

非線形目標計画法の最適構造設計への応用

林 正*・平山 博**・大森龍一郎***

多目的最適化手法の一つである目標計画法を、通常の鋼重を単一の目的関数とする最適構造設計問題に応用することを目的とし、変位を目的関数として加えた多目的問題に対して、非線形目標計画法を適用した場合の収束性や最適解の精度を調べた。数値計算の結果から、変位制約が厳しい場合には、目標計画法は単一の目的関数を用いる方法よりも収束性がよく、特に片側目標計画法は安定性と収束性に優れていることが判った。

Keywords : optimum structural design, nonlinear goal programming, one-sided goal programming, multiobjective optimization problem

1. まえがき

構造物の設計においては、複数個の目的関数を最適化する種々の問題がある。一方、多目的問題に対する数理計画法には種々の最適化手法が開発されている^{1)~5)}。そのなかでも、目標計画法は、目的の異なる様々な多目的問題に適用することができる有用な手法と考えられる。

周知のように、目標計画法は、互いに相競合する複数個の目的関数を、与えられた制約条件のもとで設定された目標値に可能な限り近づけようとする手法である。さらに、目的関数ごとに与える加重係数の値を変えらることによって、目標値を制約条件として目的関数を最大化、または最小化する多様な最適化問題に応用することができる^{2)~4)}。また、数値計算では線形計画法を用いるので、構造物の最適設計のような大規模の問題には適しており、通常の単一目的問題と多目的問題を一つのプログラムで解くことができる利点がある。

非線形目標計画法を最適構造設計に適用する試みは行われているが^{6)~8)}、単一目的問題ほど多く研究されていない。斉藤ら⁶⁾は、変位を目的関数に用いてトラス構造に適用し、トレード・オフ解析から最適値を求める手法を提案している。目標計画法の特徴を活かした最適な応用として振動制御が考えられる。Raoら⁷⁾は、トラス構造の鋼重と制御系の全エネルギーを目的関数とする多目的問題に用いている。TseugとLu⁸⁾もトラス構造について、重量、応力、変位、振動数のミニ・マックス問題に適用して他の多目的最適化手法と比較している。文献

8)では、200部材の大規模構造物を解析しているものの平面トラス構造であり、荷重ケースの数が少ないことや部材の断面積を設計変数としていることから、数値計算上は中規模程度の問題である。最適構造設計の大規模問題に目標計画法を用いた例は報告されていないようであり、その信頼性や計算効率について十分な研究が行なわれているとは言えない。

本研究では、目標計画法の長所を活かした最適構造設計を行なうための基礎的な検討資料を得ることを目的として、実規模の最適設計に適用して解法の実用性を調べるものである。このために、通常の鋼重を単一の目的関数とする最小重量設計問題において、変位を目的関数に加えた多目的問題に適用した場合の非線形目標計画法の収束性や最適解の精度を調べる。また、変位制約を制約条件式として用いる通常の最適化手法の代りに、変位に対する制限値を目標値の上限値に用いた片側目標計画法(one-sided goal programming)の計算効率について検討する。

最適構造設計は非線形問題となるために、非線形解法には前述の目標計画法の特徴を考慮して逐次線形計画法(SLP)を使用する。他の非線形解法を用いることもできるが^{7)・8)}、SLPは大規模問題に適していること、非線形目標計画法の定式化は単一目的問題と同じになること⁹⁾、さらに、数値計算にも同じ手法⁹⁾を用いることができる。

2. 非線形目標計画法

(1) 目標計画法の一般式

1個の目的関数が存在する目標計画法は次式で表される。

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^n |f_i(x) - F_i| \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{subject to } g(x) \leq 0 \dots \dots \dots (2)$$

$$x \geq 0 \dots \dots \dots (3)$$

* 正会員 工博 長岡技術科学大学教授 建設系
(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)

** 学生会員 工修 長岡技術科学大学大学院工学研究科博士
後期課程

*** 正会員 工修 三井造船(株) 船舶・鉄橋総務本部
(前・長岡技術科学大学大学院修士課程)

ここに、 x は設計変数、 $f_i(x)$ は目的関数、 F_i は f_i に対する目標値、 0 はゼロベクトルで、式(2)は制約条件式である。

式(1)の各目的関数に対して、次の2つの差異変数 d_{i^+} と d_{i^-} を導入する。

$$d_{i^+} = \frac{1}{2} (|f_i(x) - F_i| + (f_i(x) - F_i))$$

$$d_{i^-} = \frac{1}{2} (|f_i(x) - F_i| - (f_i(x) - F_i)) \quad (i=1 \sim I) \dots \dots (4. a, b)$$

ここで、 d_{i^+} 、 d_{i^-} はそれぞれ i 番目の目標値に対する超過達成と不足達成を表している。

次に、目的関数の最適化の順序を定めるための絶対順位係数 P_k ($k=1 \sim K \leq I$)と、同じ優先順位を持つ差異変数 d_{i^+} 、 d_{i^-} の各々に対して重みを課すための加重係数 w_{i^+} 、 w_{i^-} を導入する。また設計変数には、一般的に上下限值 X^U 、 X^L が設けられるために、これを制約条件に加える。

