

# 時間領域FE-BE法による弾性基礎上のフィルダムの鉛直振動モード解析

東平光生\*・大町達夫\*\*

本論文は、時間領域FE-BE法を用いて、弾性基礎上のフィルダムの鉛直振動モード解析を行っている。そして、前論文で示した弾性基礎上のフィルダムの水平振動モード解析結果と合わせ、フィルダムと基礎の動的相互作用の性質について考察している。これにより、ダムは鉛直方向よりも水平方向に揺れやすく、それと関連して逸散減衰も鉛直振動モードよりも水平振動モードで大きいことなどを明らかにしている。

**Keywords:** dam-foundation system, vertical vibration mode, FE-BE method in the time domain

## 1. はじめに

著者らは一連の研究で時間領域の有限要素法と境界要素法の結合手法、すなわち時間領域FE-BE法の手法と適用例を示してきた<sup>1)~3)</sup>。これらの手法によれば、時間領域FE-BE法は、時間領域で波動の逸散減衰を厳密に評価できるばかりでなく、弾性基礎上のダムのように逸散減衰を生じる系の振動モード解析にも有効である。著者らはこの手法を弾性基礎上のダムの水平振動モード解析に適用し、ダム—基礎系の動的相互作用をダムの固有振動モードに関連づけて解明することを試みた<sup>2)</sup>。

こうした一連の研究に引き続き、本論文では弾性基礎上のフィルダムの鉛直振動モード解析を行い、ダム—基礎系の鉛直方向の振動に関する動的相互作用をダムの固有振動に関連づけて解明する。これに関連し、先の論文<sup>2)</sup>では触れなかった、過減衰のモード、すなわち、時間と共に単調に減衰してゆくモードについて述べる。そして実際に時間領域FE-BE法を適用して、このような過減衰のモードが弾性基礎上のフィルダムのインパルス応答のなかに含まれていることを示す。

## 2. 固有振動モードと過減衰モードとの関係

著者らが、先の論文で示した時間領域FE-BE法を用いた固有振動モード解析手法では、各次のモードの臨界減衰比は1より小さいと仮定した<sup>2)</sup>。互いに複素共役の関係性を有する固有値や固有ベクトルが得られた理由は、こうした仮定を設定したことによる。

以下では、このような観点から著者らの示した固有振動モード解析手法について考察してみる。

このモード解析手法では、与えられた系の伝達関数をモーダル分解し、各次のモードの伝達関数、たとえば  $j$  次のモードの伝達関数を次のように置いていた<sup>2)</sup>。

$$U_j(\omega) = \frac{A_j}{2} \left[ \frac{e^{-i\phi_j}}{\omega - \omega_{+j}} - \frac{e^{-i\phi_j}}{\omega - \omega_{-j}} \right] \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $U_j(\omega)$  は  $j$  次のモードの伝達関数、 $\omega$  は円振動数、 $A_j$  はモードの振幅、 $\phi_j$  は位相角、 $i$  は虚数単位である。また、 $\omega_{+j}$ 、 $\omega_{-j}$  は  $j$  次のモードの伝達関数の複素平面上における極であり、非減衰の固有円振動数  $\omega_{0j}$  と臨界減衰比  $h_j$  との間以下の関係がある。

$$\begin{aligned} \omega_{+j} &= h_j \omega_{0j} i + \sqrt{1 - h_j^2} \omega_{0j} \\ \omega_{-j} &= h_j \omega_{0j} i - \sqrt{1 - h_j^2} \omega_{0j} \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

なお、これらの記述で用いている添字の  $j$  は  $j$  次のモードに関連する量であることを表している。

ところで、これらの伝達関数の極は固有値  $\lambda_{+j}$  と次の関係を有する。

$$\begin{aligned} \lambda_{+j} &= i\omega_{+j} \\ \lambda_{-j} &= i\omega_{-j} \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

式(3)は一つのモードに対し、一般には二つの固有値が存在することを意味している。前述のように、先の論文では臨界減衰比が1より小さいと仮定していた。このとき、式(2)より極  $\omega_{+j}$  と  $\omega_{-j}$  は複素平面の虚数軸に関して対称な位置に存在し、このために、式(3)より互いに複素共役の固有値が得られていたのである。

ところが、臨界減衰比が1を越えるようになると、式(2)より、極  $\omega_{+j}$  と  $\omega_{-j}$  は虚数軸上に位置するようになる。このために、このモードに関しては互いに複素共役の固有値は得られず、二つの実数の固有値が得られるようになる。また、このような実固有値問題の特別な場合として、

$$\begin{aligned} h &= \infty \\ \omega_{0j} &= 0 \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

\* 正会員 工博 佐藤工業(株) 中央技術研究所  
(〒243-02 神奈川県厚木市三田47-3)

\*\* 正会員 工博 東京工業大学大学院総合理工学研究所

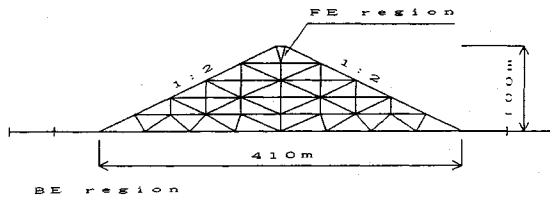
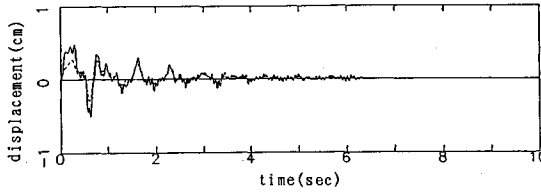


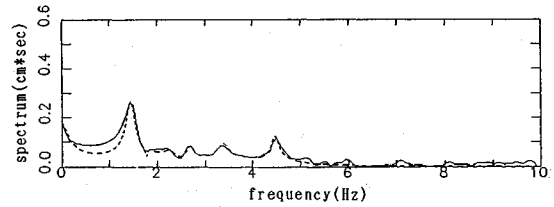
Fig.1 Model of a fill dam elastic foundation

