

シールドトンネルの横断面方向の地震時断面力の計算法

志波由紀夫*・岡本 晋*

均質地盤中のシールドトンネルの横断面を対象とした簡便な地震時断面力の計算法を提案した。本計算法は、トンネル横断面を弾性床土上のリングにモデル化し、この構造系に自然地盤の振動変位とせん断応力を作用させ、このとき生ずるトンネルの断面力を解析解の形で定式化したものである。また、この解析解に基づいた地震時断面力の近似計算式も提示した。さらに、本計算法を用いたパラメーター・スタディにより、トンネル横断面に生ずる地震時断面力の基本的な特性を明らかにした。

Keywords : shield tunnel, seismic stress, cross sectional direction, practical design method, ring with elastic support

1. ま え が き

大都市における土地利用の高度化を背景として、シールドトンネルは今後ますます、大深度・大口径化の方向に向かうことが予想される。

シールドトンネルが地中深部に造られる場合は、土被りが十分にあってトンネルが安定しており、しかも、地震動が地表面付近に比べて小さいことから、一般的には、トンネルに及ぼす地震の影響は小さいであろうといわれている。実際、このような場合には、耐震検討を省略することが多い¹⁾。また、トンネルのような線状の地中構造物では、横断面方向よりも縦断面方向の方が地震の影響を受けやすいことも知られている。

しかし、均質な単層構造地盤を例にとれば、地盤の深部では地震時のせん断ひずみが地表面付近よりも大きいため、特に大口径トンネルの場合に横断面の上下端の変位差が大きくなることが予想される。したがって、大深度・大口径のシールドトンネルについては、その横断面に及ぼす地震の影響も検討しておく必要がある。

シールドトンネルの耐震性の問題に関しては、これまで主としてトンネル縦断面方向の検討が行われてきており、実用的な耐震計算法も提案されている²⁾。一方、横断面方向については、近年は重要度の高いシールドトンネルの設計過程で耐震性の検討も行われるようになってきたが、地震時応力の特性の解明や合理的な耐震計算法の開発に本格的に取り組んだ研究報告がほとんど見られないのが実情である。また、現在のところ、設計実務的な耐震解析手法として、応答変位法に基づいた骨組み構造解析や、動的FEMが用いられているようであるが、いずれにしても労力と費用のかかる解析手法であるので、より簡便な耐震計算法があれば便利である。

本論文は、このような観点から、均質地盤中のシールドトンネルの横断面を対象とした簡便な地震時断面力の計算法を提案するものである。ここで提案する耐震計算法は、トンネル横断面を弾性床土上のリングにモデル化し、この構造系に自然地盤の振動変位とせん断応力を作用させたときの挙動を求めるものであり、トンネルの地震時の変形や断面力は解析解の形で定式化される。また、設計実務への便宜を考え、上記の解析解に基づいた地震時断面力の近似計算式も提示する。本計算法の妥当性および計算精度については、動的FEMとの比較解析によって示す。さらに、本計算法を用いたパラメーター・スタディにより、トンネル横断面に生ずる地震時断面力の基本的な特性を明らかにする。

2. 地震時断面力の計算法

(1) 計算対象

図-1に示すように、シールドトンネルが均質な単層構造地盤中にある場合を計算対象とする。以下の議論では次の記号を用いる。

H_g : 表層地盤の層厚

G : 表層地盤のせん断弾性係数

ρ : 表層地盤の密度

ν : 表層地盤のポアソン比

U_h : 地表面における変位振幅

H : トンネル中心の深度

R : 覆工の図心半径

h : 覆工厚 (桁高)

E : 覆工の弾性係数

A : 覆工 (曲りばり) の単位奥行き当たりの断面積

κ : 覆工 (曲りばり) の断面係数で、断面図心からの距離を y として、次式で定義される³⁾。

$$\kappa = \frac{1}{A \cdot R} \int_A \frac{y^2}{R-y} dA \dots \dots \dots (1)$$

* 正会員 工修 大成建設(株)技術研究所 耐震チーム
(〒245 神奈川県横浜市戸塚区名瀬町 344-1)

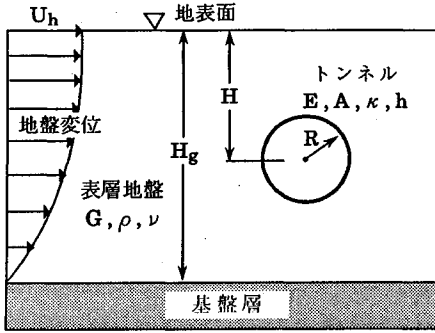


図-1 計算の対象とする構造系

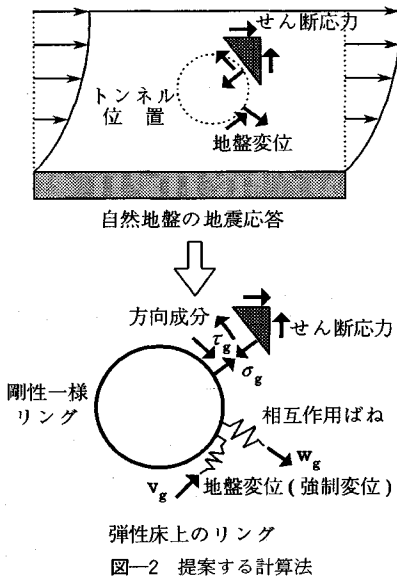


図-2 提案する計算法

(2) 計算手法

ここで提案する計算法の基本的な考え方を図-2に示す。本手法は、シールドトンネルの横断面に生ずる地震時断面力を以下のようにして求めるものである。

まず、シールドトンネルの横断面を剛性一様なリングにモデル化する。これは、常時の荷重に対する構造解析⁴⁾において、実際にはセグメント継手の存在によって剛性一様ではない覆工を、曲げ剛性の有効率を考慮して剛性一様なリングにモデル化する手法に準じたものである。このリングの周囲にはトンネル・地盤間の相互作用を表現するばねを設け、トンネルの構造解析モデルとしては『弾性床上的リング』とする。

次に、この構造系に対し、トンネルの存在を考えない地盤（以下、自然地盤と称す）の地震応答解析から求める次の2種類の応答を地震力として作用させる。

- ① トンネル図心線の位置に生ずる変位（強制変位）
 - ② トンネル図心線の位置に生ずる応力（せん断応力）
- ただし、図-2に示すように、②の力はリングに直接