式(1)に式(4)を代入し、 I 個の目的関数を同じ優先順位ごとの K 組に分けて P_k と w_i を導入すると、次の一般的な目標計画法の式が得られる¹²⁻¹⁴⁾。

minimize

$$z = \sum_{k=1}^K P_k \sum_{i \in I_k} (w_{i^+} d_{i^+} + w_{i^-} d_{i^-}) \dots \dots (5)$$

subject to

$$f_i(x) - d_{i^+} + d_{i^-} = F_i \quad (i=1 \sim I)$$

$$g_j(x) \leq 0 \quad (j=1 \sim J)$$

$$X^L \leq x \leq X^U, x \geq 0$$

$$d_{i^+} \cdot d_{i^-} = 0, d_{i^+} \geq 0, d_{i^-} \geq 0 \dots \dots (6. a \sim g)$$

なお、式(5)において d_{i^+} と d_{i^-} の一方のみを採用する場合や、それらの符号を変えることによって、様々な最適化問題に適用することができる。

(2) 非線形問題の定式化

最適構造設計では、目的関数及び制約条件式は設計変数の非線形関数になる。そこで、非線形解法には逐次線形計画法を用いることにする。

非線形の目的関数 $f_i(x)$ と制約条件式 $g_j(x)$ を設計点 x^* のまわりでテイラー展開し、その一次の項までとると、非線形目標計画法は次式のように定式化される。

minimize

$$z = \sum_{k=1}^K P_k \sum_{i \in I_k} (w_{i^+} d_{i^+} + w_{i^-} d_{i^-}) \dots \dots (7)$$

subject to

$$\nabla f_i(x^*) \cdot \Delta x - d_{i^+} + d_{i^-} = F_i - f_i(x^*) \quad (i=1 \sim I)$$

$$\nabla g_j(x^*) \cdot \Delta x \leq -g_j(x^*) \quad (j=1 \sim J)$$

$$X^L - x^* \leq \Delta x \leq X^U - x^* \dots \dots (8. a \sim c)$$

ここに、 ∇f_i 、 ∇g_j は感度ベクトルである。また、シンプレックス法で自動的に満足される制約条件式は省略している。

3. 最適構造設計への適用

最適構造設計への目標計画法の応用として、鋼道路橋の最小重量設計に適用する。なお、設計変数、制約条件式は文献⁹⁾と同じであるので、詳細については省略する。

(1) 目的関数

単一目的問題の場合と同じく、鋼種による単価比を考慮した換算鋼重を目的関数とするが、本文では鋼重の代りにコスト係数を乗じた換算体積を使用する⁹⁾。なお、設計変数には各部材の板幅と板厚を用いる。

本計算例の多目的問題では、指定された節点の変位量を目的関数に加える。このとき、目的関数の最適化の順位を式(7)の P_k で指示する。

(2) 制約条件

道路橋示方書¹¹⁾に規定された応力、活荷重によるたわみ、細長比、鋼板の幅厚比、最小板厚に対する制限を制約条件式に用いる。

応力照査では、与えた荷重について示方書の規定による組合せを行い、許容応力度の割増しを考慮している。

(3) 数値計算

構造解析はマトリックス変位法による立体解析を行い、この計算結果を後退差分の式に用いて式(8)の感度係数を求める。式(8. b)の応力などに対する制約条件式には3種類の余裕変数を導入して各式を無次元化する⁹⁾。

線形化された式(7)、(8)は、目標計画法のための拡張されたシンプレックス法²²⁾で解くことができる。これにSLPを用いて非線形問題の最適解を求める。数値計算ではムープリミット係数、アダプティブ・ムープリミット係数などを使用するが、設計点が許容領域外に出ることもあるので、実行可能解が得られなかった場合の処置が必要である。なお、式(8. c)の制約条件式とムープリミットによる制約条件式を一つにまとめるために設計変数の変換を行う¹⁰⁾。

数値計算で最も重要なことは、膨大な数になる制約条件式の棄却と選択である。これは解法の安定性と収束性に著しい影響を及ぼし、数値計算全体の効率を左右する。非線形目標計画法にSLPを用いる場合には、上述の数値計算手法は単一目的問題と同じ手法⁹⁾を用いることができる。したがって、単一目的のプログラムを目標計画法に拡張するためには、シンプレックス法とそのタブローの計算を修正するだけである。

目標計画法を使用する際に注意すべきことは、その解法の性質から下位の目的関数ほどその目標が達成され難くなることである²²⁾。特に、目的関数が互いに競合する場合にはその傾向は顕著で、下位の目的関数を用いる意味がなくなる。本文の計算例では、目的関数に鋼重と変位を用いるが、これらは競合するために、鋼重を優先順位が1位の目的関数とすると、全ての設計変数は鋼重が

