

研究展望

REVIEW

研究展望

不整形地盤における地震動

SEISMIC WAVES IN IRREGULARLY LAYERED MEDIA

瀬瀬 一起

Kazuki KOKETSU

理博 東京大学助手 地震研究所
(〒113 文京区弥生1-1-1)

Keywords:
*seismic wave, irregular layering,
method of weighted residuals*

1. はじめに

強震動予測における地盤の影響評価の重要性は、いまさら申し上げるまでもないであろう。国土の大部分が山岳地帯に属し複雑な地形の多いわが国では、その中でも不整形地盤の影響をいかに正確に見積もるかが、強震動予測の精度を支配すると言っても過言ではない。また最近の造成、埋立てなどによる人工的不整形地盤の増加は、その重要性をますます高めている。

従来、地盤の影響評価では、単純な水平成層構造（1次元構造）を仮定する場合がほとんどであったが、近年の波動理論の充実や計算機のめざましい進歩により、不整形な地盤の応答が計算可能となってきた。このほか、こうした応答の理論計算をまったくバイパスして、想定地震の震源近傍で起きた小地震の観測波形から、地盤や伝播経路の影響を評価する手法がある（たとえば Irikura¹⁾）。この手法は広く応用されてめざましい成果をあげているが、小地震波形が必ず得られると保証とされているわけではない。また、地震動の変形、増幅、減衰といった現象が不整形のどの要素に由来するかを同定する、あるいは現象に対する震源や伝播経路の影響と地盤の影響を分離するなど、より精密な地震動予測を、理論計算によるシミュレーションなしに達成することは困難であると言わざるを得ない。

本論ではまず、不整形地盤の影響の強く現れた最近の観測例をいくつか紹介し、その後、不整形地盤において地震動を理論的に計算するための手法とそれをういた解析例について、地震学および地震工学分野での現状をレビューする。ただし紙数が限られているので、観測例についての詳細なレビューは別の機会に譲ることとし、後半に重点をおいた。観測に関する詳細は工藤・東²⁾や Aki³⁾を参照されたい。

また、伝播経路も地盤と同様の問題をはらんでいることを強調しておきたい。むしろ地震波がとどまる距離が長い分、伝播経路の影響の方がより深刻である可能性も高く、特に太平洋側の地震ではもぐり込む海洋性プレートの影響を強く受けることを注意すべきである。ただし伝播経路の影響評価も空間スケールが違うだけで、以下に述べる地盤のための手法のかかなりの部分が適用できる。

2. 観測事例

工藤・東²⁾によれば、最初に不整形地盤の影響に対する研究者の注意を喚起したのは、史上初めて最大加速度が重力加速度を越える観測となった1971年 San Fernando地震の Pacoima Dam における記録である。この場合、地震計の設置されたダム周辺の地形、つまり自由表面（地表面）の不整形が目目され、Trifunac and Hudson⁴⁾の解析や Boore⁵⁾、Bouchon⁶⁾のシミュレーションが行われた。

一方、不整形な境界面の中に含むような地盤、特に堆積盆地の強震動に及ぼす影響が目目を浴びようになったきっかけは、1985年のメキシコ地震である。メキシコ市が震源から350 kmも離れていたにもかかわらず、人命、構造物に甚大な被害を受けたことがまず第一に目をひいた。第二に、湖成層からなる堆積盆地で、被害の大きかった軟弱地盤地域と、溶岩台地で被害のほとんどなかった硬質地盤地域とで、得られた観測波形が同じ地震とは思えないほど異なっていたことに注目が集まった（図-1）。特に盆地内で周期2~3秒の大振幅の波が百秒を越えて延々と続く現象を、水平成層構造で再現することは不可能で、不整形地盤の影響であることを多くの研究者が、次章以降で述べる計算手法を用いたシミュレーションで示した^{7)~10)}。中でも盆地端部、硬質地盤地

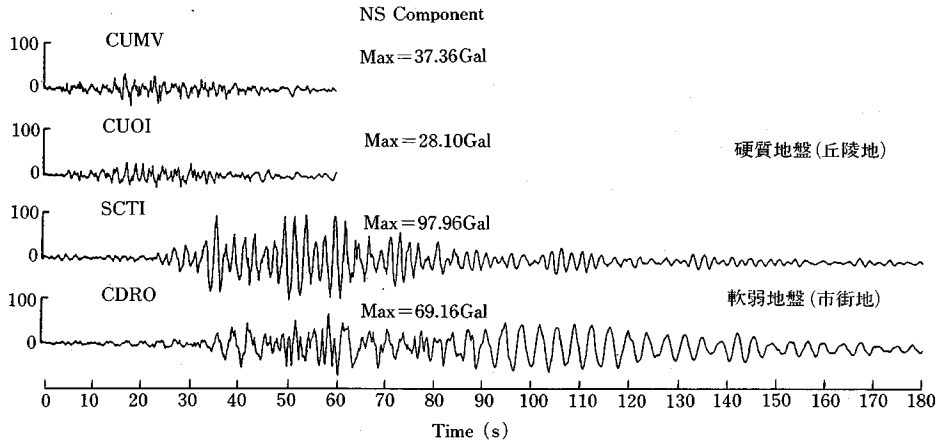


図-1 メキシコ地震の観測波形
(工藤・東²⁾, 図3)

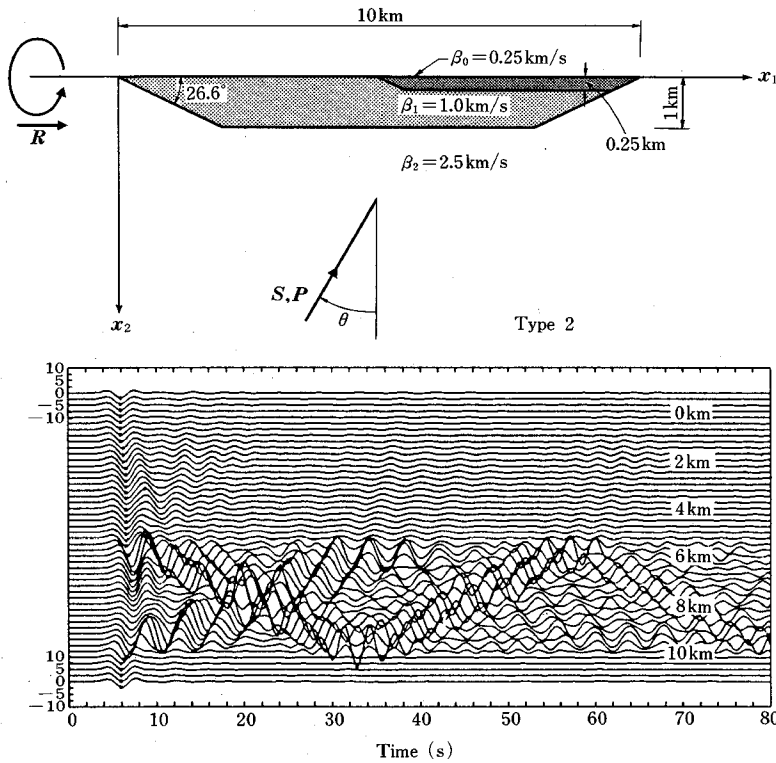


図-2 メキシコ地震強震動のシミュレーション例
(Kawase and Aki¹⁰⁾, Fig.14 and 15)

域との接続点で発生し水平方向に伝播する表面波が重要な役割を果たすことは、それ以前から理論的にわかっていたが、メキシコ地震のシミュレーションではほぼ確認されるに到った(たとえば図-2)。しかしメキシコ市の地盤構造そのものに不明点が多く、こうした議論も定性的なものにとどまっている¹¹⁾。

San Fernando 地震、メキシコ地震以外でも多くの研

究があるが、工藤・東²⁾が指摘するように、観測を主体とした実証的な研究¹²⁾⁻¹⁷⁾は予想外に少ない。その理由はいろいろ考えられるが、たとえばメキシコ市と同様に地盤構造に関する情報が少なく、観測しても解析に到らないということが考えられる。わが国においても関東平野と大阪平野は比較的良好に調べられているが^{18), 19)}、それ以外の地域の実情は似たようなものである。したがって

1970年代初頭から今日に到る不整形地盤研究の歴史は、計算手法の確立とそれをういたモデル波形の解析を中心に推移していったと考えて、その外れではないであろう。以下ではこの面に関して解説していく。

3. 水平成層地盤のための計算手法

不整形地盤のための計算手法といえども大部分のものは水平成層地盤のための手法の拡張となっており、それを理解することなしに不整形地盤の手法を理解することはできない。そこで本論の趣旨からやはずれるが、前提知識として水平成層地盤のための計算手法からレビューを始めることにする。

地盤を均質、等方的な弾性体とみなすことができる時、その微小変位 u に対する運動方程式は、 u と媒質に働く体積力 f のポテンシャル表現

$$u = \Delta\phi + \nabla\psi, f = \Delta\Phi + \nabla\Psi \dots\dots\dots(1)$$

を用いて波動方程式

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = \frac{\Phi}{\rho} + \alpha^2\Delta^2\phi, \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \frac{\Psi}{\rho} + \beta^2\Delta^2\psi \dots\dots\dots(2)$$

に変換することができる。ここで α, β は P 波及び S 波速度である。点状の震源が原点にあり、その時間依存が $e^{i\omega t}$ である時、つまり $\Phi/\rho, \Psi/\rho = \delta(x)e^{i\omega t}$ ならば境界条件なしの式 (2) の解は

$$\phi, \psi_j = \frac{1}{4\pi c^2 R} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{R}{c}\right)\right], c = \alpha, \beta \dots\dots\dots(3)$$

となる²⁰⁾。この解は、振幅が震源からの距離 R の逆数で減衰し、かつ位相は R/c で変化していく球面波を表す。

式 (3) の解は、地下構造が震源を中心とした球座標で表現される時便利であるが、そうした問題設定は稀である。地下構造の第一近似として水平成層構造を考えると、式 (3) から係数と時間項を除いた部分を Weyl の積分表示により

$$\frac{1}{R} \exp\left(-i\omega \frac{R}{c}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(ik_x x + ik_y y - i\nu|z|)}{i\nu} dk_x dk_y \dots\dots\dots(4)$$

と平面波に分解するか、Sommerfeld の積分表示により

$$\frac{1}{R} \exp\left(-i\omega \frac{R}{c}\right) = \int_0^{+\infty} \frac{k J_0(kr) \exp(-i\nu|z|)}{i\nu} dk \dots\dots\dots(5)$$

と円筒波に分解することが行われる。ここで k_x, k_y, k は水平方向の波数 (wavenumber) を表し、

$$\nu = \sqrt{\omega^2/c^2 - k_x^2 - k_y^2} \text{ or } \sqrt{\omega^2/c^2 - k^2} \dots\dots\dots(6)$$

は z 方向の波数を表す。きちんと点震源を考慮する場合は式 (5) が、線震源や平面波入射で代用する 2次元問題では式 (4) を y 方向対称で簡単化した

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(ik_x x - i\nu|z|)}{i\nu} dk \dots\dots\dots(7)$$

が便利である。

(1) propagator 行列

ポテンシャルの解として式 (7) を用いれば、その微分形である変位も

$$u_i = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}_i(k, z, \omega) e^{ikx} dk \dots\dots\dots(8)$$

となっているので、たとえば水平面 $z=h$ で媒質を領域 1 と 2 に分けると、この水平面における変位連続の境界条件は

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}_1^i(k, h, \omega) e^{ikx} dk = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}_2^i(k, h, \omega) e^{ikx} dk \dots\dots(9)$$

という Fourier 変換型の積分方程式になる。式 (9) は任意の x で満足される必要があり、かつ変換のオペランドである $\tilde{u}_1^i, \tilde{u}_2^i$ は x によらないので、式 (9) は自明な解

$$\tilde{u}_1^i(k, h, \omega) = \tilde{u}_2^i(k, h, \omega) \dots\dots\dots(10)$$