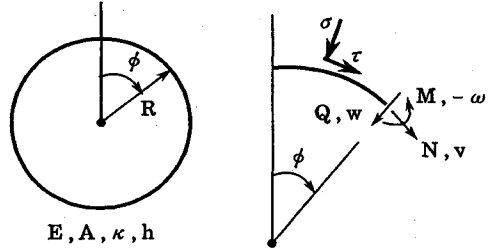


図-3 リングの座標系

作用させ、①の変位はトンネル・地盤間の相互作用ばねを介して作用させるものとする。

以上のように、弾性床上的のリングに2種類の地震力を作用させ、このときリングに生ずる応力を解析的に求めるのである。なお、通常の応答変位法の考え方では『強制変位』のみを地中構造物への外力として与えることが多いが、本手法では『せん断応力』をも地震力として与え、さらに、これら地震力は自然地盤の動的応答から求めるものとした。本手法のような地震力の与え方については、立石ら⁵⁾が動的サブストラクチャー法⁶⁾と応答変位法との関係を考察し、その合理性を明らかにしている。また、色川ら⁷⁾も地中構造物の横断面に生ずる地震時断面力について検討し、『強制変位』に起因する断面力が地震時断面力全体に占める割合は必ずしも大きくないことを報告している。

(3) 仮定条件

上述した解析手法に含まれる仮定のほかに、以下の仮定を設ける。

- ① リングの挙動解析に曲りばりの理論を適用する。
- ② 表層地盤は1次モードで振動するものとする。
- ③ 土被りはトンネル口径以上あり、かつ、トンネル下端と基盤面は接近していないものとする。
- ④ 覆工の慣性力の影響は考慮しない。
- ⑤ 地盤および覆工の非弾性的挙動は考慮しない。

3. トンネルの地震時挙動の定式化

(1) リングの挙動に関する基本関係式

リング（シールドトンネル横断面）の挙動を記述するに当たり、以下の記号を使用する。なお、角度・変位・応力の正符号は、図-3に示す向きとする。

ϕ ：リング上端からの角度。

$w(\phi), v(\phi), \omega(\phi)$ ：リングの法線方向変位、接線方向変位、およびたわみ角で、添字 g を付けた場合はそれらが地盤の変位であることを意味する。

$M(\phi), N(\phi), Q(\phi)$ ：リングの単位奥行き当たりの曲げモーメント、軸力、せん断力。

$\sigma(\phi), \tau(\phi)$ ：リングに作用する法線方向および接線方向荷重で、添字 g を付けた場合はそれらが地盤のせ

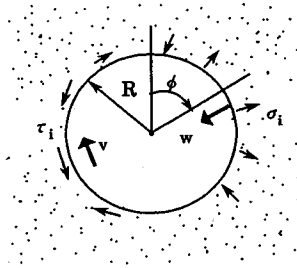


図-4 トンネル・地盤間の相互作用ばねの評価法

ん断応力であることを、添字 i を付けた場合は強制変位に起因するものであることを、それぞれ意味する。

力のつり合い条件等から、リングの変位と応力に関して以下の関係が成り立つ^{8),9)}。

$$M = -E \cdot A \cdot \kappa \cdot \left(\frac{d^2 w}{d\phi^2} + w \right) \dots \dots \dots (2 \cdot a)$$

$$N = -\frac{E \cdot A}{R} \cdot \left\{ \kappa \cdot \frac{d^2 w}{d\phi^2} + (1 + \kappa) \cdot w - \frac{dv}{d\phi} \right\} \dots \dots \dots (2 \cdot b)$$

$$Q = \frac{1}{R} \cdot \frac{dM}{d\phi} \dots \dots \dots (2 \cdot c)$$

$$N = -\frac{dQ}{d\phi} - R \cdot \sigma_g - R \cdot \sigma_i \dots \dots \dots (2 \cdot d)$$

$$Q = \frac{dN}{d\phi} + R \cdot \tau_g + R \cdot \tau_i \dots \dots \dots (2 \cdot e)$$

$$\omega = \frac{1}{R} \cdot \left(v + \frac{dw}{d\phi} \right) \dots \dots \dots (2 \cdot f)$$

これらの関係式中、 σ_g と τ_g はトンネルの挙動とは無関係に自然地盤の動的応答から定められる外力である。一方、 σ_i と τ_i は、自然地盤の変位とトンネル変位のくい違い量、および相互作用ばねの強さに依存する外力である。

(2) トンネル・地盤間の相互作用ばねの評価

式(2)により弾性床上のリングの挙動を定式化していくには、トンネル・地盤間の相互作用ばねを適切にモデル化する必要がある。しかしながら、シールドトンネルに限らず地中構造物一般の耐震計算法において、構造物・地盤間の相互作用を表すばねのモデル化手法についてはこれまでに確立されたものがなく、重要な検討課題の一つとなっている。ここではその一方法として、トンネルが地表面および基盤面に接近していないという条件のもとに、図-4に示す均質無限弾性体中の円孔表面での変位と反力の関係から近似的に相互作用ばねを評価し、本計算法に取り入れることとする。

まず、トンネルの静的な変形に対応して円孔表面に生ずる法線方向・接線方向の変位が、次式のようにフーリエ級数の形で表すことができるものとする。

$$w(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n \cdot \sin(n \cdot \phi) \dots \dots \dots (3 \cdot a)$$

$$v(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n \cdot \cos(n \cdot \phi) \dots \dots \dots (3 \cdot b)$$

このような変位状態に対する円孔周辺の挙動を Airy の応力関数¹⁰⁾を導入して解くと、円孔表面での変位と反力の関係が以下のように導かれる。ただし、 $n=1$ の項については、反力 σ_i と τ_i の水平方向合力が0となる条件を付けたときの解である。

$$\sigma_i(\phi) = \frac{2G}{R} \cdot \left[2w_1 \cdot \sin\phi + \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ \frac{2n+1-2\nu(n+1)}{3-4\nu} \cdot w_n + \frac{n+2-2\nu(n+1)}{3-4\nu} \cdot v_n \right\} \cdot \sin(n \cdot \phi) \right] \dots \dots \dots (4 \cdot a)$$

$$\tau_i(\phi) = \frac{2G}{R} \cdot \left[v_0 + 2v_1 \cdot \cos\phi + \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ \frac{2n+1-2\nu(n+1)}{3-4\nu} \cdot v_n + \frac{n+2-2\nu(n+1)}{3-4\nu} \cdot w_n \right\} \cdot \cos(n \cdot \phi) \right] \dots \dots \dots (4 \cdot b)$$

ここで、式(4)を、

$$\sigma_i(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} (K_n \cdot w_n + K'_n \cdot v_n) \cdot \sin(n \cdot \phi) \dots \dots \dots (5 \cdot a)$$

$$\tau_i(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} (K_n \cdot v_n + K'_n \cdot w_n) \cdot \cos(n \cdot \phi) \dots \dots \dots (5 \cdot b)$$

という形に書き換えれば、 K_n および K'_n がいわゆるばね定数に相当する。ここに、 K_n と K'_n は円孔の変位モードのフーリエ次数ごとに次式で定義される。

$$K_n = \frac{2G}{R} \times \begin{cases} 1 & : n=0 \\ 2 & : n=1 \dots \dots \dots (6 \cdot a) \\ \frac{2n+1-2\nu(n+1)}{3-4\nu} & : n \geq 2 \end{cases}$$

$$K'_n = \frac{2G}{R} \times \begin{cases} 0 & : n=0, 1 \\ \frac{n+2-2\nu(n+1)}{3-4\nu} & : n \geq 2 \dots \dots \dots (6 \cdot b) \end{cases}$$

