

立体骨組構造物の大規模設計問題における 実用的最適化計算法

林 正*・平山 博**

大規模最適化問題になる立体骨組構造物の実用的最適構造設計法を開発する。このために板厚と板幅を設計変数に用いて、種々の面内と面外荷重の組合せ荷重に対する応力照査や、細長比、幅厚比、たわみに対する照査を行うので、実構規模の問題では制約条件式の数は膨大になる。そこで、4種類の余裕変数を用いた制約条件式の選択方法、修正SLPによる計算時間の短縮化法、収束性を改善するための手法を提案する。

Keywords : optimum structural design, spatial frames, modified SLP, surplus variable

1. 緒 言

数値計画法を用いた最適構造設計法は種々の最適化問題に応用され、このための汎用設計システムが開発されている^{1)~5)}。また、航空機などの薄肉構造物の設計では、これらの設計システムを用いた大規模な最適設計が行われている。一方、骨組構造物の最小重量設計は最も研究されているが、その殆んどは平面構造物^{6)~8)}、またはトラス構造物^{9)~12)}に関するものである。しかし、許容応力度設計法に基づく実構の設計において、最適設計が実用化されているとは言い難い。

骨組構造物では部材数が多く、設計で要求される変数は板幅と板厚であること、さらに現実の構造物は立体構造で、これに種々の設計荷重に対する応答を考慮した設計問題は、大規模な非線形最適化問題になるために、数値計算で実用化への障害が起きていると考えられる。そこで、断面積や断面2次モーメントを設計変数に選んで計算の効率化を計った研究が行われているが、built-up断面材を多く用いる橋梁構造物の設計には好ましくない。

数値計算の最も大きな障害は、数百回の構造解析を必要とする感度解析のための計算時間である。このために、種々の構造再解析法¹³⁾、解析的な感度解析法、多段階最適化手法^{6), 9), 14)}などが開発されている。

著者らの経験では、収束計算を用いる構造再解析法よりは、標準的な構造解析法を用いて計算の効率化を計った解法の方が計算時間が短かったこと、設計変数に板幅と板厚を用いる場合には許容応力度の変化を考慮した解析的な感度解析は煩雑なこと、また、実構造物では多くの主要部材の板幅は共通設計変数に選ばれることから部

材レベルでの最適化を用いた多段階最適化には収束性に関して懸念があること¹⁵⁾、などの理由により、これらの効率化に関する手法は本研究では用いていない。

また、実構造物の設計では制約条件式が数万本を越えるので、数値計算を可能にするためには制約条件式の選択と棄却を行わなければならない。これに関する研究も行われており^{16), 17)}、一般にアクティブまたはアクティブに近い式を選べば良いことが知られている。しかし、大規模な非線形問題ではアクティブに近い式はかなり存在し、上述の判断だけでは適切な選択ができない。このために、制約条件式を先に提案した余裕変数¹⁸⁾を用いて無次元化し、各種の余裕変数ごとの非線形性の違いを考慮した選択方法を用いることにする。

なお、数値計算の効率化に関して、SLPを用いた場合の最適化計算に要する時間は全計算時間の数パーセントであり、一千元以下のLP問題ならばこれを解くための時間は問題にならないので、シンプレックス表を小さくすることよりも解法の安定性を重視した制約条件式の選択法がより効果的である。

本研究では、実用的な最適構造設計法を開発するために、実際の設計条件を用いることと、効率的な数値計算法の開発に重点を置いた。前者に関しては、種々の断面形状を想定してこれらの板幅と板厚を設計変数に用いる。また、道路橋示方書による組合せ荷重を立体モデルに作用させて、応力度照査、局部座屈に対する安定照査、細長比と幅厚比に対する照査、たわみ照査などを制約条件に用いる。後者については、数値計算の安定性と収束性を改善するための手法を提案し、これに改良した修正SLPを用いて計算時間を短縮するための解法を示す。なお、本研究では断面寸法の最適化を対象とし、構造物の幾何形状と使用材料の最適化は考えない。

本研究で開発した最適構造設計プログラムOPDES (Optimum Design Program for Framed Structures)を実

* 正会員 工博 長岡技術科学大学教授 建設系
(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)

** 学生会員 工修 長岡技術科学大学大学院工学研究科博士
後期課程

橋規模の大規模最適化問題に用いて、本文で提案する計算手法の妥当性と効率性を検討する。

2. 構造設計条件

最適設計で対象とする構造物は、道路橋示方書(以下、「道示」という)¹⁹⁾で規定するプレート・ガーダー、トラス、アーチ、ラーメンなどの鋼道路橋とする。

(1) 構造解析

本研究では、より実用的な最適設計を行うために構造物を立体骨組構造にモデル化し、構造解析には微小変位理論によるマトリックス変位法を用いる。構造解析法は標準的な解法であるが、計算時間の短縮化のために、剛性行列の座標変換ではベクトルの積(ダイアド)で展開して無駄な計算を省く手法や、多数の荷重ケースを効率よく計算するために変形コレスキー法を使用する。感度係数の計算には種々の構造再解析法¹⁹⁾を検討したが、計算時間は逆に増加したので本研究では用いていない。

解析において、各部材は等断面直線材とし、その横断面形状には後の(4)で説明する種々の形状を用いる。

(2) 荷重

設計荷重は道示の規定を準用し、死荷重、活荷重(し荷重のみ)、衝撃、プレストレスの主荷重と、風荷重、温度変化の影響、地震の影響(慣性力)の従荷重を用いる。これらの荷重を組合せて最大応力を求め、許容応力度の割増しを考慮する。なお、活荷重には主・従載荷重を考慮して、初期値に対する影響線を用いる。

死荷重は、床版、舗装などの一定死荷重と、設計変数とする部材の自重(鋼重)による変動死荷重に分けて扱う。この変動死荷重は最適化の段階で計算し直しているもので、常に実鋼重の値である。また、設計変数に依存する従荷重の値も各反復計算の段階で変化させている。

(3) 目的関数

目的関数は使用材料の単価を考慮して、コスト比係数を乗じた換算重量(または換算体積)とする。

(4) 設計変数

設計変数にはトラス部材、はり部材とも板幅と板厚を用いることとし、ケーブル部材では断面積とする。部材の横断面形状には表-1に示す7種類を用いるものとし、それらは1軸または2軸対称断面とする。表中の記号は設計変数とする寸法で、下段の数値は設計変数の個数である。なお、箱形断面では上・下フランジの張出し長さは一定(入力値)とする。

