を表す。

4. 数値計算例および実際のトンネル計測結果への適用

(1) 弾性厳密解に基づく順解析結果

まず最初に、式 (5) または式 (12) で示される厳密解

を確認するために、式 (16)、(17) で定義される内空変位の見掛けのひずみ比、すなわち $\epsilon_{BC}/\epsilon_{AB}$ 、 $\epsilon_{AC}/\epsilon_{AB}$ と最大主応力の方向 ϕ との関係、主応力比 τ をパラメータとして示したものが図-4である。ここでは、トンネルの形状は円形とし、地山は等方性と仮定し計算を行ったものである。図-4に示した結果は、足立・矢野による解析¹⁾を用いた同様の計算結果と完全に一致している。

図-5は、先に示した図-4と同様の関係を地山の弾性特性を異方性 ($e = E_1/E_2 = 2.0$) として示したもので

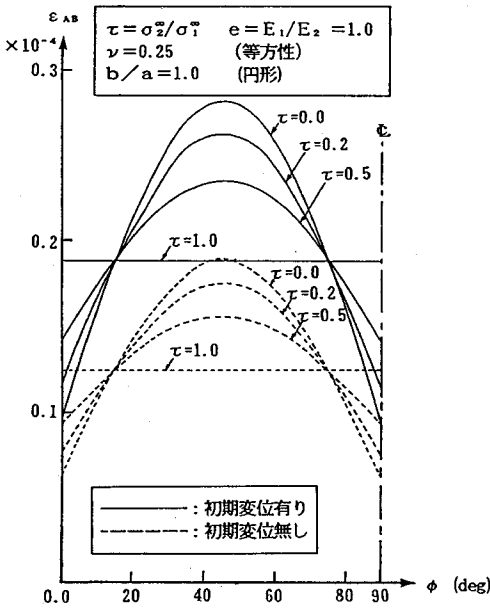


図-8 初期潜在変位の見掛けのひずみ ϵ_{AB} に及ぼす影響

ある。図-5と図-4を比較してみると、全体的な傾向はほぼ同じであるが、個々の値はそれぞれ変化していることがわかる。特に主応力比 $\tau = \sigma_2^0 / \sigma_1^0 = 1.0$ の場合にはその違いが顕著にあらわれているのがわかる。

図-6はトンネル形状は円形、主応力比 $\tau = 0$ すなわち一軸荷重状態と仮定し、ひずみ比と ϕ との関係弾性係数比 $e = E_1 / E_2$ をパラメータとして示したものである。これより、 $\epsilon_{AC} / \epsilon_{AB}$ の値は $\phi < 45^\circ$ の範囲で $e = E_1 / E_2$ の増加にともない減少し、 $\phi > 45^\circ$ の範囲では逆に増加していることがわかる。 $\epsilon_{BC} / \epsilon_{AB}$ についても同様の傾向が $\phi = 65^\circ$ 付近を境にして示されている。

図-7は、先に示した図-6の関係をトンネル形状を楕円形として求めたものである。全体的な傾向はトンネル形状を円形とした場合(図-6)とほぼ同様であるが、個々の値はそれぞれ変化しており、特に $\phi = 0^\circ$ 付近においてその違いが顕著に現れている。

なお、図-5~7を利用して、図-4の等方性・円形トンネルに対して足立・矢野が示したような逆解析の一部がここでも可能になることはいうまでもない。

(2) 初期変位の影響

式(5)により与えられる変位には式(6)によって表される初期変位が含まれている。したがって、これより計算される見掛けのひずみおよびひずみ比にも、この初期変位が含まれていることになる。この初期変位はトンネル掘削以前に、地山の初期応力によってすでに引き起こされた潜在的な変位であり、後述する発現率に関係する先行変位とは異なるものである。さて、実際にトンネル内空変位の計測を行う場合、この初期潜在変位分は計