Table 1 Case of analysis

| case | SHEAR WAVE VELOCITY |            | POISSON'S RATIO | IMPEDANCE RATIO |
|------|---------------------|------------|-----------------|-----------------|
|      | DAM                 | FOUNDATION |                 |                 |
| 1    | 300m/s              | 1000m/s    | 0.30            | 0.30            |
| 2    |                     | 2000m/s    |                 | 0.15            |
| 3    |                     | 3000m/s    |                 | 0.10            |
| 4    | 500m/s              | 1000m/s    |                 | 0.50            |
| 5    |                     | 2000m/s    |                 | 0.25            |
| 6    |                     | 3000m/s    |                 | 0.17            |



(a) time history



(b) Fourier spectrum

Fig.2 Impulsive response and its Fourier spectrum (case-1)

によって与えられるモードを考えることも可能である。この場合、 $\omega_{+j}$  は虚数軸上の有界な位置に存在し、 $\omega_{-j}$  は複素平面の原点に存在する。これらの極が与えるモードは  $\omega_{0j}$  がゼロであることから剛体モードである。また、 $\omega_{-j}$  の与えるモードは  $\omega_{-j}$  がゼロであることから時間変動を示さない静止した剛体モードである。物理的に安定な系であれば、時間が十分経過すれば変位はゼロに収束するから、 $\omega_{-j}$  の与えるモードの振幅はゼロである。また、 $\omega_{+j}$  の与えるモードは、時間とともに単調に減少して行く剛体モードである。このようなモードが実際に存在することは、後述の振動モード解析で示される。

以上で示した実固有値問題に対しても、著者らの示した振動モード解析手法は有効である。これは、本手法が各次のモードの伝達関数を式(1)のように表し、最小自乗法で  $A_j$ ,  $\omega_{+j}$ ,  $\phi_j$  を決定するためである。そして、このプロセスでは、 $\omega_{+j}$  は純虚数かどうかは全く問題にならないことが分かる。

なお、このような式(1)で伝達関数を近似する振動モード解析手法は、特に時間領域 FE-BE 法を用いなくても、たとえば時間領域 BEM を用いることにより適用可能である。しかしながら、振動モード形状の詳細な検討や不均質媒質を扱う場合には FEM の適用が有利である。以上の理由により本研究では、時間領域 FE-BE 法の結果を用いた、このような振動モード解析手法を展開している。

### 3. ダム-基礎系の鉛直振動モード解析

ここでは、Fig.1 に示す均一型フィルダムの振動モー

ド解析を行い、フィルダムの基本的な振動性状について検討する。Fig.1 に示すモデルでの水平振動モード解析は、すでに先の論文<sup>2)</sup>で示しているの、ここでは鉛直振動モード解析を新たに実行し、水平振動モード解析の結果と合わせ考察を行う。

Fig.1 に示すモデルでは、自由表面の境界条件を導入するための境界要素をダムの法尻から約 100 m で打ち切っている。既往の研究では、この打ち切りの長さの影響についてさまざまな検討がなされている。たとえば、時間領域 BEM により、半円形の埋没谷の地盤の振動解析を行うにあたっては、近江・登坂<sup>3)</sup>は境界要素の打ち切り長さとして、埋没谷の直径の 3 倍が適当であるとしている。また、吉田・阿部<sup>4)</sup>は、このような埋没谷のモデルでの境界要素の打ち切り長さに、埋没谷の直径の長さを充て検討を行っている。

このような既往の研究に比べれば、ここでの 100 m の打ち切り長さは短い。しかしながら、このような境界要素の短い打ち切り方でも、境界要素を遠方まで延ばした場合の解と大きな違いがないことを本論文の付録で検証している。

#### (1) インパルス応答

先の論文<sup>2)</sup>と同様に、ダムと基礎の剛性の比が、ダムの鉛直振動特性にどのような影響を与えるかについて検討するために、Table 1 に示す 6 ケースについて解析を行う。Table 1 に示された解析ケースに対応するダムと基礎のインピーダンス比は、前の論文<sup>2)</sup>で与えた値と全く同様である。また、振動モード解析を行うに先立ち、まず時間領域 FE-BE 法を用いてダム-基礎系のイン

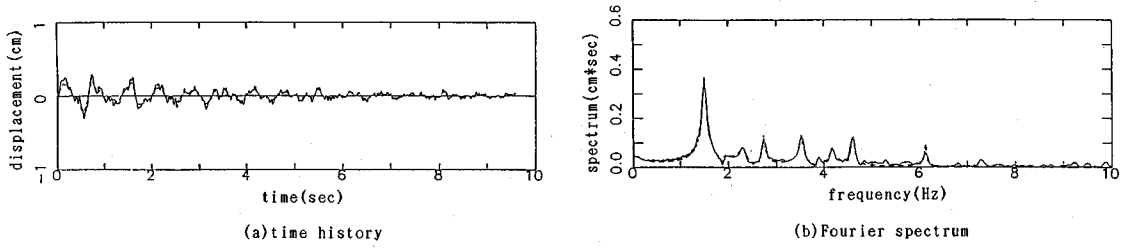


Fig.3 Impulsive response and its Fourier spectrum (case-2)