表-1の設計変数は各部材ごとに独立な変数であるが、設計や製作上の制約を考慮して隣接する数部材や指定する任意の部材の設計変数を共通設計変数にすることもあ。なお、構造解析では、表-1の断面形状以外に剛性のみを評価して設計変数とはしない部材も使用する。

大型断面部材では補剛材を取付けるが、補剛材の最適

表-1 部材の断面形状と設計変数

Box	I shape	H shape	T shape	Angle	Cross	Cable
6	6	4	4	2	2	1

表-2 道示の規定に関連する制約条件

挙動制約条件	側面制約条件
1.4 たわみの許容値	3.1.6 鋼材の最小板厚
3.3 軸方向力と曲げモーメントを受ける部材	3.1.7 部材の細長比
3.5 山形およびT形断面を有する圧縮部材	3.2.1 圧縮応力を受ける両縁支持板
	3.2.2 圧縮応力を受ける自由突出板
	3.2.3 圧縮応力を受ける補剛板
3.6 引張山形鋼の有効断面積	8.3.1 引張フランジ自由突出部の板厚
8.2.1 曲げモーメントによる垂直応力度	8.3.2 箱げたの引張フランジ
8.2.2 腹板の曲げに伴うせん断応力度	8.4 腹板
8.2.3 ねじりモーメントによる応力度	10.2.2 断面の構成
8.2.4 合成応力度の照査	

化は行わず、その剛性も考慮しない。しかし、その本数は、局部座屈に対する許容応力度と最小板厚の算出のために、各補剛板ごとに指定する。

(5) 制約条件

制約条件は、挙動制約条件と側面制約条件に分けられる。本研究では、前者には応力と変位に対する制約を、後者には細長比、板厚比、設計変数の上・下限に対する制約を用いる。これらの制約条件で道示の規定に関連する項目を表-2にまとめて示す。表-2の制約条件以外に、指定された荷重による任意な節点の変位成分に対する制約条件と、製作等の制約から与えられる板幅・板厚の上・下限値に対する条件を使用する。

表-2の3.2.1, 3.2.3の圧縮板の局部座屈に対する許容応力度と最小板厚の計算では、応力勾配係数 f には安全側の値1.0を用いる。各部材の応力度照査では、部材の両端で上・下フランジの最縁点での軸力と曲げに対する照査、フランジとウェブに対するせん断応力度の照査と合成応力度の照査が必要になる。照査点と照査式を組合せると、局部座屈に対する安定照査を含めた応力度照査に関する制約条件式は、1つの荷重について1本の部材で最大21本用いることになる。

許容応力度の算出では、道示で規定されている4種の鋼材の他に、本州四国連絡橋公団の基準²⁰⁾を準用してHT70, HT80も考慮する。

3. 最適化計算法

逐次線形計画法による非線形最適化問題の数値計算法について説明する。

(1) SLPの基礎式

目的関数を f 、設計変数を x_i 、制約条件式を g_j とすると、最適構造設計問題は一般に次式で与えられる。

$$\begin{aligned} &\text{minimize } f = f(\boldsymbol{x}) \dots\dots\dots(1) \\ &\text{subject to } \left. \begin{aligned} &g_j(\boldsymbol{x}) \leq 0 \quad (j=1, 2, \dots, J) \\ &X_1^L \leq x_1 \leq X_1^U \quad (i=1, 2, \dots, I) \end{aligned} \right\} (2. a, b) \end{aligned}$$

ここに、 \boldsymbol{x} は設計変数ベクトル、 X_1^U, X_1^L は x_1 の上・下限値である。

標準的なSLPの手法により、式(1)、(2)を設計点 \boldsymbol{x}^* の近傍でテイラー展開し、 \boldsymbol{x} の変化量 $\Delta\boldsymbol{x}(=\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^*)$ について線形化する。また、 $\Delta\boldsymbol{x}$ に対してムーブリミット

$$-\xi_1^L \leq \Delta x_1 / x_1^* \leq \xi_1^U \quad (0 < \xi_1^L, \xi_1^U < 1) \dots\dots(3)$$

を設ける。ここに、 ξ_1^U, ξ_1^L は上・下限のムーブリミット係数である。

$\Delta\boldsymbol{x}$ に対する側面制約条件式の数を減らすために¹⁰⁾、次の非負の無次元設計変数 \boldsymbol{y} 、

$$y_i = x_i / x_i^* - Y_1^L \quad (\geq 0) \dots\dots(4)$$

を用いて変数変換すると、次式のSLPの基礎式が得られる¹⁰⁾。

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \Delta f = \boldsymbol{F}^* \cdot \boldsymbol{y} \dots\dots\dots(5) \\ &\text{subject to } \left. \begin{aligned} &G_j^* \cdot \boldsymbol{y} \leq G_j^* \cdot \boldsymbol{Y}^* - g_j^* \quad (j=1, 2, \dots, J) \\ &y_i \leq Y_1^U - Y_1^L \quad (i=1, 2, \dots, I) \end{aligned} \right\} \dots\dots(6. a, b) \end{aligned}$$

ここに、 $(\)^*$ は設計点で定義される値、 (\cdot) はスカラー積を表わし、ベクトル $\boldsymbol{F}^*, \boldsymbol{G}_j^*, \boldsymbol{Y}^*$ の第 i 成分は次式で与えられる。

$$F_1^* = \frac{\partial f}{\partial x_1} x_1^*, \quad G_{j1}^* = \frac{\partial g_j}{\partial x_1} x_1^*, \quad Y_1^* = 1 - Y_1^L \dots\dots(7)$$

$$\left. \begin{aligned} &Y_1^L = \max(X_1^L / x_1^*, 1 - \xi_1^L) \\ &Y_1^U = \min(X_1^U / x_1^*, 1 + \xi_1^U) \end{aligned} \right\} \dots\dots(8)$$

(2) 余裕変数の導入

数値計算で有効な(支配的な)制約条件式のみを適切に選出すために、文献18)では2種類の余裕変数と呼ぶ無次元の状態変数を定義した。本文では立体構造物を扱うために、制約条件式の数が飛躍的に増大するとともに問題が複雑になるので、4種類の余裕変数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ を用いることにする。なお、各変数は部材または節点の総数に、照査点、照査式と荷重ケースの数の累積倍(全部で数万個になる)だけあるので添番号が必要であるが、以下の式ではこれを省略する。