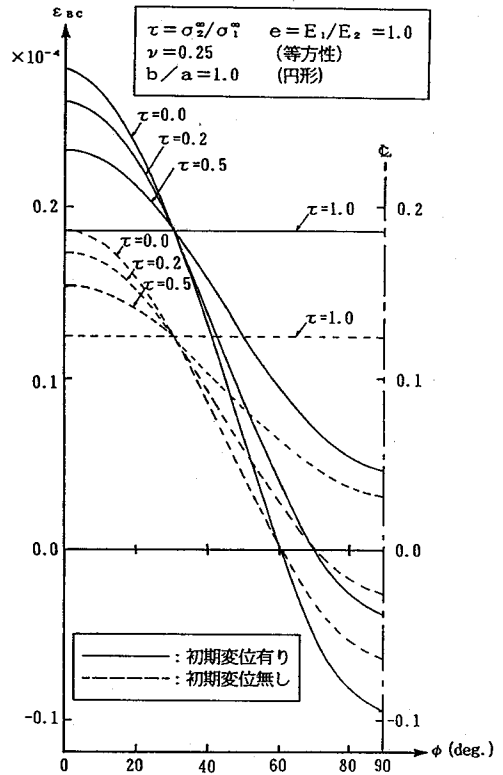


図-9 初期潜在変位の見掛けのひずみ ϵ_{BC} に及ぼす影響

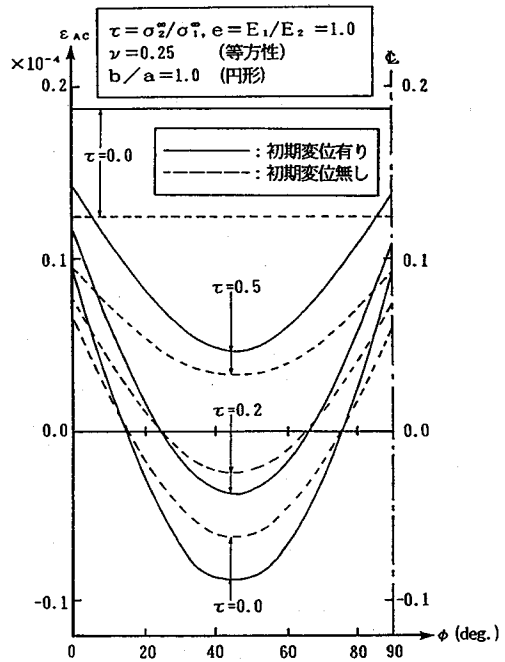


図-10 初期潜在変位の見掛けのひずみ ϵ_{AC} に及ぼす影響

測されないことになる。なぜならば、内空変位計測は、掘削が行われたある任意の時点における変位を零とし

表—1 円孔を有する異方性体モデルにおける初期潜在変位のひずみ比に及ぼす影響

[$\sigma_1^0=1.0$, $E_1/E_2=2.0$ (Anisotropic), $b/a=1.0$, $\alpha=0.0^\circ$]

σ_2^0/σ_1^0		u_x^0, u_y^0	$\phi=0^\circ$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
0.0	$\epsilon_{BC}/\epsilon_{AB}$	有	3.4438	1.6070	0.94527	0.57808	0.32618	0.12653	-0.05002	-0.22505	-0.42293	-0.69578
		無	3.6592	1.6900	0.93275	0.60519	0.33685	0.12063	-0.07728	-0.28201	-0.53006	-0.92187
	$\epsilon_{AC}/\epsilon_{AB}$	有	1.0014	0.00702	-0.25949	-0.34020	-0.34003	-0.28612	-0.17703	0.00821	0.33349	1.0000
		無	1.0000	-0.01042	-0.28531	-0.37633	-0.38737	-0.34410	-0.24708	-0.07058	0.25881	1.0000
0.2	$\epsilon_{BC}/\epsilon_{AB}$	有	2.2278	1.3482	0.88656	0.59059	0.37486	0.20237	0.05492	-0.07933	-0.20727	-0.33133
		無	2.4468	1.4445	0.94112	0.62192	0.38914	0.20045	0.03471	-0.12222	-0.28284	-0.46225
	$\epsilon_{AC}/\epsilon_{AB}$	有	0.99898	0.27813	-0.00520	-0.11714	-0.14015	-0.10081	-0.00139	0.17335	0.46795	1.0000
		無	1.0000	0.24464	-0.04594	-0.16439	-0.19433	-0.16258	-0.07037	0.10123	0.40613	1.0000
0.5	$\epsilon_{BC}/\epsilon_{AB}$	有	1.3371	1.0356	0.79816	0.61135	0.46063	0.33819	0.23953	0.16390	0.11608	0.10946
		無	1.4914	1.1290	0.85978	0.65109	0.48480	0.34894	0.23729	0.14906	0.09153	0.07436
	$\epsilon_{AC}/\epsilon_{AB}$	有	1.0000	0.60248	0.37406	0.25458	0.21263	0.23158	0.30781	0.44777	0.66745	1.0000
		無	1.0000	0.57004	0.32940	0.20325	0.15599	0.17260	0.24862	0.39293	0.62826	1.0009
1.0	$\epsilon_{BC}/\epsilon_{AB}$	有	0.65236	0.65236	0.65236	0.65236	0.65236	0.65236	0.65236	0.65236	0.65236	0.65236
		無	0.71419	0.71419	0.71419	0.71419	0.71419	0.71419	0.71419	0.71419	0.71419	0.71419
	$\epsilon_{AC}/\epsilon_{AB}$	有	1.0005	1.0005	1.0005	1.0005	1.0005	1.0005	1.0005	1.0005	1.0005	1.0005
		無	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