しか持たない。つまり本来式 (8) の積分形式が解であるが、水平成層地盤における境界条件ではオペランドの部分のみ考慮すればよいことになり、解析的な演算で済ませることができる。

たとえば y 方向に延びる平面波を考えた場合、水平成層地盤における境界条件のマッチングは簡単な行列演算でできることが Thomson²¹⁾ により示され、Haskell²²⁾ が地震学分野に紹介した。この行列は後に、より一般的な propagator 行列の一種であることが Gilbert and Bakus²³⁾ によって示されたが、紹介者の名をとって Haskell 行列と呼ばれることが多い。式 (5) の円筒波による定式化でも同じ propagator 行列が使えることは、Harkrider²⁴⁾ により示された。その後、別の形式の propagator 行列がいくつか提案されているが、独立変数のとり方により微妙に異なるだけで Haskell²²⁾ のものと本質的な違いはない。また層内で速度や密度が z 方向に変化する場合の propagator 行列も Kennett and Illingworth²⁵⁾ などによって研究されている。

さて、媒質が多数の水平層を持っていても、隣あった層の変位・応力やポテンシャルは propagator 行列を用いて関係づけることができるので、その関係を連続的に適用すれば最下層のポテンシャルで地表面の変位・応力を表現することができる。たとえばカップリングの生じない SH 波では、この関連づけは 2 元の連立 1 次方程式となる。変数のうち地表の応力は常に 0 であり (応力解放条件)、また最下層内に震源を考えないとすると、ここでは上向きを波を表すポテンシャル (式 (4), (5), (7) で $e^{+\nu z}$ をとるもの) はあり得ない (放射境界条件)。従って未知数は地表での変位と最下層内の下向きポテンシャルの 2 つとなり、この連立方程式は解けることになる。通常我々が欲しいのは解として得られる地表変位であるが、媒質内の変位や応力もこれに propagator 行列

を掛け合わせるにより容易に得られる。

以上のような propagator 行列による解法では、数値計算上困ったことがひとつ起こる。式(6)で定義される z 方向波数 ν は、 $\omega/c < k$ となって根号内が負になった時、最下層の下向きポテンシャルが $z = +\infty$ で発散しないように $\text{Im}(\nu) < 0$ になるようにとられる。一方、最下層以外の層内では上向きポテンシャルが存在するので、propagator 行列は $e^{+i\nu d}$ (d は層の厚さ) という項をもってあり、さらに $P \cdot SV$ 波の行列演算では $e^{+i\nu d} \times e^{+i\nu d}$ という計算も現れる。 $\omega/c < k$ の時この項は $e^{+i\nu d} = e^{+\sqrt{k^2 - \omega^2/c^2}d}$ という指数関数となり、 k あるいは d が大きい時桁あふれ (overflow) を起こしやすい。つまり $k = 2\pi \times (\text{周波数}) / (\text{位相速度})$ であるので、高い周波数、遅い位相速度の波が厚い層を通過するような問題は事実上計算不能となる。こうした障害を避けるための工夫は Dunkin²⁶⁾, Kind²⁷⁾, Harvey²⁸⁾ などにより考案されている。

しかし propagator 行列を使う限り少ないにしろ危険性は残っており、これをも回避するためには行列そのものの定義を変えなければならない。Kennett²⁹⁾ は propagator 行列を境界面における反射および透過に関する部分と、層内の伝播を表現する位相項に分離した。さらに Kennett and Kerry³⁰⁾ は演算を上向きポテンシャルに関係する部分と下向きポテンシャルに関係する部分に分けて、伝播の効果は常に前進方向へ演算を進めることで $e^{+i\nu d}$ を完全に回避することに成功した。Luco and Apsel³¹⁾ の定式化もこれとほぼ同様のものである。その後目立った論文は出ていないので、この反射行列法が水平成層地盤における行列演算の最終解答と言えるだろう。この方法の演算は propagator 行列によるものより複雑化してしまうが、伝播不変量 (propagation invariant) を用いるとある程度簡単化できる³²⁾。このため反射行列法を不変埋め込み法 (invariant embedding) と呼ぶことがある。

(2) 波数積分 (近似解法)

前節で水平成層地盤の境界条件は、式(8)の積分変換形式で表される変位・応力において、そのオペランドのみ考慮すればよいと述べた。逆に考えるとこのことは、Haskell 行列等で得られる解も式(8)における無限領域の波数積分を実行して逆変換しなければ、変位や応力そのものは得られないことを意味する。さらに震源の時間依存も $e^{i\omega t}$ としか考慮していないから、これに適切な時間関数のスペクトルを掛け合わせ Fourier 逆変換しなければならない。行列演算の導入でオペランドが容易に計算できるのに比べ、この波数積分を解析的に実行することは非常な困難を伴う。もっとも単純な地盤といってい半無限媒質 (地表面の不連続を除いてすべて均質な媒質) でも、積分の解析的実行の研究は Lamb³³⁾ に始

まり、Cagniard³⁴⁾, de Hoop³⁵⁾ といった泰斗を経て Kawasaki *et al.*³⁶⁾ においてようやく完成を見たに過ぎない。実に 70 年という年月を要している。まして多層地盤となるとその困難さは火を見るより明らかで、大幅な近似を行うか、数値的な方法に頼らざるを得ない。

地盤震動の問題も支配する方程式が波動方程式(2)であるので、もっとも強い近似としては光学における波線理論 (ray theory) を適用することが考えられる。体積力なしの運動方程式に、走時関数 $\tau(\mathbf{x})$ を用いた変位の波線展開

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = e^{i\omega(t - \tau(\mathbf{x}))} \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{u}^{(k)}(\mathbf{x}) (-i\omega)^{-k} \dots \dots \dots (11)$$

を代入して ω^2 の項を集めると、その解は

$$\left. \begin{aligned} (\nabla \tau)^2 &= 1/\alpha^2, \mathbf{u}^{(0)} \times \nabla \tau = 0 \\ (\nabla \tau)^2 &= 1/\beta^2, \mathbf{u}^{(0)} \cdot \nabla \tau = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

となり、上式が P 波、下式が S 波を表す。式(12)前半のアイコナル方程式 $(\nabla \tau)^2 = 1/c^2$ を解く、いわゆる波線追跡 (ray tracing) は水平成層地盤の場合、非常に容易である。また振幅項 $\mathbf{u}^{(0)}$ の計算も幾何減衰に境界面の反射・透過係数を考慮するだけでよく、波数積分を実行する必要はまったくない。方程式が位相ごとに分離してしまうので、どの位相を取り入れるかの選択が面倒であるが³⁷⁾、高周波の第 0 次近似にしては意外に精度のよい解が高速に得られ、head wave (屈折波) も波線展開の $k=1$ までとることにより計算可能である³⁸⁾。しかし、コンピュータの発達で以下に述べる、より精度の高い手法が容易に実行できる現在では、水平成層地盤で波線理論が用いられることはごく稀である。

波線理論の精度を一段高めたものに generalized ray theory³⁹⁾ (あるいは exact ray theory⁴⁰⁾、以下では GRT と略す) と呼ばれる手法がある。GRT では運動方程式をいきなり波線展開するのではなく、式(8)のオペランドを多項式展開する。たとえば図-3のような P 反射波の上下動変位の場合、オペランドは

$$\tilde{u}_z = \frac{\partial}{\partial z} \left[S(k, z) T_{12} R_2 T_{21} \exp(-2i\nu_a^2 d_1 - 2i\nu_a^2 d_2) \right] \dots \dots \dots (13)$$

となる³⁹⁾。ここで $S(k, z)$ は震源項、 T_{ij} は i 層から j 層への透過係数、 R_i は第 i 境界面での反射係数、 ν_a は式(6)で $c = \alpha$ とおいた場合の ν である。こうした形式のオペランドでは、半無限媒質の Cagniard-de Hoop の方法と同じように Fourier 変換 (Hankel 変換) を Laplace 変換に置き換え、積分路を Cauchy の定理に基づいて変更することにより、ほぼ解析的に波数積分が実行できる。式(13)は反射波そのものだけでなく、それに関連した head wave などの非実体波も含んでいるので、重複反射波を重ね合わせるにより表面波を表現することもできる。ただし波線理論と同じく位相の選択に任

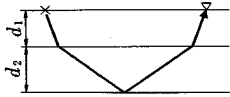


図-3 generalized ray の例 (2層地盤内のP反射波)

意性が常に残り、重要な位相を忘れてしまえば正しい波形が得られないのが欠点である。

このほか GRT の関連では、波数積分の方法として Cagniard-de Hoop 法ではなく、WKBJ 近似 (量子力学の WKB 近似に同じ) を利用する方法があり、それによる解を **WKBJ seismogram** と呼ぶ⁴¹⁾。この方法は GRT より高速であるだけでなく、転回点 (turning point) を持たないなら速度などが z 方向に連続的に変化する層にも適用できる。また WKBJ seismogram の WKBJ 近似を Langer 近似に置き換え、転回点も取り扱えるようにした手法は、**full wave theory** という少々奇妙な名で呼ばれる⁴²⁾。これら GRT およびそれに関連した手法ではプログラム・パッケージも出回っているが、計算機の進歩で、次節で述べる位相選択の任意性がない reflectivity 法 (discrete wavenumber 法) が容易に利用できるようになってからは、これらの手法が地盤振動の問題に用いられることは、HelMBERGER およびその周辺の研究者を除いて少ない。

(3) 波数積分 (数値解法)

波数積分を解析的に行うのが困難なら、数値的に実行してしまえというアイデアは、簡単に思いつきそうだが、コンピュータの進歩もからんでかなりコロンブスの卵の要素を持っている。簡単な2層構造に対して初めてこれを実行し、時間領域の合成波形を得たのは Phinney⁴³⁾ であり、式 (5) のポテンシャルを用いて多層構造の点震源問題に適用したのが Fuchs⁴⁴⁾ である。その後、後者に関しては GRT による波形との比較も含め、詳細な報告が Fuchs and Müller⁴⁵⁾ によりなされた。彼らは地殻および上部マントルの構造解析を目的としていたため、地下構造の浅部には式 (13) と同様の近似を適用している。これにより彼らのオペランドは、解析対象からの reflectivity (一般化された反射係数) と解釈される形をとり、そのため彼らは自らの手法を **reflectivity 法** と呼んだ。浅部における近似は Kind⁴⁶⁾ によってとり除かれ、現在では完全な合成波形が計算できるようになっている。

式 (4) の形のポテンシャルを用いた計算は Bouchon⁴⁷⁾ により行われている。式 (4) は式 (5) に比べて無限積分がひとつ多いので不利のように見えるが、デカルト座標を用いているので有限断層モデルの断面積分が解析的にできる利点がある。また以上の研究では、オペランドの計算ですべて propagator 行列を用いているのに対して、反射行列を用いた計算は

Kennett⁴⁸⁾ が行った。

数値的に波数積分する際問題になるのは、積分路である実軸上に存在する表面波極である。これを回避する方法はすでに Phinney⁴³⁾ が発見しており、角周波数 ω に $\omega = \omega_R - i\omega_I$ という形で負の虚数部を与えると、極は第4象限に移動して積分可能となる。 ω_I の影響は、得られた合成波形を $\exp(+\omega_I t)$ 倍するだけで取り除くことができる。また、媒質に Q 値を与えて速度を複素数にすることでも同様な効果が得られる⁴⁶⁾。