式(2.a)の制約条件式を4つの種別に分け、余裕変数を用いて変形すると以下のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} &\alpha = \sigma / \sigma \geq \mu, \quad \beta = \lambda / \lambda \geq \mu \\ &\gamma = \eta / \eta \geq 1, \quad \delta = u / u \geq \mu \end{aligned} \right\} \dots\dots(9. a \sim d)$$

$$\mu = 1 + \nu \quad (\nu \geq 0) \dots\dots(10)$$

ここに、 σ, λ は部材の作用応力度と細長比、 η は設計変数間の相対比で、フランジや腹板の幅厚比(B/t)、トラ

ス弦材の断面積比(道示. 10.2.2)などを表わす。 \boldsymbol{u} は節点変位の成分で、道示に規定されている活荷重によるたわみを含んでいる。添字 α はそれぞれの値に対する道示または指定した許容値や制限値を意味する。式(10)の ν は設計上の配慮から余裕のある(安全側の)設計を意図する場合に与える定数(安全率)である。なお、 $\nu=0$ とすると道示の規定がそのまま適用されることになる。

(3) 制約条件式の選択

SLPによる最適化過程でアクティブな制約条件式は全体の極く一部であるが、アクティブに近い式はかなりの数になる。そこで、有効な制約条件式のみを選び出して他の式は棄却する方法が一般に用いられている。

この判別を容易にするための指標として余裕変数を導入したものであり、式(9)で定義した余裕変数の値が1または μ に等しい制約条件式はアクティブである。しかし、等号が成立する式は設計変数の数よりかなり少なく(式(6.b)は別に考える)、真にアクティブな式のみを採用した場合には次回の設計点が非許容領域に飛び出して収束が悪くなる。以下に、安定した数値計算を行うために必要な(有効な)制約条件式の選択方法を述べる。

式(9)に対して、次の選択基準を考える。

- ① 式(9)の4本の制約条件は互いに独立な式とみなし、それぞれの種別ごとに選択する。
- ② 同じ種別(例えば応力制約)の式でも、制約の基準が異なる式(応力照査、局部座屈に対する安定照査など)は独立な種別とする。
- ③ 各部材(または節点)について、種別ごとに余裕変数の値が最も小さい式を選ぶ。
- ④ ただし、部材間において従属関係がある式は一方を棄却する。
- ⑤ 異なる荷重に対する式は同種別の式とみなして棄却するが、前回の余裕変数の値によっては採用する。
- ⑥ 以上の基準によって選出されたすべての式について、余裕変数の値がある制限値(収束状態によって1.1~2.0、表-4参照)以上の式は棄却する。
- ⑦ 式(6.b)の制約条件式はすべて採択する。

以上の手法によって選択される制約条件式は、通常全体の1/100程度(数万本の式から数百本を選択する)になる。この選択基準は多くの数値計算による試行錯誤から求めたもので、これより厳しくして本数を少なくした場合には非許容領域に飛び出し易く、多くした場合には反復1回当たりの計算時間が増加した。構造形式によっては幾分少なくする方が計算効率のよい場合もあったが、常に安定した数値計算を行うためにはこの程度の選択が必要であると考えられる。

(4) ムーブリミットの変更

ムーブリミットはSLPの計算がスムーズに収束するために用いるものであって、実用的には目的関数と各設

計変数が単調減少することが望ましい。このために、反復計算の回数に応じてムーブリミット係数の値を次式により減少させる。

$$f_1^{(k)} = \kappa_1^{(k)} f_1^{(k-1)} \quad (0 < \kappa_1^{(k)} \leq 1) \dots (11)$$

ここに、 k は反復回数、 κ_1 は以下に述べる考え方によって f_1 を制御するためのパラメータである。なお、 $f_1^{(0)}$ は初期値を表わし、式(3) で用いた上・下限値には、通常は同じ値を使用する(5) を参照)。

κ_1 の値は、次の2つの収束状態から、1以下の正数値を適宜に決める。

① 全体の収束状態(目的関数の変化率 δf)によって変更方法を変える。

② 各設計変数の変化率 δx_1 を考慮して、個々の変数ごとに値を微調整する²¹⁾。

具体的には、収束計算の初期の段階(通常は、 $k=4 \sim 6$)では収束を速めるために、 $\delta f > 0.1$ のときには $\kappa_1 = 1$ とする。また、 f_1 の初期値は、種々の実橋規模の計算結果から0.2程度が適当である。 $\delta f > 0.01$ のときには、振動する設計変数についてののみ $\kappa_1 = 0.6$ とする。 δf がさらに小さくなったときには、 δx_1 の変化に応じて $\kappa_1 = 0.3 \sim 0.8$ とする。

κ_1 はアダプティブ・ムーブリミットと呼ばれている係数であるが²²⁾、同文献では最適点近傍で起きるフラットネス現象の対策に用いられているのに対して、本文ではその使用方法を拡張したものである。ムーブリミットの変更には2段階修正法の考え方もあるが²³⁾、式(11)では連続的に変化させている。また、設計変数を強制的に収束させることを避けるために f_1 の下限値を設定している。

(5) 非許容解の改良

ムーブリミットの範囲が大きい初期の反復段階では、設計点が式(2.a) を満たさずに非許容領域に飛び出すことがある。この主な原因として次のことが考えられる。

① 設計変数相互間の整合性を考慮せずに初期値を与えていること。

② 式(6.a) の線形化による誤差。

③ 次回の計算でアクティブになる制約条件式が選ばれていなかったこと。

まず、①の問題は細長比や幅厚比に対する制約条件で起きるので、初期値(入力データ)を調整することによって防ぐことができる。しかし、細長比が適切な値になるような初期値設定のための入力作業は煩わしいので、適当に与えられた初期値を用いて計算を進める手法が望ましい。②に対しては、ムーブリミットの範囲を狭くすることが考えられるが、全体の最適化計算の収束が遅くなる。③に対しては出来るだけ多くの制約条件を選べばよいが計算効率が悪くなるので、先述の選択方法を考えた。

種々の数値計算から、(3)、(4) の手法を用いれば非許容領域に飛び出すことは少なく、またその場合でも満足されない制約条件式は数パーセント程度であることが分かったので、①～③の問題に対しては特に対策を講じないことにする。しかし、一度非許容領域に飛び出した設計点をそのまま放置しておくとも反復計算の回数が増加するので、設計点を速やかに許容領域内に引き戻すために、次のような非許容解の改良を行う。

いま、式(9.a) が満足されなかった場合には、以下の手法を用いる。

① μ/α を非許容度と考えて、右辺の値を一時的に大きくした次の μ' に置き換える。

$$\mu' = \mu^2 / \alpha \dots \dots \dots (12)$$

② 式(9.a) に最も影響する設計変数に対するムーブリミットについて、その上限値 f_1^u は2倍を限度として大きくし、下限値 $-f_1^l$ は零を上限として大きくする。なお、この変更が過大修正にならないように、上述の非許容度の大きさを考慮して移動量を決める。