表—2 楕円孔を有する等方性体および異方性体モデルにおける初期潜在変位のひずみ比に及ぼす影響

[$\sigma_1^0=1.0$, $\sigma_2^0/\sigma_1^0=0.0$, $b/a=1.2$, $\alpha=0.0^\circ$]

E_1/E_2		u_x^0, u_y^0	$\phi=0^\circ$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
1.0	$\epsilon_{BC}/\epsilon_{AB}$	有	4.2355	2.1885	1.3590	0.87938	0.54326	0.27469	0.03560	-0.20308	-0.47360	-0.85852
		無	4.0814	2.2043	1.4011	0.92209	0.58043	0.30416	0.05428	-0.19902	-0.49360	-0.93951
	$\epsilon_{AC}/\epsilon_{AB}$	有	1.0000	0.08892	-0.20356	-0.31658	-0.34466	-0.31627	-0.23023	0.06338	0.25957	1.0011
		無	1.0022	0.13168	-0.17217	-0.29956	-0.34423	-0.32937	-0.25674	-0.10142	0.21700	1.0000
2.0	$\epsilon_{BC}/\epsilon_{AB}$	有	5.1684	2.0553	1.1497	0.68882	0.39133	0.16755	-0.02147	-0.19787	-0.38272	-0.61107
		無	5.3355	2.1920	1.2484	0.75969	0.43594	0.18615	-0.03382	-0.25106	-0.50164	-0.86994
	$\epsilon_{AC}/\epsilon_{AB}$	有	1.0000	-0.11807	-0.34135	-0.38264	-0.35043	-0.27033	-0.14061	0.05919	0.38483	1.0000
		無	0.99762	-0.11100	-0.35785	-0.42371	-0.41524	-0.35579	-0.24538	-0.05891	0.27527	1.0000
5.0	$\epsilon_{BC}/\epsilon_{AB}$	有	7.3428	1.7284	0.84329	0.46141	0.23552	0.07587	-0.05122	-0.16325	-0.27207	-0.38982
		無	8.5736	2.0288	1.0076	0.55929	0.28548	0.08458	-0.08530	-0.24815	-0.42750	-0.67284
	$\epsilon_{AC}/\epsilon_{AB}$	有	1.0000	-0.39163	-0.47218	-0.41879	-0.32003	-0.19062	-0.02615	0.19095	0.50051	1.0000
		無	1.0028	-0.42337	-0.53763	-0.51427	-0.44187	-0.33470	-0.18594	0.02724	0.36418	1.0004

て、そこからの変化分を変位として計測しているからである。したがって、逆解析を行う場合、この初期潜在変位分は厳密解あるいは数値解から取り除かなければならない。しかしながら、これまでの逆解析手法ではこの初期変位の取り扱い方が必ずしも明確でない面があった。そこでここでは、この初期潜在変位が逆解析結果にどのような影響を与えるのかを定量的に把握するために次のような計算を行った。