最小になるように最適化されて変位に対する目標は達成されない。そこで、以下の計算例では、変位を1位の目的関数に用いている。

4. 目標計画法の適用性

最適構造設計に適用した場合の目標計画法の精度、収束性、計算効率について調べる。

(1) 単一変位の問題 (計算例1)

a) 計算例

計算例として、図-1に示す箱型断面の張出しばりを用いて、これを17等分割する。図中の数字は部材番号で、○印の数字は節点番号である。荷重には鋼重(自重)と一定の満載等分布荷重(5.31tf/m)の2種類の死荷重と、張り出し部の先端に100tfの集中荷重を鉛直方向に作用させる。

鋼材にはSS41とSM50Yを使用し、設計変数には数部材ごとに共通変数に選んだ上・下フランジ厚 t_u 、 t_l とウェブ厚 t_w を用いた。上・下フランジ幅には図中の値を用いて一定とし、ウェブ高 h は全部材で共通変数とした。この結果、設計変数の総数は26個になる。

たわみの制限値は、総荷重による全節点の鉛直変位に対して0.50mとした。これに、応力や板厚比に対する制約条件式を加えて、シンプレックス・タブローでは最大70本を選ぶようにした。

以下の計算例では、次の3つの条件を満足した場合を収束したと判定する。

- ① すべての制約条件が満たされていること。
- ② 目的関数の変化率が2回連続して0.001以下になること。ただし、変位の目的関数に対しては許容誤差を0.01とする。
- ③ 全設計変数の変化率が0.01以下であること。

以後の計算では、鋼重を体積に換算して示す。なお、式(7)の加重係数はともに+1とした。

b) 変位制約がアクティブでない場合

目標計画法の精度を調べるために、まず、通常の単一目的問題として最小重量設計(Case 1-S)を行う。次に、この結果から得られた自由端18の変位(0.3620m)を目標値とし、この変位 δ_{18} を優先順位が1位の目的関数、体積(鋼重)を2位の目的関数とする多目的問題(Case 1-M)を計算する。なお、体積の目標値は零である。これらの計算結果を表-1, 2に示す。

表-1のNは収束回数、 V_{opt} は最適体積、 δ_{18} は変位の収束値、括弧内の数値は単一目的問題の値に対する増減量の比(%)である。表-2のRatioの欄の数値も単一目的の最適値に対する増減量の比を表す。

表-1, 2より、15番目の設計変数の値を除けば、目的関数と設計変数の値はすべて収束計算の許容誤差の範囲内で一致している。しかし、表-1より目標計画法を

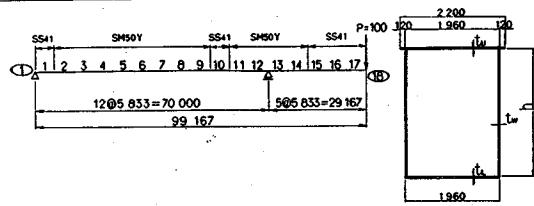


図-1 計算例1

表-1 単一目的と多目的問題の比較

Objective function	Case No.	N	V_{opt} (m ³)	δ_{18} (m)
Single	1-S	11	18.4886	0.3620
Multi	1-M	15	18.4939 (0.029)	0.3613 (-0.18)

表-2 設計変数の最適値の比較(Case 1)

Design variable		Case 1-S	Case 1-M	Ratio (%)	
No.	Member No. (t, h)				
1	1	0.01100	0.01100	0.000	
4	2,9	0.01100	0.01100	0.000	
6	3,8	0.01100	0.01100	0.000	
9	4,5,6,7	0.01100	0.01100	0.000	
11	10	0.02698	0.02697	-0.037	
14	11	0.02717	0.02737	0.736	
17	12,13	0.04178	0.04175	-0.072	
20	14	0.02791	0.02789	-0.072	
23	15,16,17	0.02915	0.02915	0.000	
2	1	0.01144	0.01144	0.000	
5	2,9	0.01393	0.01393	0.000	
7	3,8	0.01393	0.01393	0.000	
10	4,5,6,7	0.01393	0.01393	0.000	
12	10	0.03038	0.03037	-0.033	
15	11	0.03060	0.03094	1.111	
18	12,13	0.04706	0.04706	0.000	
21	14	0.03143	0.03142	-0.032	
24	15,16,17	0.03282	0.03282	0.000	
3	1,2,9	0.01884	0.01884	0.000	
8	3-8	0.01884	0.01884	0.000	
13	10	0.01548	0.01548	0.000	
16	11	0.01884	0.01884	0.000	
19	12,13	0.01884	0.01884	0.000	
22	14	0.01884	0.01884	0.000	
25	15,16,17	0.01548	0.01548	0.000	
26	1~17	h	2.60000	2.60000	0.000