このような非許容解を強制的に改良する手法により、ムーブリミットの範囲を狭めることなく安定した計算を行うことができる。また、非許容度が大きいときには、シンプレックス法で実行可能解が得られないことも希に起きるので、この場合の対策も必要である。本プログラムでは、一回前のピボット操作で得られた値を補正し、これを次回のSLPに用いて反復計算を続行させている。

(6) 修正逐次線形計画法

式(7) に用いる感度係数は、後退差分の式から求める。ただし、簡単な側面制約条件式には解析的手法を用いる。なお、道示の規定による制約条件式のなかには偏微係数が不連続なものがあるので、これに注意して感度係数を求めることが重要である。

SLPによる最適化計算では、感度係数の計算に要する時間が全計算時間の95%以上を占める。これは数百回にも及ぶ構造解析を行うためである。そこで、設計変数がある程度収束した段階では、その設計変数に関する感度解析を省略して計算時間の短縮化を計った修正SLP(Modified Sequential Linear Programming, MSLP)を提案した¹⁸⁾。

修正SLPでは、シンプレックス・タブローに前回(さらには、前々回)の反復計算で求めた感度係数の値をそのまま用いるので計算時間の短縮化には著しい効果がある。その反面、線形化による誤差が大きくなること、また大規模問題では前段階で棄却されていた制約条件式が支配的になる可能性が高くなることにより、数値計算の安定性が阻害されて収束が悪化する。

そこで、本研究では修正SLPの効率的な使用方法として以下の手法を用いる。

① 収束計算がある程度安定してから使用する。

表-3 単純トラスの最適設計

Member	Shape	Optimum Design		Reference 24		Ratio (Area)
		Upper flange	Lower flange	Flange	Web	
Upper chord	Box	330.00 × 9.00	300.00 × 9.00	370 × 9	340 × 9	0.962
	Box	330.00 × 13.86	300.00 × 16.42	370 × 13	340 × 12	0.931
	Box	330.00 × 17.24	300.00 × 19.37	370 × 15	340 × 15	0.926
Lower chord	Box	300.00 × 9.00	330.00 × 9.00	310 × 9	270 × 9	0.926
	Box	300.00 × 9.00	330.00 × 9.00	310 × 13	270 × 12	0.954
	Box	300.00 × 9.00	330.00 × 9.00	310 × 14	270 × 13	0.964
End post	Box	330.00 × 9.00	330.00 × 9.00	370 × 10	340 × 16	0.877
Web	Box	300.00 × 9.00	244.39 × 9.07	290 × 9	240 × 9	1.030
	Box	300.00 × 9.00	200.01 × 9.00	290 × 9	200 × 9	1.020
	H	334.62 × 10.18	300.00 × 9.00	250 × 15	278 × 10	0.925
	H	244.65 × 9.00	300.00 × 9.00	220 × 10	288 × 9	1.016
	H	244.65 × 9.00	300.00 × 9.00	180 × 9	290 × 9	1.214
Portal bracing	I	152.32 × 9.00	1000.00 × 9.00	180 × 9	1445 × 9	0.722
Strut	I	152.32 × 9.00	521.12 × 9.00	180 × 9	800 × 9	0.712
Upper bracing	I	168.96 × 9.00	339.32 × 9.00	220 × 9	282 × 9	0.938
Lower bracing	I	215.99 × 11.37	136.42 × 11.37	160 × 9	110 × 9	1.650
Objec. F. (m ³)			5.9716		5.7985	1.030

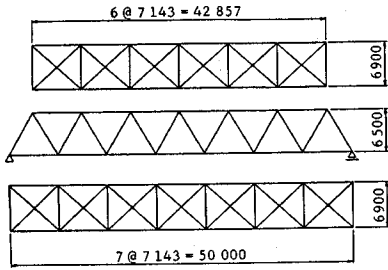


図-1 単純トラス

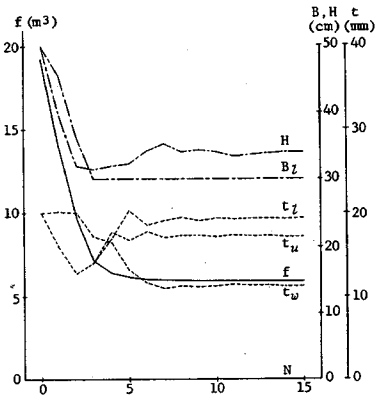


図-2 トラスの収束状態

SS41 : SM50 : SM53 : SM58 : PWS
 = 1.0 : 1.03 : 1.05 : 1.15 : 2.0

制約条件は、表-1の設計変数に対する上・下限値の他は表-2に示した道示の規定による制約のみとする。荷重には、特殊荷重を除いて標準的な設計荷重を用いる。なお、設計水平震度は0.2とする。

数値計算では、次の条件がすべて満たされた場合を収束とする。

- ① すべての制約条件式が満足されていること。
- ② 目的関数の変化率が2回連続して、許容誤差以内 ($\leq 1/1000$) であること。
- ③ 全設計変数の変化率が許容誤差以内 ($\leq 1/100$) であること。

最適化計算にはSLPを用い、ムープリミット係数の初期値は0.2とする。

(2) 単純トラス

図-1に示す単純ワーレントラス²⁴⁾について計算する。上横構のブレース材の配置は文献24)とは異なるが、部材の断面形状はすべて同一にした。上・下弦材では断面寸法を統一するために、それぞれのフランジ幅とウェブ高さは共通設計変数とする。また、橋門構には断面変化部を設け、弦材と端柱では箱形断面の断面構成に関する道示の規定(10.2.2)を制約条件に加える。床げたはT荷重によって設計されるので、同文献の値を用いて一定断面とする。これより、全設計変数は51個になる。

構造解析では、主構トラスは構面内でヒンジ結合とするが、橋軸直角方向の横断面内では床げたとストラットとに剛結させて箱形ラーメンを構成するようにする。したがって、主構の上・下弦材と腹材には軸方向力のおねじりモーメントと面外方向の曲げモーメントが作用するので、軸力材として設計するのは上・下横構のブレース材のみである。また、活荷重には幅員方向の半載荷重