すなわち、トンネル・地盤間の相互作用ばねのばね定数は、トンネル半径、地盤のせん断弾性係数、および地盤のポアソン比を用いて式(6)で定めることができる。

地中構造物の地震時挙動を応答変位法で解析する際には、構造物・地盤間の相互作用を Winkler 型ばねでモデル化することが多いが、ここで評価されたばねは通常の Winkler 型ばねとは次の2点が異なる。

- ① ばね定数が変位モード(フーリエ次数)ごとに異なった値となる。
- ② 円孔表面に法線方向の強制変位を与えた場合、法線方向の地盤反力以外に接線方向の地盤反力が生ずる。接線方向の強制変位を作用させた場合も同様である。

なお、式(5)において $K'_n=0$ とすれば上記②の効果を無視することになり、通常の Winkler 型ばねと同

様のばね作用となる。この場合のトンネルの挙動については、第4章で解析例を示す。

(3) 地震時挙動の基本式の誘導

図-1に示した構造系の水平方向加振を考えると、構造系および地震動の対称性によりトンネル横断面の変形は鉛直軸に関して逆対称形となり、式(3)のように表すことができる。同様に、トンネルへの外力となる強制変位とせん断応力の法線方向および接線方向成分は次式で表せる。

$$w_g(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} w_{gn} \cdot \sin(n \cdot \phi), \quad v_g(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} v_{gn} \cdot \cos(n \cdot \phi)$$

$$\sigma_g(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{gn} \cdot \sin(n \cdot \phi), \quad \tau_g(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \tau_{gn} \cdot \cos(n \cdot \phi)$$

..... (7・a~d)

上式(7)と、式(5)において変位 w と v を地盤・トンネル間の変位差に置き換えたときの関係とを用いると、式(2・a)~(2・e)は以下のようになる。

$$M(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} M_n \cdot \sin(n \cdot \phi) \quad \text{..... (8・a)}$$

$$N(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot \sin(n \cdot \phi) \quad \text{..... (8・b)}$$

$$Q(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} Q_n \cdot \cos(n \cdot \phi) \quad \text{..... (8・c)}$$

$$N_n = n \cdot Q_n - R \cdot \sigma_{gn} - R \cdot K_n \cdot (w_{gn} - w_n) - R \cdot K'_n \cdot (v_{gn} - v_n) \quad \text{..... (8・d)}$$

$$Q_n = n \cdot N_n + R \cdot \tau_{gn} + R \cdot K_n \cdot (v_{gn} - v_n) + R \cdot K'_n \cdot (w_{gn} - w_n) \quad \text{..... (8・e)}$$

ただし、

$$M_n = E \cdot A \cdot \kappa \cdot (n^2 - 1) \cdot w_n \quad \text{..... (9・a)}$$

$$N_n = \frac{E \cdot A}{R} \cdot [\kappa \cdot (n^2 - 1) - 1] \cdot w_n - n \cdot v_n \quad \text{..... (9・b)}$$

$$Q_n = \frac{E \cdot A \cdot \kappa}{R} \cdot n \cdot (n^2 - 1) \cdot w_n \quad \text{..... (9・c)}$$

である。式(8)と(9)から法線方向変位 w_n を求めると、

$$w_n = \frac{(n^2 + \kappa \cdot \beta_n) \cdot (\beta_n \cdot w_{gn} + \beta'_n \cdot v_{gn} + \frac{R^2 \cdot \sigma_{gn}}{E \cdot A \cdot \kappa})}{n^6 - (2 - \kappa \cdot \beta_n) \cdot n^4 + (1 + \beta_n - 2\kappa \cdot \beta_n) \cdot n^2} - \frac{(n + \kappa \cdot \beta'_n) \cdot (\beta_n \cdot v_{gn} + \beta'_n \cdot w_{gn} + \frac{R^2 \cdot \tau_{gn}}{E \cdot A \cdot \kappa})}{-2\beta'_n \cdot n + (1 + \kappa) \cdot \beta_n + \kappa \cdot (\beta_n^2 - \beta_n'^2)} \quad \text{..... (10)}$$

を得る。ここに、

$$\beta_n = \frac{R^2 \cdot K_n}{E \cdot A \cdot \kappa}, \quad \beta'_n = \frac{R^2 \cdot K'_n}{E \cdot A \cdot \kappa} \quad \text{..... (11・a, b)}$$

である。式(10)の w_n を式(9・a)、(9・c)に代入すれば、トンネルの曲げモーメントおよびせん断力が求まる。また、軸力 N と接線方向変位 v は以下のようになる。

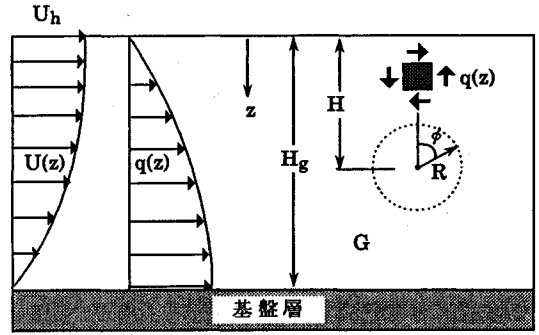


図-5 自然地盤の1次振動モードによる変位と応力

$$N_n = \frac{1}{n + \kappa \cdot \beta'_n} \cdot \frac{E \cdot A \cdot \kappa}{R} \cdot \left[(\kappa \cdot (n^3 + \kappa \cdot \beta'_n) \cdot (n^2 - 1) + n \cdot \beta_n - \beta'_n) \cdot w_n - n \cdot (\beta_n \cdot w_{gn} + \beta'_n \cdot v_{gn} + \frac{R^2 \cdot \sigma_{gn}}{E \cdot A \cdot \kappa}) \right] \quad \text{..... (12)}$$

$$v_n = \frac{1}{n + \kappa \cdot \beta'_n} \cdot \left[-(\kappa \cdot (n^2 - 1)^2 + 1 + \kappa \cdot \beta_n) \cdot w_n + \kappa \cdot (\beta_n \cdot w_{gn} + \beta'_n \cdot v_{gn} + \frac{R^2 \cdot \sigma_{gn}}{E \cdot A \cdot \kappa}) \right] \quad \text{..... (13・a)}$$

ただし、 $n=0$ のときは、

$$v_0 = v_{g0} + \frac{1}{\beta_0} \cdot \frac{R^2 \cdot \tau_{g0}}{E \cdot A \cdot \kappa} \quad \text{..... (13・b)}$$