図—8, 9, 10 は、地山の弾性特性は等方性、トンネル形状は円形として、見掛けのひずみ ϵ_{AB} , ϵ_{BC} , ϵ_{AC} をそれぞれ初期潜在変位を考慮した場合および取り除いた場合について示したものである。これより、いずれも見掛けのひずみは、初期変位を考慮した場合と考慮しない場合ともに、その傾向は全く同様であるが、両者の値には一定のずれが生じていることがわかる。さらに、この見掛けのひずみから求められるひずみ比は、ここには示されてい

ないが、初期変位の有無にかかわらず同様な値を示す。

表—1 は、地山の弾性特性は異方性 ($e=2.0$)、トンネル形状は円形として、初期潜在変位がひずみ比に与える影響を示したものである。前述の等方性の場合と異なり、この変位の有無による差は最大約 15% 程度現れていることがわかる。

表—2 は表—1 と同様に、初期潜在変位がひずみ比に与える影響をトンネル形状を楕円形とし、弾性係数比 $e = E_1/E_2$ をパラメータにして示したものである。これより、弾性係数比の値が大きくなるにつれて、すなわち異方性が強くなるにつれて、初期潜在変位の有無による差は大きくなり、最大で約 40% 程度にも達することが観察される。

以上のことより、初期潜在変位が逆解析結果に与える影響、すなわちひずみ比に与える影響は、等方性で円形トンネルとして逆解析した場合はそれほど問題とならな

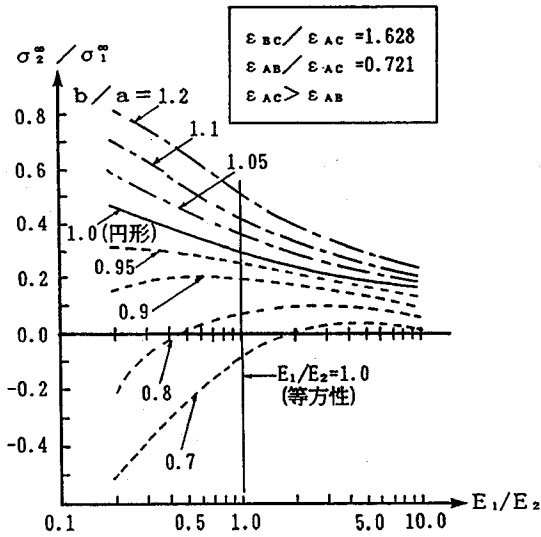


図-11 トンネル形状 ($\omega = b/a$) および異方性弾性係数比 ($e = E_1/E_2$) の変化に対する主応力比の逆解析結果

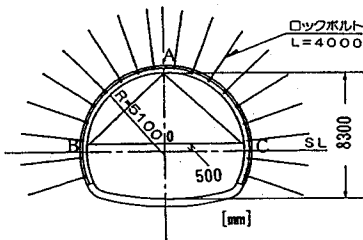


図-12 内空変位計測を実施したトンネル断面形状

いが、地山を異方性で楕円形トンネルとして逆解析した場合には非常に大きくなっていく可能性のあることが指摘できる。

(3) 本論文で提案した逆解析法の検証

本研究で示された逆解析手法の検証を行うために、前出の論文¹⁾で示されている内空変位計測結果の値を用いて、逆解析を行った結果を図-11に示す。ここでは、弾性係数比 e は既知量と仮定し、同定パラメータである主応力比 ($\tau = \sigma_2/\sigma_1$) に及ぼすトンネル形状比 (b/a) による影響を示したものである。なお、ここでは弾性主軸の方向 ϕ は 0° とした。この図において $E_1/E_2 = 1.0$, $b/a = 1.0$ の点、すなわち、等方性地山の円形トンネルにおける逆解析結果 (主応力比) は前出の論文¹⁾における逆解析結果と一致している。また、同定パラメータ (主応力比) に対するトンネル形状の違いによる影響は大きく、特に E_1/E_2 の値の減少に伴いその影響は増大していく傾向が顕著に現れていることがわかる。