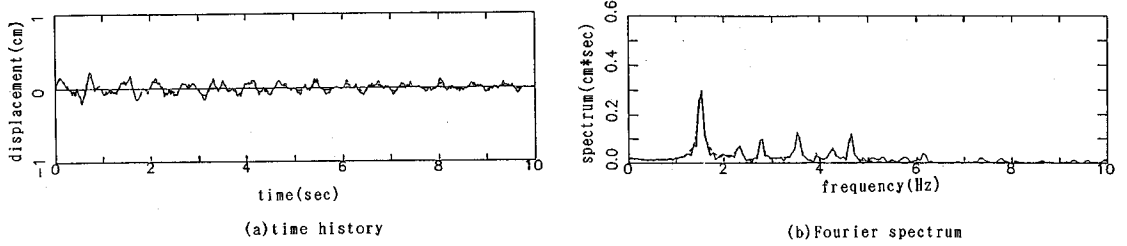


Fig.4 Impulsive response and its Fourier spectrum (case-3)

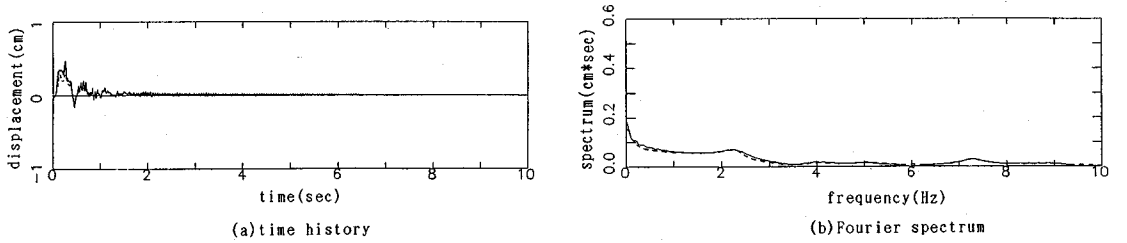


Fig.5 Impulsive response and its Fourier spectrum (case-4)

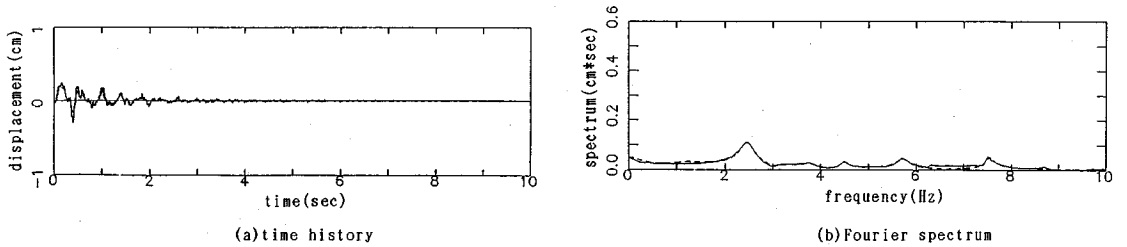


Fig.6 Impulsive response and its Fourier spectrum (case-5)

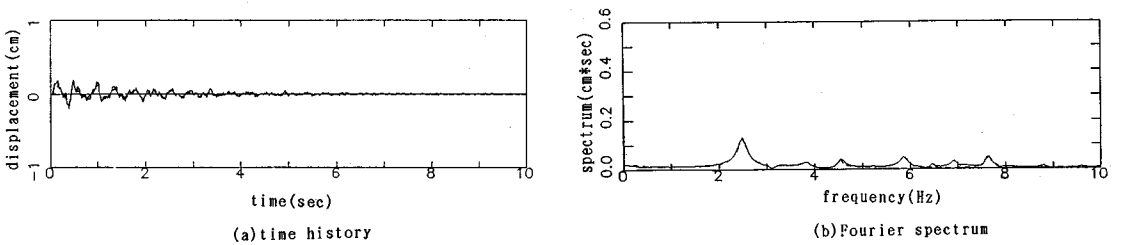


Fig.7 Impulsive response and its Fourier spectrum (case-6)

Table 2 Natural frequency and radiation damping

| ORDER | impedance ratio        | 0.3 (case-1)          | 0.15 (case-2)         | 0.1 (case-3)          | 0.5 (case-4)          | 0.25 (case-5)         | 0.7 (case-6)          |
|-------|------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1st   | freq (Hz)              | 1.46                  | 1.50                  | 1.51                  | 2.34                  | 2.47                  | 2.49                  |
|       | damp (%)               | 5.7                   | 2.7                   | 2.2                   | 10.6                  | 5.6                   | 3.2                   |
|       | A <sub>1</sub> (cm/kN) | $4.60 \times 10^{-5}$ | $3.00 \times 10^{-5}$ | $2.31 \times 10^{-5}$ | $3.15 \times 10^{-5}$ | $3.03 \times 10^{-5}$ | $2.10 \times 10^{-5}$ |
| 2nd   | freq (Hz)              | 1.79                  | 1.91                  | 1.92                  | 2.96                  | 3.01                  | 3.13                  |
|       | damp. (%)              | 1.6                   | 1.3                   | 0.8                   | 14.6                  | 3.8                   | 1.5                   |
|       | A <sub>2</sub> (cm/kN) | $2.18 \times 10^{-6}$ | $2.75 \times 10^{-6}$ | $1.60 \times 10^{-6}$ | $1.82 \times 10^{-5}$ | $2.98 \times 10^{-6}$ | $1.73 \times 10^{-6}$ |
| 3rd   | freq (Hz)              | 2.29                  | 2.31                  | 2.32                  | 3.95                  | 3.80                  | 3.85                  |
|       | damp (%)               | 6.2                   | 2.6                   | 1.8                   | 6.7                   | 4.5                   | 2.5                   |
|       | A <sub>3</sub> (cm/kN) | $2.18 \times 10^{-5}$ | $1.09 \times 10^{-5}$ | $7.17 \times 10^{-6}$ | $1.20 \times 10^{-5}$ | $1.07 \times 10^{-5}$ | $6.35 \times 10^{-6}$ |