以上により、トンネルへの外力となる強制変位とせん断応力の法線方向および接線方向成分が式(7)の形で与えられれば、トンネルの応答が求まる。

(4) 地盤の1次振動モードに対するトンネルの応答

図-5に示すように、自然地盤が1次モードで振動する場合を考える。この場合、自然地盤の変位分布 $U(z)$ とせん断応力分布 $q(z)$ は次式で与えられる。

$$U(z) = U_h \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot z}{2H_g}\right) \quad \text{..... (14)}$$

$$q(z) = G \cdot \frac{dU(z)}{dz} = \frac{\pi \cdot G \cdot U_h}{2H_g} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{2H_g}\right) \quad \text{..... (15)}$$

上記の変位と応力から、トンネルに作用させる強制変位およびせん断応力の法線方向・接線方向成分は次のようになる。

$$w_g(\phi) = -U_h \cdot \cos\left\{\frac{\pi \cdot (H - R \cdot \cos \phi)}{2H_g}\right\} \cdot \sin \phi \quad \text{..... (16・a)}$$

$$v_g(\phi) = U_h \cdot \cos\left\{\frac{\pi \cdot (H - R \cdot \cos \phi)}{2H_g}\right\} \cdot \cos \phi \quad \text{..... (16・b)}$$

$$\sigma_g(\phi) = -\frac{\pi \cdot G \cdot U_h}{2H_g} \cdot \sin\left\{\frac{\pi \cdot (H - R \cdot \cos \phi)}{2H_g}\right\} \cdot \sin 2\phi \quad \text{..... (17・a)}$$

$$\tau_g(\phi) = \frac{\pi \cdot G \cdot U_h}{2H_g} \cdot \sin\left\{\frac{\pi \cdot (H - R \cdot \cos \phi)}{2H_g}\right\} \cdot \cos 2\phi$$

表-1 解析ケース

ケース No.	トンネル			表層地盤						備考
	口径 2R (m)	覆工厚 h (m)	深度 H (m)	層厚 H _g (m)	密度 ρ (t/m ³)	せん断波 速度 V _S (m/s)	ポアソン 比 ν	減衰 定数	基本固有 周波数 (Hz)	
1	16.0	0.8	25.0	50	1.6	120	0.45	0.02	0.60	基本ケース
2	16.0	0.8	40.0	50	1.6	120	0.45	0.02	0.60	深度変更
3	6.0	0.3	25.0	50	1.6	120	0.45	0.02	0.60	口径変更
4	16.0	0.8	25.0	50	1.8	240	0.40	0.02	1.20	地盤物性変更

..... (17・b)
 ここで、第1種 Bessel 関数 $J_n(x)$ を用いて次式のよ
 うな級数展開¹¹⁾を行うことにより、 $w_g, v_g, \sigma_g, \tau_g$ をフー
 リエ級数の形に変換することができる。

$$\cos\left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g} \cdot \cos \phi\right) = J_0\left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g}\right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot J_{2n}\left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g}\right) \times \cos(2n \cdot \phi) \quad (18 \cdot a)$$

$$\sin\left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g} \cdot \cos \phi\right) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot J_{2n+1}\left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g}\right) \times \cos\{(2n+1) \cdot \phi\} \quad (18 \cdot b)$$

フーリエ級数表示された $w_g, v_g, \sigma_g, \tau_g$ を式 (10) に
 代入することにより、 w_n が次のように得られる。

$$\frac{w_n}{U_h} = \frac{F_n}{n^6 - (2 - \kappa \cdot \beta_n) \cdot n^4 + (1 + \beta_n - 2\kappa \cdot \beta_n) \cdot n^2 - 2\beta'_n \cdot n + (1 + \kappa) \cdot \beta_n + \kappa \cdot (\beta_n^2 - \beta_n'^2)} \quad (19 \cdot a)$$

ここに、

$$F_n = P_n \cdot \left[(n^2 + n + \kappa \cdot (\beta_n + \beta'_n)) \cdot \left\{ (\beta_n - \beta'_n) \cdot J_{n-1} + \beta_c \cdot \left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g}\right) \cdot J_{n-2} \right\} + (n^2 - n + \kappa \cdot (\beta_n - \beta'_n)) \times \left\{ (\beta_n + \beta'_n) \cdot J_{n+1} - \beta_c \cdot \left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g}\right) \cdot J_{n+2} \right\} \right] \quad (19 \cdot b)$$

$$P_n = \begin{cases} (-1)^{(n+1)/2} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot H}{2H_g}\right) & : n \text{ が奇数} \\ (-1)^{n/2} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot H}{2H_g}\right) & : n \text{ が偶数} \end{cases} \quad (19 \cdot c)$$

$$\beta_c = \frac{R \cdot G}{E \cdot A \cdot \kappa} \quad (19 \cdot d)$$

ただし、式 (19・b) において $J_n(\pi \cdot R/2H_g)$ を J_n と省
 略して表記した (式 (21) でも同様に表記)。また、

$$J_{-1} = -J_1 \quad (20)$$

である。上に得られた w_n を式 (8)~(13) に代入すべ
 ばトンネルの変位および応力が以下のように求まる。

$$\frac{w(\phi)}{U_h} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{w_n}{U_h} \cdot \sin(n \cdot \phi) \quad (21 \cdot a)$$

$$\frac{v(\phi)}{U_h} = \left[J_1 - \frac{\beta_c}{\beta_0} \cdot \left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g}\right) \cdot J_2 \right] \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot H}{2H_g}\right)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + \kappa \cdot \beta'_n} \cdot \left[-(\kappa \cdot (n^2 - 1)^2 + 1 + \kappa \cdot \beta_n) \cdot \frac{w_n}{U_h} + \kappa \cdot P_n \cdot \left\{ \beta_n \cdot (J_{n+1} + J_{n-1}) + \beta'_n \cdot (J_{n+1} - J_{n-1}) - \beta_c \cdot \left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g}\right) \cdot (J_{n+2} - J_{n-2}) \right\} \right] \cdot \cos(n \cdot \phi) \quad (21 \cdot b)$$

$$\frac{M(\phi)}{E \cdot A \cdot \kappa \cdot U_h} = \sum_{n=2}^{\infty} (n^2 - 1) \cdot \frac{w_n}{U_h} \cdot \sin(n \cdot \phi) \quad (21 \cdot c)$$

$$\frac{R \cdot Q(\phi)}{E \cdot A \cdot \kappa \cdot U_h} = \sum_{n=2}^{\infty} n(n^2 - 1) \cdot \frac{w_n}{U_h} \cdot \cos(n \cdot \phi) \quad (21 \cdot d)$$

$$\frac{R \cdot N(\phi)}{E \cdot A \cdot \kappa \cdot U_h} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + \kappa \cdot \beta'_n} \cdot \left[\{(n^3 + \kappa \cdot \beta'_n) \cdot (n^2 - 1) + n \cdot \beta_n - \beta'_n\} \cdot \frac{w_n}{U_h} - n \cdot P_n \cdot \left\{ \beta_n \cdot (J_{n+1} + J_{n-1}) + \beta'_n \cdot (J_{n+1} - J_{n-1}) - \beta_c \cdot \left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g}\right) \cdot (J_{n+2} - J_{n-2}) \right\} \right] \times \sin(n \cdot \phi) \quad (21 \cdot e)$$