(4) 実際の現場計測結果への適用例

図-12に示すような NATM トンネルにおける実際の内空変位計測結果を用いて逆解析を行った。なお、こ

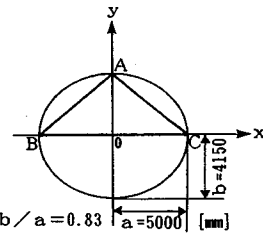


図-13 逆解析のために図-12を楕円形トンネルで近似した断面形状

表-3 図-12の断面トンネルで計測された実測内空変位の入力データおよび設定値

ϵ_{AB}	ϵ_{AC}	ϵ_{BC}	ϵ_{AO}	σ_y^0 (kgf/cm ²)	α
1.69×10^{-3}	4.46×10^{-4}	1.36×10^{-3}	6.41×10^{-4}	17.3	170.0°

表-4 表-3の入力データをもとにした逆解析結果

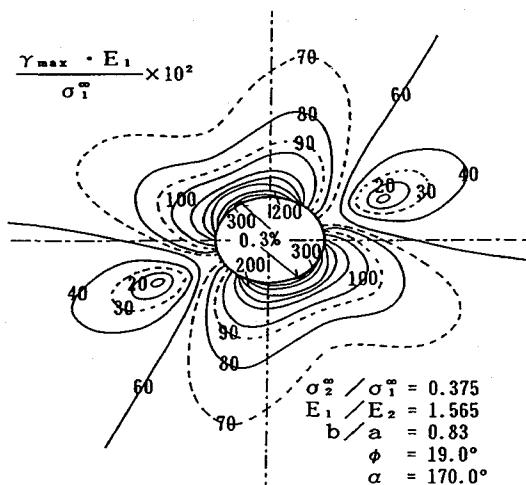
b/a	E_1 ($\times 10^5$) (kgf/cm ²)	E_1/E_2	σ_1^0 ($\times 10^3$) (kgf/cm ²)	σ_2^0/σ_1^0	ϕ (deg.)
1.0	0.361	1.0 *	0.254	0.481	28.0
1.0	0.590	1.216	0.391	0.462	25.0
0.83	0.442	1.0 *	0.341	0.425	24.5
0.83	0.571	1.565	0.390	0.375	19.0

*: 既知量

のトンネルにはロックボルト、覆工が設置されているが、第1近似としてこれらを無視した状態のものを対象とした。このトンネルの地山は主に泥岩で構成されており、単位体積重量 2.3 gf/cm^3 、土被り厚は 75 m であった。これより、 σ_y^0 は 17.3 kgf/cm^2 と仮定した。逆解析において仮定したトンネル形状を図-13に、また、入力データとして用いた内空変位計測値および、その他の諸元を表-3にそれぞれ示した。

表-4に逆解析結果を示したが、ここでは、トンネル形状は楕円形、地山を異方性とした解析の他に、円形-異方性、楕円形-等方性、円形-等方性の4つのパターンを仮定して逆解析を行った結果を示している。ここで、内空変位計測は当然のことながら、切羽後方で行われることから、計測変位量は切羽進行に伴う応力増加分に対応した量となる。したがって、全変位量から計測変位量を差し引いた残りの変位量が、全変位量に占める割合を発現係数 η と定義し導入する。本解析では、種々の他のデータより $\eta = 0.2$ を設定し、表-2の弾性係数および最大主応力の値に乗じてある。

表-4より、同一のトンネル形状において地山を異方性と仮定した場合と、等方性とした場合の結果を比較してみると、弾性係数 E_1 および最大主応力 σ_1^0 の値は、異方性として解析した場合の方が大きく、逆に、主応力比 σ_2^0/σ_1^0 および主応力の方向 ϕ の値は、異方性とした場合の方が小さくなっている。また、地山を異方性として、