パルス応答を求めることも前論文と同じである。

インパルス応答を求めるにあたっては、BEMが任意の時刻歴の変位波を入射波として扱える特徴を用いて、インパルスに相当する変位波を入射波として用いる方法がまず考えられる。しかし、振動問題におけるインパルスやそのフーリエ変換である伝達関数を考える場合には、力としてインパルスを与えるのが普通である。また、先の論文でも述べたように、時間領域 FE-BE 法では、Dirac のデルタ関数で表されるインパルスの外力を扱うことが容易である。このような意味で、ここでのインパルス応答解析は、フィルダムの底面にインパルスを鉛直方向に等分布衝撃荷重として与えることで行う。そして、衝撃荷重の合力を 3200 kN とする。

インパルス応答のうち、ダムのクレストにおける鉛直方向変位時刻歴とそのフーリエスペクトルを Fig.2~7 に示す。ここでは、著者らの展開しているモード解析によって求められた、時刻歴とフーリエスペクトルも比較のため波線で重ね書きしている。

Fig.2~7 で示した鉛直入力に対するインパルス応答の特徴を前論文に示した水平インパルス応答の特徴と比較すると、次の点が指摘できる。

① ダムと基礎のインピーダンス比が小さい程、インパルス応答の減衰が小さく、フーリエスペクトルも離散スペクトルとしての傾向を強めている。そして、こうした点では水平および鉛直インパルス応答は共通した特徴を持つといえる。

② 水平インパルス応答と鉛直インパルス応答で異なる点は、鉛直インパルス応答の振幅が水平インパルス応答よりも小さくかつその減衰も小さいことである。

③ 水平および鉛直インパルス応答全体をみて、特に注目すべきことは、FE-BE 法によって求められたインパルス応答のスペクトルのピークは 0 Hz ところにも存在する。そして、このピークはダムと基礎のインピーダンス比が大きくなるほど強くなっている。

## (2) 過減衰のモード

上記③の 0 Hz におけるスペクトルのピークについて

考察する。これは 1 次のモードよりも低次であり、振動数が 0 Hz であることから、剛体モードであると考えられる。また、0 Hz のピークは虚数軸上に存在する極からの寄与であるから、過減衰のモードであるとも考えられる。すなわち、この 0 Hz のスペクトルのピークは過減衰の剛体モードの存在を示唆している（後述の (5) および Fig.10 を参照）。

また、FE-BE 法で計算された実線で示されるスペクトルと、モード解析で得られた波線で示されるスペクトルを比較すると、モード解析で得られたスペクトルのピークは FE-BE 法で得られたスペクトルのピークと良く一致しており、モード解析により伝達関数の極を精度良く求めている。特に、0 Hz のところのピークも、モード解析によってとらえられたものであり、過減衰の剛体モードの存在を裏付けているものと言えよう。

なお、このような過減衰の剛体モードが、ダムと基礎のインピーダンス比が大きくなるほど顕著になる理由は、ダムと基礎のインピーダンス比が大きい場合には、ダムの変形が基礎の拘束をうけにくく、ダムが基礎とともに並進運動を行うためであると考えられる。

## (3) 逸散減衰量

モード解析から得られた固有振動数と減衰定数ならび各次のモードの振幅をまとめて Table 2 に示す。ただし、各次のモードの振幅は単位インパルスを与えたときの振幅に換算しており、単位は cm/kN である。また、得られた減衰定数をインピーダンス比とモードの次数との関連で図化したものを Fig.8 に示す。ただし、横軸のインピーダンス比の算定に用いる  $V_d$ ,  $V_b$  はそれぞれダム本体と基礎の S 波の速度を表している。

Fig.8 によれば、鉛直 1 次と 2 次のモードに対応する逸散減衰の概略値は、インピーダンス比を  $R$  としてそれぞれ、 $0.2R$ ,  $0.1R$  で与えられる。先のダムの水平振動モード解析で示した、ダムの 1 次および 2 次の水平モードに対する逸散減衰定数の概略値はそれぞれ  $0.4R$ ,  $0.2R$  で与えられた<sup>2),6)</sup>。したがって、鉛直モードの逸散減衰定数は、水平モードのその約半分であり、

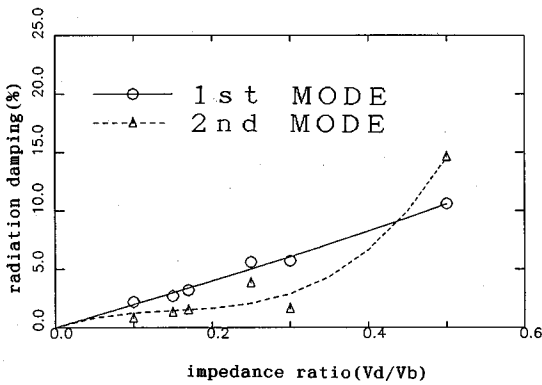


Fig.8 Comparison of radiation damping

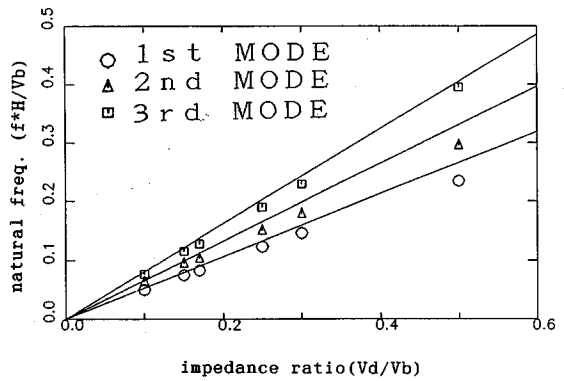
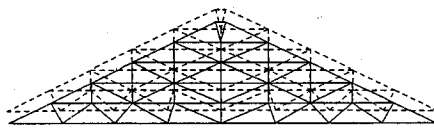
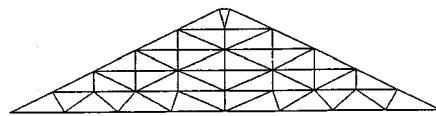


Fig.9 Comparison of natural frequency



real



imaginary

Fig.10 Overdamped rigid modal deformation (case-1)