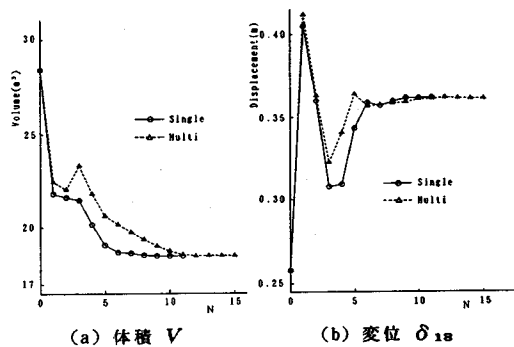


図-2 体積と変位の収束状況

用いた場合の収束回数は増えている。この計算における収束状態を調べるために、各反復段階における体積と変位 δ_{18} の値を図-2に示す。

図-2(a)から、Case 1-Sではスムーズに体積が減少して収束しているのに対し、Case 1-Mの方は少し振動し

表-3 変位制約がアクティブな場合の比較

Objective function	Case No.	δ_c (m)	N	V_{opt} (m ³)	δ_{1st} (m)
Single	2-S	0.25	28	20.3239	0.2499
	3-S	0.20	14	21.9073	0.1999
	4-S	0.10	31	30.6378	0.1000
Multi	2-M	0.25	14	20.3381 (0.070)	0.2494 (-0.22)
	3-M	0.20	9	21.9204 (0.060)	0.1996 (-0.17)
	4-M	0.10	15	30.6878 (0.163)	0.0998 (-0.24)

た後に収束している。これは多目的問題の場合では変位を1位の目的としているために、変位の目標値を達成した後に体積の最適化を行う順序になっているからであると思われる。次に、図-2(b)の変位の収束状況については、両問題ともに大きく振動した後に収束しているが、わずかながらCase 1-Sの方が振動幅が大きい。

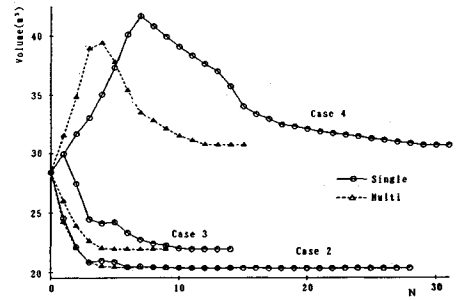
c) 変位制約がアクティブな場合

変位制約がアクティブな条件となる場合について検討する。そこで、先の計算例1のモデルにおいて、自由端の変位の制限値(上限値) δ_c を0.25, 0.20, 0.10mと厳しくした3つのケースについて計算する。多目的問題の場合には上記の変位の制限値を目標値に用いた。この計算結果を表-3に示す。

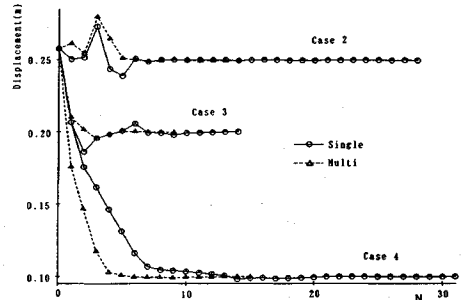
表-3より、多目的問題のCase 4-Mの体積以外の収束値はすべて許容誤差の範囲内で一致している。また、1%の許容誤差より大きい差のある設計変数はCase 2と4で各1個、Case 3では26個のすべての設計変数の差は1%以下であった。これらの差の傾向は表-2の場合とほぼ同じである。

一方、収束性については大きな開きがあり、多目的問題の収束回数は単一目的問題の場合のほぼ半分になっている。このように、変位制約がアクティブな場合に目標計画法の方が収束性のよい理由は、変位に対する制約条件の取り扱いの違いによるものであり、単一目的問題では必ず満足されなければならない制約条件として用いられるので、変位制約が厳しい場合には設計点が許容領域外に出ることがある。一方、目標計画法では目標達成のための制約条件として用いられるので、非許容の問題は起きない。

図-3に体積と変位 δ_{1st} の収束状態を示す。図(b)より、変位の制約が最も厳しいCase 4では、初期値の変位の値が上限値または目標値(0.1m)を大きく越えている。このために単一目的のCase 4-Sでは1~13回目までの設計点は許容領域外にあって、実行可能解が得られなかった。一方、Case 4-Mの目標計画法の計算では、非許容の問題は起こらずにスムーズに収束している。



(a) 体積 V



(b) 変位 δ_{1st}

図-3 変位制約がアクティブな場合の収束性

d) 優先順位を逆にした場合

多目的問題において、目標計画法の目的関数の優先順位を逆にした場合について計算する。

この計算では鋼重(体積)の最適化が先に行われるために、変位に対する目標値に関係なく、表-1と表-3のすべての多目的問題の値は表-1の単一目的問題のCase 1-Sの値と完全に一致した。反復回数も同じ日回で収束している。この結果は、目標計画法の解法の性質から当然のことであり、プログラムもそれに用いている数値計算法も理論通りの計算を行っていることが確かめられた。

(2) 2変位の問題(計算例2)

a) 計算例

図-4に示す3径連続統桁について計算する。荷重には鋼重(自重)と一定の満載等分布荷重(5.31tf/m)の2種類の死荷重と、19ケースの影響線載荷による活荷重を用いた。この計算例は、ある実橋のデータを用いてモデル化したものである。