4. 本計算法と動的 FEM との比較解析

本計算法の妥当性および地震時断面力の計算精度を検
 討することを目的として、動的 FEM との比較解析を
 行った。比較解析の対象は、図-1 に示した構造系にお
 いて表層地盤が 1 次モードで振動するときの定常応答で
 あり、表-1 に示すように、トンネルの深度、口径、お
 よび地盤物性を変化させた 4 ケースとした。

動的 FEM では、トンネル覆工をはり要素を用いて
 正 72 角形の骨組みにモデル化し、解析領域の側方境界・
 下方境界をそれぞれエネルギー伝達境界・粘性境界とし
 た。ただし、構造系の対称性により、解析領域の 1/2 を
 モデル化した。覆工の物性値は表-2 に示すとおりとし
 た。また、動的 FEM では波動の基盤層への逸散を考
 慮している関係から、基盤層の物性値を表-2 のように
 設定した。入力地震動は、解放基盤面において加速度振
 幅が 100 Gal となる調和波とし、その周波数を表層地盤
 の基本固有周波数に一致させた。

動的 FEM 解析結果の一例を図-6 に示す。

なお、本計算法で必要とする地表面変位 U_h には、動
 的 FEM 解析で得られた地表面・基盤面間の相対変位
 のうち、自然地盤の変位に近いと考えられる左側境界で

表-2 トンネル覆工および基盤層の物性値

物性	トンネル覆工	基盤層
密度 (t/m ³)	2.6	2.0
ヤング率 (GPa)	34.3	0.86
せん断波速度 (m/s)	2370	400
ポアソン比	0.17	0.35
減衰定数	0.02	0.02

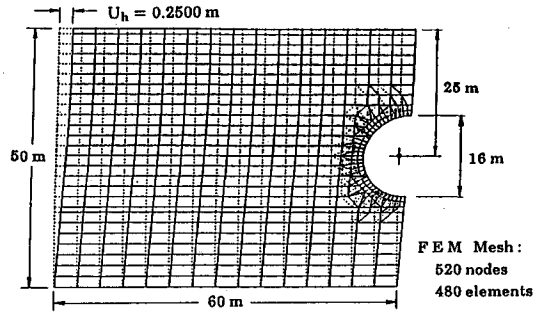


図-6 動的 FEM 解析結果の一例 (ケース 1 の変位図)

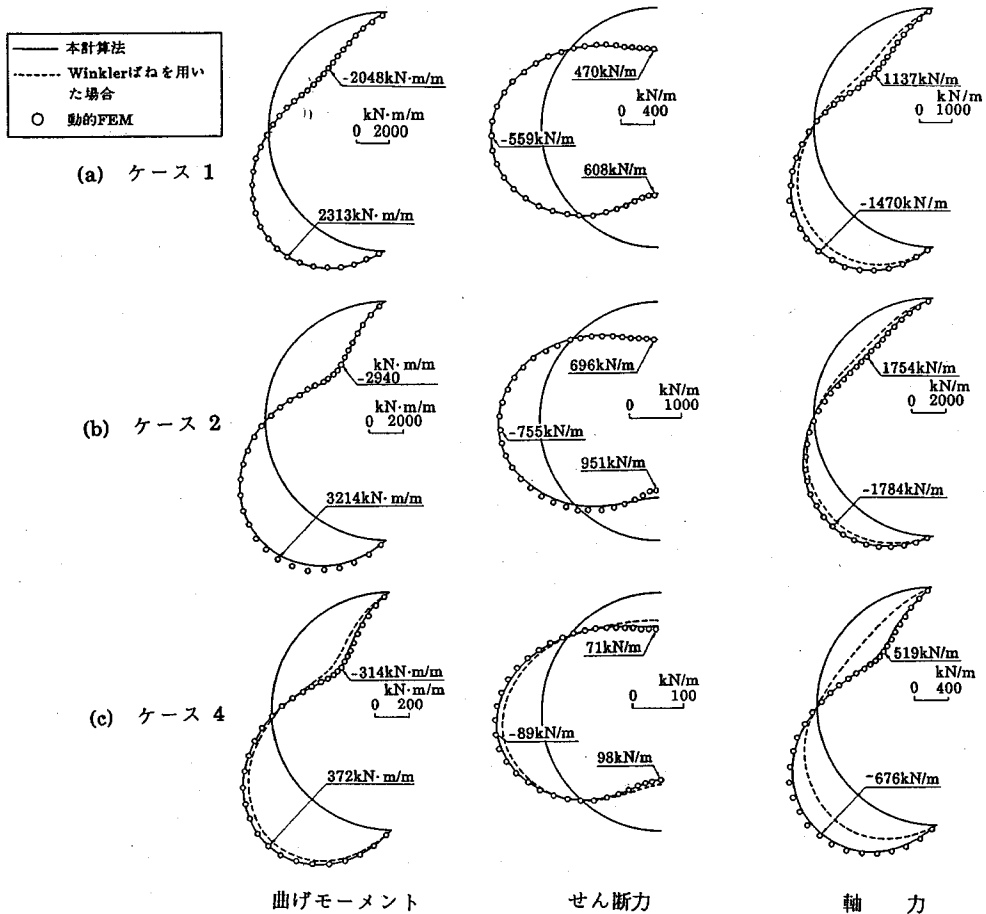


図-7 本計算法と動的 FEM による断面力分布の比較

の値を用いた (図-6 および表-3 参照)。

表-3 は、トンネルに生じた断面力の最大値を動的 FEM と本計算法とで比較して示したものである。また、トンネルの断面力分布の一部を図-7 に示した。これらの図表から、ケース 2 のせん断力で 2 種類の解析結果に若干の差が生じているものの、本計算法は実用的に十分な計算精度を有しており、その妥当性が確認できる。

ケース 2 はトンネル下端と基盤面とが接近している

ケースであり、本計算で用いた相互作用ばねの適用限界を越えたことが計算誤差の原因と考えられる。なお、図-7 には、本計算法において相互作用ばねを Winkler 型ばねでモデル化した場合 (式 (5) で $K_n=0$ とした場合) の解析結果も合わせて示した。この場合には、特に軸力の大きさを過小評価する結果となることがわかる。

表-3 本計算法と動的FEMとの比較 (入力地震動100Gal当たりの値)