② より効率化を計るために連続して使用するが、その回数に制限値を設ける。

③ 個々の設計変数ごとに適用を判断する。

④ 目的関数の感度係数と、計算時間の短い感度係数には使用しない。

①に対する目安として、 $\delta f < 0.1$ とする。②については、2~3回が最適であると考えられる。③では、設計変数の変化率などを考慮して決める。

以上の使用方法により、修正SLPは大規模最適構造設計に対して安定した非線形最適化計算法であることを数値計算により示す。

4. 最適構造設計例

(1) 設計条件

本研究で開発したプログラムの実用性と、提案した計算手法の妥当性及び効率性を確かめるために、橋梁構造物の代表的な構造形式であるトラス、箱桁橋、アーチについて最適構造設計を行う。これらの構造物はいずれも実橋規模のモデルであるので、詳細な入力データは紙数の制約から説明を省略する。なお、初期値の与え方は、許容領域内から計算を始めるために、大部分の変数は上限値を用いた。

目的関数の計算結果は、材料の単価比を乗じた換算体積で示す。単価比には、SS41を基準とした次の数値を使用する。

も使用する。以上の設計条件により、考慮すべき制約条件式の数は約25000本になる。

設計変数と目的関数の最適解を文献(24)の値と比較して表-3に示す。*印は平均ウェブ高さを示し、最後の列は同文献の値に対する断面積の比である。表に見られるように、目的関数(換算体積)には大差はないが、各設計変数の値にはばらつきが見られる。これは、設計計算手法の違いによるものであって、主に面内剛性に寄与する設計変数は最適化計算によって減少している。一方、面外荷重に対しては立体解析によって従来の設計手法とは異なり、主構部材には曲げモーメントが生じること、ストラットとブレース材には主要部材の細長比を用いることにより、これらの設計変数の値は最適化計算によっても大きくなる。さらに、立体解析によれば死・活荷重によって上横構のブレース材に無視できない圧縮力が生じることなどから、本設計計算手法の方がより実橋の応力状態に即した断面が得られているものと考えられる。

このときの目的関数 f とスパン中央の上弦材の設計変数の収束状態を図-2に示す。横軸はSLPの反復回数 N である。

(3) 連続箱桁橋

ある実橋をモデル化した図-3に示すような箱形断面の3径間連続格子桁について計算する。この設計例では、本最適設計法の妥当性を確かめることを目的としているので、設計条件はできる限り実橋の条件に一致させる。そこで、実橋の横桁の応力にはかなりの余裕が見られたので、横桁には実橋と同じI形断面を用いて一定とし、主桁の箱形断面では全板厚 t を設計変数に選び、上・下フランジ幅とウェブ高さは一定とする。なお、鋼材にはSS41とSM50Yを使用した。

構造解析では、横桁の取付け位置と主桁の断面図心点との偏心距離を考慮して剛域部材を横桁の両端に設ける。荷重は死荷重と25通りの活荷重を用いる。この設計例では、設計変数は41個、制約条件式は約20000本になる。

最適設計から得られた上・下フランジの板厚を、実橋の値と比較して図-4に示す。図中の実線は最適解、破線は実橋の値で、一点鎖線は実橋で使用されている縦補剛材の断面積を板厚に換算したもので、参考までに示す。

板厚変化の様子は全体的に一致しているが、個々の値では10%程度の差がある。特に、曲げ圧縮応力の大きいフランジ厚は実橋の値より大きくなっている(最大で13%)。これは、最適設計では圧縮補剛板の設計には縦補剛材を考慮しているが、断面剛性には考慮していないために作用応力度が実橋よりも大きくなっているためと考えられる。しかし、目的関数の値を比較すると、実橋の値の方が0.3%(補剛材を含めた値では9.7%)大きいだけである。当然のことながら、断面剛性に補剛材を考慮した最適設計を行えば、目的関数の値はさらに少なくなる。

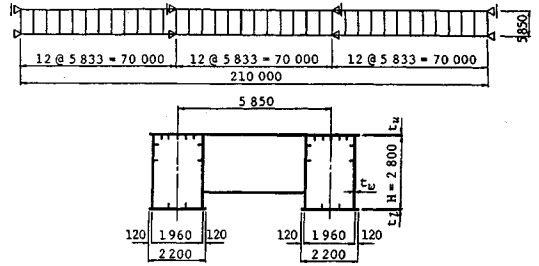
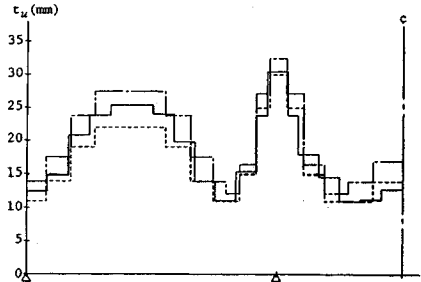
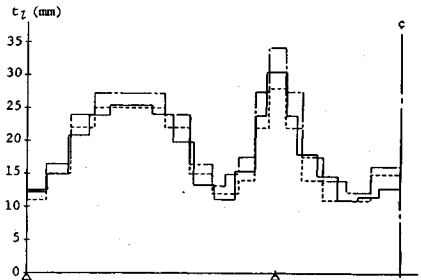


図-3 連続箱桁橋



(a) 上フランジ厚の変化



(b) 下フランジ厚の変化

図-4 最適解と実橋の比較

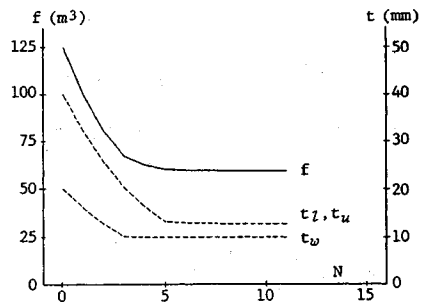


図-5 箱桁橋の収束状態

なお、ウェブの板厚は大半の部材で一致しており(両者とも下限値の板厚)、中間支点付近の部材で最適解は1~3mm薄くなっている。目的関数と中央径間中央の部材の板厚の収束状態を図-5に示す。

ウェブ高を設計変数に用いた計算結果では、 $H = 2.982$ mとなり実橋の2.8mより大きい値が得られた。この結果、各フランジ厚さは薄くなり、目的関数の値は1.9%