このほか Cagniard-de Hoop 法のように積分路を変更することも Wang and Herrmann⁴⁹⁾ や Sato and Hirata⁵⁰⁾ が行っている。その際、積分自体は前節のように解析的にはできないので数値積分となるが、変更された積分路の方が収束が速いという利点がある。さらには、変更された積分路における表面波極の留数のみで、波数積分を近似するというのも可能である²⁴⁾。この正規モード解がよい近似であることは Kawasaki⁵¹⁾ や Swanger and Boore⁵²⁾ により示された。また Harvey²⁸⁾ はさらに近似を高めるため、最下層に仮想的な高速度層を導入することを提案している。正規モード解は工藤⁵³⁾ が地盤震動の問題に精力的に適用してから、地震工学分野では理論地震記象を求める唯一の方法と言って良いほど利用された。

式 (8) の形をした無限波数積分を数値的に実行するということは、数値積分の台形公式を用いると

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{u}_i(k, z, \omega) e^{ikx} dk \\ & \approx \sum_{n=-N}^{N-1} \frac{\Delta k}{2} \left[\bar{u}(k_n, z, \omega) e^{ik_n x} + \bar{u}(k_{n+1}, z, \omega) e^{ik_{n+1} x} \right] \\ & \approx \Delta k \sum_{n=-N}^N \epsilon_n \bar{u}_i(k_n, z, \omega) e^{ik_n x} \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

と近似することに等しい。ここで

$$k_n = n\Delta k, \epsilon_n = \begin{cases} 1/2 & \text{if } n = -N, N \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \dots \dots \dots (15)$$

である。この近似式は $\Delta k = 2\pi/L$ とおけば、Bouchon and Aki⁵⁴⁾ がいう所の discrete wavenumber representation に他ならない。両端の係数が 1/2 だけ異なるが、正しい波形が得られるように N を十分大きくとればその違いは問題にならない。同様にポテンシャル式 (4)、(5) による波数積分を台形公式で近似したものは、Bouchon^{47), 55)} における discrete wavenumber representation に一致する。つまり **discrete wavenumber 法** (波数離散化法) とは、波数積分を台形公式で数値積分する reflectivity 法とまったく等価であり、数学的には正規化されていない Fourier 展開や Bessel 展開に当たる。

式 (14) のように波数の連続積分を離散化すると、FFT によるスペクトルの逆変換が有限時刻歴の繰り返

しとなるように、空間領域にも同様の aliasing がもたらされる。この aliasing を物理的に解釈すると、式 (14) では間隔 L の震源の繰り返し⁵⁴⁾に、ポテンシャル式 (4)、(5) に対する数値積分では格子状の震源分布⁴⁷⁾や、同心円状の震源分布⁵⁵⁾となる。FFT の aliasing を回避するために時刻歴の繰り返し周期を調整するように、この空間 aliasing を回避するためには、隣の仮想震源の影響が出ないように震源分布の繰り返し周期 L を調整すればよい。

4. 不整形地盤のための計算手法

成層地盤の境界面が水平でない時、3章で解説した波数積分を解析的に実行しようとする試みは、ほとんど破綻する。したがってわずかな例外を除いて、その解法は数値的なものにならざるを得ない。

(1) 波線理論とその拡張

稀な例外である波線理論は波数積分をまったく含まないので、不整形地盤と言わずあらゆる複雑な構造に適用できる。たとえば Lee and Langston⁵⁶⁾ は円筒対称な不整形地盤へ適用した。ただし振幅の計算は水平構造のように単純ではなく、ray tracing に沿って順次積算していかなければならない (いわゆる **dynamic ray tracing**)。これを2, 3次元構造で実行する優れたプログラム・パッケージが流通している^{57), 58)}。また均質層が複数の直線で構成された境界面で区切られているような地盤の場合は、dynamic ray tracing も簡単な幾何学で実行可能である⁵⁹⁾。

不整形地盤における波線理論では、**shadow** (影) の発生や **caustic** (火面) での発散など新しい問題が出現する (ただし通常用いられるような均質層で構成される不整形地盤では、caustic の問題は起きない)。個々の問題に対してそれぞれ応急処置の対策が考えられているが⁶⁰⁾、それらを適用するには、構造の中で問題が発生する箇所をあらかじめ知っていなければならないので、一般的な解法とすることができない。しかし80年代に入って、caustic や shadow については定式化の段階でこれを回避する手法が提案され、これらは波線理論の本質的な拡張となっている。波線理論では波線が観測点に shoot しなければ波形は計算できないし (shadow)、逆に無数の波線が集中して幾何減衰が発散してしまっても計算できない (caustic)。これを避けるには、波のエネルギーが波線に集中していると単純に近似するのではなく、ある関数で周囲に分布していると考えればよい。その分布によるエネルギーの浸み出しが、shadow における回折波となる。また caustic においても浸み出しがあるため ray tube の幅が0にならず、その逆数である幾何減衰が計算可能となる⁶¹⁾。通常エネルギー分布には Gauss 分布が使われるので、この手法は **Gaussian**

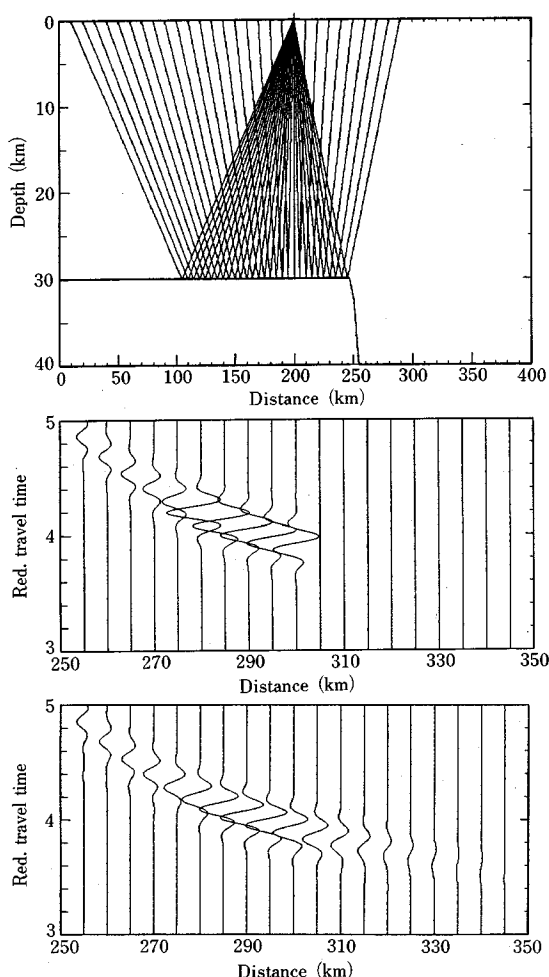


図-4 shadow における波線理論 (中段) と Gaussian beam 法 (下段) による合成波形の比較。用いた地盤構造は上段のブロック構造 (Červený⁶²⁾, Fig. 7 and 8)

beam 法と呼ばれている。図-4は shadow における Gaussian beam 法の理論波形を波線理論によるものと比べたもので、みごとに回折波が計算できている⁶²⁾。ただし、エネルギー分布の幅をどのくらいにとれば良い近似になるかについては理論的背景がなく、たぶん経験的に決定せざるを得ないのが欠点である。地盤震動への応用は香川ほか⁶³⁾などに見られる。

また Chapman and Drummond⁶⁴⁾ は、波線に沿った空間座標で Fourier 変換した dynamic ray tracing が、caustic や shadow の問題を起こさない性質を利用して slowness スペクトルを求め、Maslov 近似で逆変換する方法を提案した。この方法による解は **Maslov seismogram** と呼ばれている⁶⁵⁾。このほか Sen and Frazer⁶⁶⁾ は Huygens の原理の一般的な表現である **Kirchhoff** の積分表示を用いて、波線理論の欠点を補うことに成功した。

どの方法も計算不能となるような問題は回避しているが、基本的に波線理論であるから、短波長近似、位相選択の困難さなど波線理論が本質的に抱える問題から解放されていない。しかし比較的長波長で重複反射が効くような問題でも、オリジナルの波線理論や Gaussian beam 法がよい結果を与えている計算例がある^{67), 68)}(図-7参照)。

なお波線理論のような短波長近似では、一般に地震学より短い波長を扱う光学や電磁気学に一日の長がある。ここで挙げた手法はいずれも、これら分野から基本原理を借用したものである。

(2) 差分法

波線理論の対極にあるのが、偏微分方程式のもっとも古典的かつ直接的な数値解法である差分法 (finite difference method) である。直接的であるから解き得る問題の規模はコンピュータの演算速度、メモリ量に左右されるが、また直接的である故に問題の性質によらず適用可能であり、ほぼ万能な「最終兵器」と言ってもよく、Boore⁵⁾を初め、多くの研究者が地盤震動の問題に適用している。その歴史は長く科学のあらゆる分野で利用されており、計算上の問題点はおよそ調べつくされている。たとえば最新の成果では、空間微分を Fourier 変換で求める pseudo spectral 法が効率が良いということになっている⁶⁹⁾。

したがって地盤震動に適用する場合に問題となるのは、震動自体の計算よりもそれ以外の部分である。問題の第一は、差分格子の中にかににして震源のような特異点を取り込むかであるが、たとえば震源の周囲の点における変位をあらかじめ解析的に計算しておき、その変位をそれらの格子点に与えることで代用する⁷⁰⁾などの方法が考えられる。

第二のものは差分法に限った問題ではない。通常、利用できるコンピュータの能力などから 3次元の計算は困難で、2次元で近似しなければならないような状況はしばしば現れる。ところが 3章で述べたように地震波は一般に球面波であり、2次元デカルト座標では表現することができない。この問題に対処するためには 2つのアプローチがあり、まず Yuan *et al.*⁷¹⁾は円筒座標の運動方程式に差分法を直接適用することで解決した。また HelMBERGER and Vidale⁷²⁾は、デカルト座標の差分法で計算された平面波の解に、ある関数をコンボリューションすることで近似的に球面波の解が得られることを示した。どちらの場合も 2次元の計算しかしないので、得られる解は、媒質が震源を中心として同心円状に対称であるという仮定の上に成り立っている。これには少々抵抗感があるが、震源と観測点をむすぶ直線に対して横から回り込んでくる波は無視していると言い替えれば、それほど不自然な仮定ではない。どちらの手法も良い結果を与えており、

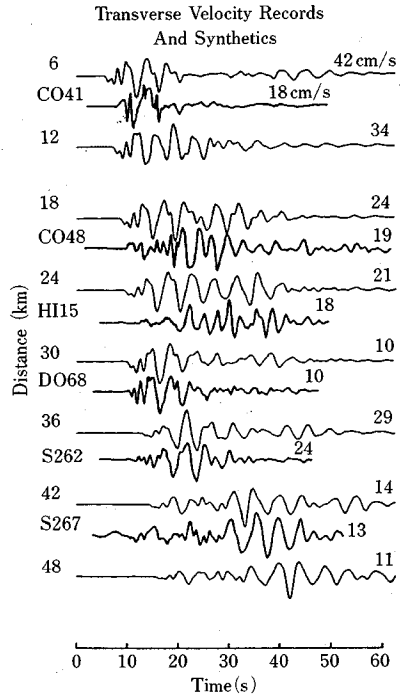


図-5 San Fernando 地震の強震記録 (太線) と差分法による理論波形 (細線) (Vidale and HelMBERGER⁷³⁾, Fig. 9)

特に Vidale and HelMBERGER⁷³⁾は後者を用いて San Fernando 地震の強震動を再現した。川瀬¹¹⁾が指摘したように震源時間関数の決定がやや作作的ではあるが、他の研究者が決めた構造をそのまま用いているにもかかわらず、震源近傍を除いて観測記録との驚異的な一致を見せた (図-5)。

(3) 重み付き残差法

波線理論や差分法以外にも不整形地盤のための計算手法としては、有限要素法、境界要素法、Aki-Larner 法などいろいろあり、こちらの方がむしろ活発に不整形地盤の問題に応用されている。これらは一見まったく別々の手法のように見えるが、その成立過程を丹念に見ていくと、すべてが同一の数学的基盤である重み付き残差法 (method of weighted residuals) に依っていることがわかる。