ダム鉛直振動は水平振動に比べ減衰しにくいことを示す。波動が一次的に伝播する場合には、波動の反射および透過係数は、純粋にインピーダンス比の関数となり、波動が縦波であるか横波であるかに依存することはない<sup>7)</sup>。すなわち、一次的に波動が伝播する場合の逸散減衰定数は水平振動および鉛直振動で共通の値をとることになる。したがって、ダムにおける鉛直振動と水平振動における逸散減衰定数の差は、ダム内での波動の二次元的な伝播経路の相違によるものと考えられる。

このことをもう少し詳しく見てみよう。ダムの水平モードは主として基礎からダムに入射したS波によって生成される。基礎からダムに入射したS波は、ダムの表面でP波とS波を生成する。一方、ダムの鉛直モードは主として基礎からダムに入射したP波によって生成される。このP波もダムの表面でP波とS波を生じる。しかし、二次的に発生するP波とS波の経路は2つの場合では異なることから、結果的に逸散減衰量も2つの場合で異なるであろう。

(4) 固有振動数

Table 2 に示した固有振動数をインピーダンス比とモード次数の関連で図化したものを Fig.9 に示す。ただし、図中の実線は剛基礎を仮定した場合のダムの固有振動数から求めたものである。すなわち、剛基礎上のダムの固有振動数はダム本体のせん断波速度に比例するから、ダムの形状が変わらなければ、次式で定義される  $\alpha$  は定数となる。

$$\alpha = f \cdot H / V_s \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $f$  はダムの固有振動数、 $H$  はダムの高さである。図中の実線は、この  $\alpha$  を傾きとする直線であり、図中のプロットがこの直線から離れていなければ、求められた固有振動数は剛基礎の場合の固有振動数と変わらないことを示す。

Fig.9 によれば、弾性基礎上のフィルダムの鉛直方向の固有振動数は、水平方向の固有振動数が示す特徴<sup>2)</sup> がそのまま当てはまる。

すなわち、インピーダンス比が小さい場合の弾性基礎上のフィルダムの固有振動数は剛基礎を仮定して求めたものとほとんど変わらない。しかし、インピーダンス比が0.25を越えるようになると、弾性基礎上のダムの固有振動数は剛基礎上のダムの固有振動数に比べ小さくなっていく。ただし、10%程度の誤差を許容するなら、インピーダンス比が0.3以下であれば、剛基礎を仮定して固有振動数を求めても差し支えない。

(5) 固有振動モード形状

最後に固有振動モード形状を示す。ここで示される振動モードは複素振動モードなので、この実部と虚部の意味について改めてここで述べておく。

ここで、複素固有値  $\lambda$  および複素固有ベクトル  $\{z\}$  を次のように表す。

$$\lambda = -s + i\sigma$$

$$\{z\} = \{x\} + i\{y\} \dots \dots \dots (6)$$

これらと複素共役の関係にある量も固有値および固有ベクトルとしての性質があるので、これらを重ね合わせて得られる振動モード  $\{W\}$  は次のようになる。

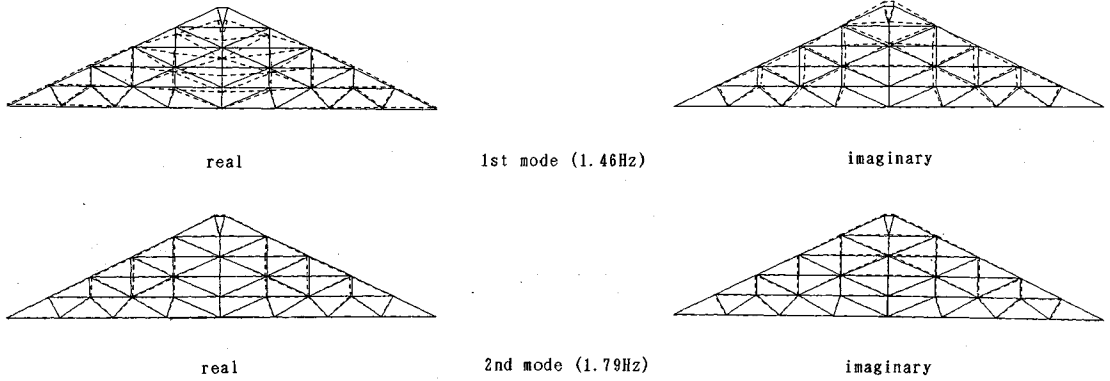


Fig.11 Modal deformation (case-1)

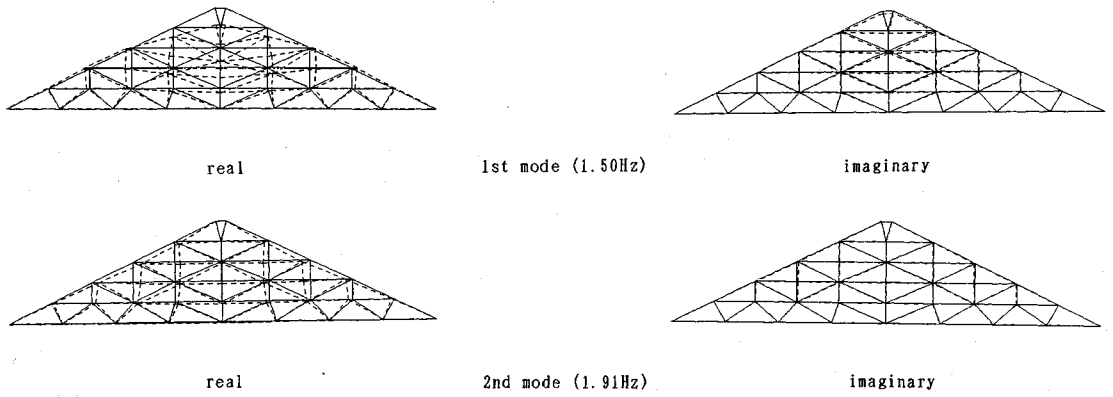


Fig.12 Modal deformation (case-2)