部材には図-1と同じ箱形断面を用い、左右対称な位置の部材には同一断面を使用したため、設計変数は28個になった。

たわみの制限値は、全節点の鉛直成分について死荷重に対して0.5m、活荷重に対して0.14mとした。収束判定の条件は計算例1と同じにした。

b) 変位制約がアクティブでない場合

計算例1の場合と同様に、まず、鋼重(体積)のみを目的関数とする単一目的問題(Case 1-S)を計算する。次に、

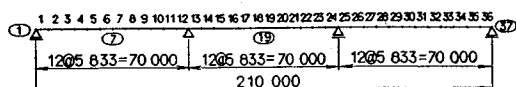


図-4 計算例2

表-4 2変位の場合の比較

Objective function	Case No.	N	δ_7 (m) δ_{10} (m) $V_{opt}(m^3)$	Ratio (%)
Single	1-S	11	0.2277	
			0.0941	
			37.3192	
Multi	1-M	18	0.2272	-0.21
			0.0938	-0.23
			37.3217	0.01

表-5 設計変数の最適値の比較(Case 1)

Design variable		Case 1-S	Case 1-M	Ratio (%)
No.	Number No. t, h (m)			
1	1	0.01100	0.01100	0.000
4	2,9	0.01391	0.01382	-0.647
6	3,8	0.02059	0.02049	-0.486
9	4,5,6,7	0.02579	0.02568	-0.427
11	10	0.01100	0.01100	0.000
14	11	0.01413	0.01403	-0.708
17	12,13	0.03056	0.03044	-0.393
20	14	0.01680	0.01670	-0.595
23	15,16,17	0.01522	0.01513	-0.591
26	18	0.01395	0.01390	-0.430
2	1	0.01171	0.01159	-1.025
5	2,9	0.01566	0.01555	-0.702
7	3,8	0.02318	0.02307	-0.475
10	4,5,6,7	0.02905	0.02892	-0.448
12	10	0.01235	0.01225	-0.810
15	11	0.01589	0.01580	-0.566
18	12,13	0.03445	0.03429	-0.464
21	14	0.01892	0.01880	-0.634
24	15,16,17	0.01712	0.01702	-0.584
27	18	0.01569	0.01562	-0.446
3	1,2,9	0.01884	0.01888	0.212
8	3~8	0.01884	0.01888	0.212
13	10	0.01548	0.01551	0.194
16	11	0.01884	0.01888	0.212
19	12,13	0.01884	0.01888	0.212
22	14	0.01884	0.01888	0.212
25	15~18	0.01548	0.01551	0.194
28	1~36	2.60000	2.60606	0.233

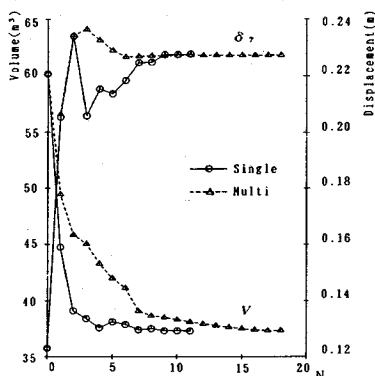


図-5 2変位の場合の収束状況

この計算から得られた側径間と中央径間中央点の死・活荷重によるたわみの値を目標値として、この2変位 δ_7 、 δ_{10} を優先順位が1位の目的関数、体積を2位の目的関数とする多目的問題(Case 1-M)を目標計画法で計算する。なお、Case 1-Sの計算結果から、 δ_7 では死荷重、 δ_{10}

表-6 変位制約がアクティブな2変位問題の比較

Objective function	Case No.	Modal δ_c (m)	N	δ_7 (m) δ_{10} (m) $V_{opt}(m^3)$	Ratio (%)
Single	2-S	7 0.18	14	0.1800	
		19 0.08		0.0800	40.4982
	3-S	7 0.10	35	0.1000	
		19 0.03		0.0300	70.2752
4-S	7 0.10	27	0.1000		
	19 0.08		0.0480	65.3560	
5-S	7 0.18	40*	0.1643		
	19 0.03		0.0301	58.6101	
Multi	2-M	7 0.18	14	0.1796	-0.22
		19 0.08		0.0788	-0.23
				40.5427	0.11
	3-M	7 0.10	15	0.0998	-0.20
		19 0.03		0.0299	-0.22
				70.5136	0.34
4-M	7 0.10	14	0.1091	9.08	
	19 0.08		0.0626	30.48	
			61.0570	-8.58	
5-M	7 0.18	21	0.1786	9.33	
	19 0.03		0.0299	-0.71	
			58.6988	0.15	

では活荷重によるたわみが厳しかったので、これらの値をCase 1-Mに用いた。この結果を、表-4, 5に示す。

これらの表から、2変位の場合でも両問題の解はよく一致していることがわかる。しかし、多目的問題では収束回数が増加している。このときの収束状態を図-5に示す。図より、収束は比較的良好であるといえる。

c) 変位制約がアクティブな場合

変位制約条件がアクティブになる問題を考えて、先の計算で用いた節点7と19のたわみ δ_7 、 δ_{10} に対する制限値(上限値) δ_c を厳しくした場合について計算する。