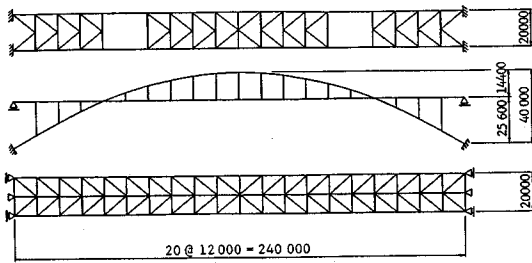


図-6 中路式アーチ

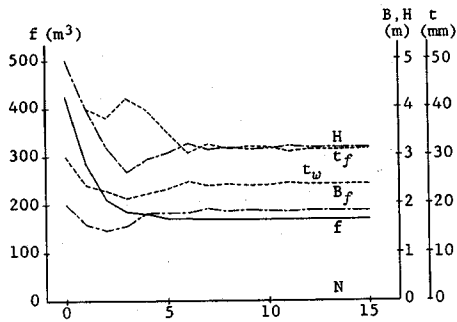


図-7 アーチの収束状態

減少した。また、収束回数は11回と変わらなかった。

以上の計算結果から、実橋との完全な比較はできないが、得られた最適解は妥当な値であると思われる。

(4) 中路式アーチ

図-6に示す支間長240mの中路式固定アーチについて計算する。節点数は118、部材数は280で、ストラットと床桁、縦桁にはI形断面を、ハンガーケーブルにはPWSを、その他の部材にはすべて2軸対称の箱形断面を用いる。アーチリブにSM58、その他の部材にはSS41、SM50YとSM58を使用する。橋門構のはりとは変断面部材とし、アーチリブの上・下フランジ幅とスプリングの部材を除くウェブ高さは共通設計変数にした。また、床桁と縦桁は一定断面としたので、設計変数の総数は72個になる。

活荷重には偏載荷重を考慮して27ケース用い、これに前・後死荷重と温度変化、地震、風の従荷重を加えて、合計33種類の荷重を組合せる。その結果、制約条件式は約95000本になる。

目的関数とスプリング部材の設計変数の収束状態を図-7に示す。大規模な問題であるにも拘わらず、図には示していない大部分の設計変数は6~7回の反復計算でほぼ収束状態になり、15回目まで収束している。

最適解の精度を確かめるために、目的関数の初期値を約2倍にした場合についての計算結果では、目的関数の差は1万分の1、設計変数の最大の差は0.65%、0.1~0.2%の差は12個、その他の設計変数は0.1%以下の精度で一致した。これより、最適解の精度は信頼できるものと考えられる。

表-4 余裕変数の上限値

δf	Case A	Case B	Case C
1st step	2.0	2.0	2.0
$\delta f > 0.1$	1.3	1.5	2.0
$\delta f > 0.01$	1.2	1.3	1.5
$\delta f > 0.001$	1.1	1.2	1.3
$\delta f \leq 0.001$	1.05	1.1	1.3

表-5 制約条件式の選択本数

Example	Truss			Box girder			Arch		
	25,000			20,000			95,000		
Total	A	B	C	A	B	C	A	B	C
Case									
1	78	78	78	78	78	78	238	238	238
2	68	73	94	55	70	105	186	291	550
3	98	111	142	82	102	148	450	539	794
4	140	163	259	114	154	202	422	705	965
5	158	187	304	126	166	189	493	631	765
6	136	162	202	172	199	226	571	734	806
7	137	167	208	191	216	250	583	628	855
8	113	140	170	117	150	216	645	637	888
9	121	141	171	166	202	224	448	658	769
10	121	140	172	169	204	231	466	494	798
11	108	142	171	120	169	231	477	628	803
12	108	124	172				317	495	802
13	108	124	172				440	503	803
14	108	122	172				323	501	806
15	108	122	172				328	501	806
16			172				327		806
17							326		806
18									806
Mean	114	131	177	126	155	191	414	546	770

5. 数値計算法の検討

数値計算法の開発においては、4.の設計例で示した以外に数多くの計算例に種々の手法を適用し、すべての計算結果についての総合的評価から最も計算効率が良いと判断した手法を3.で説明した。開発過程では各種の手法を組合せるのでかなりの計算になるが、ここでは数値計算の安定性と収束性に影響の大きい3.(3),(5),(6)の手法について検討する。

(1) 制約条件式の選択数

実橋への適用を考えた最適設計では、考慮すべき制約条件式は膨大な数になるが、アクティブな式は設計変数の数程度で極めて少ない。しかし、アクティブに近い式を棄却すると収束が悪くなることは一般に知られており、計算効率の点からどの程度までアクティブに近い式を選択すべきかが問題になる。

そこで、種々の計算例から全般的に計算効率が良いと考えられる場合(Case B)に対して、選択本数を少なくした場合(Case A)と多くした場合(Case C)を比較する。先に示した選択基準の①~⑤、⑦についての検討結果は省略し(これらの基準については明確な結果を得ていること、理論的にも妥当であると考えられる)、⑥の選択する制約条件式の余裕変数の上限値について検討する。計算には、目的関数の変化率 δf に応じた表-4の値を用いる。なお、最初の1回目の値は、初期値が大きい場合も配慮して決めた値である。また、4.の計算ではCase Bの値を用いている。

表-4の値を用いて、先の3橋について計算した場合に、各反復段階で選ばれた制約条件式の本数とその平均本数を表-5に示す。Case Bを基準として、選択本数は

表-6 計算時間と目的関数の比較

Example		Truss			Box girder			Arch		
Case		A	B	C	A	B	C	A	B	C
CPU time	Mean	0.89	1.0	1.15	0.93	1.0	1.06	0.87	1.0	1.12
	Total	0.89	1.0	1.23	0.93	1.0	1.06	0.99	1.0	1.34
Objec.	m ³	5.97198	5.97159	5.97198	59.4090	59.3972	59.3972	167.6170	167.5887	167.6007
Func.	%	0.007	—	0.007	0.020	—	0.000	0.017	—	0.007
min	α, β	0.888	0.943	0.943	0.969	1.000	1.000	0.758	0.903	0.910

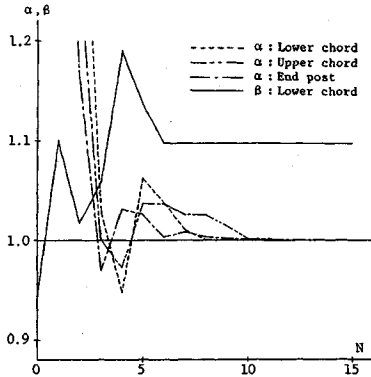


図-8 トラスの余裕変数

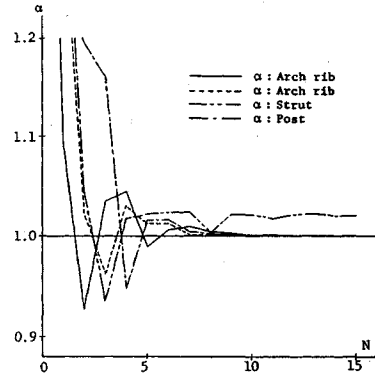


図-9 アーチの余裕変数

Case Aで76%~86%, Case Cで1.2~1.4倍であり, 制約条件式の総数の1/230~1/100になっている. このときの計算時間の比(1回の反復計算に要する平均時間の比と収束解が得られるまでの全時間の比)と, 目的関数の値とその比, 余裕変数の最小値を表-6に示す.