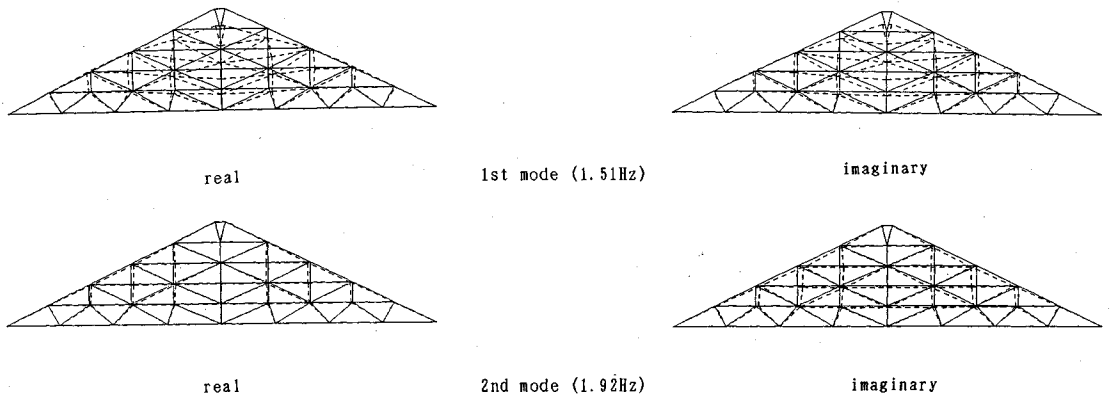


Fig.13 Modal deformation (case-3)

$$\{V\} = e^{-st} \{ \{x\} \cos \sigma t - \{y\} \sin \sigma t \} \dots \dots \dots (7)$$

一方、実固有値問題で得られた固有値を  $\lambda_R$ 、固有ベクトルを  $\{y_R\}$  とすれば、これにモーダル減衰  $h$  を考慮した振動モード  $\{V_R\}$  は次のように表される。

$$\{V_R\} = \{y_R\} e^{-h|Rt|} (a \cos \lambda_R t + b \sin \lambda_R t) \dots \dots \dots (8)$$

ただし、ここに  $a$  および  $b$  は任意の実数のスカラー量であり、式 (7) および (8) の  $t$  は時間を表す。

このように見ると、もし複素固有値解析で得られた、固有ベクトルの実部と虚部が相似であるならば、式 (7) の振動モードは式 (8) の実固有値問題で得られる振動モードの式に帰着されることが分かる。

このような意味で、もし複素固有ベクトルの実部と虚部が相似であるなら、このような振動系のモード形状はわざわざ複素固有値問題を解くまでもなく、実固有値問

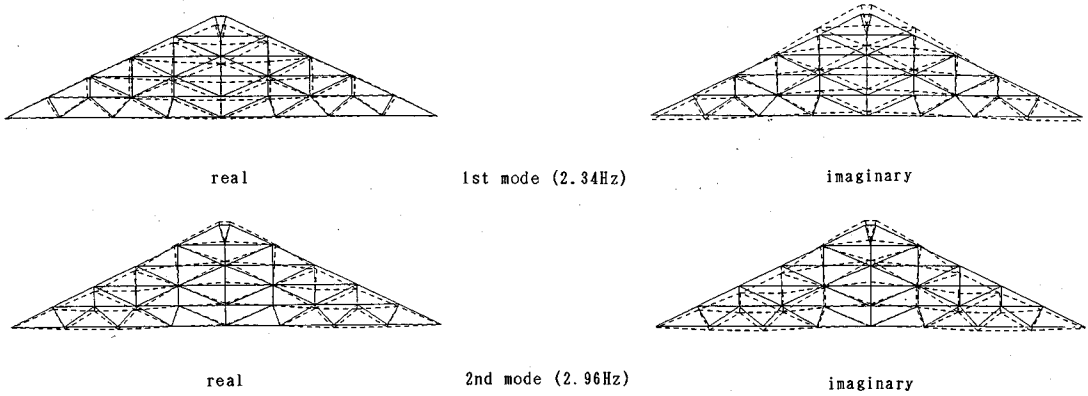


Fig.14 Modal deformation (case-4)

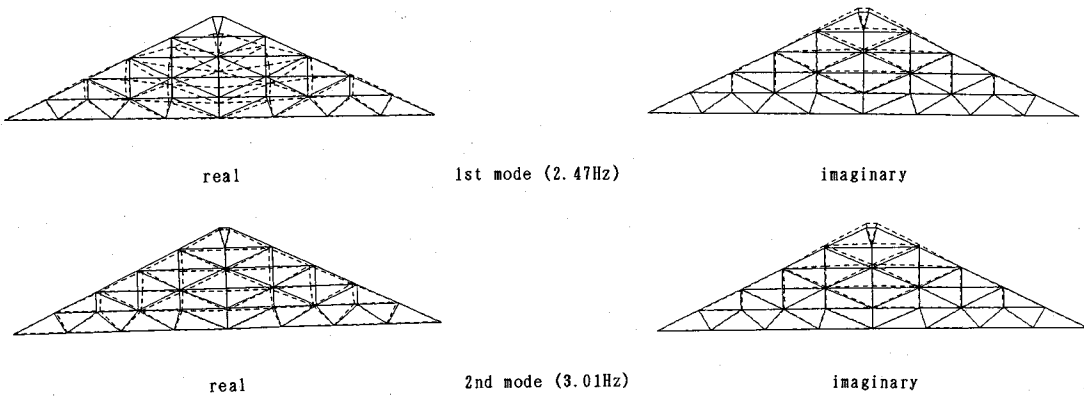


Fig.15 Modal deformation (case-5)