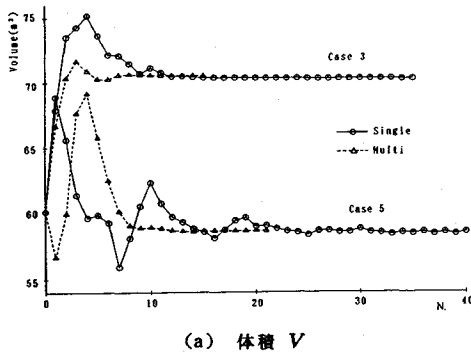
δ_c の値として、 δ_7 には死荷重に対して0.18, 0.10m、 δ_{10} には活荷重に対して0.08, 0.03mを用いて、これらを組み合わせた4ケース(Case 2~5)について計算する。

目標計画法を用いる多目的問題では、これらの値を目標値に用いて、 δ_7 、 δ_{10} を優先順位が1位の目的関数とする。得られた計算結果を表-6に示す。

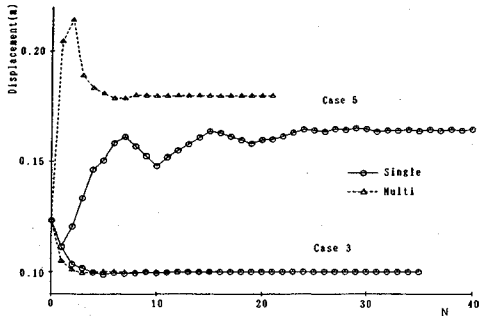
表-6より、Case 2-S, 3-Sでは2変位成分に対する制約はともにアクティブな条件になっているが、Case 4-S, 5-Sでは一方の制約条件式のみがアクティブになっていることが分かる。したがって、Case 4,5では単一目的問題と多目的問題では若干異なった問題を扱っていることになる。

多目的問題のCase 2-M, 3-Mの変位の値は目標値と許容誤差の範囲内で一致しており、体積も単一目的の値との差は0.1, 0.3%である。

Case 4-Mでは、設定された目標値に対する最適解が存在しないために目標値との差が大きくなったものと考えられ、これは前述の単一目的のCase 4-Sの値からも分かる。Case 5-Mでは目標値に近い変位が得られているが、Case 5-Sでは40回の反復計算を行っても収束条件を満た



(a) 体積 V



(b) 変位 δ_7

図-6 変位制約がアクティブな2変位問題の収束性

す解が得られなかった。これについては後で考察する。

二つの解法の収束性の差は表から明らかであり、変位制約が厳しい場合ほど目標計画法の方が速く収束している。

Case 3と5の収束状態を図-6に示す。Case 3では単一、多目的問題の収束はスムーズであるが、Case 3-Sでは δ_{10} に対する制約が厳しい(3cm)ために、設計変数が収束し難かった。同じ現象がCase 5-Sではより顕著に現れており、設計変数、したがって目的関数(体積)が40回目まで振動している。収束性の悪い最大の原因は、計算例1で述べた許容領域外に飛び出すことが度々起きたためと考えられる。単一目的問題の他のCase 3-S, 4-Sでも設計点が許容領域外に出たが、これらのケースでは反復計算の初期の段階でのみ発生した違いがある。なお、多目的問題の計算では、許容領域外に出ることはなかった。

5. 目標計画法の応用

(1) 1-0法

目標計画法では、式(4)の差異変数の用い方によって様々な最適化問題に応用することができる^{1)~4)}。ここでは、目標計画法の収束性に着目し、式(5)で d_1^+ のみを用いた片側目標計画法(以後、これを1-0法と呼ぶ)について検討する。

d_1^+ のみを目的関数に用いると、その目的関数は目標

表-7 1-0法による結果

Objective function	Case No.	Nodal No.	δ_c (m)	N	δ_7 (m)	δ_{10} (m)	V_{opt} (m³)	Ratio (%)
Multi	2-M*	7	0.18	12	0.1796	-0.21	40.5400	0.10
		19	0.08		0.0798	-0.23		
	3-M*	7	0.10	15	0.0998	-0.20	70.5136	0.34
		19	0.03		0.0299	-0.22		
	4-M*	7	0.10	11	0.0998	-0.20	65.6262	0.41
		19	0.08		0.0475	-0.97		
	5-M*	7	0.18	15	0.1739	5.87	58.6218	0.02
		19	0.03		0.0299	-0.73		

値をその上限値とするが不足することは許される(目標値に対して不足達成される)ので、単一目的問題での制約条件を目的関数に置き換えて計算することができる。この1-0法を変位制約問題に適用して、その計算効率を調べる。

(2) 3径間連続桁

計算例2で目的関数に用いた変位成分 δ_7 、 δ_{10} に対する差異変数 d_1^- とともに省略して計算する。なお、鋼重(体積)に対する差異変数は d_1^+ 、 d_1^- とも採用する。