選択本数の差による1回当りの計算時間の差は±10%程度であるが, 全計算時間は収束回数によって異なってくる. アーチのCase Cでは選択本数が多いにも拘わらず収束回数が増加している理由は, 初期の反復段階でCase A, Bに比べて目的関数の減り方の少ないことが一因と考えられる. Case A, Bでは, 2~4回目の計算で設計変数の減り方が大きいため, α の値が0.76と0.9まで減少する(非許容領域に出る)余裕変数があったが, Case Cではやゝゆるやかに減少している.

一方, 表のすべてのケースについて, Case AはCase Bより全計算時間は短い. しかし, Case Aの上限値を他の計算例に用いた場合には, 収束回数が多くなる傾向があったので, 総合的な判断からCase Bの上限値を標準値と考えたが, 表-4の値を用いた限りでは大差はないと言える. なお, 目的関数の最適値はよく一致していることが分かる.

(2) 非許容解の改良法

箱桁橋の計算では, 非許容解が現れることが少なかった. トラスとアーチについて非許容解の改良法を考察する.

表-5のCase Bの計算で1以下(非許容)になった余裕変数 α, β の変動を図-8, 9に示す. なお, α は連続して制約条件に選ばれたものを示す.

図から明らかなように, 非許容の α, β の値は一回の

反復計算で1以上の値になっていることが分かる. トラスの計算ではやゝ過大修正の感があるが, アーチの計算では修正は適切であると言える. 非許容になる余裕変数は図に示した以外にも幾つかあり, また, Case A, Cでも非許容解は現われたが, これらも1回の反復計算で許容領域内に戻っている. さらに, 制約条件式の選択本数をCase Aの半分以下にした場合には, 余裕変数の値が0.6近くまで極端に小さくなるがあったが, このときでも2~3回の反復計算で1以上の値になった. 以上のことから, 本改良法の効果は十分確認できたと考えられる.

(3) 修正SLPの効率性

修正SLPの効率性とその最適な使用方法を調べるために, 修正SLPの連続使用回数の制限値(MLP)を2, 3, 4回とした場合について計算し, これを表-5のCase BのSLP(MLP=0)の結果と比較する.

それぞれの構造物について, SLPによる反復計算1回当りの平均時間を基準値として, 各解法の毎回の計算時間の比を表-7に示す. *印は修正SLPを用いたことを表わし, 最後の行は全計算時間の比である.

3. (6)で説明した修正SLPの使用条件により, 設計点が最適解に近づく修正SLPの効果が現われて, 1回の計算時間は10~30%, さらにには数%に短縮されることが分かる. これより, SLPによる反復回数が多くなる問題ほど修正SLPの効果は大きい. 連続使用回数による効果は問題によって多少異なるが, 全計算時間の比較からMLP=2~3回が適当であり, 全時間は30~40%短くなる.

次に, 最適解の精度を調べると, 両解法による目的関数の差は数万分の一で, よく一致している. 個々の設計

表-7 SLPと修正SLPの計算時間の比較

Example	MLP	Truss				Box girder				Arch			
		0	2	3	4	0	2	3	4	0	2	3	4
Step No. (N)	1	0.45	0.45	0.45	0.45	0.83	0.83	0.80	0.80	0.68	0.67	0.66	0.68
	2	0.29	0.29	0.29	0.29	0.77	0.77	0.74	0.74	0.80	0.80	0.77	0.80
	3	0.91	0.91	0.91	0.91	0.78	0.78	0.74	0.74	1.05	1.05	1.04	1.04
	4	1.16	1.16	1.16	1.16	1.11	1.11	1.06	1.06	1.20	1.20	1.20	1.20
	5	1.38	1.38	1.38	1.38	1.11	1.08	1.04	1.05	1.14	1.14	1.14	1.14
	6	1.20	1.18	1.17	1.18	1.13	*0.56	*0.56	*0.56	1.21	*0.54	*0.54	*0.55
	7	1.20	*0.50	*0.50	*0.50	1.13	1.07	1.07	1.07	1.10	1.17	1.17	1.22
	8	1.14	1.11	1.08	1.11	1.00	*0.17	*0.17	*0.17	1.10	1.04	1.04	1.05
	9	1.13	*0.27	*0.26	*0.27	1.06	*0.54	*0.51	*0.51	1.09	*0.35	*0.35	*0.35
	10	1.13	*0.19	*0.16	*0.16	1.06	0.99	*0.07	*0.07	0.92	*0.12	*0.12	*0.12
	11	1.13	1.10	*0.17	*0.17	1.01	*0.09	0.99	0.99	1.02	0.93	*0.28	*0.28
	12	0.97	*0.18	0.90	0.94					0.93	*0.14	0.96	0.93
	13	0.97	*0.10	*0.03	*0.03					0.92	*0.03	*0.02	*0.02
	14	0.97	0.93	*0.08	*0.08					0.92	0.93	*0.02	*0.02
	15	0.97	*0.06	*0.12	*0.14					0.92	*0.05	*0.04	*0.03
	16		*0.07									0.97	*0.05
	17												0.93
	18												*0.02
	19												*0.02
	20												*0.02
	21												*0.03
	22												0.93
	23												*0.04
Total		1.0	0.66	0.58	0.58	1.0	0.73	0.70	0.70	1.0	0.68	0.69	0.76

変数を調べると、トラスの場合は最大3%の差がある設計変数が1個、1~2%の差は3個、それ以外は許容誤差(1%)以下であった。箱桁橋では最大の差が0.07%で、大半の設計変数は有効数字6桁目まで一致した。アーチでは、3%以上の差がある設計変数は各解法(MLP=2, 3, 4)とも3個あり、それらは同じ変数である。また、1~2%の差がある変数は2~5個であり、その他は1%以下であった。

箱桁橋での設計変数の差に比べてアーチでの差が大きい理由は、箱桁橋では箱形断面の板幅を一定にしているのに対して、アーチでは4個の設計変数を用いて2軸対称箱形断面の最適解を求めている。したがって、設計変数の値の組合せによって(許容誤差の範囲内で)幾通りかの最適解が存在し得ることが考えられる。すなわち、設計変数の数が多いだけ非線形性が強くなり、いわゆるフラットネス現象が起き易くなったためと思われる。