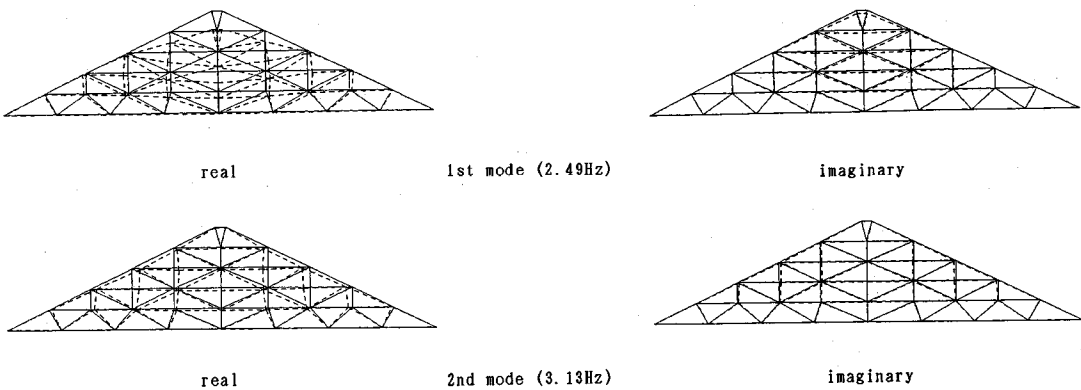


Fig.16 Modal deformation (case-6)

題として解析してよいことになる。以下では、このような観点から振動モードの考察も行う。

まず、Fig.10に鉛直振動モード解析で得られたcase-1の過減衰モードを示す。Fig.10の過減衰モードは明らかに剛体モードであることが分かる。そしてこのモードの虚数部の振幅はゼロであり、時間領域の応答がすべて実数であることを示している。このようにモード

形状からも、弾性基礎上のダムにおいては過減衰の剛体モードが存在することが確認できる。

次に、Fig.11~16に、各ケースにおける1次と2次のモードの実数部と虚数部を示す。ここでは、Fig.10も含めモード変形の倍率はすべて共通しているの、異なるケース間での比較が可能である。

前述のように、これらの振動モード形の実部と虚部が

相似であるかどうかは、一つの考察のポイントとなる。これらのモード変形の実部と虚部は、一見したところ相似の関係にあるとは、直接的には言い難い。しかし、実部が虚部のモード変形に現れた変位の正負を反転し比較することで、実部と虚部がそれぞれ相似の関係にあるかどうかを検討してみる必要がある。そして、これにより実部と虚部が相似形ならば、実部と虚部は同じように変形していると見て良い。そして、実部と虚部が同じように変形し、しかも基礎の変形も十分小さい場合には、剛基礎を仮定して実固有値問題として振動モードを求めても良いことになる。このような検討を各ケースの固有モード形状について行ってみた結果、case-4 のモード形状を除き、全て相似な形状をしていることが確かめられた。また、case-4 を除き基礎の変形が小さいことも分かった。これらのことは、ダムと基礎のインピーダンス比が 0.3 より小さければ、ダムの固有振動形は基礎を剛と仮定して求めてもよいことを示している。そして、このことは水平振動モード解析で述べたことと符合する。

しかし、水平振動モードと鉛直振動モードでは異なる点も存在する。すなわち、水平振動モードでは、ロッキング振動も励起されており、このために鉛直振動モードに比べ、水平振動モードの振幅は大きくなっている。また、これに関連して水平振動モードの基礎は、ロッキングモードの変形を含み、明らかに鉛直振動モードの基礎の変形より大きくなっている。一方、ダムの鉛直モードは、ダムの法尻付近の基礎より、変形が拘束され、基礎を含めて変位が小さくなっているようである。前論文<sup>2)</sup>でも述べたように、基礎の変形が大きい場合には逸散減衰が大きくなることから、モード形状からも鉛直モードの逸散減衰が小さいことが分かる。また、水平振動モードの振幅が鉛直振動モードの振幅より大きいことから入力振幅が同じであればダムは鉛直方向よりも水平方向に揺れやすいことが分かる。

#### 4. 結 論

本論文では、まずはじめに著者らの時間領域 FE-BE 法を用いたモード解析手法で得られる過減衰モードについて論じた。

次に、弾性基礎上のフィルダムの鉛直振動モード解析を行い、前論文<sup>2)</sup>で示した水平振動モード解析の結果と合わせ、ダムと基礎の動的相互作用をダムの固有振動に関連づけて解明することを試みた。これらから得られた結論をまとめれば以下のとおりである。

(1) 弾性基礎上のフィルダムのインパルス応答の中には、過減衰の剛体モードが存在する。このモードはインパルス応答のスペクトルの 0 Hz にピークを形成する。また、このモードはダムと基礎のインピーダンス比が大

きいほど大きくなる。これは、ダムと基礎のインピーダンス比が大きい場合にはダムは基礎から小さな拘束力を受けて剛体運動を行うためである。

(2) 弾性基礎上のダムの振動モードは、水平および鉛直方向とも、ダムと基礎のインピーダンス比が 0.3 以下であれば、剛基礎を仮定して固有値ならびに振動モードを求めても差し支えない。

(3) ダムの鉛直振動モードに対する逸散減衰定数は 1 次のモードで、ダムと基礎のインピーダンス比の 0.2 倍、2 次のモードで 0.1 倍程度であり、これらは水平モードに対する逸散減衰定数の約半分である。

(4) フィルダムは鉛直方向よりも水平方向に振動しやすい。これは、水平振動モードではロッキング振動が励起され、それが水平方向への変位を増大させるのに対し、鉛直モードでは、ダムの法尻付近の基礎によるダムの変位の拘束が強く、全体的な変位が抑制されるためであると考えられる。