関数 $u(x)$ の偏微分方程式 $L(u)=0$ と境界条件 $S(u)=0$ がある時、 u を 1 次独立な任意の関数群 $\phi_n(x)$ で

$$u(x) = \sum_{n=1}^N a_n \phi_n(x) \dots \dots \dots (16)$$

と展開する。それを $L(u)$ あるいは $S(u)$ に代入した時の残差が、ある重み関数の下で 0 になるよう a_n を決定するのが重み付き残差法である^{74), 75)}。ここで ϕ_n は試行関数 (trial function) と呼ばれる。運動方程式で時間依存 $e^{i\omega t}$ を仮定すると、地盤震動の問題もこの方法で解

くことができる。また時間依存を仮定せず (Fourier 変換せず), 時間項は差分法で解くということもよく行われる。重み付き残差法のアプローチは, 有限要素法の導出の際に言及される Rayleigh-Ritz の方法によく似ている (特に後述の Galerkin 法を用いる時) が, エネルギーが保存されず変分原理が成り立たない問題にも適用できるので, より一般的であると言えるだろう。実際, 放射境界を持った媒質では実体波がそこからどんどんもれていくので, エネルギー保存は成り立たない。

Finlayson⁷⁶⁾ や Fletcher⁷⁴⁾ によれば, 重み付き残差法は試行関数のとり方により領域法 (domain method, interior method), 境界法 (boundary method), 混合法 (mixed method) の3つに分類される。領域法では境界条件をすでに満足している試行関数を用い, 内部領域における運動方程式の残差を0にする。これに対して境界法では, 逆に運動方程式をすでに満足している試行関数を用い, 境界条件の残差を0にする。しかし, 境界条件あるいは運動方程式を満たす関数が, 必ず発見できると保障されているわけではないので, そうした場合にはどちらも満たさない試行関数を用いて, 運動方程式と境界条件の残差の和を0にすればよい。これが混合法である。

重み付き残差法では, たとえば領域法の残差を

$$\epsilon_k = \int w_k(x) L \left[\sum_{n=1}^N a_n \phi_n(x) \right] dV \dots \dots \dots (17)$$

というように重み関数 w_k 付きで定義する。この重み関数には表-1のような種類がある。表-1で最小自乗法とはもちろん $\int L^2 dV$ を最小にするが, この積分を a_n で偏微分して, 形式的には表の (e) に書かれた重み関数で定義できる。これらの w_k を未知数の数 N だけ用意して, $\epsilon_k = 0$ の連立方程式を立てれば a_n を求めることができる。(a)~(c) では w_k の数を N より多くして, 最小自乗法的に解いてもよい。どの重み関数が適切かは対象となる問題によるが, 一般論として (d), (e) に近づくほど精度がよく ((d) と (e) は同程度⁷⁴⁾), (a) に近づくほど定式化がやさしいと言われ, 主に利用されるのは選点法か Galerkin 法や最小自乗法である。

(4) 領域法

構造が複雑になると Galerkin 法でも, 非常に多数の試行関数を用意しなければ精度のよい解は求まらない。また多数の関数を用意できたとしても, 高次になると性質が悪くなりやすく, 不用意に適用すると連立方程式が悪条件になりやすい。そういう場合には, 領域内でもある狭い範囲でしか値を持たない関数を与え, その範囲をいろいろ変えて試行関数とする方法がとられる。これを数値 Galerkin 法と呼ぶ⁷⁴⁾。領域を小さく分割して, ある範囲内では構造が大きく変化しないようにすれば関数は単純で済むが, 未知数の数は増大する。逆に分割数を

表-1 重み関数による重み付き残差法の分類

	名 称	重み関数
(a)	選 点 法 (collocation method)	$w_k = \delta(x - x_k)$
(b)	部分領域法 (subdomain method)	$w_k = \begin{cases} 1 & \text{in } D \\ 0 & \text{outside} \end{cases}$
(c)	モーメント法 (method of moments)	$w_k = x^{k-1}$
(d)	Galerkin 法 (Galerkin method)	$w_k = \phi_k(x)$
(e)	最小自乗法 (least-squares method)	$w_k = \partial L / \partial a_k$

少なくすると, 適切な関数を選ぶことが難しくなる。通常, 数値 Galerkin 法では前者の立場をとり, 1次関数やスプラインなどの低次多項式を試行関数 (形状関数) として採用する。弾性体の運動方程式は2次微分を含むが, (17) では部分積分を実行することによりこれを避けることができるので (弱形式, weak formulation), 1次関数も試行関数とすることができる。

有限要素法 (finite element method) は, 数値 Galerkin 法で解かれる領域法である。領域法であるから境界条件は自動的に満たされるが, その点を除けば内部領域が細分化されるについて差分法と大差ない。むしろ高周波側では運動方程式を満足させるために必要な要素数の増大が著しく, 細かな境界条件にこだわらなければ差分法の方が有利になる場合もある¹¹⁾。有限要素法は工学分野で長年, 非常に活発に利用されてきた歴史があって, 理論的な問題はそちらの方でほぼ解決がつけられている。地盤震動の問題に適用するに当たった問題点としては差分法と同様, 震源の導入, 球面波の2次元計算が挙げられるが, これは差分法と同じやり方で解決できる。

また境界条件の中でも, 応力解放条件のような「値が定められた」境界条件では, それを満たす低次多項式を見いだすのは容易であるが, 放射境界条件を満たすものはまず存在しない。そのため有限要素法では放射境界を「値が定められた」境界に置き換えてしまっただけで解くが, これは人工的な雑音の原因となるので, 「値が定められた」境界に代わるものとして粘性境界⁷⁷⁾, 伝播境界⁷⁸⁾ や組合せ境界^{79)~81)} などが提案されている。しかし, これらの方法がどれも対症療法であるのに対し, 大湊ほか⁸²⁾ は運動方程式と放射境界条件の残差の和を0にする混合法のアプローチを採用すれば, 低次多項式で放射境界そのものを取り扱えることを示した。なお, 先には述べなかったが差分法も同様の問題をかかえている。

有限要素法の地盤震動問題への適用は多数あるが, 代表的なものとして座間の一連の研究^{83), 84)} が挙げられよう (図-6)。また地盤震動への応用がまだないので詳細は述べないが, 問題を表面波に限った場合, 表面波固有関数を試行関数に用いることで不均質地盤構造を取り扱うことができる。詳しくは Kennett⁸⁵⁾ を参照されたい。

(5) 境界法

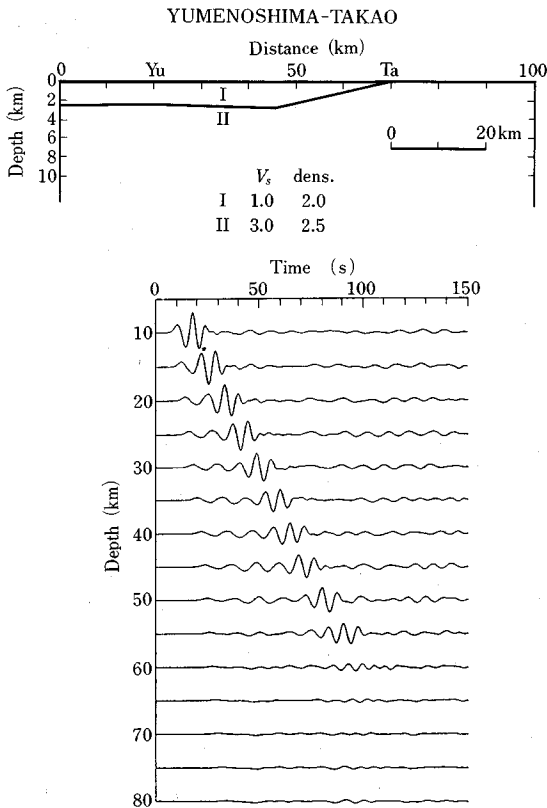


図-6 首都圏の基盤構造 (上段) に対する love 波の伝播 (座間⁹³, p. 772, 773, Fig. 19-a, Fig. 21)

地盤構造を近似する場合、均質な層が不規則な境界面で区切られているというモデルは、多くの人々が持つ地盤のイメージから大きくかけ離れるものではないだろう。前述の領域法は自由度が高く、こうしたモデルに適用することももちろん可能であるが、自由度が高い故に計算規模がどうしても大きくなる。このモデルの場合、3章で述べたように層内の運動方程式の解は比較的容易に求まるので、重み付き残差法の境界法のアプローチを取れば境界条件のマッチングだけで済ませることができ、一般に計算規模も小さくて済む。また無限遠方を考慮した試行関数を用いることにより、放射境界条件に特別な配慮をする必要もない。実際、70年代以降一定の成果を得た Aki and Larnar⁸⁶⁾, Sánchez-Sesma and Esquivel⁸⁷⁾, Campillo and Bouchon⁸⁸⁾, Kawase⁸⁹⁾ などの手法は、境界法あるいはそれに類するものと考えたと理解しやすい。

これらのうち、Aki and Larnar⁸⁶⁾ による **Aki-Larner** 法は純粋な境界法で、残りはいわゆる境界積分方程式法 (boundary integral equation method, 以下 **BIEM**) と境界要素法 (boundary element method, 以下 **BEM**) である。BIEM は単純に運動方程式の解で展開するの

ではなく、Huygens の原理の類推から不規則境界面による散乱を境界面上の震源分布に置き換え、それらによる変位 (いわゆる Green 関数) で展開する。また BEM は Brebbia⁹⁰⁾ によれば重み付き残差法の定式化から直接導き出せる境界法ということになっているが、(7) 節で述べるようにそう単純ではなく、厳密に言えば混合法に属する。試行関数と重み関数の意味あいも逆転しており、かなり変則的である。

このほか多賀⁹¹⁾, 源栄⁹²⁾, 川瀬⁹³⁾ などのレビューで「固有関数展開法」と分類されている手法も、原則的には Aki-Larner 法と同様の境界法として理解されるべきものである。Trifunac⁹³⁾ は半円状盆地に対して、盆地を中心とした Bessel 関数を試行関数に用い、Galerkin 法で解いている。ただし境界面が単純で円筒座標に対して 1 次元であるので、式 (17) の積分を解析的に実行すると単純な漸化式になり、数値計算は非常に容易である。同じく Wong and Trifunac⁹⁴⁾ は楕円状盆地の震動応答を、最終的には三角関数で展開し Galerkin 法で解いている。

さらに Alsop⁹⁵⁾ は垂直断面を通した表面波伝播の問題を、当然のことであるが表面波固有関数を試行関数として最小自乗法を用いて解いている。この場合も境界面がデカルト座標に対して 1 次元であるので、数値計算は単純である。より一般的な境界面は最近、Bostock⁹⁶⁾ により取り扱われるようになった。以上の分類に従い、前出の論文を整理すると表-2 となる。

(6) **Aki-Larner** 法

Fourier 展開された水平地盤の解を試行関数にして、不規則境界面の境界条件をマッチングさせる方法は、もともと電磁気学の方で用いられていたようである。しかし、むしろ扱う周期帯が長い地震学に向いており、Aki and Larnar⁸⁶⁾ により FFT を多用するコンピュータ向けの形で紹介されてから活発に研究されて、現在では境界法の中でもっとも応用分野が広い手法である。

$z=h(x)$ という境界面があったとき、Aki-Larner 法は水平地盤における解、式 (8) をそのまま用いるので、連続の境界条件は形式上式 (9) と同じになる。しかし、不規則境界の場合そのオペランド $\bar{u}_i^2(k, h(x), \omega)$ は x によるので、水平地盤のような自明な解は存在せず、直接に積分方程式 (9) を解かなければならない。式 (9) の波数積分を式 (14) の形の Fourier 展開に置き換えると、

$$S = \sum_{n=-N}^N \bar{u}_i^1(k_n, h(x), \omega) e^{ik_n x} - \sum_{n=-N}^N \bar{u}_i^2(k_n, h(x), \omega) e^{ik_n x} = 0 \dots \dots \dots (18)$$

となる。これを

$$\int w_n S d\Sigma = 0 \dots \dots \dots (19)$$

表-2 試行関数, 重み関数による境界法の種類

著者	試行関数	重み関数
Aki & Larner (1970)	(1)の解の Fourier 展開	スペクトル選点法
Sánchez-Sesma & Esquivel (1979)	Green 関数	最小自乗法
Campillo & Bouchon (1985)	Green 関数の Fourier 展開	選点法
Kawase (1988)	形状関数	Green 関数の Fourier 展開
Trifunac (1971)	Bessel 関数	Galerkin 法
Wong & Trifunac (1974)	三角関数	Galerkin 法
Alsop (1966)	表面波固有関数	最小自乗法

で解けば, まさに重み付き残差法である. Aki-Larner 法では重み関数 w_n として選点法を用いるが, 単純な選点法ではない. 式 (18) を未知数の数だけの波数で Fourier 展開して連立方程式を立てる方式で, スペクトル選点法 (spectral collocation method) とでも呼ぶべきものである. この手法は境界の不規則性が強くない時, 解くべき連立方程式の係数行列が対角に近くなり数値的に安定であるとともに, 連立方程式の構築が FFT を用いて高速にできるという特徴を持っている. しかし不規則性が強い場合には, むしろ通常選点法の方が有効である.