まず、変位制約がアクティブでない表-4のCase 1-Sと比較するために、変位の目標値(1-0法では上限値になる)を、Case 1-Sの制限値に等しくした場合について計算する。得られた結果は、表-4のCase 1-Sの計算結果と完全に一致し、収束回数も11回と同じになった。このことから、目的関数に用いた目標値がアクティブでない場合には(不足達成)、1-0法の計算は通常の単一目的の計算と同じになる。

次に、表-6の変位制約がアクティブな場合に、同じ目標値を用いて1-0法で計算した結果を表-7に示す。

表-7のRatioの欄の数値は表-6の単一目的の値に対する比である。Case 2-M*, 3-M*の値は、それぞれCase 2-S, 3-Sの値にほぼ一致しており、また、本来の目標計画法で計算したCase 2-M, 3-Mの値に一致している。

Case 4-M*では、Case 4-Mの場合と設定した問題が異なるために同じ値にはならないが、Case 4-Sとはよく一致しており、Case 5-M*では一変位成分の値を除いてほぼ同じ値が得られている。

一方、1-0法の収束回数は表-6の多目的問題の回数よりも若干少なくなっており、単一目的で計算した場合よりもかなり少ない。したがって、変位制約の厳しい単一目的問題を1-0法で計算すればほぼ同じ最適値が得られて(わずかな差があるのは、非線形最適化問題におけるフラットネス現象の影響も考えられる)収束回数は大幅に減少し、非許容の問題も起きないといえる。

なお、1-0法を計算例1の1変位の問題に適用した結果では、表-3の単一目的問題の結果と非常によく一

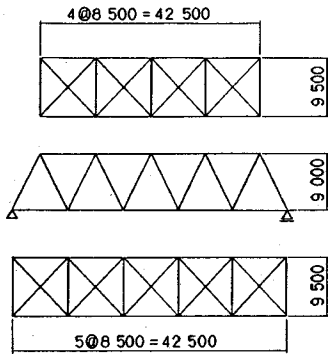


図-7 単径間トラス橋

表-8 単一目的問題と1-0法の比較

Objective function	Case No.	N	V_{opt} (m ³)	δ_o (m)
Single	1-S	17	7.2688	0.0799
Multi	1-M*	14	7.2691 (0.004)	0.0799 (0.00)

致した値が得られ、通常の日標計画法を用いた多目的問題と最適解、収束回数は完全に一致した。

計算時間の比はほぼ反復回数に比例し、表-7の場合には40~60秒(EWS, MIPS RS3230)であった。

(3) 単径間トラス橋

a) 計算例

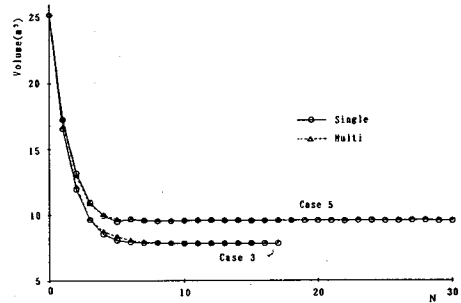
図-7に示す単径間ワーレントラス橋について計算する。構造解析では、主構トラスの各部材は主構面内でヒンジ結合されているが、面外(橋軸直角)方向には剛結されているものとして計算する。したがって、これらのトラス部材には軸方向力のほかに、1軸曲げとねじりモーメントが作用する。

部材には上・下弦材、端柱、腹材(圧縮材)に箱形断面を、腹材(引張材)にH形断面を、橋門構、横桁、上横構支材にI形断面を、上・下横構斜材にT形断面を各々用いた。設計変数には全部材の板幅と板厚を考え、上・下弦材のフランジ幅やウェブ高さなどを共通変数に選んだ。この結果、設計変数の総数は45個になる。なお、鋼材は主構と端横桁にはSM50、その他の部材にはSS41を使用した。

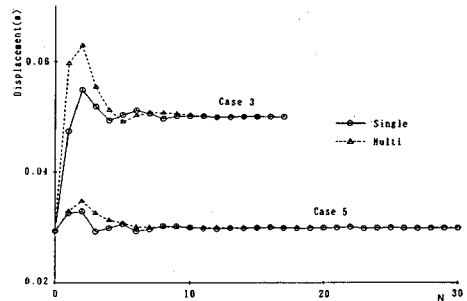
荷重としては鋼重(自重)と、一定の満載等分布荷重(3.37tf/m)の2種類の死荷重に、影響線載荷による活荷重、風荷重、温度変化の影響、地震の影響を加えて、合計14ケース用いた。なお、各荷重強度並びに荷重の組合せについては、道路橋示方書を適用した。収束条件は計算例1と同じである。なお、この問題では制約条件式の数は1万本を越える。