(5) ダムが水平方向に振動しやすいことに関連して、水平振動モードの基礎の変形は鉛直モードに比べ大きい。このために、水平振動モードの逸散減衰定数は鉛直方向のそれに比べ大きくなる。

前論文に続く本論文の解析により、弾性基礎上のフィルダムの水平振動モードと鉛直振動モードの共通点と相違点が明らかになると共に、解析手法の妥当性、実用性が示されたものと考えられる。

最後に、本数値計算は東京工業大学総合情報処理センター設置の ETA<sup>10</sup> を用いたことを付記する。

#### 付録 自由表面における境界要素の打ち切り長さについて

本文でも述べているように、ここで用いた数値計算モデルの自由表面での境界要素の打ち切り長さは約 100 m であり、既往の研究に比べれば短いものになっている。ここでは、このような境界要素の打ち切り長さの妥当性について検討する。

境界要素の打ち切り長さとして、吉田・阿部らは半円形の埋没谷の解析に、その直径の長さを用いている。ここでは、このような研究を参考にして、境界要素の打ち切り長さにダムの底面の長さを充て計算を行い、102.5 m の打ち切り長さで行った計算結果と比較してみることにする。このような、境界要素の打ち切り長さをとったモデルを Fig.A.1 に示す。

計算は、ダムの底面に水平方向にインパルスを加えて行った。ただし、インパルスの合力は 3 200 kN とし、これをダムの底面に等分布荷重として加えるものとした。また、解析モデルの諸定数は、基礎のせん断波速度が最も大きくなる解析ケース、すなわち、本文の Table



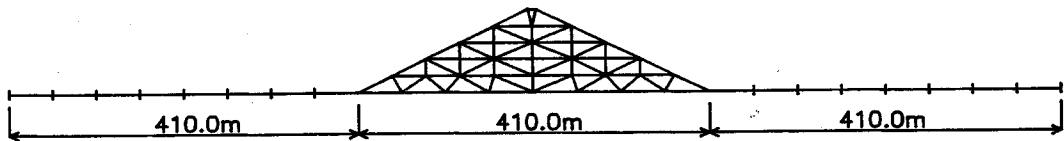


Fig.A.1 Analyzed model with an extended side length of BE

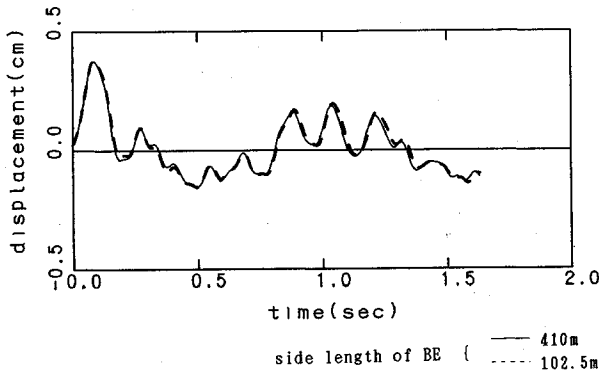


Fig.A.2 Comparison of displacement

1 の case-3 に示す値を用いた。基礎のせん断波速度が最大となる解析ケースを選択した理由は、基礎を伝播する波動の波長が大きくなるために、境界要素の打ち切り長さの影響が大きくなると考えられることによる。

解析結果のうち、ダムのクレストで水平変位時刻歴を比較したものを Fig.A.2 に示す。これによれば、変位時刻歴は、境界要素の打ち切り長さにほとんど依存せず、良く一致している。仮に、境界要素の打ち切り長さが、解析結果に影響することを考えると、基礎のせん断波速度は 3000 m/s であるから、この時刻歴の解析時間中に、境界要素の打ち切りの影響は必ず見られるはずである。それにもかかわらず、解析結果は境界要素の打ち切り長

さに依存していない。このことは、解析結果に境界要素の打ち切り長さの影響は見られないことを意味する。そして、約 100 m の境界要素の打ち切り長さでも、十分実用的な解が得られていることを示していると考えられる。

参考文献

- 1) 東平光生・吉田 望：時間領域の有限要素法と境界要素法の結合解法による地盤振動解析，土木学会論文集，No.410/I-12, pp.395~404, 1989.
- 2) 東平光生・大町達夫：時間領域 FE-BE 法を用いた弾性基礎上のフィルダムの振動モード解析手法，土木学会論文集，No.416/I-13, pp.429~438, 1990.
- 3) 東平光生・大町達夫：時間領域 FE-BE 法を用いたダム一基礎一貯水系の振動解析手法，土木学会論文集，No.422/I-14, pp.381~390, 1990.
- 4) 近江正徳・近江直好：二次元時間領域境界要素法による不整形地盤の動的応答解析，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第12巻，pp.389~394, 1988.
- 5) 吉田 裕・阿部和久：内面波動問題時間領域型境界要素法の実用化に向けての一検討，土木学会論文集，No.416/I-13, pp.265~274, 1990.
- 6) Ohmachi, T. : Simple evaluation of radiation damping of earth-dam, 8 ARC, SMFE, pp.253~256, 1988.
- 7) 佐藤泰夫：弾性波動論，岩波書店。

(1990.10.11 受付)

MODAL ANALYSIS ON VERTICAL VIBRATION OF A DAM-FOUNDATION SYSTEM BASED ON A FE-BE METHOD IN THE TIME DOMAIN

Terumi TOUHEI and Tatsuo OHMACHI

A modal analysis procedure based on a FE-BE method in the time domain is applied to vertical vibration of a dam-foundation system. The procedure has an advantage to analyze not only underdamped modes but also overdamped modes. For the case of six different impedance ratios between the dam and the foundation, impulsive responses and their Fourier spectra are calculated to evaluate modal characteristics, such as vibration mode, vibration frequency, and radiation damping. As a result, it is found that the radiation damping for the vertical motion is half of that for the horizontal vibration of the system.