また Sánchez-Sesma *et al.*⁹⁷⁾ は Trifunac⁹³⁾ のように, 式 (14) の Fourier 展開のかわりに不規則領域を中心とした Hankel 関数や Bessel 関数で展開し, 通常選点法で解くという手法を提案している. この手法も Aki-Larner 法とよく似た重み付き残差法と言えるだろう.

Aki and Larner の原論文⁸⁶⁾ では平面波入射の問題が周波数領域のみで計算されていたが, Bouchon⁶⁾ により不規則自由表面の, Bard and Bouchon^{98), 99)} により不規則境界面の時間領域波形が計算された. 彼らを得た波形と, 波線理論や差分法など他の手法による結果を比較したものを図-7 に示す. Bard and Bouchon の研究は, 堆積盆地における継続時間の長い地震動が, 端部で発生し盆地内で繰り返し反射する表面波に由来することを, 初めて理論的に明らかにしたという意味で意義深い (図-8).

多層地盤へは, 考慮すべきすべての波数の paropagator 行列を要素として含む行列, **super propagator** 行列¹⁰⁰⁾ を導入することにより Kohketsu^{101), 102)} が拡張し, その後, 堀家¹⁰³⁾, Horike¹⁷⁾ や Geli *et al.*¹⁰⁴⁾ も同様の定式化を示した. さらに多層地盤において反射行列をスーパー反射行列に拡張して用いることは, 竹中¹⁰⁵⁾ が初めて行ったが, Kohketsu *et al.*¹⁰⁶⁾ が不整形地盤の伝播不変量を発見したことにより, スーパー反射行列による演算は super propagator 行列によるものよりも安定であるだけでなく, ある場合には高速であるようになった. 震源の導入では, まず Bouchon and Aki¹⁰⁷⁾ が線震源に対する周波数応答を, 線震源および点震源による時間領域

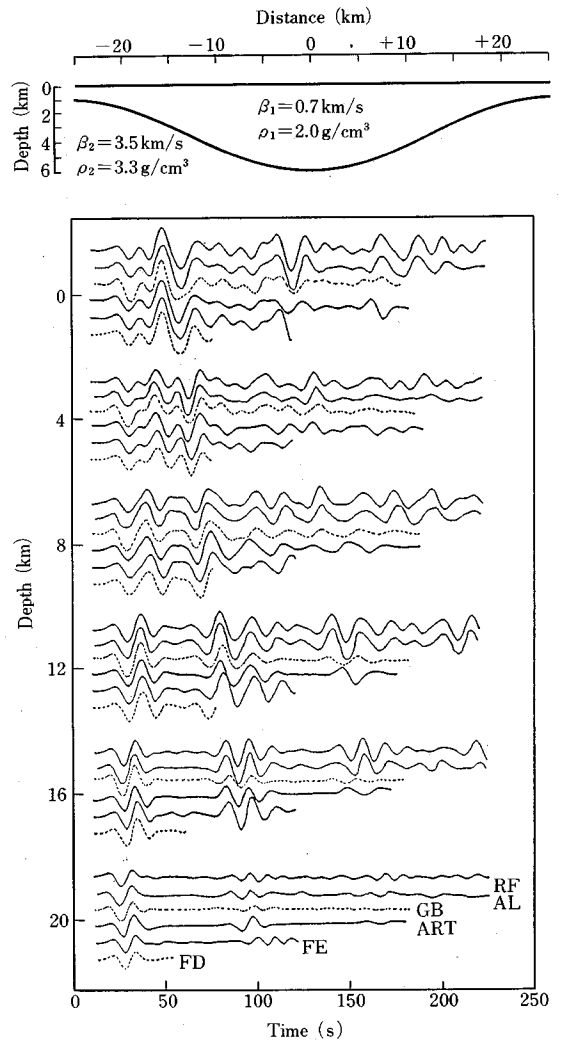


図-7 種々の手法による堆積盆地 (上段) の地震動応答. RF, AL (Aki-Larner 法), GB (Gaussian beam 法), ART (波線理論), FE (有限要素法), FD (差分法) (Kohketsu¹⁰²⁾, Fig. 2.5)

波形を Kohketsu^{101), 102)} が求めた.

以上はすべて 2次元構造の話であったが, 最近では 3次元境界面への拡張も Horike *et al.*¹⁰⁸⁾ (図-9) や大堀¹⁰⁹⁾ により行われている. 前者の定式化は平面波の垂直入射に

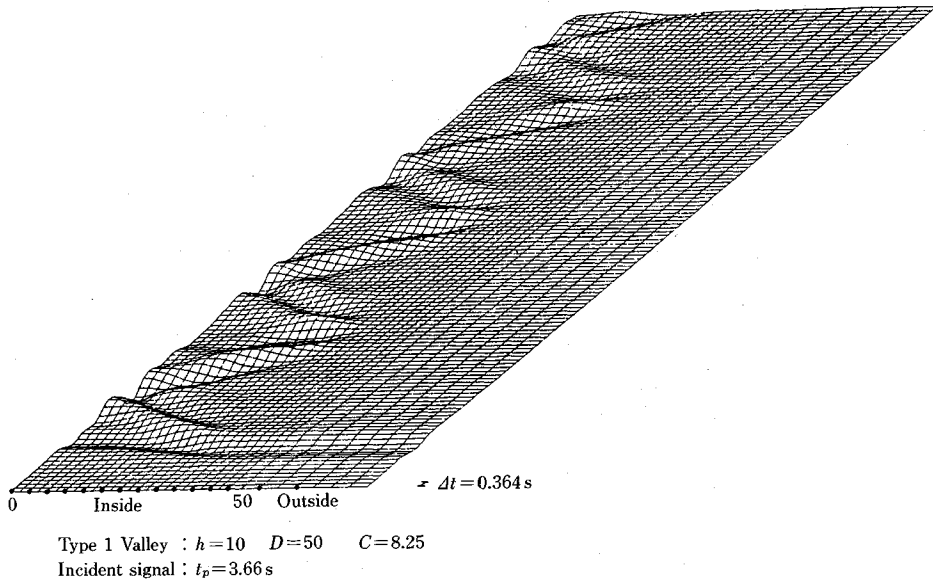


図-8 堆積盆地内で反射を繰り返す表面波
 (Bard and Bouchon⁹⁸, Fig.7)

において多少問題を残していたが、後者や竹中・額¹¹⁰はこの問題を取り除くようなポテンシャルの定義を提案している。また3次元構造への震源の導入は上林ほか¹¹¹により行われた。

Aki-Larner法を語る時、常にRayleigh ansatz errorが問題となる。図-7のような地盤を考えた場合、不規則境界面の下面は半無限であるので、試行関数は下向き成分しか持たない(これをRayleigh ansatzという)。しかし境界面による散乱、特に境界面の傾斜が強い時の散乱では上向きの波が出る可能性は十分あるので、Aki-Larner法は近似的な解しか与えないという議論である。Kohketsu^{101), 102)}は定式化の工夫によりRayleigh ansatzが回避可能であるように示唆しているが、Koketsu *et al.*¹⁰⁶⁾が示したようにこれは誤りである。

しかしMillar¹¹²⁾が示したように、下向き平面波の一次結合だけを用いて、あらゆる波動場を任意の L^2 ノルム精度で近似することが原理的には可能なはずである。たとえば、従来は当然Rayleigh ansatz errorが大きいだろうと考えられていた半円形に凹んだ境界面による散乱の問題も、下向きの波だけで表現できることが示されている¹¹³⁾。けれども理論的に記述可能であっても、無限に近い項数が必要であっては計算不可能であるし、展開係数は実際には連立一次方程式を数値的に解くことで求められるので、方程式の係数行列が悪条件になり過ぎれば有限桁しか扱えないコンピュータ上では実際上計算は不可能になる。つまりAki-Larner法の試行関数は傾斜が強い境界面にも適用可能なはずであるが、その形から強い傾斜には向いておらず、波動場記述に必要な展開

項数が傾斜とともに著しく増大してくる¹¹⁴⁾。

一方、後述のBIEMの試行関数であるGreen関数は、それ自体の計算には時間がかかるが、展開係数も境界条件も空間領域で扱っているので境界面の傾斜に対してはrobustであり、それほど急激に項数が増大することはない。したがって傾斜が増すとともに最終的には、計算時間でもBIEMの方がAki-Larner法より有利になる分岐点に到達するはずである。しかしAxilrod and Ferguson¹¹⁵⁾によれば傾斜の緩い段階でBIEMが必要とする項数は元々Aki-Larner法より多いようであるので(Shinozaki¹¹⁶⁾の結果もそう読みとれる)、Aki-Larner法が有利である範囲は意外に広い可能性が高い。またいずれにしろ数値計算上の破綻が先にやってきってしまうから、理論上の問題はあまり気にする必要はないと思われる。

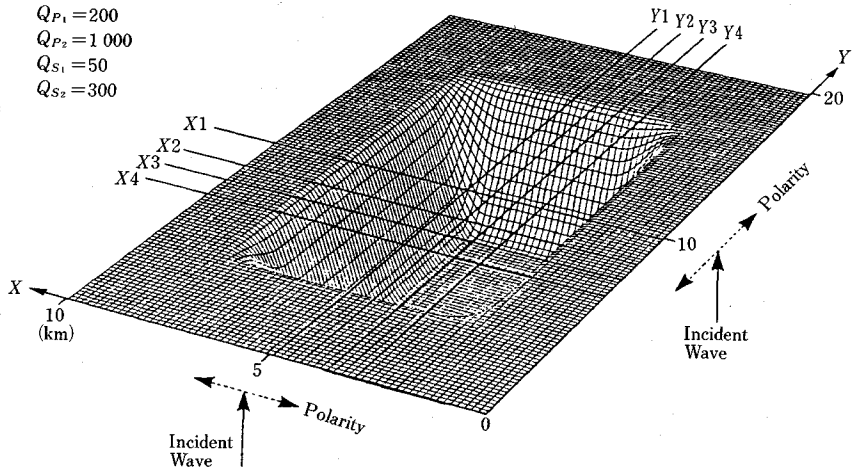
(7) 境界積分方程式法と境界要素法

Huygensの原理によれば、波は波面上のすべての点を波源とした2次波の重ね合わせで新しい波面を作るといふ。これから類推すれば、不規則境界面による地震波の散乱は、境界面上に置かれた震源群で表現できるはずである。運動方程式で時間依存 $e^{i\omega t}$ を仮定し $f=\delta(x-x^s)$ とした解を、(周波数領域の)Green関数という。このGreen関数 $G(x;x^s)$ が解析的に求まれば、この表現は

$$u(x) = \sum_{n=1}^N a_n G(x; x_n^s) \dots \dots \dots (20)$$

と置くことに等しい。これを用いて不規則境界の境界条件をマッチングさせる手法は、境界積分方程式法

$V_{P_1} = 2.0 \text{ km/s}$ $Q_{P_1} = 200$
 $V_{P_2} = 5.2 \text{ km/s}$ $Q_{P_2} = 1000$
 $V_{S_1} = 0.7 \text{ km/s}$ $Q_{S_1} = 50$
 $V_{S_2} = 2.4 \text{ km/s}$ $Q_{S_2} = 300$
 $\rho_1 = 1.9 \text{ g/cm}^3$
 $\rho_2 = 2.4 \text{ g/cm}^3$