図—14 表—4で得られた逆解析結果を用いて計算したトンネル周辺の最大せん断ひずみ分布

トンネル形状の違いによる比較をしてみると、弾性係数比 e を除いた他の同定パラメータの値は、全体的に楕円形とした場合の方が小さくなっていることがわかる。

図—14は、同定されたパラメータの値（異方性、楕円形の場合）を用いて順解析を行い、最大せん断ひずみの分布を求めた結果である。これより、孔周辺部における最大せん断ひずみの値は、最大で約0.3%程度であることがわかる。

5. 結 言

本研究による弾性厳密解を用いた逆解析法は、トンネル形状をより現実に近い楕円形として取り扱い得るとともに、地山を異方性弾性体として逆解析することが可能であり、実際の計測変位を用いた逆解析への適応性も十分高いものであることが示された。さらに、精度・計算機容量・演算時間等の制約も大きく緩和されることが明らかになった。

また、これまでその取り扱い方が必ずしも明確ではなかった初期潜在変位についても、それが解析結果に与える影響について定量的な検討を行い、次のような結論が得られた。すなわち、地山を等方性弾性体、トンネル形

状を円形と仮定して解析を行う場合、トンネル内空変位より求まる見掛けのひずみを正規化したひずみ比（式(16)、(17)参照）に与える影響はほとんど無視できるほど小さい。しかしながら、地山を異方性弾性体、トンネルを楕円形とした場合には、このひずみ比に与える影響はかなり大きく無視できない。したがって、このような仮定のもとで逆解析を行う場合、厳密解あるいは数値解より初期潜在変位分を取り除いておかなければ、実際の内空変位の計測結果、したがって逆解析結果にかなりの誤差を与えることとなることが明らかになった。

なお、本理論と同様な解析手法によって、面外せん断荷重 τ_{xz} , τ_{yz} が作用するような、したがって、ここで提案した結果と組み合わせて、いわゆる三次元荷重状態下での異方性体内の楕円形トンネルおよび、等方性体内の任意形状トンネルの同種の荷重下での問題についても類似の解析が可能であり、それらについてはすでに発表されている^{5),6)}。

参 考 文 献

- 1) 足立紀尚・矢野隆夫：トンネル掘削に伴う地山変位計測結果の簡易解析法，土木学会論文集，第388号，Ⅲ-8，pp.207～216，1987.
- 2) 門田俊一 他：繰り返し拡張カルマンフィルターによる異方性岩盤物性の同定と地下空洞計測管理への適用，土木学会論文集，第406号，Ⅲ-11，pp.107～116，1989.
- 3) 桜井春輔・清水則一・壺内達也：地下空洞における計測変位の境界要素法による三次元逆解析法，土木学会論文集，第382号，Ⅲ-7，pp.55～61，1987.
- 4) 平島健一・浜野浩幹：測定用の円柱状埋設物による異方性弾性地山の初期（変動）応力の解析理論，土木学会論文集，第406号，Ⅲ-11，pp.175～184，1989. およびその文献欄参照.
- 5) 平島健一・川上哲太郎・藤原紀夫・山下幸夫：面外せん断荷重下の等方性・異方性弾性岩盤内の素掘りトンネル掘削問題に関する順解析および逆解析，土木学会論文集，第436号，Ⅲ-16，pp.37～45，1991.
- 6) 平島健一・川上哲太郎・藤原紀夫・力間俊行：弾性厳密解に基づく段階掘削を考慮した任意形状トンネル問題の順解析および逆解析，土木学会論文集，第439号，Ⅲ-17，pp.17～26，1991.

(1990. 2.24 受付)

BACK ANALYSIS FOR CIRCULAR OR ELLIPTICAL TUNNEL IN ISOTROPIC AND ANISOTROPIC ROCK MEDIUM BASED ON EXACT ELASTIC SOLUTIONS

Ken-ichi HIRASIMA, Tetsutaro KAWAKAMI, Toshio FUJIWARA and Yukio YAMASHITA

A method of back analysis for estimation of material properties and initial stresses of rock mass is represented by the exact elastic solutions. These exact solutions due to the present analysis give the displacements and stresses of a circular or an elliptical tunnel of an anisotropic (or an isotropic) medium, under two-dimensional in-plane loading conditions. The practical availabilities of this back analysis are shown by several graphical representations and by the numerical results applied to some field measurements.