表-9 変位制約がアクティブな場合の比較

Objective function	Case No.	δ_c (m)	N	V_{opt} (m ³)	δ_o (m)
Single	2-S	0.07	13	7.3409	0.0700
	3-S	0.05	17	7.8205	0.0500
	4-S	0.04	18	8.3433	0.0400
	5-S	0.03	30*	9.5485	0.0300
Multi	2-M*	0.07	15	7.3406 (-0.004)	0.0700 (0.00)
	3-M*	0.05	15	7.8194 (-0.014)	0.0500 (0.00)
	4-M*	0.04	17	8.3432 (-0.001)	0.0400 (0.00)
	5-M*	0.03	18	9.5605 (0.126)	0.0300 (0.00)



(a) 体積 V



(b) 変位 δ_o

図-8 トラス橋の収束

b) 変位制約がアクティブでない場合

トラス橋の計算では最大の面外変位(橋軸直角方向の水平変位)に対して制約を課すことにする。この制限値を0.1mとし、先の(2)と同様に単一目的問題(Case 1-S)と、1-0法(Case 1-M*)で計算する。なお、両ケースとも、示方書の活荷重に対するたわみ制約を考慮している。このときの計算結果を表-8に示す。

表中の δ_o は、上弦材のスパン中央で生じた最大の面外変位で、風荷重による値である。

先の3径間連続桁の例とは異なり、両問題の収束値は完全に一致しなかったが、最適体積 V_{opt} と変位 δ_o はよく一致しており、全設計変数の差も1%以内であった。

c) 変位制約がアクティブな場合

変位の制限値 δc を厳しくして変位制約がアクティブになる場合(Case 2~5)を計算する。2つの解法を用いた計算結果を表-9に示す。

表中の括弧内の数値は単一目的問題に対する増減量の比(%)であり、この場合もCase 5を除いて収束値はよく一致している。この計算例では初期値による面外変位の値が小さいことにより、単一目的問題でもLPの計算で実行可能解が得られないことはなかった。このために、表-9に見られるように両問題の収束回数には大きな差はなかった。ただし、Case 5-Sでは十数回の反復回数でほぼ収束しているものの、厳しい変位制約がときどき満足されないために橋門構の設計変数が極くわずかながら振動して、30回の反復計算では収束条件を満たす解が得られなかった。このCase 5とCase 3の収束状態を図-8に示す。

6. まとめ

変位を目的関数に用いて、非線形目標計画法の適用性を単一目的問題と比較・検討した結果では以下のことがいえる。

- (1) 大規模問題の最適構造設計に適用しても数値計算上の問題は起きず、精度のよい最適解が得られる。
- (2) 設計点が許容領域外に出るために数値計算が困難になる問題でも、目標計画法では容易に最適解を求めることができる。
- (3) 特に1-0法は通常の最小重量設計問題に適用しても同精度の解が得られ、安定性・収束性がよい。

本研究は目標計画法の一応用例に過ぎないが、解法の一つの利点を確かめることができた。さらに、解法の多様性を活かした種々の応用が可能であると考えられる。

参考文献

- 1) 志水清孝：多目的と競争の理論，共立出版，1982。
- 2) 坂和正敏：線形システムの最適化<一目的から多目的へ>，森北出版，1984。
- 3) 坂和正敏：非線形システムの最適化<一目的から多目的へ>，森北出版，1986。
- 4) Lee, S. M. (大村茂雄・近藤恭正訳)：意志決定のための目標計画法(上)，日本経営出版，1974。
- 5) 土木学会：構造システムの最適化-理論と応用-，構造工学シリーズ1，1988，pp. 73~127。
- 6) 斉藤進・堀井健一郎・依田照彦：非線形目標計画法によるトラスの多目的最適化，土木学会第45回年次学術講演会講演概要集，I-182，1990。
- 7) Rao, S. S., V. B. Venkayya and N. S. Khot: Optimization of Actively Controlled Structures using Goal Programming Techniques, Int. j. Numer. Meth. Eng., Vol. 26, 1988。
- 8) Tseug, C. H. and T. W. Lu: Minimax Multiobjective Optimization in Structural Design, Int. J. Numer. Meth. Eng., Vol. 30, 1990。
- 9) 玉田和也・林 正：立体骨組構造物の最適設計，土木学会第44回年次学術講演会講演概要集，I-149，1989。
- 10) 前田幸雄・林 正・坂本良文：SLPによる骨組構造物の最適設計，JSSC第15回マトリックス解析法研究発表論文集，1981。
- 11) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，丸善，1990。
(1991. 3. 29受付)

APPLICATION OF NONLINEAR GOAL PROGRAMMING
TO OPTIMUM STRUCTURAL DESIGN

Masa HAYASHI, Hiroshi HIRAYAMA
and Ryuichirou OMORI

Goal programming has mainly been used for the system control of structures and may be a useful optimization technique for various multiobjective problems in optimum structural design. It is the purpose of this paper to inspect the convergency and accuracy of the nonlinear goal programming technique for large scale optimization problems of which the objective functions are the displacements of structures as well as the structural weight. Furthermore, one-sided goal programming technique is applied to the minimum weight design of structures subjected to restrictions on the displacements, and its utility is investigated in comparison with the ordinary single-objective optimization technique by numerical calculations.