X-Component Seismic Motions

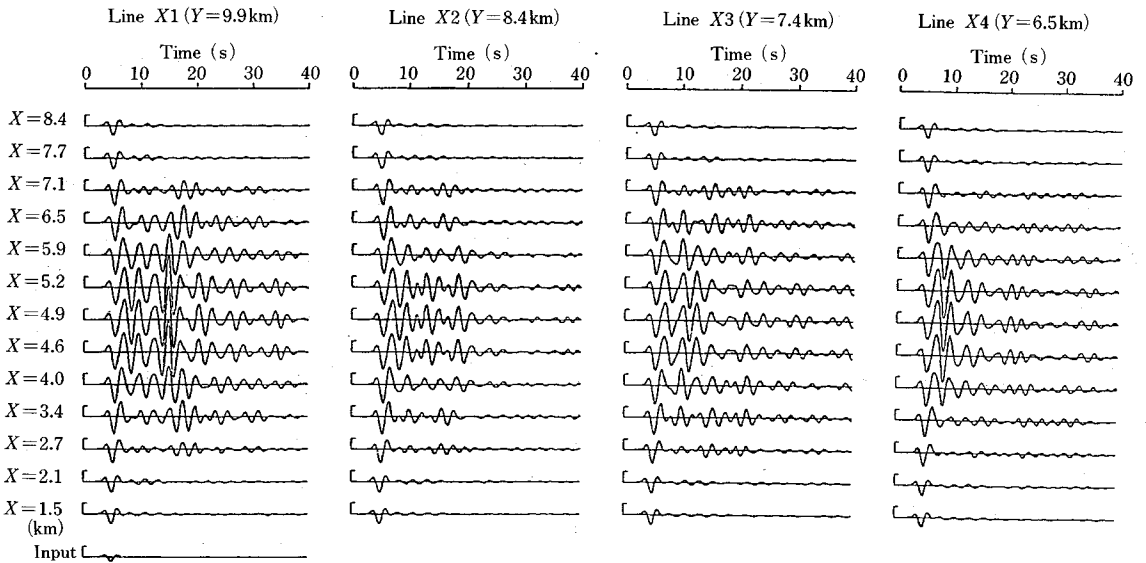


図-9 台形型3次元堆積盆地(上段)におけるS波垂直入射
 に対する地震動。上段 X1-X4 に沿った地表変位
 (Horike et al.^{108), Fig. 14 and 15)}

(BIEM) と呼ばれる。ここでは直感に基づいて式 (20) の展開を求めたが、ポテンシャル論の Green の定理や弾性論の相反定理を用いれば、物理的・数学的背景を持って式 (20) を導出することもできる。

Campillo and Bouchon⁸⁸⁾ は Green 関数の Fourier 展開を試行関数とし、重み関数は選点法で線震源の問題を解いた。Bouchon¹¹⁷⁾ は不規則自由表面に平面波が入射する問題を解いている。また Sánchez-Sesma and Esquivel⁸⁷⁾ は式 (20) の代わりに

$$u(\mathbf{x}) = u^0(\mathbf{x}) + \sum_{n=1}^N a_n G(\mathbf{x}; \mathbf{x}_n^s) \dots \dots \dots (21)$$

をそのまま用いて、最小自乗法で平面波入射の問題を解

いた。ここで $u^0(\mathbf{x})$ は、不規則境界がない場合の Green 関数である。不規則構造が局在しているならば、式 (21) の方が収束がよいことは十分予想できる。後者の手法は Dravinski¹¹⁸⁾ や Wong¹¹⁹⁾ にも用いられた。

Green 関数をそのまま用いると逆変換が 1 回減って、その分計算が楽であるが、特異点のため境界面そのものに震源を置くことはできず、その近傍に置くことになる。どのくらい近傍にとるかは数値計算上ひとつの問題となる。これに比べ Campillo and Bouchon⁸⁸⁾ のように Fourier 展開すると特異点はなくなり、こうした問題は起こらない。この方法は Bouchon et al.¹²⁰⁾ により多層地盤にも拡張された。

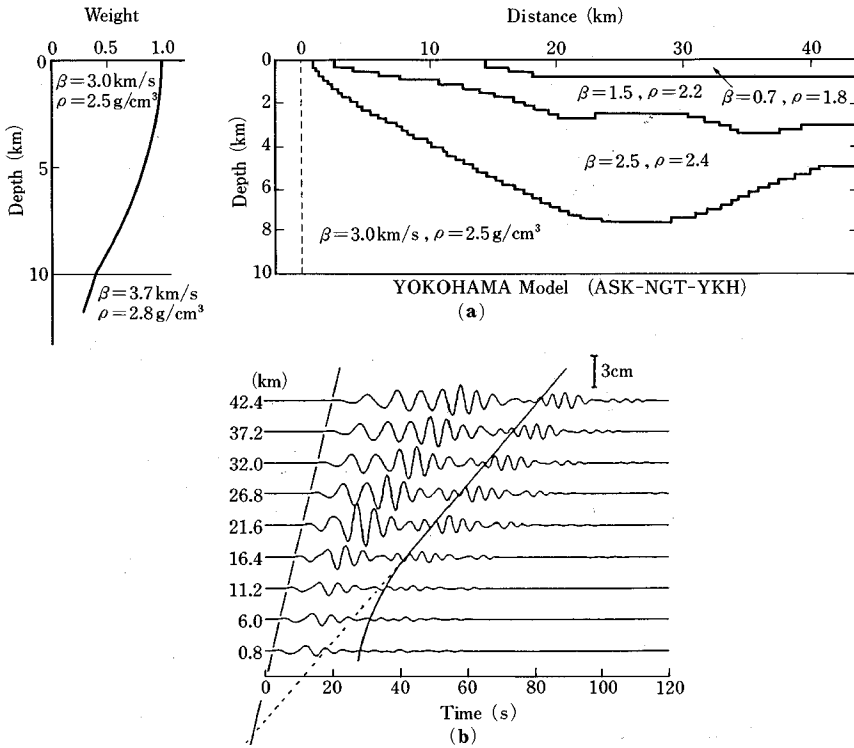


図-10 関東平野の2次元構造モデルにおけるLove波の伝播 (Yamanaka et al.¹²⁸, Fig. 9)

Mossessian and Dravinski¹²¹)は3次元自由表面への拡張を行った。このほか変わり種としては、試行関数のGreen関数を(1)項で述べたGaussian beam法で近似して用いるという方法がある¹²²⁾。また最近、地盤震動問題への適用が現れたTmatrix法¹²³⁾も、BIEMの範疇に近い手法と考えるとよいであろう。

境界要素法(BEM)も最終的な定式化の物理的イメージはBIEMに近く、広義のBIEMと言うこともできる。Greenの定理や相反定理から導出できる点もBIEMと同様である。BEMの試行関数は運動方程式も境界条件も満たさない形状関数を用いるので、重み付き残差法は境界法ではなく混合法

$$\int w_k^L L(G(x; x^s)) dV + \int w_k^S S(G(x; x^s)) d\Sigma = 0 \quad \dots \dots \dots (22)$$

を用いなければならない。Green関数を重み関数とした残差を定義し2回部分積分を実行すると、形状関数が一定要素の場合

$$c^k u_q(x_k) + \sum_{n=1}^N u_p(x_n) \int H_{pq}(x; x_k) d\Sigma_k = \sum_{n=1}^N t_p(x_n) \int G_{pq}(x; x_k) d\Sigma_k + \int f_p G_{pq}(x; x_n) dV \quad \dots \dots \dots (23)$$

となる⁹⁰⁾。 $u_p(x_n), t_p(x_n)$ は n 番目節点 x_n における変位と力の p 成分、 $G_{pq}(x; x_k)$ と $H_{pq}(x; x_k)$ は k 番目節点 x_k に q 方向の単位インパルスを与えた時の x における変位と力の p 方向成分 (つまり Green 関数) である。式 (23) の第 1 項と最後の項は運動方程式の残差を表わし、前者は Green 関数の特異点の効果 (係数 c^k は境界要素の形状により異なる)、後者は体積力による効果である。地盤震動の問題の場合、Fourier 展開された Green 関数を用いると第 2, 3 項の積分は解析的にできるので、簡単に $u_p(x_n), t_p(x_n)$ に対する連立方程式を立てることができる⁸⁹⁾。

地盤震動への BEM の適用では Kawase^{10), 89), 124)} の一連の研究が代表的なものであろう (図-2 参照)。

(8) ハイブリッド法

ハイブリッド法とは少々異様な呼称であるが、要するに対象とする地盤が別々の特徴を持つ複数の領域で構成されている時、それぞれの領域でその特徴に適した手法を個々に適用し、その組合わせで効率的に計算を行う方法である。当然のことながら、連続的な速度変化に強い領域法と境界面の不規則な変化に強い境界法の組合わせがほとんどで、源栄⁹²⁾によれば有限要素法と Aki-Larner 法¹²⁵⁾、有限要素法と BIEM¹²⁶⁾、有限要素法と BEM¹²⁷⁾などのハイブリッドが行われている。

また不整形性が局在しており、その部分以外は水平成層とみなせる場合、Yamanaka *et al.*¹²⁸⁾(図-10)、Regan and Harkrider¹²⁹⁾、Sato¹³⁰⁾のように不整形地盤のための手法と水平成層地盤のための手法の組み合わせが効果的である。

(9) その他

水平成層地盤も不整形地盤の特殊な例であるから、水平成層地盤に不整形地盤のための手法を適用することも可能である。その際、運動方程式に式(8)の形のFourier変換を施しておく、周波数・波数領域では z にしかよらない1次元問題となるので、たとえば有限要素法なども高速に実行できる。こうした手法は特に、層内の速度構造が z 方向に複雑に変化する場合に有効で、Aleksiev-Mikhailenko法(差分法)¹³¹⁾、DWFE法(有限要素法)¹³²⁾、collocation法(領域法)¹³³⁾などの例がある。

5. おわりに

以上、不整形地盤において地震動を計算するための手法について、水平成層地盤のための手法も含めて、やや詳細にレビューしてきた。工学系雑誌は常時チェックしているわけではないので重要な研究、特にFEM、BIEM、BEMに関連したものに見落としが多々あるはずであるが、どうかご容赦いただきたい。また地盤の非線形性については、筆者の専門外であるので特に触れなかった。

計算手法については、現状でほぼカタがついてしまったというのが筆者の印象である。また理論の発展に比べコンピュータの性能向上の方が急速であるので、与えられた構造に対して波形を計算するだけのforward modelingに関しては、最終兵器(差分法)をワークステーションやパソコンで振り回せば十分という時代が遠からず来ると思われる。今後はこれらを実際の問題へ適用して観測記録の解析や強震動予測を進めていくわけだが、2章で述べたようにそのための地盤構造の情報が著しく不足しているというのが現状であり、これにより解析や予測の優劣さえ論ずることができない状態にある。その意味で、IASPEI(国際地震学地球物理学協会)とIAEEが共同で結成した「表層地質が地震動に及ぼす影響」ワーキンググループが、神奈川県足柄平野をテストサイトして地盤構造探査の結果を広く公開し、それを用いた強震動予測の結果を国際的に比較検討しようという試み²⁾は大変興味深い。来年3月に現地で開催される国際シンポジウムの成果が、おおいに待たれるところである。