(4) 結論

安定した収束計算を行うためには余裕変数の値が滑らかに変化するのが望ましいが、ある種の余裕変数は反復過程でかなり変動することがある。特に、細長比に関するβは最大6個の設計変数によってその値が決定されるために、各設計変数の値がムープリミットの制限一杯に変化すると、一回の計算でβの値が急激に小さくなることがある。一方、変位制約に関するδの変化は鈍いので、余裕変数の性質の違いを考慮した制約条件式の選択方法は効果があったと考えられる。

数値計算法の開発で最も重視したのは計算効率である。このために、反復計算の初期の段階では設計変数の変化に過度の制約を加えないようにして、目的関数の値をできるだけ速く最適解に近づけるようにした。しかし、これによって余裕変数の変動が大きくなって非許容領域に飛び出し易くなるので、非許容解を速やかに許容領域内

に戻すための手法を併用した。この効果は、図-2, 5, 7に見られるように、大規模の最適値問題でも5~6回の反復計算で目的関数の値はほぼ最適解に近づいていることから分かる。

目的関数が収束状態に入れば、修正SLPを用いて計算時間を短縮した。このように、種々の手法を組合わせて計算全体の効率化を計ることができた。表-7のMLP=3のときの各設計例の全計算時間は、EWS(RS3230, MIPS社)で、それぞれ320, 590, 6800秒であった。

6. 結論

本研究で開発した最適設計プログラムとそれに用いた数値計算法について以下のことが言える。

- (1) 大規模な設計問題に対して、安定した最適化計算法を提案することができた。
- (2) 特に、余裕変数による制約条件式の選択方法と非許容解の改良法は、数値計算の安定性に効果が大きい。
- (3) 修正SLPの使用により、計算時間を30~40%短縮することができる。
- (4) 立体構造モデルを用いたことにより、実構造物により忠実で合理的な設計を行うことができる。
- (5) 本最適設計システムは実橋の概略設計業務に対して大幅な省力化が可能であると考えられる。

謝辞：本設計システムは、平面解析から十年余りの試行錯誤により開発したものである。第一著者は、当初の研究において御指導頂いた恩師・大阪大学名誉教授前田幸雄先生に感謝の意を表します。また、大阪大学または長岡技術科学大学の大学院生であった榎一(日本鋼管)、坂本良文(新日本製鐵)、中北昭浩(熊谷組)、玉田和也(駒井鉄工)の諸君には、プログラム開発、数値計算に協力して頂いたことに謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 田中 尚・中村雄治：建築構造物の自動設計と最適設計，コンピュータによる構造工学講座Ⅱ-7-B，培風館，1973.
- 2) 土木学会：構造システムの最適化－理論と応用－，構造工学シリーズ1，1988.
- 3) 日本機械学会：構造・材料の最適設計，技報堂，1989.
- 4) Atrek, E., R. H. Gallagher, K. M. Ragsdell and O. C. Zienkiewicz(eds.): New Directions in Optimum Structural Design, Wiley-Interscience, 1984.
- 5) Rozvany, G. I. N. and B. L. Karahaloo(eds.): Structural Optimization, Proc. IUTAM Symp. on Structural Optimization, Kluwer Academic Pub., 1988.
- 6) 小林一郎：橋梁骨組構造の最適設計に関する基礎的研究，京都大学学位請求論文，1989.
- 7) 大久保禎二・谷脇一弘：双対法による斜張橋のケーブルおよび桁剛性の最適配置の決定法について，システム最適化に関するシンポジウム講演論文集，1989.
- 8) Al-Saadoun, S. S. and J. S. Arora: Interactive Design Optimization of Framed Structures, J. Comp. Civil Eng., ASCE, Vol. 3, No. 1, 1989.
- 9) 杉本博之・土居博史・中村作太郎：部分構造分割による長大トラス橋の最適設計に関する研究，土木学会論文報告集，第261号，1977.
- 10) Allwood, R. J. and Y. S. Chung: Minimum-Weight Design of Trusses by an Optimality Criteria Method, Int. J. Numer. Meth. Eng., Vol. 20, 1984.
- 11) Cassis, J. H. and A. Sepulveda: Optimum Design of Trusses with Buckling Constraints, J. ASCE, Vol. 111, No. ST 7, 1985.
- 12) Saka, M. P.: Optimum Design of Pin-Jointed Steel Structures with Practical Applications, J. ASCE, Vol. 116, No. ST 10, 1990.
- 13) Kirsch, U. (山田善一・大久保禎二監訳)：最適構造設計－概念・方法・応用－，丸善，pp. 56～76, 1983.
- 14) 杉本博之・吉岡修治：2段階最適化による格子構造の最小重量設計に関する研究，構造工学論文集，Vol. 33A, 1987.
- 15) 安部和夫・林 正：Suboptimization を用いた立体骨組構造物の最適設計，土木学会第45回年次学術講演会講演概要集，I-180, 1990.
- 16) 小山 健・長 尚：最適設計における計算の効率に関する研究，土木学会論文報告集，第297号，1980.
- 17) 平田恭久・伊藤文人：活的な制約面の選択を主眼にした最適化問題の解法，土木学会論文集，第386号/I-8, 1987.
- 18) 前田幸雄・林 正・坂本良文：SLPによる骨組構造物の最適設計，JSSC第15回マトリックス解析法研究発表論文集，1981.
- 19) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，丸善，1990.
- 20) 本州四国連絡橋公団：上部構造設計基準・同解説，1989.
- 21) 奥村敏恵・大久保禎二：Suboptimization による鋼連続桁の最適設計，土木学会論文報告集，第215号，1973.
- 22) 前出 1)，PP. 90～94.
- 23) 前出 2)，PP. 77～78.
- 24) 橋 善雄・中井 博改訂：橋梁工学 第2版，大学講座土木工学II，共立出版，pp. 288～315, 1981.

(1991. 4. 25受付)

PRACTICAL OPTIMIZATION TECHNIQUE FOR LARGE SCALE PROBLEMS
IN STRUCTURAL DESIGN OF SPATIAL FRAMES

Masa HAYASHI and Hiroshi HIRAYAMA

A practical minimum weight design algorithm is presented for such large scale problems as the design of spatial framed structures under multiple loading cases. The stress, local buckling of plates, slenderness ratio, displacement and minimum size constraints specified by the design codes are considered in the optimum design. For the development of a practical programming system with high efficiency, new mathematical and numerical methods, such as modified SLP, surplus variables and the other several technique, are employed. Efficiency and reliability of the design system are demonstrated by numerical calculations for large scale problems in the design of actual bridges.