ケース No.	表層地盤の応答		トンネルの応答								
	地表面 加速度 (Gal)	地表面 変位 U_h (cm)	最大曲げモーメント (kN·m/m)			最大せん断力 (kN/m)			最大軸力 (kN/m)		
			FEM	本計算法	近似式	FEM	本計算法	近似式	FEM	本計算法	近似式
1	367	25.00	2313	2365 (1.02)	2240 (0.97)	608	624 (1.03)	560 (0.92)	1470	1458 (0.99)	1312 (0.89)
2	371	25.37	3214	3091 (0.96)	3058 (0.95)	951	784 (0.82)	764 (0.80)	1784	1838 (1.03)	1791 (1.00)
3	368	25.18	314	324 (1.03)	318 (1.01)	216	221 (1.02)	212 (0.98)	529	516 (0.98)	496 (0.94)
4	178	2.77	372	363 (0.98)	333 (0.90)	98	97 (0.99)	83 (0.85)	676	643 (0.95)	587 (0.87)

()内は動的FEMに対する比

5. 地震時断面力のパラメーター・スタディ

シールドトンネルの横断面内に発生する地震時断面力は、覆工の諸元・地盤の剛性・トンネル深度などによって異なる。ここでは、提案手法を用いたパラメーター・スタディにより、均質地盤中のシールドトンネルに生ずる地震時断面力の基本的な特性を調べる。

(1) パラメーターの整理

図-1に示した均質地盤中のシールドトンネルでは、 $H_g, G, \rho, \nu, U_h, H, R, h, E, A$, および κ の11種類のパラメーターが地震時断面力に関与する。これらのパラメーターについて、無次元化できるもの・固定できるもの・相互に関連するもの等を、以下のように整理する。

- ① 覆工としてコンクリート系平板型セグメントを想定し、リングの弾性係数 E を固定する。
- ② 曲りばりの断面が矩形となるので、リングの単位奥行き当たり断面積 A は覆工厚 h によって決まる。
- ③ これまでの施工実績を参考にして、覆工厚 h とトンネル口径 $2R$ の比を一定値 0.05 に固定する。
- ④ 矩形断面の曲りばりの断面係数 κ は、上記②と③の条件から一義的に決まる。
- ⑤ 表層地盤の密度 ρ およびポアソン比 ν を一般的な値に固定する。
- ⑥ 表層地盤のせん断弾性係数 G は、新たにせん断波速度 V_s をパラメーターとして導入し、次式で算定する。

$$G = \rho \cdot V_s^2 \dots\dots\dots (22)$$

- ⑦ 地表面変位 U_h は、新耐震設計法 (案)¹²⁾・共同溝設計指針¹³⁾等、各種の地中構造物の耐震計算法に示されている次式を用いて算定する。

$$U_h = 2/\pi^2 \cdot S_v \cdot T_s \dots\dots\dots (23)$$

ここに、 S_v は地震動の応答速度スペクトル値である。また、 T_s は地盤の基本固有周期で、表層地盤の層厚 H_g とせん断波速度 V_s とから、次式で計算する。

$$T_s = 4H_g/V_s \dots\dots\dots (24)$$

表-4 パラメーター・スタディの条件

固定した パラメーター	E	$= 31.4 \text{ GPa}$ $= 3.2 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$
	$h/2R$	$= 0.05$
	κ	$= 8.346 \times 10^{-4}$
	ρ	$= 1.7 \text{ t/m}^3$
変化させた パラメーター	ν	$= 0.40$
	$2R/H_g$ H/H_g	$V_s \text{ (m/s)}$
従属させた パラメーター	A	$= h \cdot 1$
	G	$= \rho \cdot V_s^2$
	U_h	$= 2/\pi^2 \cdot S_v \cdot T_s$
	T_s	$= 4H_g/V_s$

以上により、各種パラメーターを表-4に示すように整理し、シールドトンネルの地震時断面力に及ぼす影響を見る独立なパラメーターを次の3種類とした。

- トンネル口径比 $: 2R/H_g$
- トンネル深度比 $: H/H_g$
- 表層地盤のせん断波速度: V_s

(2) 地震時断面力の表示方法

トンネル横断面内に発生する曲げモーメント M , せん断力 Q , および軸力 N としては、これらの大きさがトンネルの規模によらずに比較できるように、下式のように“ひずみ”の形で表示する。ただし、トンネルの地震時断面力は地震動の応答速度スペクトル値 S_v に比例することから、“ひずみ”を S_v で除して正規化しており、 S_v の単位を m/s とすると M^*, Q^*, N^* の単位は s/m となる。なお、以下の議論では、 S_v は地盤の基本固有周期にかかわらず一定と考えることとする。

$$M^* = \frac{M}{E \cdot A \cdot \kappa \cdot R} \cdot \left(\frac{h}{2R-h} - \kappa \right) \cdot \frac{1}{S_v} \dots\dots\dots (25 \cdot a)$$

$$Q^* = \frac{Q}{E \cdot A \cdot S_v} \dots\dots\dots (25 \cdot b)$$

$$N^* = \frac{N}{E \cdot A \cdot S_v} \dots\dots\dots (25 \cdot c)$$

(3) 地震時断面力の特性

地震時断面力の分布の形状については図-7にいくつか例を示したが、せん断力はトンネル下端で、曲げモーメントおよび軸力は斜め下方の $\phi=135^\circ\sim 145^\circ$ の位置で、それぞれ最大となる。

図-8は、 M^* 、 Q^* および N^* の最大値をまとめたものである。この図では各断面力について、左側の図では $2R/H_g$ を一定にして H/H_g を変化させ、トンネル深度の影響を調べた。右側の図では逆に、 H/H_g を一定にして $2R/H_g$ を変化させ、トンネル口径の影響を調べた。

図-8から、トンネルの横断面に発生する地震時断面力(ひずみ)に関して、以下の特性のあることがわかる。

- ① 曲げモーメントによるひずみは軸力によるひずみの数倍(地盤が硬質なとき)ないし数10倍(地盤が軟質なとき)であり、覆工に発生するひずみとしては曲げモーメントによるひずみが卓越する。
- ② 曲げモーメント、せん断力、軸力とも、パラメーター H/H_g の値が大きいほど、また、パラメーター $2R/H_g$ の値が大きいほど大きくなる。影響の度合いとしては H/H_g の方が大きく、トンネル深度が地震時応力に大きく影響する。
- ③ 曲げモーメントとせん断力は、応答速度スペクトル S_v を一定としている関係から V_s に対して極大値を生じている¹⁴⁾。本計算条件ではこれらが極大となるのは $V_s=70\sim 80$ m/s の軟質地盤の場合である。
- ④ 軸力は、 V_s の増加とともに単調に増加する¹⁴⁾。

以上の結果から、軟質地盤の大深度にトンネルを計画する場合には、曲げモーメント・せん断力・軸力を総合した地震時応力が大きくなるので、注意が必要である。

6. 地震時断面力の近似計算式

式(21)は提案した手法によってトンネルの挙動を解析したときの厳密解であるが、第1種 Bessel 関数を含む級数の形で表されるため、設計の実務にはややなじみにくい。そこで、厳密解における高次の微小項を除いて、地震時断面力の近似計算式を導くことを考える。