最後に本論は、額編・竹中が地震学会論文誌「地震」に発表した総合報告¹³⁴⁾に、出版後の研究成果を追加するなど大幅な加筆、訂正を行ったものであることをお断りしておく。また本論執筆の機会を与えてくださった井

上涼介先生(茨城大)と東原紘道先生(東大地震研)、原稿をチェックしてくれた竹中博士氏(北大)に感謝致します。

参考文献

- 1) Irikura, K. : Semi-empirical approach to prediction of strong ground motions during large earthquakes, *Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ.*, Vol. 33, pp.64~104, 1983.
- 2) 工藤一嘉・東 貞成: 強震動と2・3次元の地下構造, 物理探査, Vol. 43, pp.430~442, 1990.
- 3) Aki, K. : Local site effects on ground motion, in *Earthquake Engineering and Soil Dynamics II - Recent advances in ground-motion evaluation*, J.L. Von Thun (ed.), Geotechnical special publication No.20, pp.103~155, ASCE, 1988.
- 4) Trifunac, M.D. and Hudson, E.D. : Analysis of the Pacoima Dam accelerogram - San Fernando, California earthquake of 1971, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.61, pp.1393~1411, 1971.
- 5) Boore, D.M. : A note on the effect of simple topography on seismic SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.62, pp.275~284, 1972.
- 6) Bouchon, M. : Effect of topography on surface motion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 63, pp.615~632, 1973.
- 7) Sánchez-Sesma, F.J. *et al.* : The Mexico earthquake of September 19, 1985-On the seismic response of the valley of Mexico, *Earthquake Spectra*, Vol.4, pp.569~589, 1988.
- 8) Campillo, M. *et al.* : The Mexico earthquake of September 19, 1985-The incident wave field in Mexico City during the great Michoacan earthquake and its interaction with deep basin, *Earthquake Spectra*, Vol.4, pp.591~608, 1988.
- 9) Bard, P.-Y. *et al.* : The Mexico earthquake of September 19, 1985-A theoretical investigation of large- and small-scale amplification effects in the Mexico City valley, *Earthquake Spectra*, Vol.4, pp.609~633, 1988.
- 10) Kawase, H. and Aki, K. : A study on the response of a soft basin for incident S, P, and Rayleigh waves with special reference to the long duration observed in Mexico City, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.79, pp.1361~1382, 1989.
- 11) 川瀬 博: 表層地質が地震動に及ぼす影響に関する研究事例と今後の課題, 第18回地盤震動シンポジウム, pp.71~78, 1990.
- 12) 鳥海 勲: 平野の地震動特性について, 第6回日本地震工学シンポジウム講演集, pp.117~136, 1975.
- 13) 入倉孝次郎: 地盤の震動特性評価の際の地盤の影響, 京大防災研年報, Vol. 20 B-1, pp.1~11, 1977.
- 14) King, J.L. and Tucker, B.E. : Observed variations of earthquake motion across a sedimentfilled valley, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.74, pp.137~151, 1984.
- 15) Bard, P.-Y. and Tucker, B.E. : Underground and ridge site effects : A comparison of observation and theory, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.75, pp.905~922, 1985.
- 16) 笹谷 努: 日高西部地震による強震動の研究, 北大地球物理学研究報告, Vol. 46, pp.69~83, 1985.
- 17) Horike, M. : Analysis and simulation of seismic ground motions observed by an array in a sedimentary basin, *J. Phys. Earth*, Vol.36, pp.135~154, 1988.

- 18) 山中浩明: 関東平野の深い地盤とやや長周期地震動, 第18回地盤震動シンポジウム, pp. 27~36, 1990.
- 19) 堀家正則: 大阪平野の地下構造とその地震動の特徴, 第18回地盤震動シンポジウム, pp. 37~44, 1990.
- 20) Aki, K. and Richards, P.G. : Quantitative Seismology : Theory and Methods, W.H. Freeman and Co., 1980.
- 21) Thomson, W.T. : Transmission of elastic waves through a stratified solid, J. Appl. Phys., Vol.21, pp.89~93, 1950.
- 22) Haskell, N.A. : The dispersion of surface waves in multilayered media, Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 43, pp.17~34, 1953.
- 23) Gilbert, F. and Backus, G. : Propagator matrices in elastic wave and vibration problems, Geophysics, Vol.31, pp.326~332, 1966.
- 24) Harkrider, D.G. : Surface waves in multilayered elastic media. I. Rayleigh and Love waves from buried sources in a multilayered elastic half-space, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.54, pp. 627~679, 1964.
- 25) Kennett, B.L.N. and Illingworth, M.R. : Seismic waves in a stratified half space - III. Piecewise smooth models, Geophys. J.R. astr. Soc., Vol.66, pp.633~675, 1981.
- 26) Dunkin, J.W. : Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.55, pp.335~358, 1965.
- 27) Kind, R. : Computation of reflection coefficients for layered media, J. Geophys., Vol.42, pp.191~200, 1976.
- 28) Harvey, D.J. : Seismogram synthesis using normal mode superposition : the locked mode approximation, Geophys. J.R. astr. Soc., Vol.66, pp.37~69, 1981.
- 29) Kennett, B.L.N. : Reflections, rays and reverberations, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.64, pp.1685~1696, 1974.
- 30) Kennett, B.L.N. and Kerry, N.J. : Seismic waves in a stratified half space, Geophys. J.R. astr. Soc., Vol.57, pp.557~583, 1979.
- 31) Luco, J.E. and Apsel, R.J. : On the Green's functions for layered half-space. Part I, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.73, pp.909~929, 1983.
- 32) Kennett, B.L.N. : Seismic Wave Propagation in Stratified Media, Cambridge University Press, 1983.
- 33) Lamb, H. : On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid, Phil. Trans. R. Soc. London, Vol. A 203, pp.1~42, 1904.
- 34) Cagniard, L. : Réflexion et réfraction des ondes sismiques progressives, Gauthier-Villard, 1939 (Flinn, E.A. and Dix, C.H.(tr.) : Reflection and refraction of progressive seismic waves, McGraw-Hill, 1962).
- 35) de Hoop, A.T. : A modification of Cagniard's method for solving seismic pulse problems, Appl. Sci. Res., Vol.B8, pp.349~356, 1960.
- 36) Kawasaki, I. *et al.* : Seismic waves due to a shear fault in a semi-infinite medium. Part I : Point source, J. Phys. Earth, Vol.21, pp.251~284, 1973.
- 37) Hron, F. : Numerical methods for ray generation in multilayered media, in *Methods in Computational Physics*, Vol.12, Academic Press, 1972.
- 38) Červený, V. and Ravindra, R. : Theory of Seismic Head Waves, University of Toronto Press, 1971.
- 39) Helmberger, D.V. : The crust-mantle transition in the Bering Sea, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.58, pp.179~214, 1968.
- 40) Müller, G. : Theoretical seismograms for some types of point-sources in layered media. Part I : Theory, Z. Geophys., Vol.34, pp.15~35, 1968.
- 41) Chapman, C.H. : A new method for computing seismograms, Geophys. J.R. astr. Soc., Vol.54, pp.481~518, 1978.
- 42) Cormier, V. and Richards, P.G. : Full wave theory applied to a discontinuous velocity increase : The inner core boundary, J. Geophys. Res., Vol.43, pp.3~31, 1977.
- 43) Phinney, R.A. : Theoretical calculation of the spectrum of first arrivals in layered elastic mediums, J. Geophys. Res., Vol.70, pp.5107~5123, 1965.
- 44) Fuchs, K. : The reflection of spherical waves from transition zones with arbitrary depth-dependent elastic moduli and density, J. Phys. Earth, Vol.16, Special Issue, pp.27~41, 1968.
- 45) Fuchs, K. and Müller, G. : Computation of synthetic seismograms with the reflectivity method and comparison with observations, Geophys. J.R. astr. Soc., Vol.23, pp.417~433, 1971.
- 46) Kind, R. : The reflectivity method for a buried source, J. Geophys., Vol.44, pp.603~612, 1978.
- 47) Bouchon, M. : Discrete wave number representation of elastic wave fields in three-space dimensions, J. Geophys. Res., Vol.84, pp.3609~3614, 1979.
- 48) Kennett, B.L.N. : Seismic waves in a stratified half space - II. Theoretical seismograms, Geophys. J.R. astr. Soc., Vol.61, pp.1~10, 1980.
- 49) Wang, C.Y. and Herrmann, R.B. : A numerical study of *P*-, *SV*-, and *SH*- wave generation in a plane layered medium, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.70, 1015~1036, 1980.
- 50) Sato, R. and Hirata, N. : One method to compute theoretical seismograms in a layered medium, J. Phys. Earth, Vol.28, 145~168, 1980.
- 51) Kawasaki, I. : The near-field Love wave by the exact ray method, J. Phys. Earth, Vol.26, pp.211~237, 1978.
- 52) Swanger H.J. and Boore, D.M. : Simulation of strong-motion displacements using surface-wave modal superposition, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.68, pp.907~922, 1978.
- 53) 工藤一嘉: 正規モード解による強震動の研究とその応用, 東北大学博士論文, 1979.
- 54) Bouchon, M. and Aki, K. : Discrete wave-number representation of seismic-source wave fields, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.67, pp.259~277, 1977.
- 55) Bouchon, M. : A simple method to calculate Green's functions for elastic layered media, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.71, pp.959~971, 1981.
- 56) Lee, J.J. and Langston, C.A. : Wave propagation in a three-dimensional circular basin, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.73, pp.1637~1653, 1983.

- 57) Červený, V. and Pšenčík, I. : SEIS 83-Numerical modeling of seismic wave fields in 2-D laterally varying layered structures by the ray method, in *Documentation of Earthquake Algorithms*, E.R. Engdahl (ed.), World Data Center (A), 1984.
- 58) Červený, V. *et al.* : Complete seismic-ray tracing in three-dimensional structure, in *Seismological Algorithms*, D.J. Doornbos (ed.), Academic Press, 1988.
- 59) Sánchez-Sesma, F.J. *et al.* : Seismic response of a class of alluvial valleys for incident *SH* wave, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.69, pp.1107~1120, 1988.
- 60) Červený, V. *et al.* : Ray Method in Seismology, Univerzita Karlova, 1977.
- 61) Červený, V. : Gaussian beam synthetic seismograms, *J. Geophys.*, Vol.58, pp.44~72, 1985.
- 62) Červený, V. : Synthetic body wave seismograms for laterally varying layered structures by the Gaussian beam method, *Geophys. J.R. astr. Soc.*, Vol.73, pp.389~426, 1983.
- 63) 香川敬生ほか:実体波 Gaussian Beam を用いた不整形地盤の解析, 第19回地震工学研究発表会, 1987.
- 64) Chapman, C.H. and Drummond, R. : Body-wave seismograms in inhomogeneous media using Maslov a symptotic theory, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.72, pp.S277~S317, 1982.
- 65) Chapman, C.H. : Ray theory and its extensions : WKBJ and Maslov seismograms, *J. Geophys.*, Vol.58, pp.27~43, 1985.
- 66) Sen, M.K. and Frazer, L.N. : Kirchhoff-Helmholtz reflection seismograms in a laterally inhomogeneous multi-layered elastic medium- II. Computations, *Geophys. J.R. astr. Soc.*, Vol.82, pp.415~437, 1985.
- 67) Hong, T.L. and Helmlberger, D.V. : Glorified optics and wave propagation in nonplanar structure, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.68, pp.1313~1330, 1978.
- 68) Nowack, N. and Aki, K. : The 2-D Gaussian beam synthetic method : testing and applications, *J. Geophys. Res.*, Vol.89, pp.1466~1494, 1984.
- 69) Kosloff, D. *et al.* : Elastic wave calculations by the Fourier method, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.74, pp.875~891, 1984.
- 70) Vidale, J.E. and Helmlberger, D.V. : Seismic strong motion synthetics, in *Computational Techniques*, Vol.4, Academic Press, pp.267~317, 1987.
- 71) Yuan, Y. *et al.* : Strong ground motion simulation of the 1976 Ninghe, China earthquake, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, Vol.61, pp.97~127, 1986.
- 72) Helmlberger, D.V. and Vidale, J.E. : Modeling strong motions produced by earthquakes with two-dimensional numerical codes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.78, pp.109~121, 1988.
- 73) Vidale, J.E. and Helmlberger, D.V. : Elastic finite-difference modeling of the 1971 San Fernando, California earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.78, pp.122~141, 1988.
- 74) Fletcher, C.A.J. : Computational Galerkin Method, Springer-Verlag, 1984.
- 75) Fung, Y.C. : *Foundation of Solid Mechanics*, Prentice-Hall, 1965 (大橋義夫ほか (訳), 固体の力学/理論, 培風館, 1970).
- 76) Finlayson, B.A. : *The Method of Weighted Residuals and Variational Principles*, Academic Press, 1972.
- 77) Lysmer, J. and Kuhlemeyer, R.L. : Finite dynamic model for infinite media, *J. Eng. Mech. Div. Proc. ASCE*, Vol.95, pp.859~877, 1969.
- 78) Lysmer, J. and Waas, G. : Shear waves in plane infinite structures, *J. Eng. Mech. Div. Proc. ASCE*, Vol.98, pp.85~105, 1972.
- 79) Smith, W. : A non-reflecting plane boundary for wave propagation problems, *J. Comp. Phys.*, Vol.15, pp.492~503, 1974.
- 80) Cundall, P.A. *et al.* : Solution of infinite dynamic problems by finite modelling in the time domain, *Proc. 2nd Int. Conf. Appl. Num. Medelling*, Madrid, 1978.
- 81) 鈴木崇伸・伯野元彦:消波境界を持った有限要素法による波動伝播解析, 地震研究所集報, Vol.59, pp.327~360, 1984.
- 82) 大湊隆雄ほか:重みつき残差法による波形計算法II, 地震学会講演予稿集, Vol.2, pp.282, 1989.
- 83) 座間信作:不規則構造に対する地震波の挙動, その1, その2, その3, 地震研究所集報, Vol.56, pp.741~777, 1981.
- 84) 座間信作:不規則構造に対する地震波の挙動, その4, 地震研究所集報, Vol.57, pp.379~399, 1982.
- 85) Kennett, B.L.N. : Lg-wave propagation in heterogeneous media, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.79, pp.860~872, 1989.
- 86) Aki, K. and Larner, K.L. : Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane *SH* waves, *J. Geophys. Res.*, Vol.75, pp.933~954, 1970.
- 87) Sánchez-Sesma, F.J. and Esquivel, J.A. : Ground motion on alluvial valley under the incident plane *SH* waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.69, pp.1107~1120, 1979.
- 88) Campillo, M. and Bouchon, M. : Synthetic *SH* seismograms in a laterally varying medium by the discrete wavenumber method, *Geophys. J.R. astr. Soc.*, Vol.83, pp.307~317, 1985.
- 89) Kawase, H. : Time-domain response of a semi-circular canyon for incident *SV*, *P*, and Rayleigh waves calculated by the discrete wavenumber boundary element method, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.78, pp.1415~1437, 1988.
- 90) Brebbia, C.A. : *The Boundary Element Method for Engineers*, Pentech Press, 1978 (神谷紀生ほか (訳), 境界要素法入門, 培風館, 1980).
- 91) 多賀直恒:不規則な構造の地盤震動, 「地震動と地盤-地盤震動シンポジウム10年の歩み-」, 日本建築学会, pp.164~178, 1983.
- 92) 源栄正人:堆積盆地地形において生成される表面波に関する解析検討, 第18回地震震動シンポジウム, pp.61~70, 1990.
- 93) Trifunac, M.D. : Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane *SH* waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.61, pp.1755~1770, 1971.

- 94) Wong, H.L. and Trifunac, M.D. : Surface motion of a semi-elliptical alluvial valley for incident plane *SH* waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.64, pp.1389~1408, 1974.
- 95) Alsop, L.E. : Transmission and reflection of Love waves at vertical discontinuities, *J. Geophys. Res.*, Vol.71, pp.3969~3984, 1966.
- 96) Bostock, M.G. : Surface wave scattering from 3-dimensional obstacles, *Geophys. J. Int.*, Vol.104, pp.351~370, 1991.
- 97) Sánchez-Sesma, F.J. *et al.* : A boundary method for elastic wave diffraction. Application to scattering of *SH* waves by surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.72, pp.473~490, 1982.
- 98) Bard, P.-Y. and Bouchon, M. : The seismic response of sediment-filled valleys. Part 1. The case of incident *SH* waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.70, pp.1263~1286, 1980.
- 99) Bard, P.-Y. and Bouchon, M. : The seismic response of sediment-filled valleys. Part 2. The case of incident *P* and *SV* waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.70, pp.1921~1941, 1980.
- 100) Haines, A.J. : Multi-source, multi-receiver synthetic seismograms for laterally heterogeneous media using F-K domain propagators, *Geophys. J. Int.*, Vol.95, pp.237~260, 1988.
- 101) Kohketsu, K. : 2-D reflectivity method and synthetic seismograms in irregularly layered structures. I. *SH*-wave generation, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, Vol.89, pp.821~838, 1987.
- 102) Kohketsu, K. : Synthetic seismograms in realistic media : A wave-theoretical approach, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, Vol.62, pp.201~245, 1987.
- 103) 堀家正則 : 複数の曲った境界を有する減衰のある媒質の地震動応答計算法への AL 法の拡張とそれを用いた堆積盆地の地震動の特性, *地震* 2, Vol. 40, pp. 247~259, 1987.
- 104) Geli, L. *et al.* : The effect of topography on earthquake ground motion : A review and new results, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.78, pp.42~63, 1988.
- 105) 竹中博士 : 不規則成層構造における地震波動場の理論的研究, 北海道大学博士論文, 1990.
- 106) Koketsu, K. *et al.* : 2-D reflectivity method and synthetic seismograms in irregularly layered structures. II. invariant embedding approach, *Geophys. J. Int.*, Vol.105, pp.119~130, 1991.
- 107) Bouchon, M. and Aki, K. : Near-field of a seismic source in a layered medium with irregular interfaces, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, Vol.50, pp.669~684, 1977.
- 108) Horiike, M. *et al.* : Seismic response in three-dimensional sedimentary basin due to plane S wave incidence, *J. Phys. Earth*, Vol.38, pp.261~284, 1990.
- 109) 大堀道広 : 不整形性を有する沖積地盤の地震動特性, 東京大学博士論文, 1990.
- 110) 竹中博士・額綱一起 : 3-D Reflectivity 法, 地震学会講演予稿集, Vol.1, pp. 60, 1990.
- 111) 上林宏敏ほか : 断層震源による不規則境界を有する三次元堆積盆地の地震動応答, 日本建築学会構造系論文報告集, Vol. 413, pp. 75~86, 1990.
- 112) Millar, R.F. : Rayleigh hypothesis and a related least-squares solution to scattering problems for periodic surfaces and other scatterers, *Radio Sci.*, Vol.8, pp.785~796, 1973.
- 113) Sánchez-Sesma, F.J. *et al.* : A note on the Rayleigh hypothesis and the Aki-Larner method, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.79, pp.1995~1999, 1989.
- 114) 篠崎祐三, 1990, AKI and LARNER 法による不整形地盤の高周波応答について, 地震学会講演予稿集, Vol. 1, p.155, 1990.
- 115) Axilrod, H.D. and Ferguson, J.F. : *SH*-wave scattering from a sinusoidal grating : An evaluation of four discrete wavenumber methods, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.80, 643-655, 1990.
- 116) Shinozaki, Y. : High frequency response of a sediment-filled valley for incident plane *SH* waves, *Proceedings of the IASPEL/IAEE joint working group on effects of surface geology on seismic motion second workshop*, V-1~18, 1988.
- 117) Bouchon, M. : A simple, complete numerical solution to the problem of diffraction of *SH* waves by an irregular surface, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.77, pp.1~5, 1985.
- 118) Dravinski, M. : Scattering of *SH* waves by subsurface topography, *J. Eng. Mech. Div. Proc. ASCE*, Vol.108, pp.1~17, 1982.
- 119) Wong, H.L. : Effect of surface topography on the diffraction of *P*, *SV* and Rayleigh waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.72, pp.1167~1183, 1982.
- 120) Bouchon, M. *et al.* : A boundary integral equation-discrete wavenumber representation method to study wave propagation in multilayered media having irregular interfaces, *Geophysics*, Vol.54, pp.1134~1140, 1989.
- 121) Mossessian, T.K. and Dravinski, M. : Scattering of elastic waves by three dimensional surface topographies, *Wave Motion*, Vol.11, pp.579~592, 1989.
- 122) Benites, R. and Aki, K. : Boundary integral-Gaussian beam method for seismic wave scattering : *SH* waves in two-dimensional media, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.86, pp.375~386, 1989.
- 123) Chen, X.-F. : Seismogram synthesis for multi-layered media with irregular interfaces by global generalized reflection/transmission matrices. I. Theory of 2-D *SH* case, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.80, pp.1696~1724, 1990.
- 124) Kawase, H. : Effects of topography and subsurface irregularities on strong motions, Ohsaki Research Institute, 1990.
- 125) 源栄正人・浦尾謙二 : 波数離散型解法を用いた不規則不整形地盤の波動伝播解析 - 波数離散型解法と FEM の結合解法 -, 日本建築学会学術講演梗概集, 1989.
- 126) Mita, A. and Takanashi, W. : Dynamic soil-structure interaction, 5th International Conference on Boundary Elements, 1983.
- 127) 福和伸夫ほか : 不整形性を有する沖積地盤の地震観測シミュレーション - BEM と FEM の結合解法による解析

- 一, 構造工学論文集, Vol. 31B, 1985.
- 128) Yamanaka, H. *et al.* : Effects of sedimentary layers on surface-wave propagation, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.79, pp.631~644, 1989.
- 129) Regan, J. and Harkrider, D.G. : Numerical modelling of SH Lg waves in and near continental margins, *Geophys. J. Int.*, Vol.98, pp.107~130, 1989.
- 130) Sato, T. : A hybrid approach for theoretical seismograms using thin layer element and axisymmetric finite element and its application to simulation of earthquake ground motions, Doctoral thesis, Tohoku Univ., 1989.
- 131) Alekseev, A.S. and Mikhailenko, B.G. : The solution of dynamic problems of elastic wave propagation in inhomogeneous media by a combination of partial separation of variables and finite-difference methods, *J. Geophys.*, Vol.48, pp.161~172, 1980.
- 132) Olson, A.H. *et al.* : The discrete wavenumber/finite element method for synthetic seismograms, *Geophys. J.R. astr. Soc.*, Vol.77, pp.421~460, 1984.
- 133) Spudich, P. and Ascher, U. : Calculation of complete theoretical seismograms in vertically varying media using collocation method, *Geophys. J.R. astr. Soc.*, Vol.75, pp.101~124, 1983.
- 134) 額綱一起・竹中博士：総合報告：近地震波の伝播に関する理論, *地震* 2, Vol.42, pp. 391~403, 1989.
(1991.9.6 受付)