まず、第1種 Bessel 関数は、次式のように級数展開することができる¹¹⁾。

$$J_k(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^k \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{2n} \cdot \frac{1}{n!(n+k)!} \cdots (26)$$

ここで、通常のシールドトンネルでは土被りがトンネル口径 $2R$ 以上あるから、上式中の $x/2$ の2乗以上の項を無視して、次のように近似する。

$$J_0\left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g}\right) \approx 1, \quad J_1\left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g}\right) \approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g}\right),$$

$$J_k\left(\frac{\pi \cdot R}{2H_g}\right) \approx 0 : k \geq 2 \cdots \cdots (27 \cdot a, b, c)$$

また、曲りばりの断面係数 κ を、覆工の断面積 A と

断面2次モーメント I を用いて

$$\kappa \approx \frac{I}{A \cdot R^2} \cdots \cdots (28)$$

と近似する³⁾。さらに、 κ は通常小さな値であるので、式中で無視できる場合には無視する。

以上の近似を行うと、式(21・c)~(21・e)のトンネル断面力において $n=2$ の項のみが有意な値をもち、曲げモーメントと軸力は斜め上下 45° で、せん断力はトンネル上下端で、それぞれ以下のような最大値となる。

$$M_{\max} = \frac{3\pi \cdot E \cdot I}{2R \cdot H_g} \cdot U_h \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot H}{2H_g}\right) \cdot C \cdots \cdots (29 \cdot a)$$

$$Q_{\max} = \frac{3\pi \cdot E \cdot I}{R^2 \cdot H_g} \cdot U_h \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot H}{2H_g}\right) \cdot C \cdots \cdots (29 \cdot b)$$

$$N_{\max} = \frac{3\pi \cdot E \cdot I}{R^2 \cdot H_g} \cdot U_h \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot H}{2H_g}\right) \cdot \left(1 + \frac{G \cdot R^3}{6E \cdot I}\right) \cdot C \cdots \cdots (29 \cdot c)$$

ただし、

$$C = \frac{4(1-\nu) \cdot G \cdot R^3}{(3-2\nu) \cdot G \cdot R^3 + 6(3-4\nu) \cdot E \cdot I} \cdots \cdots (29 \cdot d)$$

なお、ここに得られた地震時断面力の近似計算式は、自然地盤においてトンネル中心の深さに生ずるせん断ひずみの大きさを図-1の構造系を単純せん断した場合に発生するトンネル断面力の最大値を与えることになる¹⁴⁾。したがって、厳密解と近似式の違いは地盤ひずみの深さ方向の変化を考慮しているかないかにある。

近似計算式の精度について、図-8と表-3に厳密解との比較を示したが、全般に、近似解は厳密解に対して小さめで、両者の比は図-8に示した範囲で、曲げモーメントが0.88~1.00、せん断力が0.80~1.00、軸力が0.87~1.03である。傾向としては、地盤が硬質なほど、トンネル深度が浅いほど、トンネル口径が大きいほど、近似計算式の精度が落ちる。したがって、この近似計算式を用いた場合には地震時断面力を小さめに見積もることに注意が必要があるが、地震時断面力の概算値を知るには十分有用である。

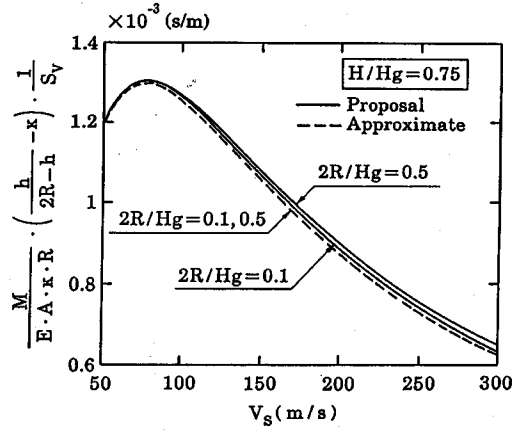
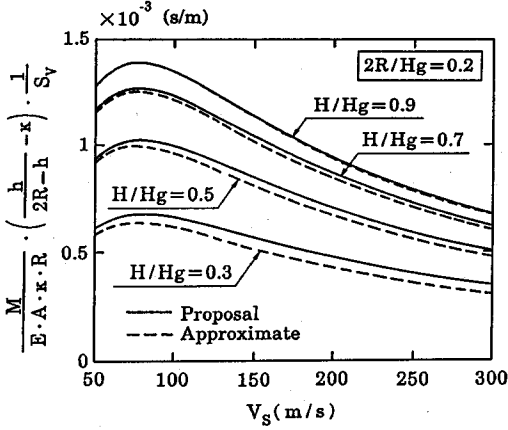
7. まとめ

均質地盤中のシールドトンネルを対象として、横断面方向の簡便な地震時断面力の計算法を提案した。本計算法の要点および特長は、以下のようにまとめられる。

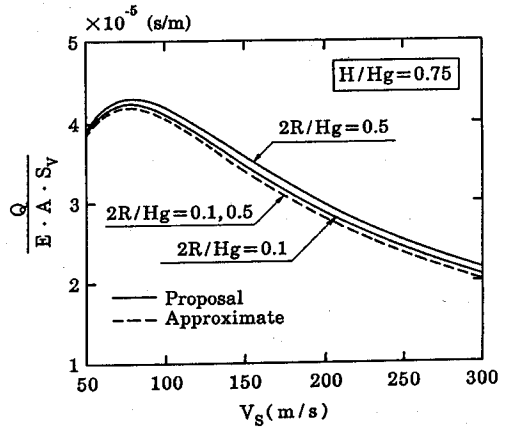
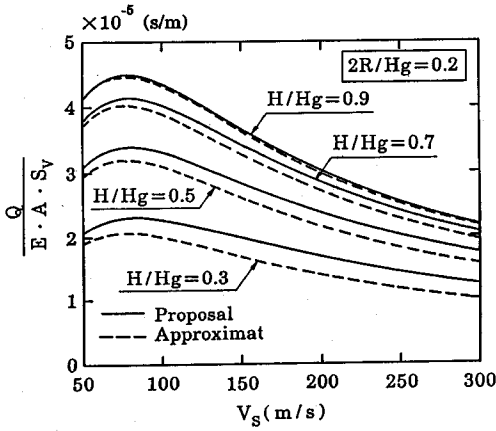
(1) 土被りがトンネル口径以上あり、かつ、トンネル下端と基盤面が近くない場合を計算対象とする。

(2) 本計算法の基本的考え方は、シールドトンネルの覆工を弾性床上的のリングにモデル化し、これに自然地盤の地震応答解析から得られるトンネル位置での変位と応力を外力として作用させ、このときリングに生ずる断面力を求める、というものである。

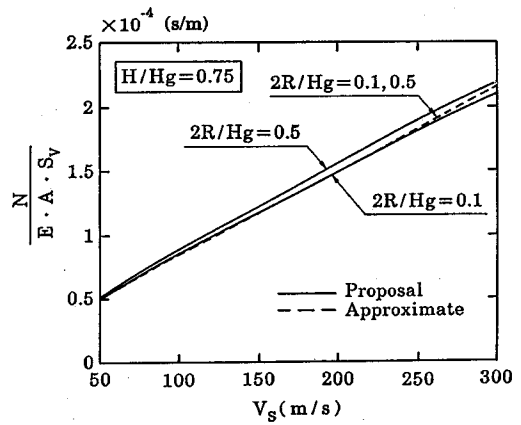
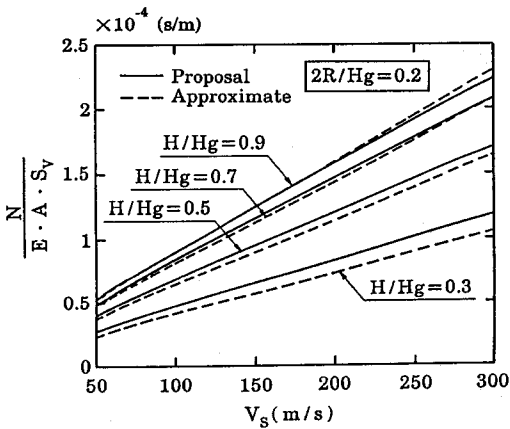
(3) 弾性床としてのトンネル・地盤間の相互作用は



(a) 最大曲げモーメントの特性



(b) 最大せん断力の特性



(c) 最大軸力の特性

図-8 地震時断面力の特徴

ねは、無限弾性体中の円孔に載荷したときの荷重と変位の関係に基づき、荷重と変位が法線方向と接線方向とで連成するばねとした。このばねを Winkler 型ばねとした場合には、特に軸力の大きさを過小評価する。

(4) 本手法によれば、1次モードで振動する均質地盤中のシールドトンネル横断面に生ずる断面力は、式(19)~(21)のように解析解の形で与えられ、比較的簡単な演算で計算することができる。

(5) 本計算法の妥当性および計算精度については、動的 FEM との比較解析により確認されている。

(6) 上記の解析解における高次の微小項を省略して、さらに簡便な地震時断面力の近似計算式(29)を提示した。この近似計算式から得られる地震時断面力は、通常のシールドトンネルの条件では精解に対してほぼ 80~100% の値であり、小さめに見積もられることに注意する必要があるが、概算値を知るには十分有用である。

このほか、本計算法を用いて均質地盤中のシールドトンネルについてパラメータスタディを行い、トンネル深度・口径・地盤剛性と横断面に生ずる断面力との関係についての基礎的な知見を得た。

8. あとがき

本論文ではシールドトンネル横断面の地震時応力を論じたが、シールドトンネルの設計法全体から見れば、土圧・水圧など常時の応力との関係も考え合わせる必要がある。また、ここでは均質地盤中のシールドトンネルを対象としたが、大深度・大口径シールドトンネルの現実的な問題として、トンネル横断面が軟質・硬質層の層境界をまたぐような場合の地震時応力も重要な検討課題である。これらの問題については、今後の課題としたい。

なお、本研究は建設省総合技術開発プロジェクト「地下空間の建設技術の開発(地下構造物の耐震設計技術)に関する共同研究」^{14),15)}の一環として実施したものである。末尾ながら、共同研究者である建設省土木研究所、

(財)先端建設技術センター、(株)奥村組、鹿島建設(株)、(株)鴻池組、清水建設(株)、飛鳥建設(株)、(株)間組、(株)フジタの関係各位に謝意を表する。

参考文献

- 1) 土木学会：トンネル標準示方書(シールド編)・同解説、pp.40~42, 1986.
- 2) 志波由紀夫・川島一彦・大日方尚巳・加納尚史：応答変位法によるシールドトンネルの地震時断面力の算定法、土木学会論文集、第404号/I-11, pp.385~394, 1989.
- 3) 鶴戸口英善・川田雄一・倉西正嗣：材料力学 上巻(第19版)、pp.306~313, 裳華房, 1972.
- 4) 上掲1), pp.54~62.
- 5) 立石章・吉田健治・佐藤誠一：サブストラクチャー法にもとづく応答変位法に関する一考察、土木学会第41回年次学術講演会講演概要集第1部、pp.1119~1120, 1986.
- 6) Wolf, J.P.: Dynamic Soil-Structure Interaction, pp.369~375, Prentice-Hall, 1985.
- 7) 色川邦彦・竹内幹雄・高橋直樹：地下構造物横断面方向の応答特性に関する基礎的検討、土木学会第45回年次学術講演会講演概要集第1部、pp.1164~1165, 1990.
- 8) 結城皓曠：継手の剛性と組み方を考慮したシールドセグメントの解析、土木学会論文報告集、第176号、pp.13~22, 1970.
- 9) 白木恒雄：円弧の組合せよりなる中空断面をもつ地中埋設物の解析、土木学会論文報告集、第322号、pp.1~14, 1982.
- 10) 川本眺万：応用弾性学、pp.67~71, 共立出版, 1968.
- 11) 森口繁一・宇田川銈久・一松 信：岩波全書 数学公式 III—特殊函数一、岩波書店, 1960.
- 12) 建設省：新耐震設計法(案), 1977.
- 13) 日本道路協会：共同溝設計指針、pp.52~58, 1986.
- 14) 建設省土木研究所・(財)先端建設技術センター・(株)奥村組・鹿島建設(株)・(株)鴻池組・清水建設(株)・大成建設(株)・飛鳥建設(株)・(株)間組・フジタ工業(株)：地下構造物の耐震設計技術に関する研究 平成元年度共同研究報告書, 1990.
- 15) 同上, 平成2年度共同研究報告書, 1991.

(1990.12.6受付)

A PRACTICAL EVALUATION METHOD OF SEISMIC STRESSES DEVELOPED IN THE CROSS SECTION OF SHIELD TUNNELS

Yukio SHIBA and Susumu OKAMOTO

This paper proposes a practical evaluation method of seismic stresses developed in the cross section of shield tunnels in homogeneous soft grounds. The seismic stresses are analyzed by means of subjecting a ring-with-elastic-support model of the tunnel lining to ground displacement and shearing stresses which herein represent seismic loads. These seismic stresses are described through mathematical formulae using a series of Bessel functions. The accuracy of the method is checked through FEM analyses. For designers' convenience in making a rough estimate of seismic stresses, approximate formulae are presented by simplifying the exact formulae. The fundamental characteristics of seismic stresses developed in tunnels are also investigated by parametric studies.